

受験番号:

氏名:

総合研究大学院大学 物理科学研究科 宇宙科学専攻
入学選抜試験 問題
(物理)

問1.

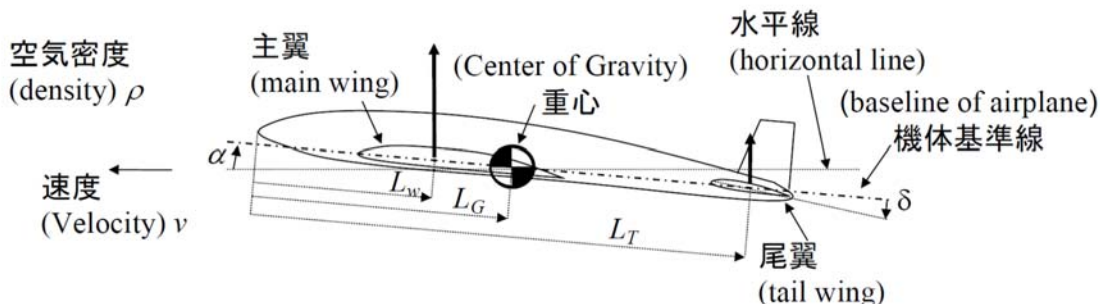
主翼と尾翼の2枚の翼をもつ飛行機の縦方向の運動を考える。空気密度を ρ 、前方からの空気流の速さを v 、空気流とそれぞれの翼のなす角度を θ としたとき、それぞれの翼は空気流と直角上方に $\frac{1}{2}\rho v^2 C_w \theta$ (主翼)、 $\frac{1}{2}\rho v^2 C_T \theta$ (尾翼)の力を発生させる。これらの翼の力の作用点と飛行機の重心は機体の基準線上に存在しており、機体先端から主翼の力作用点、重心、尾翼の力作用点までの基準線上の距離はそれぞれ L_W 、 L_G 、 L_T である(図参照)。主翼は基準線に対して角度ゼロで固定されており、一方で尾翼は任意の角度に傾斜可能である。また飛行機の質量は m である。以下、空気抵抗や翼以外の胴体等の発生する空気力、飛行機自身の飛行速度以外の風の影響等は無視できるものとし、主翼と尾翼の空気力も相互の干渉は無く独立しておりかつ空気流へも影響を与えないものとする。

問1-1.

上記の飛行機が、重力と主翼・尾翼の発生する力が釣り合った状態で水平飛行(以降水平定常飛行と呼ぶ)をしている状態を考える。機体の基準線と速度のなす角度(迎角) α 、機体基準線と尾翼のなす角度(尾翼角) δ 、飛行速度 v としたとき、i) 鉛直方向の力の釣り合い、及び ii) 重心周りのモーメントの釣り合いの式を示せ。 α, δ の方向については図参照のこと。また空気密度を ρ 、重力加速度を g とし、以下の設問でも共通とする。

問1-2.

速度 $v = v_1$ で水平定常飛行するための尾翼角 δ_1 と迎角 α_1 を求めよ。



(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

問1-3.

速度 v 、迎角 α 、尾翼角 δ で水平定常飛行中に突風等で迎角が $\alpha + \Delta\alpha$ となったとする。この際に発生する重心周りのモーメント ΔM (方向の定義は α と同一) を求め、迎角 α が発散しないために L_W, L_G, L_T, C_W, C_T 間に必要な条件を示せ。ただし $\Delta\alpha$ は微小であり、簡略のため $\cos \Delta\alpha = 1, \sin \Delta\alpha = 0$ として良い。

問1-4.

速度 v 、迎角 α 、尾翼角 δ で高度 h_0 を水平定常飛行中に突風等で飛行速度が $v_2 = v - \Delta v < v$ になったとする。この時飛行機は重力が翼の発生する力に勝って徐々に下降しながら増速し、あるところで翼の発生する力が重力に勝って上昇に転じて減速し、また上昇しきると重力が勝って下降を始めるといふ高度の上下方向の振動運動を起こす。この上下運動は、位置エネルギーと運動エネルギーの交換によって引き起こされているとも解釈できるが、高度 h における速度 v_h を求め、またこの上下運動の振動周期と水平定常飛行速度 v の関係を求めよ。なおこの上下運動の鉛直方向速度は飛行速度 v, v_2 に比べて極めて小さく、鉛直方向速度による空気流の方向変化は無視して良い。また空気密度 ρ と重力加速度 g は高度によらず一定とする。

受験番号:

氏名:

問2-1.

回路を貫く磁束が時間的に変化すると、回路には起電力が発生する。発生する起電力を誘導起電力と呼び、ファラデーの法則により

$$\mathcal{E} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

と表される。ここで $\mathcal{E}$ は誘導起電力、 Φ は磁束、 t は時間を表す。

Maxwell 方程式の 1 つ

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

が、ファラデーの法則と等しいことを示せ。ここで $\mathbf{E}$ は電場、 $\mathbf{B}$ は磁束密度を表す。

ただし、回路が移動や変形をする場合を考える必要はなく、回路を貫く磁束密度 $\mathbf{B}$ が時間変化する場合のみを考えればよいこととする。

ここで、ストークスの定理

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

を用いてよい。ただし、

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$$

は閉回路 C に沿うベクトル $\mathbf{A}$ の周回積分を

$$\iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

は閉回路 C で縁取られる面 S におけるベクトル $\mathbf{B}$ の面積分を意味する。

受験番号:

氏名:

以下の設問では、

- 電流 I が流れる円形コイルが作る磁気モーメントは $\mathbf{m} = IS\mathbf{n}$ である。(S は円形コイルの面積、 $\mathbf{n}$ はコイル面の法線方向の単位ベクトル。 $\mathbf{n}$ の向きは、右ネジの回る向きを回路に電流の流れる向きに取った時に、右ネジが進む向き。)
- 電流 I が流れる閉回路に磁場 $\mathbf{B}$ が及ぼすトルク $\mathbf{N}$ は、閉回路の磁気モーメント $\mathbf{m}$ を用いて、 $\mathbf{N} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ と表せる。

を使ってよい。また、自己インダクタンスによる逆起電力は無視できるものとする。

問2-2.

- (1) z 軸方向を向いた一様な静磁場 $\mathbf{B}$ の中に、原点を中心とする半径 a の円形コイルを xy 面内に置く。回転軸を x 軸として、円形コイルを角速度 ω で回転させる。(図1を参照。) 時間を t として、 t における円形コイルに生じる誘導起電力 $\mathcal{E}$ を求めよ。さらに、コイルの電気抵抗を R とする時、コイルに流れる電流 I を求めよ。

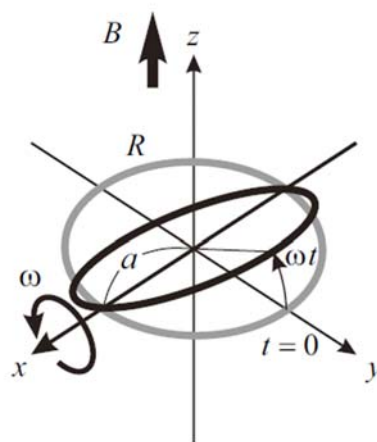


図1

- (2) t における円形コイルの磁気モーメント $\mathbf{m}$ を求め、円形コイルに磁場 $\mathbf{B}$ が及ぼすトルク $\mathbf{N}$ を求めよ。

問2-3.

原点を中心とする導体球殻(半径 a 、厚さ b 、 $a \gg b$) 上に密度 ρ 一様に電荷が分布している。この球殻が、 x 軸を回転軸として、角速度 ω で回転する。図2に示したように、 x 軸に対する角度 θ を用いて、角度 θ と $\theta + \delta\theta$ の間に流れる電流を円電流と考えることで、各 θ における電流密度 $J(\theta)$ を求めよ。

また、円電流部分が作る磁気モーメント $d\mathbf{m}$ を求め、 θ について積分することで、回転する球殻全体の磁気モーメント $\mathbf{m}$ を求めよ。

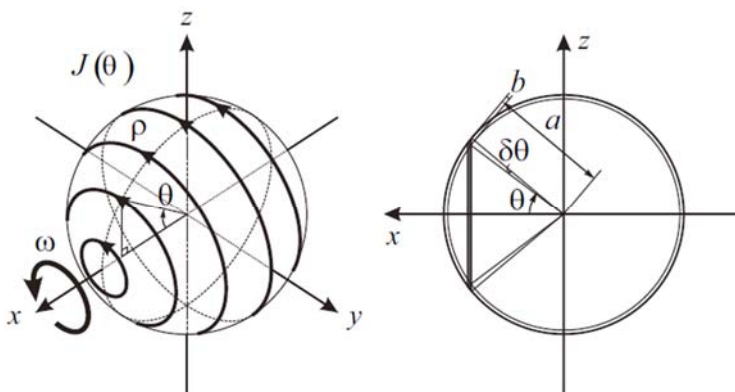


図2

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

問2-4.

電気伝導体(以下、導体)を磁場中で動かすと、電磁誘導により渦状の誘導電流(渦電流)が導体中に発生する。一様磁場中で回転する導体でできた球殻に発生する渦電流を考えて見よう。

- (1) z 軸方向を向いた一様な静磁場 B に、原点を中心とする導体球殻(半径 a 、厚さ b 、 $a \gg b$) が置かれている。この球殻が、 y 軸を回転軸として、角速度 ω で回転する。この時、図3に示したように、球殻上に発生する誘導起電力によって流れる誘導電流は、 yz 面に平行な面と球殻が交差してできる円周上を流れる。この理由を定性的に説明せよ。
- (2) 図3に示す x 軸に対する角度 θ を用いて、角度 θ と $\theta + \delta\theta$ の間にできる円形コイルを貫く磁束の球殻の回転に伴う変化量を計算することで、この円形コイル上に生じる誘導起電力 $\mathcal{E}(\theta)$ を求めよ。また、球殻の電気伝導率を σ とした時に、 θ における電流密度 $J(\theta)$ を求めよ。
- (3) (2)で求めた $J(\theta)$ によって、各円形コイル部分に磁気モーメント dm が生じる。 dm を θ について積分することで、回転する球殻全体の磁気モーメント m を求めよ。また、回転する球殻に対して磁場 B が及ぼすトルク N を求めよ。
- (4) (3)で求めたトルクによって、角速度は時間と共にどのような変化をするか。球殻の回転軸周りの慣性モーメントを M とする。

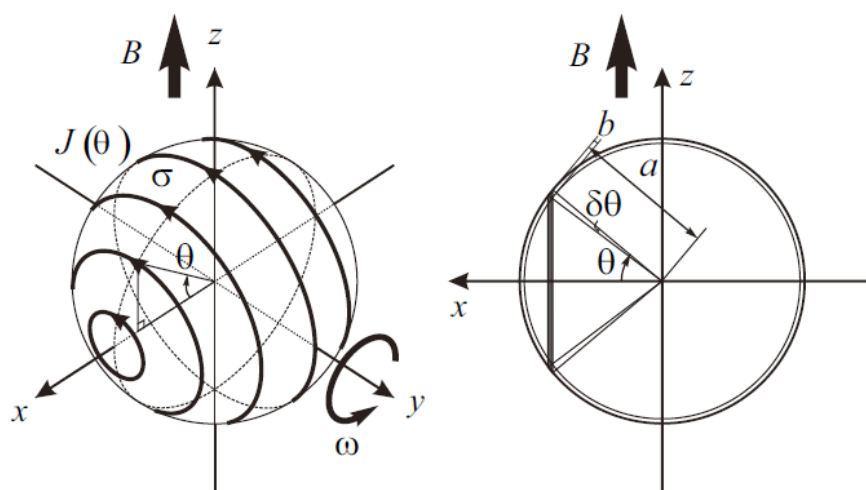


図3

(※この用紙は回収します。)