

受験番号:

氏名:

総合研究大学院大学 先端学術院先端学術専攻 宇宙科学コース
入学選抜試験 問題
(数学)

問1-1.

(1) 以下の設問に答えよ。なお、解答には解の導出過程も記述すること。

- ① 行列 A および B が以下の時、余因子法を利用し、 $AX=B$ を満たす行列 X を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & -8 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- ② 行列 A および B が以下の時、はき出し法を利用し、 $AX+B=O$ を満たす行列 X を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

- ③ 行列 A が以下の時、固有値と固有ベクトルを求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

- ④ 以下の解を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ただし、行列 A, B, C を以下としたとき、 $A=BC$ であることを利用すること。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & -5 & 0 \\ -1 & 3.5 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1.5 & 0.5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- ⑤ 以下の関係があるとき、行列の概念を使い、 x_1 と x_2 を、 z_1 と z_2 により表わせ。

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + a_{13}y_3 \\ x_2 &= a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + a_{23}y_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= b_{11}z_1 + b_{12}z_2 \\ y_2 &= b_{21}z_1 + b_{22}z_2 \\ y_3 &= b_{31}z_1 + b_{32}z_2 \end{aligned}$$

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

(2) 以下の行列式の値を求めよ。なお、解答には解の導出過程も記述すること。

①

$$\begin{vmatrix} a & 0 & c \\ b & c & 0 \\ 0 & a & b \end{vmatrix} =$$

②

$$\begin{vmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 9 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 8 & 7 & 0 \\ 9 & 5 & 13 & 11 & 20 \end{vmatrix} =$$

③

$$\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix} =$$

④

$$\begin{vmatrix} a & b & b & b & b \\ b & a & b & b & b \\ b & b & a & b & b \\ b & b & b & a & b \\ b & b & b & b & a \end{vmatrix} =$$

(3) 以下の連立方程式が成立する時、 $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$ 以外の値を持つための λ の値を求めよ。なお、解答には解の導出過程も記述すること。

$$\begin{aligned} -a_1 + a_2 &= 0 \\ -a_1 + a_2\lambda + a_3 &= 0 \\ a_2 - a_3\lambda + a_4 &= 0 \\ a_3 - a_4\lambda &= 0 \end{aligned}$$

受験番号:

氏名:

問2-1. 次の関数 $f(x)$ の導関数 $\frac{df}{dx}$ を求めよ。最終回答のみでなく、導出の過程も記述すること。

$$(1) f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$(2) f(x) = \frac{\cos x}{1 + \tan x}$$

$$(3) f(x) = \frac{4x+1}{(x-1)^2}$$

$$(4) f(x) = (x+3)^x$$

問2-2. 以下の $f(x)$ に対して、不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。最終回答のみでなく、導出の過程も記述すること。なお、 \log は自然対数。積分定数は C とする。

$$(1) f(x) = \frac{3x^5}{(1+x^3)^3}$$

$$(2) f(x) = 3x^2(\log x)^2$$

$$(3) f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1+e^x}$$

問2-3. 次の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

$$(1) a_n = \frac{1}{n^2} (1 + 2 + \dots + n)$$

$$(2) a_n = 1 + \frac{3}{8} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{3}{(n+1)^2 - 1}$$

$$(3) a_n = \int_{2n}^{3n} \frac{x+3}{x^2+1} dx$$

問2-4. 半径 r の円に外接する三角形がある。

(1) 三角形の2つの頂点の角度を φ 、 θ としたときの三角形の面積 S を r, θ, φ の関数で示せ。

(2) 与えられた r に対して、この三角形の面積が最小となるとき、この三角形の特色を説明せよ。

(※この用紙は回収します。)