LiteBIRD: シミュレーションによる感度の研究 ーGPU利用による可能性-片山伸彦(IPNS/KEK)、小松英一郎(UT Austin)、高木雄太、村山慧、中村正吾(横国大)、

他 LiteBIRD WG*

シミュレーションによる感度の研究

LiteBIRDのような低ノイズ(数 µK arcmin 程度)、低解像度(30分角)で全天を観 測する衛星実験の為に、テンプレートを使用して前景輻射の除去を行い、ピクセル空 間における最尤法を用いて初期密度揺らぎ(曲率揺らぎ)と重力波揺らぎとの比、テン サー・スカラー比(r)に対する感度を調べた。

Bモード測定には、3つのノイズソースがある。(1)測定器のノイズ; (2)銀河由来の 前景輻射; それに (3) 重力レンズ、である。マップ上での前景輻射の除去法につい て議論し、除去しきれない前景輻射による r へのバイアスに関して報告する。 図1に、2 μK arcmin のノイズ(黒)、原始重力波(破線、r=0.001と0.01の場合)と 重力レンズ(点線)によるBモードのパワースペクトルを示す。 更に前景輻射の2主成 分であるダスト(茶色)とシンクロトロン(青)のスペクトルも示す。前景輻射は、プランク スカイモデル(PSM v1.6.2)によるものであるが、WMAPのP06マスクをかけ、全天 の73%のみを観測する効果を取り入れてあり、更にダストについては、平均偏光強度 を元のモデルの3倍の約5%としている。シンクロトロンとダストのスペクトルは I<10 の範囲で10⁻² ~10⁻¹(μK)² 程度でありシグナルの25から2500倍も大きい。この様 な状況で原始重力波によるBモードが検出出来るのであろうか?

$\mathcal{L}(r, s, \alpha_i) \propto \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\boldsymbol{x}(\alpha_i)^T \boldsymbol{C}(r, s; \alpha_i^0)^{-1} \boldsymbol{x}(\alpha_i)\right]}{\sqrt{|\boldsymbol{C}(r, s; \alpha_i^0)|}},$ シミュレーションとその結果

CMB偏光スペクトルの生成はCAMBを使用し、HealpixのN_{side}=128の解像度で Stokes QとUのマップを生成した。銀河前景輻射のマップはPSMを使用したがダスト の平均偏光強度を3倍した。これらのマップは30分角のビームで平滑化され、EPIC低 コストデザインの観測点(スキャン)を使用した。2 μK arcminのランダム・ガウシアン ・ノイズを加えP06マスクをかけ、更に9.16°(FWHM、最適化を行うピクセル空間、 N_{side}=16の解像度の2.5倍)で平滑化を行った。シミュレーションは各点64回行い、得



ピクセル空間における前景輻射の除去

テンプレートによって前景輻射

を除去したマップは

であり尤度関数は:

られた r の平均と標準偏差を入力した r の関数として図3に表示した。除去しきれな かった前景輻射によるバイアスは約Ar~0.002である。主にシンクロトロンである。



図3:得られたrの平均と標準偏差。 緑の誤差付の点はダストのみの場合。 赤は、シンクロトロンとダストの場合で、 重力レンズによるパワースペクトルなし の場合。シアンは重力レンズありの場 合。点線は、重力レンズありの場合を r_{recovered}=r_{input}+オフセットでフィットし た結果。

	Tesla C2050	GTX 580		
ピーク演算性能[GFlops]	1030	1581		
SP数	448	512		
SP動作クロック[MHz]	1150	1544		
メモリバンド幅[GB/s]	144	192.4		
メモリ・インターフェイス[bit]	384	384		
メモリ・クロック[MHz]	1500	2004		
	(GDDR5)	(GDDR5)		
メモリ容量[MB]	3072	1536		
価格	25万円程度	5万円台~		

GPU利用による可能性

図4:使用したGPUの仕様

今回は2台のPCを使って解析を行った。解像度N_{side}=16のピクセル空間を使用した 為にマップのナイキスト周波数の | は47(3×N_{side}-1)である。しかし、原始重力波に よるスペクトルのピークはl=100-200にある。(図1)この為、N_{side}=32または64で解 析を行いたいが計算量は N_{side}の6乗に比例するため、それぞれ64、4096倍となる。 尤度関数の中の逆行列(x^TC⁻¹x)と行列式の計算が最も重い。並列行列計算ライブラ リMKL, ATLASなどを使用しても数十GFLOPS/PC(12core)である。一台の計算機で 複数CPUと複数GPUを同時に使用すればこの数倍の速度が得られる可能性がある。 CPU/GPUによる行列計算の現状 NVIDIA社の最新のGPUを使用した。専用行列計算ライブラリが開発されているが、 我々が取り扱いたい24576×24576程度の行列(安いGPUボードのメモリには載らな) い大きさである。)を複数CPUと複数GPUを同時に使用して計算するものは今の所、存 在しない。今回は正値対称行列のコレスキー分解を行う事を目指す。元の大きな行列 を、16個の小さなブロックに分けて演算を行う事が出来る。(図5)

$$\mathcal{L}(r, s, \alpha_i) \propto \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\boldsymbol{x}'(\alpha_i)^T \boldsymbol{C}^{-1}(r, s, \alpha_i) \boldsymbol{x}'(\alpha_i)\right]}{\sqrt{|\boldsymbol{C}(r, s, \alpha_i)|}},$$

 $\underline{[Q', U'](\nu) - \sum_{i} \alpha_i(\nu)[Q, U](\nu_i^{\text{template}})}$

 $-\sum_{i} \alpha_{i}(\nu)$

となる。ここで r はテンサースカラー比、sはスカラー Eモードのパワースペクトルの大 きさ、 α_i (i=S, D) は前景輻射テンプレートの係数である。 共分散行列は

$$oldsymbol{C}(r,s,lpha_i) = roldsymbol{c}^{ ext{tensor}} + soldsymbol{c}^{ ext{scalar}} + rac{oldsymbol{N}_1 + oldsymbol{N}_2}{(1 - \sum_i lpha_i)^2},$$

である。ここで c はr=1、s=1におけるシグナルの共分散行列、 N_1 と N_2 はそれぞ れ、平滑化したノイズの共分散行列と、Cを正則行列にする為に人工的に加えた、小 さな対角ノイズ行列である。

マルチリー	・ジョンに分	け	たシンクロトロンの除去
今回のモデルは	$\left[Q,U\right](60)$	=	CMB + Synch(60) + Dust(60)
	$\left[Q,U\right](100)$	=	CMB + Synch(100) + Dust(100)
			+Noise
である。シンクトロン	$\mathcal{O}[Q, U]$ (240)	_	CMB + Synch(240) + Dust(240)

スペクトル指数(v^{β})の

空間依存性によって60 GHzのテンプレートと測定周波数 である100 GHzのシンクロトロンの分布がミスマッチを起 こす。これを出来る限り抑える為に、WMAP P06マスクに 加えて全天を48のリージョン(図2)に分けて、テンプレート 係数をそれぞれのリージョンで最適化する。



図2:48のリージョン(灰



図5:コレスキー分解のブロック化(arXiv, cs.DC) 1010.2000)それぞれの楕円は、ブロック内、ある いはブロック間の行列演算(POTRF:コレスキー分 解、TRSM:三角行列の行列方程式の求解, SYRK:行列のランクk更新, GEMM:行列積)を示 す。矢印は演算の依存性を示し、同じ行の演算は 同時に行う事が出来る。

各ルーチンそれぞれの実行時間は計算量が違うため異なる。図6に異なる実行時間(演算回数)を考慮したコレスキー分解のブロック図と表1に、各ルーチンをGPU/CPU上

で実行した際の経過時間を示す。

倍精度 6144×6144	Intel corei7 Extream	Tesla C2050	GTX580
POTRF	1.12[sec]		





となる。ここで C_{II} , C_{II} , N_{II} は(I, J)番目のリージョン内のピクセルの共分散行列ブロ ックである。最適化の自由パラメタは r, s, α_D , と α_S^i (i=1...48)であるが、共分散行 列は4518×4518であり、このままでは現実的ではない。そこで今回は一つだけ近似 を行い、共分散行列内の α_D , と α_S^i (i=1...48)を固定した。すると尤度関数は右上の 式のようになり、最適化が可能となった。(共分散行列内の α の添え字0に注意)

		GEMM	k	TRSM	3.14[sec]	2.70[sec]	1.78[sec]	
		SYRK >		SYRK	3.23[sec]	0.79[sec]	1.24[sec]	
王 後	TRSM	GEMM	SYRK -	GEMM	6,20[sec]	1.54[sec]	2.39[sec]	
E 不 が		GFMM	TRSM & GEMM		表1: 倍	、精度6144>	×6144の正住	直
図6	5: 実行时	寺間を考慮	したブロック図 5	【行時間[sec	対称行	列の各ルーラ	Fン実行時間	

実行時間と並列に実行できるルーチンを考慮し、例えばCPU(12Core)とGPU(C2050 ×3台)に効率よく並列処理させる事ができれば大幅な計算速度の改善が期待される。 なお実際の並列化には、PLASMAというパッケージのコア部分を使用する予定である。

結論

ピクセル空間で前景輻射を除去し、LiteBIRDの r に関する感度のシミュレーションを 行った。除去しきれなかった前景輻射によるバイアスは約△r~0.002である。これらの 計算の周波数を上限を2~4倍にする為に、GPUによる解析の準備を開始した。少なく とも4倍になる事がわかり、その他のアルゴリズムの最適化と共に、研究室レベルの計 算資源で、Imax=95までは比較的簡単に到達出来る事が分かった。