

受験番号:

氏名:

総合研究大学院大学 物理科学研究科 宇宙科学専攻  
入学選抜試験 問題  
(物理)

問1

- (1) 図1のような質量 $M$ 、長さ $L$ の一様な棒が、天井から伸びた4本の同じ長さ、太さ、材質の糸で棒の両端および、両端から $L/3$ の点の4点を棒が水平になるように支えられている。天井も水平であり、糸の質量は無視でき、 $L$ に対して微量であるが張力に比例して糸が伸びるものとする。この時の1本の糸にかかる張力は、 $Mg/4$ である。ただし $g$ は重力加速度である。

一番左側の糸を切った場合、棒はのこりの3本の糸で支えられているが、それぞれの糸の張力はどうなるかを求めよ。

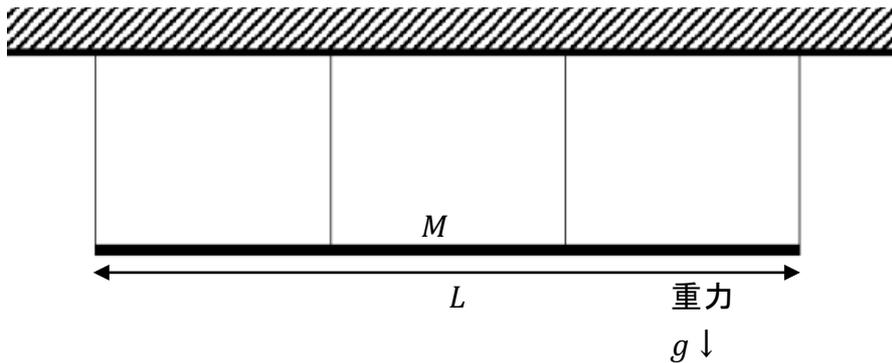


図1

受験番号:

氏名:

- (2) 半径 $R$ 、質量 $M$ を持つ球体の天体 A がある。図2のように、無限遠において天体 A に対して $v_{\infty}$ の相対速度を持ち、質量が天体 A と比較して無視できる天体 B の運動を考える。無限遠において天体 B は図中の水平方向に運動しており、天体 A の中心を通り天体 B の運動方向に平行な直線(図中の水平方向の一点破線)からの距離を $\sigma$ とする。

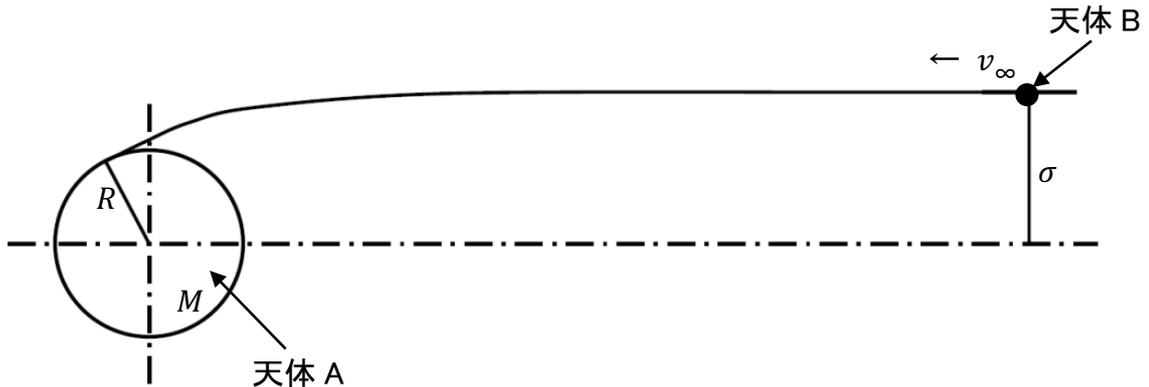


図2

この天体 B が天体 A に衝突するための $\sigma$ の条件を $R$ 、 $M$ 、 $v_{\infty}$ と万有引力定数 $G$ を使って示せ。ただし、天体 B の運動に影響を与えるのは天体 A の重力のみとする。

- (3) 上記(2)の天体 B のかわりに、無限遠において微小天体からなる天体群があり、その質量密度を $\rho$ 、天体 A との相対速度を $v_{\infty}$ とするとき(図3)、天体群が単位時間に天体 A に衝突する質量を求めよ。ただし、天体群の運動に影響を与えるのは天体 A の重力のみとする。

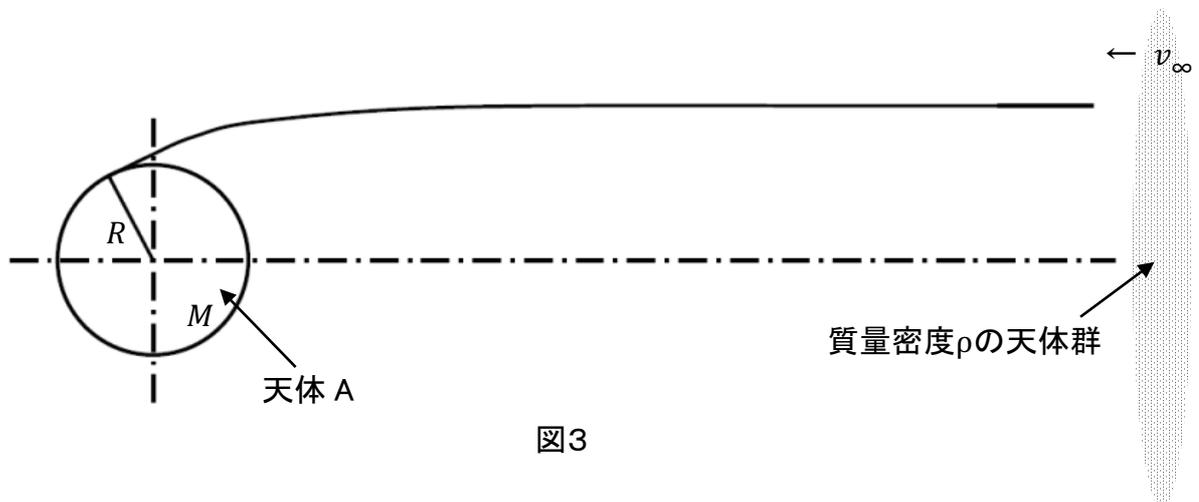


図3

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

問2-1

- (1) 図1のような半径がそれぞれ $a$ 、 $b$ の十分長い同軸導体円筒の間に誘電率 $\epsilon$ の誘電体を詰めてある。これを電位差 $V$ で充電したときの誘電体部での電場分布 $E$ は中心軸からの距離 $r$ の関数として次の式で与えられることをガウスの定理を用いて説明せよ。この際、内側の円筒表面に電荷を与えて考えると導きやすい。

$$E = \frac{V}{r \log(b/a)}$$

また、単位長さあたりの静電容量を求めよ。

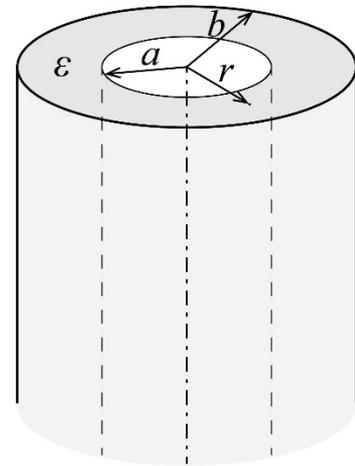


図1

- (2) 図2のように、誘電率 $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$ の2つの誘電体の境界面に平行で一様な電場 $E$ が存在する場合、境界面の単位面積に働く垂直力 $f_n$ は、次のように表される。

$$f_n = \frac{1}{2}(\epsilon_1 - \epsilon_2)E^2$$

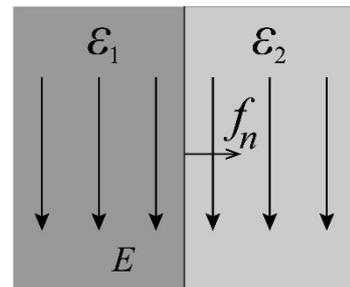


図2

図3のように、内外半径 $a$ 、 $b$ の同軸円筒コンデンサーをその一部が誘電率 $\epsilon$ の液体中に入るように垂直に吊り下げ固定した。そして両電極間に電圧 $V$ を与えたところ極板間の液が上昇した。上昇した高さ $h$ を求めよ。ただし、空気中の誘電率は $\epsilon_0$ 、液の密度を $\rho$ 、重力加速度を $g$ とする。

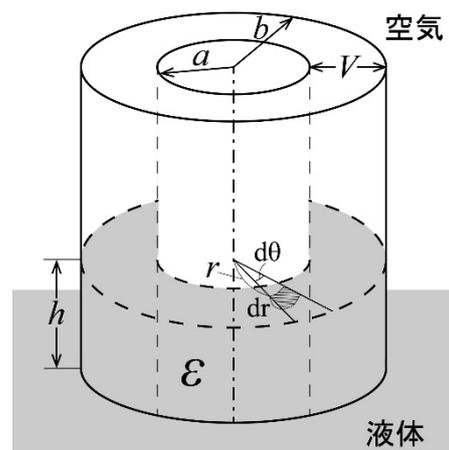


図3

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

問2-2

- (1) 図4に示すように、紙面に平行に上向きの一様な電場 $E$ が存在する領域 $S$ がある。 $S$ の外部には電場は存在しない。 $S$ の紙面との断面は図の $A \cdot B \cdot D$ を3つの頂点とする長方形であり、領域 $S$ の幅( $AD$ 間の距離)は $L$ である。この領域に電荷 $+q$ をもつ質量 $m$ の荷電粒子が左から水平に速度 $v$ で入射する。粒子が $S$ を出たのち、辺 $BD$ から $L'$ の距離にある板の上の点 $C$ に達した。この時、粒子が元の水平直進運動をした場合の板への到達場所 $C'$ と点 $C$ との距離 $x$ はどのように表されるか。ただし、粒子は $B$ 点より下方を通過し、重力は無視できるものとする。

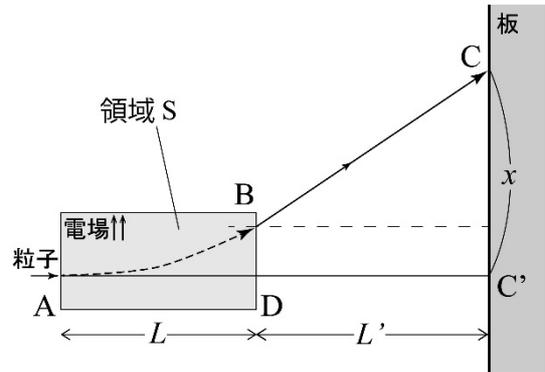


図4

- (2) (1)の領域 $S$ に、今度は紙面に垂直に一様な磁場 $B$ が存在する場合を考える(図5)。 $S$ の外部には磁場は存在しない。この領域に電荷 $+q$ をもち質量が $m$ の荷電粒子が左から水平に速度 $v$ で入射すると、磁場のために領域 $S$ 内で半径 $r$ の円運動を示す。図5のように粒子が運動する場合、辺 $BD$ から $L'$ の距離にある板への粒子の到達点 $C$ は、粒子が元の水平直進運動をした場合の板への到達場所 $C'$ より距離 $y$ だけ上方にあった。この $y$ は次の式によって与えられる。

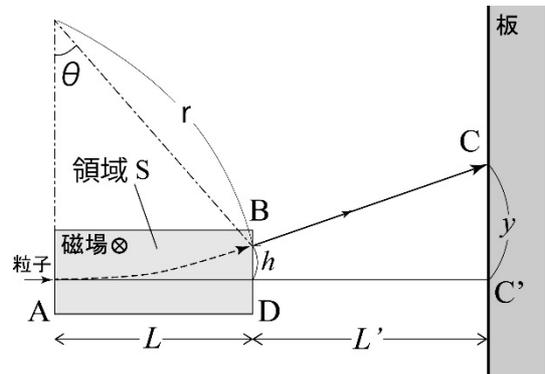


図5

$$y = h + L' \tan \theta = \frac{L^2 q B}{2 m v} + L' L / \left( \frac{m v}{q B} - \frac{L^2 q B}{2 m v} \right)$$

ただし、粒子は $B$ 点より下方を通過し、粒子が領域 $S$ から出て行く点と直進した場合に辺 $BD$ を通過した点の距離 $h$ は粒子の円運動の半径に比べて十分に小さい。また、重力は無視できるものとする。

(※この用紙は回収します。)

受験番号:

氏名:

上式を用いて、以下の問に答えよ。図6において電場と磁場が紙面内でともに垂直上向きに一様に存在する場合、粒子の入射方向に垂直な板上における粒子の到達点は、粒子が様々な速度を持つとき、 $q/m$ で定まる放物線を形成することを説明せよ。ただし、 $mv \gg qB$ が仮定できるものとする。

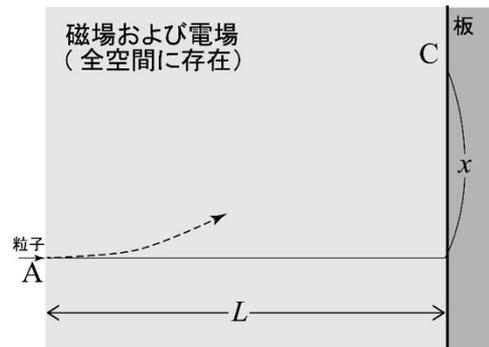


図6