

受験番号:

氏名:

総合研究大学院大学 先端学術院先端学術専攻 宇宙科学コース
入学選抜試験 問題
(物理)

問1.

図 1-1 に示すように質量 M 、長さ L の一様な棒を水平な床の上から鉛直な壁に立てかける。棒が壁面、床面と接する点をそれぞれ A、B とし、重心を G とする。棒を傾けていくとき、水平となす角 θ がどれだけになると滑り出すだろうか。以下の設問に答えよ。

なお、重力加速度を g 、棒と壁面、床面の間の静摩擦係数をそれぞれ μ_1 、 μ_2 、点 A と点 B で棒が受ける垂直抗力をそれぞれ N_1 、 N_2 とする(以下、添え字 1、2 はそれぞれ壁面、床面を示す)。また、根拠や思考経路については省略せず論述すること。

(1)-①

点 A と点 B で棒が受ける摩擦力をそれぞれ F_1 、 F_2 としたとき、棒が滑り出す条件を式で表せ。ただし、 F_1 、 F_2 は同時に最大になるとする。

(1)-②

①の条件に加えて、棒に作用する力のつり合い及びモーメントのつり合いの式を表したうえで、棒が滑り出す θ を導き出せ。

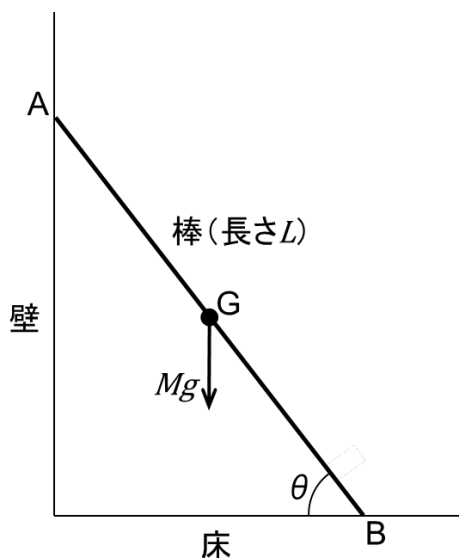


図 1-1 水平な床の上から鉛直な壁に立てかけられた
質量 M 、長さ L の一様な棒

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

図 1-2 に示すように水平な固定軸の周りに重力の作用を受けて運動する剛体(物理振り子)の振動を調べる。固定軸と剛体の間の摩擦は無視できるとして、以下の設問に答えよ。

なお、剛体の質量を M 、水平な固定軸 O (本紙面に垂直)まわりの慣性モーメントを I とし、 O から重心 G までの距離を L 、重力加速度を g とする。また、根拠や思考経路については省略せずに論述すること。

下記の設問において利用すべき三角関数のべき級数展開は次の通りである。

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \cdots, \quad \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \cdots$$

(2)-①

物理振り子の角度振幅を θ 、時間を t とした場合、その運動方程式を示せ。

(2)-②

物理振り子の角度振幅 θ が微小な場合について、(2)-①で示した運動方程式を簡略化して角度振幅の解を導出するとともに固有角振動数 ω_0 と初期位相 φ を示せ。

なお、振り子の最大振幅を θ_0 、 $t = 0$ における初期角度振幅を θ_1 とおく。

(2)-③

(2)-②で導出した角度振幅 θ が微小な場合の解について、エネルギー保存(全エネルギー E は位置エネルギー U と運動エネルギー K の和)の考え方にに基づき導出せよ。なお、(2)-②と同様に振り子の最大振幅を θ_0 、 $t = 0$ における運動の初期振幅を θ_1 とおく。また、(2)-②と同じ記述部分については、「②と同様に」などとして省略してもよい。

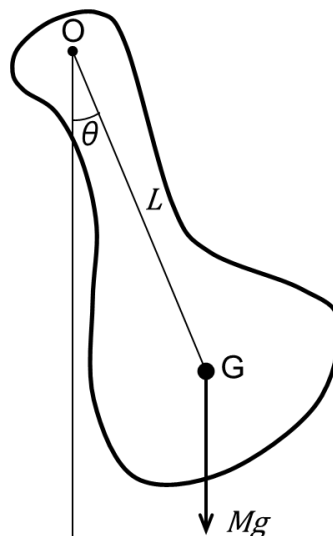


図 1-2 質量 M 、慣性モーメント I 、固定軸 O から重心 G までの距離 L の物理振り子

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

問2.

磁石はN極とS極が対となって存在するが、両極の各々に点磁荷 $\pm m$ が存在する(N極に $+m$ 、S極に $-m$ 、ただし $m > 0$)と見なすことにより、見通しよく物事を考えられることがある。このとき、磁場 H の中にある点磁荷 m が受ける力 F は、

$$F = mH$$

である。また、真空中で点磁荷 m が距離 r だけ離れた点 P に作る磁場 H は、真空中の透磁率を μ_0 として

$$H = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{m}{r^2} e$$

と書ける。ここに e は点磁荷から点 P に向かう単位ベクトルである。磁石のN極とS極の点磁荷 $\pm m$ の間の距離を l とすると、この磁石の磁気双極子モーメント M は、

$$M = ml$$

となる。これらのことを用いて、以下の問いに答えよ。

(1)

図 2-1 のように、棒磁石の中心をひもで吊り下げて水平にし、磁石のN極を地磁気の北に向ける。この状態から、棒磁石を水平面内で微小角だけ回して静かに手を放すと、棒磁石は地磁気の南北方向を中心として水平面内で単振動する。棒磁石の磁気双極子モーメントを M 、吊り下げられたひもの周りの回転に対する棒磁石の慣性モーメントを I とするとき、この単振動の周期 T を求めよ。ただし、水平面内の地磁気の磁場の強さを H_E とし、地磁気の鉛直成分は無視する。また、ひもの剛性は無視でき、棒磁石は水平面内で自由に回転できるものとする。

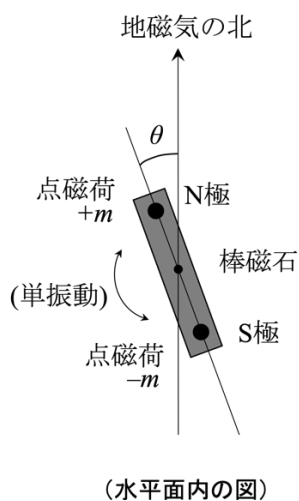


図 2-1 鉛直なひもに吊り下げられた棒磁石。

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

(2)

(1) で用いた棒磁石を大気中で図 2-2 のように水平面に置く。このとき、棒磁石の N 極と S 極を結ぶ線上で棒磁石の中心から距離 r の点 P について、以下の問いに答えよ。

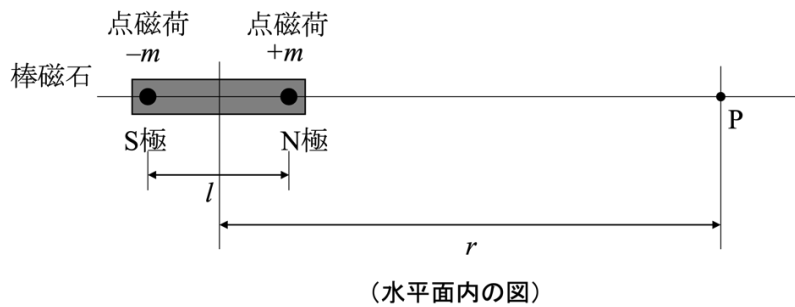


図 2-2 水平面内に置いた棒磁石。

(2)-①

棒磁石が作る磁場は点 P でどちらの方向を向くか？理由を述べて、点 P での方向を解答欄の図中に矢印で示せ。

(2)-②

大気の透磁率を真空の透磁率 μ_0 に等しいとし、棒磁石が作る磁場の点 P での強さ H を、この棒磁石の磁気双極子モーメント M および r と μ_0 を用いて表せ。

なお、 r は点磁荷間の距離 l に比べて十分大きいものとし、結果は関数 $f(x)$ の $x = 0$ での Taylor 展開:

$$f(x) = f(0) + \frac{1}{1!} f^{(1)}(0)x + \frac{1}{2!} f^{(2)}(0)x^2 + \frac{1}{3!} f^{(3)}(0)x^3 + \dots$$

を用いて (l/r) について 1 次の展開項まで取ることとする。なお、Taylor 展開の式中の $f^{(n)}$ は関数 f の n 階微分を表す。

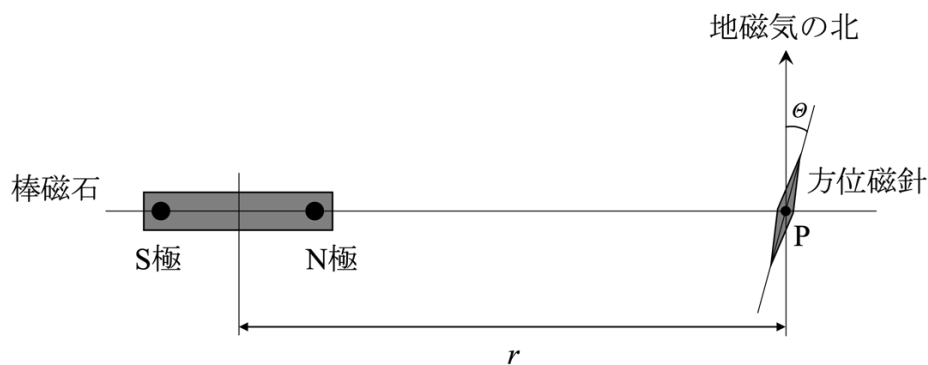
(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

(3)

図 2-2 で棒磁石の N 極と S 極を結ぶ線が地磁気の南北方向に直交するように置き、この状態で点 P に方位磁針を水平面内に置いたところ、図 2-3 のように方位磁針の N 極は地磁気の北方向から東側に角度 θ だけ傾いた方向を指した。このとき、以下の問いに答えよ。なお以下で磁場は水平面内の成分のみを考えることとし、また、方位磁針の作る磁場は無視する。



(水平面内の図)

図 2-3 棒磁石と点 P に置いた方位磁針。

(3)-①

角度 θ を点 P での地磁気の磁場の強さ H_E と棒磁石の作る磁場の強さ H を用いて表せ。

(3)-②

(1)、(2)、および(3)-①の結果を用いて、地磁気の磁場の強さ H_E を、棒磁石の慣性モーメント I と地磁気中での単振動の周期 T 、方位磁針の角度 θ 、および棒磁石と方位磁針の距離 r を用いて表せ。

また、棒磁石の磁気双極子モーメント M を、同じく I 、 T 、 θ 、 r を用いて表せ。

(※この用紙は回収します。)