

令和6年 修士論文

TES 型 X 線マイクロカロリメータの
電熱解析とパルス波形処理

(Electro-Thermal Analysis and Pulse Shape Processing
of TES X-Ray Microcalorimeters)

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
宇宙航空研究開発機構 (JAXA) 宇宙科学研究所 (ISAS)
宇宙物理学研究系 山崎研究室

学籍番号 35-226008

太田 瞭
ryo.ota@ac.jaxa.jp

2024年1月26日

概要

X線分光学一般や、あるいはX線天文学に用いる撮像分光器として、X線マイクロカロリメータのアレイが必要である。我々の研究グループは、10 keV以下のX線帯域で動作する超伝導転移端 (Transition Edge Sensor; TES) 型X線マイクロカロリメータ (TES カロリメータ) を in-house で開発している。TES カロリメータは温度計である TES と X線吸収体で構成されており、高開口率を実現するためには吸収体の大面積化が求められる。我々は2022年に、大面積の吸収体を複数の柱で支えた構造を持つ「マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータ」の製作に成功した。しかし、原理的なエネルギー分解能が4.8 eVなのに対し、実測のエネルギー分解能は9.4 eVと乖離があり、設計目標の5 eV未満を満たせていない。

本修士論文では、性能評価及び電熱シミュレーションを行うことでマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータのエネルギー分解能を劣化させている原因を評価した。まずX線照射試験の結果からベースライン分解能が8 eVあることがわかり、ノイズ測定を行うことでベースライン分解能を劣化させている原因がReadout noiseとExcess noiseであると結論づけた。次に電熱シミュレーションを用いて、吸収体が大きくなることによってパルス波形がぼらつきエネルギー分解能が劣化する影響を評価した。その結果、現在のAu吸収体の熱伝導率ではX線入射位置によるエネルギー分解能の劣化は0.09 eVであり、波形のぼらつきの影響は小さいと評価できた。さらに今後製作したいと考えているマッシュルーム型吸収体の構造をシミュレーションすることで製作にフィードバックを行った。大面積吸収体や衛星応用を目指したBi/Au吸収体についても、熱伝導率の観点からは現在の製作条件では実現可能であると判断した。

また、衛星応用ではX線イメージを取得することが重要な物理現象の解明に繋がる。銀河団の大規模な運動の様子やダークバリオンの候補となっている空間に広がる中高温銀河間などを検出するには、高エネルギーと高解像度の両方が要求される。しかしTESカロリメータで高画素化 ($\sim 10^6$ ピクセル) を行うには、TES自身の発熱によりピクセル数が制限されている。そのため、TESの数を増やすこと無く、画素数を増やすことが可能な位置検出型TESカロリメータ (Hydra型TESカロリメータ) の開発が求められる。Hydra型TESカロリメータは一つのTESに対して複数の吸収体を持っており、最適フィルタ処理を適用するためには個々のピクセルのイベントを同定する必要がある。本修士論文では製作したHydra型TESカロリメータの動作検証と、各ピクセルのパルスイベントの機械学習を用いた分類に取り組んだ。その結果、変分オートエンコーダを用いることで各ピクセルのイベントを $\sim 90\%$ の精度で分類できることを検証した。

目次

第 1 章	物理背景	16
1.1	X 線精密分光	16
1.2	次世代の X 線検出器と天文衛星	16
1.3	我々の研究グループの TES カロリメータ開発	18
1.4	本修士論文の目的	18
第 2 章	TES 型 X 線マイクロカロリメータの原理	19
2.1	X 線マイクロカロリメータ	19
2.2	X 線吸収体	21
2.3	温度計	21
2.3.1	半導体温度計	21
2.3.2	転移端型温度計	21
2.4	電熱フィードバック	26
2.4.1	電熱フィードバック下での温度変化に対する応答	26
2.4.2	電熱フィードバックの一般論と電流応答性	28
2.5	実際の回路における補正	31
2.5.1	擬似的定電圧バイアスの補正	31
2.5.2	インダクタンスの補正	32
2.5.3	抵抗値の電流依存性による補正	34
2.6	固有ノイズ	35
2.7	最適フィルタとエネルギー分解能	38
2.8	吸収体と TES が有限の熱伝導度で繋がれている場合	40
2.8.1	温度変化を表す方程式	40
2.8.2	X 線入射後の波形	41
2.8.3	周波数応答を用いた定式化	42
2.9	超伝導量子干渉計を用いた読み出し系	43
2.9.1	dc-SQUID	43
2.9.2	磁束固定ループ	44
2.9.3	SQUID アレイ	45
2.9.4	SQUID ノイズのエネルギー分解能への寄与	46
第 3 章	TES 型 X 線マイクロカロリメータの吸収体	47
3.1	吸収体に求められる設計	47
3.1.1	受光面積と画素数	47

3.1.2	開口率	48
3.2	X線吸収体として検討すべき物性	48
3.2.1	物質の導電性による分類	48
3.2.2	X線吸収率	49
3.2.3	熱容量	49
3.2.4	熱化速度	49
3.2.5	熱伝導性	50
3.2.6	内部応力	50
3.3	吸収体の成膜方法	50
3.3.1	真空蒸着法	51
3.3.2	スパッタリング法	51
3.3.3	電解析出法	51
3.4	吸収体開発における世界の動向	51
3.5	我々の研究グループの吸収体開発の現状	52
3.5.1	真空蒸着法による Au 吸収体	52
3.5.2	Bi を用いた吸収体	52
3.5.3	Cu を用いた吸収体	53
3.5.4	多層膜吸収体	53
3.5.5	電解析出法による Au マッシュルーム型吸収体	53
第 4 章	マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータ	54
4.1	Au マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータの概要	54
4.2	Au 吸収体の厚みの設計値	54
4.2.1	TES カロリメータの熱容量	54
4.2.2	飽和エネルギーとエネルギー分解能から制限される吸収体の厚み	55
4.2.3	X 線吸収率から制限される熱容量と吸収体の厚み	55
4.2.4	Au の熱伝導性の設計値	56
4.3	マッシュルーム吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータのデザイン	57
4.4	製作方法	61
第 5 章	TES 型マイクロカロリメータの性能評価方法	65
5.1	基本特性と評価方法	65
5.1.1	$R-T$ 特性	65
5.1.2	$I-V$ 特性	66
5.1.3	臨界電流	68
5.1.4	$\phi-V$ 特性	68
5.1.5	インピーダンス特性	68
5.1.6	パルス特性	73
5.1.7	エネルギー分解能とノイズ	73
第 6 章	TES 型マイクロカロリメータの性能評価実験	75
6.1	実験の目的	75
6.2	実験素子	76

6.3	実験セットアップ	76
6.3.1	冷凍機	76
6.3.2	SQUID	77
6.3.3	Magnicon	77
6.3.4	X線源	78
6.3.5	極低温ステージ	79
6.4	R - T 特性	80
6.5	I - V 特性	83
6.5.1	測定方法	83
6.5.2	測定結果	84
6.6	インピーダンス測定	98
6.6.1	測定方法	98
6.6.2	測定と解析結果	100
6.7	X線照射試験	110
6.7.1	原理的なエネルギー分解能	110
6.7.2	実験手順	111
6.7.3	実験データセット	112
6.7.4	前処理	112
6.7.5	最適フィルタ処理	113
6.7.6	X線照射試験結果	115
6.8	ノイズ測定	121
6.8.1	ノイズ測定方法	121
6.8.2	ノイズ解析	122
6.9	性能評価のまとめ	127
第7章	TES カロリメータの電熱シミュレーション	129
7.1	シミュレーションの目的	129
7.2	シミュレーションの方法	129
7.2.1	シミュレーションの条件	130
7.2.2	シミュレーションパラメータ	136
7.3	結果と考察	137
7.3.1	X線パルスの再現	137
7.3.2	飽和エネルギー	140
7.3.3	位置依存性考察	142
7.3.4	吸収体面積の変更	144
7.3.5	Bi/Au 二層吸収体	145
7.4	まとめ	147
第8章	機械学習を用いたX線パルス処理	149
8.1	機械学習の概要	149
8.1.1	機械学習	149
8.1.2	Deep Learning	151

8.1.3	変分オートエンコーダ	153
8.2	データセット	154
8.3	X線パルス波形からエネルギーを予測	157
8.3.1	目的	157
8.3.2	手法	157
8.3.3	計算時間と予測精度の比較	159
8.4	X線パルス波形の自動良否判定	159
8.4.1	目的	159
8.4.2	手法	161
8.4.3	結果と議論	162
8.5	Hydra型TESカロリメータのイベントの分類	172
8.5.1	目的	172
8.5.2	用いるデータ	173
8.5.3	物理パラメータによるパルスの分類	173
8.5.4	機械学習を用いたパルスの分類	179
8.5.5	Deep Learningを用いたパルスの分類	185
8.6	まとめ	194
第9章	まとめと今後の展望	195
9.1	まとめ	195
9.1.1	マッシュルーム型吸収体TESカロリメータの性能評価	195
9.1.2	マッシュルーム型吸収体TESカロリメータの電熱シミュレーション	196
9.1.3	機械学習を用いたパルス波形処理	197
9.2	今後の展望	198
付録A	Twoblock Modelの導出	200
付録B	TESのノイズ	201
B.1	行列表示を用いた電流応答性の導出	201
B.2	TESの安定性	205
B.3	TESのノイズ	206
B.4	熱浴の温度揺らぎによる影響	212
B.4.1	ノイズとしての影響	212
付録C	束縛条件の違いによる温度感度の変化	214
付録D	パルススペクトルとノイズスペクトル	216
D.1	Fourier変換の予備知識	216
D.1.1	Fourier変換	216
D.1.2	パワースペクトル	217
D.1.3	両側スペクトルと片側スペクトル	218
D.2	ノイズスペクトル	218
D.3	パルススペクトル	219

D.4	SN 比スペクトル	219
D.5	高速 Fourier 変換の出力にけるべき係数	220

目次

2.1	X線マイクロカロリメータの構造.	20
2.2	超伝導転移端の概略図.	22
2.3	超伝導/常伝導二層薄膜の x に対する θ の大きさのプロット.	24
2.4	Ti の膜厚を 40 nm に固定し, Au の膜厚を変化させた際の Usadel 方程式の理論曲線.	25
2.5	Usadel 方程式から計算した Ti の膜厚と二層の膜厚比に対する転移温度の理論曲線.	26
2.6	定電圧バイアスの概略図.	27
2.7	電熱フィードバックのダイアグラム.	30
2.8	擬似的な定電圧バイアスを考慮した電熱フィードバックのダイアグラム.	32
2.9	周波数依存性を持つインピーダンス Z_1 , Z_2 を含む擬似的定電圧バイアス回路.	33
2.10	ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム.	35
2.11	ノイズ電流密度.	37
2.12	TES と吸収体の間に有限の熱伝導度が存在する場合のモデル.	40
2.13	モデルから計算される TES の温度.	42
2.14	dc-SQUID の模式図.	43
2.15	FLL 回路の模式図.	44
2.16	FLL 回路で動作させた SQUID を用いた TES カロリメータの読み出し系の模式図.	45
2.17	SQUID アレイを用いた TES カロリメータの読み出し計.	46
3.1	Athena X-IFU に搭載される TES カロリメータ. マッシュルーム吸収体には Bi/Au 二層膜が用いられている.	51
3.2	SRON で開発されている Au マッシュルーム型吸収体.	52
4.1	Au の厚みと X 線吸収率吸収率の関係.	55
4.2	マッシュルーム型吸収体を搭載した TES カロリメータの概略図.	57
4.3	Ea4 シリーズの設計図.	59
4.4	Ea4 チップの A~D 列の TES カロリメータの設計図.	59
4.5	Ea チップの E 列の TES カロリメータの設計図.	60
4.6	Sa4 シリーズの設計図	60
4.7	我々の製作した TES の膜厚比と転移温度の関係.	62
4.8	マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの製作フロー.	62
4.9	完成した素子を走査型電子顕微鏡で撮影した写真.	63
4.10	完成した素子の顕微鏡写真.	63
4.11	完成した TES の写真.	64

5.1	四端子測定法の回路.	66
5.2	TES カロリメータの熱的・電気的モデル.	69
5.3	TES カロリメータの Twoblock Model.	72
6.1	GM 冷凍機とターボ分子ポンプ.	76
6.2	Magnicon XXF-1 の写真.	77
6.3	極低温ステージ.	79
6.4	I - V 測定, インピーダンス測定, X 線照射試験の極低温ステージ.	80
6.5	冷凍機に極低温ステージを組み込んだ写真.	80
6.6	アスペクト比による転移温度の違い.	82
6.7	アスペクト比に対する ΔT_c . ΔT_c はアスペクト比が 1 の素子の転移温度からの差分を表している.	82
6.8	アスペクト比に対する R_n .	83
6.9	I - V 測定セットアップ. Magnicon からの出力を電圧計で読み出している.	84
6.10	JAXA120 Ea4 A5 の I - V 測定結果.	85
6.11	JAXA120 Ea4 A5 の I - V 測定結果.	86
6.12	JAXA120 Ea4 A5 の I - V 測定結果.	86
6.13	JAXA120 Ea4 B5 の I - V 測定結果.	87
6.14	JAXA120 Ea4 B5 の I - V 測定結果.	87
6.15	JAXA120 Ea4 C5 の I - V 測定結果.	88
6.16	JAXA120 Ea4 C5 の I - V 測定結果.	88
6.17	JAXA120 Ea4 C5 の I - V 測定結果.	88
6.18	JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果.	89
6.19	JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果.	89
6.20	JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果.	90
6.21	JAXA120 Ea4 E1 の I - V 測定結果.	90
6.22	JAXA120 Ea4 E1 の I - V 測定結果.	91
6.23	JAXA120 Ea4 E1 の I - V 測定結果.	91
6.24	JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.	92
6.25	JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.	92
6.26	JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.	92
6.27	JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果.	93
6.28	JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果.	93
6.29	JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果.	94
6.30	JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果.	94
6.31	JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果.	95
6.32	JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果.	95
6.33	n と G_0 の関係.	96
6.34	n と 170 mK における熱伝導度 G の関係.	97
6.35	各素子の G_0 と n の Contour.	97
6.36	動作点を変えた場合の G_0 と n の Contour. 動作点によって G_0 及び n の取りうる値の範囲は変化する.	98
6.37	インピーダンス測定回路系.	99

6.38	インピーダンス測定セットアップ.	99
6.39	JAXA120 Ea4 A5 のインピーダンス測定結果.	101
6.40	JAXA120 Ea4 A5 のインピーダンス補正結果.	101
6.41	JAXA120 Ea4 A5 を One Block Model でフィッティングした結果.	101
6.42	JAXA120 Ea4 A5 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	101
6.43	JAXA120 Ea4 A5 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	102
6.44	JAXA120 Ea4 C5 のインピーダンス測定結果.	102
6.45	JAXA120 Ea4 C5 のインピーダンス補正結果.	102
6.46	JAXA120 Ea4 C5 を One Block Model でフィッティングした結果.	102
6.47	JAXA120 Ea4 C5 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	103
6.48	JAXA120 Ea4 C5 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	103
6.49	JAXA120 Ea4 D3 のインピーダンス測定結果.	103
6.50	JAXA120 Ea4 D3 のインピーダンス補正結果.	103
6.51	JAXA120 Ea4 D3 を One Block Model でフィッティングした結果.	104
6.52	JAXA120 Ea4 D3 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	104
6.53	JAXA120 Ea4 D3 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	104
6.54	JAXA120 Ea4 E1 のインピーダンス測定結果.	104
6.55	JAXA120 Ea4 E1 のインピーダンス補正結果.	105
6.56	JAXA120 Ea4 E1 を One Block Model でフィッティングした結果.	105
6.57	JAXA120 Ea4 E1 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	105
6.58	JAXA120 Ea4 E1 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	105
6.59	JAXA120 Ea4 E3 のインピーダンス測定結果.	106
6.60	JAXA120 Ea4 E3 のインピーダンス補正結果.	106
6.61	JAXA120 Ea4 E3 を One Block Model でフィッティングした結果.	106
6.62	JAXA120 Ea4 E3 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	106
6.63	JAXA120 Ea4 E3 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	107
6.64	JAXA120 Ea4 E4 のインピーダンス測定結果.	107
6.65	JAXA120 Ea4 E4 のインピーダンス補正結果.	107
6.66	JAXA120 Ea4 E5 のインピーダンス測定結果.	108
6.67	JAXA120 Ea4 E5 のインピーダンス補正結果.	108
6.68	JAXA120 Ea4 E5 を One Block Model でフィッティングした結果.	108
6.69	JAXA120 Ea4 E5 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	108
6.70	JAXA120 Ea4 E5 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	109
6.71	各素子の原理的なエネルギー分解能.	111
6.72	X 線照射試験セットアップ.	112
6.73	ダブルパルスの除去. 左: 全パルスデータ. 中央: 全パルスの電圧を時間微分し, 時間に対してプロットした. 右: ダブルパルスを除去したパルス,	113
6.74	最適フィルタ処理のフロー.	114
6.75	左: パルスハイトのヒストグラム. 右: Mn K α の平均パルス.	115
6.76	左: SN 比. 右: パルススペクトルとノイズスペクトルから作成したテンプレート.	115
6.77	左: PHA のヒストグラム. 右: PHA からエネルギーへ変換する較正曲線.	116
6.78	エネルギースペクトル.	116

6.79	run051 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 8.02 eV.	116
6.80	run051 の X 線照射試験時の熱浴温度変化.	117
6.81	run061 のエネルギースペクトル.	117
6.82	run061 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 8.78 eV.	118
6.83	run061 の X 線照射試験時の熱浴温度変化.	118
6.84	run012 のエネルギースペクトル.	119
6.85	run012 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 9.86 eV.	119
6.86	run012 の X 線照射試験時の熱浴温度変化.	119
6.87	run057 のエネルギースペクトル.	120
6.88	run057 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 22.29 eV.	120
6.89	run057 の X 線照射試験時の熱浴温度変化.	121
6.90	A5 のノイズスペクトル.	122
6.91	C5 のノイズスペクトル.	123
6.92	D3 のノイズスペクトル.	124
6.93	E3 のノイズスペクトル.	124
6.94	A5 の Excess ノイズも考慮したノイズスペクトル.	126
6.95	Phonon Noise と Johnson Noise を時系列データに直したもの.	127
7.1	TES カロリメータのモデル化.	130
7.2	Type A のジオメトリ. 横から見た図と上から見た図.	131
7.3	empirical なモデルでフィッティングした $R-T$ カーブ.	132
7.4	TES の温度に対する TES の熱伝導率の関係.	132
7.5	熱伝導率のモデル.	133
7.6	TES とメンブレン間の熱伝導.	134
7.7	シミュレーションで構築した電気回路.	134
7.8	Type A の構築したジオメトリをメッシュ分割した図.	135
7.9	熱源を入射させる関数.	136
7.10	A5 の実測とシミュレーションのパルスの比較.	138
7.11	D3 の実測とシミュレーションのパルスの比較.	138
7.12	D3 において電流の正負を反転させ対数を取った図.	139
7.13	左: TES と吸収体の温度変化. 右: メンブレンの温度変化.	140
7.14	入射エネルギーを変えた際のパルスハイトとそのフィッティング.	140
7.15	$R-T$ カーブとその温度感度 α	141
7.16	入射エネルギーと TES の温度の関係. 最大でも 2.0 mK の温度変化である.	141
7.17	熱源の入射位置.	142
7.18	熱源の入射位置を変えたときの位置依存性の影響.	143
7.19	吸収体の熱伝導率を変えたときの位置依存性によるエネルギー分解能への影響.	144
7.20	5 μm の Bi 単体の吸収体でシミュレーションした図.	145
7.21	左: Bi の線吸収率. 右: Bi の厚みを変えたときの吸収効率.	146
7.22	Au を 2 μm , Bi を 5 μm としたときの吸収効率.	146
7.23	Bi/Au 吸収体 TES カロリメータの構造.	147

8.1	VAE のネットワーク構造.	154
8.2	Mushroom 型吸収体 TES カロリメータの構造.	154
8.3	Hydar 型 TES カロリメータの構造.	155
8.4	TMU425 の素子の写真.	155
8.5	パルスからエネルギーを予測する Deep Learning のモデル.	157
8.6	JAXA120 Ea4 A1 の X 線照射試験結果 (run051).	158
8.7	学習曲線.	158
8.8	予測したエネルギースペクトル.	159
8.9	good パルスの bad パルスの例.	160
8.10	XRISM/ <i>Resolve</i> におけるイベントのグレード付け.	160
8.11	VAE のニューラルネットワークモデル.	162
8.12	run012 のデータセットのプロット.	162
8.13	VAE に入力した run012 の全パルスと再構成された出力. 入力は規格化している.	163
8.14	VAE に入力した run012 の全パルスと再構成された出力.	163
8.15	run012 を VAE に学習させたときの学習曲線.	164
8.16	run012 の入力と出力の MSE のヒストグラム.	164
8.17	MSE のヒストグラムから選択したパルス.	165
8.18	MSE のヒストグラムから選択したパルスを規格化から元に戻したもの.	165
8.19	Mn $K\alpha$ のエネルギー分解能.	165
8.20	run051 の全パルス.	166
8.21	run051 の入力と出力.	167
8.22	図 8.21 における入力と出力の MSE のヒストグラム.	167
8.23	run051 の MSE のヒストグラムから選択したパルス.	168
8.24	Mn $K\alpha$ のエネルギースペクトル.	168
8.25	TMU の全パルス.	169
8.26	run012 を学習させたニューラルネットワークに入力させた TMU のデータセットとそのパルス出力. 入力は規格化している.	170
8.27	図 8.26 における規格化を直してプロットしたパルス.	170
8.28	図 8.26 における入力と出力の MSE.	171
8.29	MSE に閾値を設定し選択したパルス.	171
8.30	Hydra の各ピクセルのイベント.	173
8.31	Hydra の構造を横から見た概略図.	173
8.32	run041 のパルスデータプロット.	174
8.33	run041 の物理パラメータのヒストグラム.	174
8.34	run041 をパルスハイトで 4 つに分類した結果.	175
8.35	run041 をピークタイムで 4 つに分類した結果. タイトルの単位は	175
8.36	run041 を立ち上がり時定数で 4 つに分類した結果.	176
8.37	run041 を立ち下がり時定数で 4 つに分類した結果.	176
8.38	run041 のパルスの 2 次元プロット.	177
8.39	run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するパルスハイトのプロット.	178
8.40	run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するピークタイムのプロット.	178
8.41	run041 の立ち上がり時定数に対するパルスハイトを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果.	180

8.42 run041 の立ち下がり時定数に対するパルス高さを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果. 180

8.43 run041 の立ち上がり時定数に対する立ち下がり時定数を k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果. 180

8.44 エルボー法を行った結果 181

8.45 run041 のピークタイムに対するパルス高さを様々なクラスタリング方法で行った結果 182

8.46 run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数の対するパルス高さを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果. 182

8.47 run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するピークタイムを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果. 183

8.48 un041 を PCA を用いてパルスを 1, 2, 3 次元に圧縮し, 各々 k-means 法でクラスタリングした結果. 183

8.49 run041 のパルスデータを t-SNE を用いて 1, 2, 3 次元に圧縮し, それを k-means 法を用いて 9 個にクラスタリングした結果. 184

8.50 run041 のパルスデータを t-SNE で 2 次元に圧縮しクラスタリングした結果. 185

8.51 run041 を VAE で学習させたときの学習曲線. 186

8.52 run041 を VAE で計算させたときの入力と出力. 入力は規格化している. 187

8.53 run0041 を VAE に計算させたときの潜在空間のプロット. 大きく分けて 4 種類ある. 187

8.54 潜在空間において潜在変数の範囲を指定し選択したパルス. 188

8.55 潜在空間において潜在変数の範囲を指定し選択したパルス. 188

8.56 潜在空間において潜在変数の範囲を指定し選択したパルス. 188

8.57 潜在空間において潜在変数の範囲を指定し選択したパルス. 189

8.58 図 8.54 右の平均パルスを VAE に学習させ, 全パルスを入力させたときの MSE のヒストグラム. 閾値を 1×10^{-3} に設定した. 190

8.59 図 8.58 において $MSE < 1 \times 10^{-3}$ のパルス. 190

8.60 MSE に閾値を設定し選択したパルス. 191

8.61 分類した各ピクセルのパルス. 191

8.62 run088 のデータプロット. 191

8.63 run088 の物理パラメータのヒストグラム. 192

8.64 Pixel 1 の分類器に run088 の全パルスを入力させたときの, 入力と出力の MSE のヒストグラム. 192

8.65 MSE に閾値を設定し選択したパルス. 193

8.66 MSE に閾値を設定し選択したパルス. 193

8.67 run088 の Pixel 2, 3, 4 の分類したパルス. 193

表目次

1.1	TES の技術に基づく衛星ミッションの例.	17
4.1	TES カロリメータの設計目標.	60
4.2	TES カロリメータの設計詳細.	61
4.3	マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの製作フロー.	63
6.1	Magnicon XXF-1 の主な仕様.	77
6.2	Mn $K\alpha$ と Mn $K\beta$ 輝線の微細構造.	78
6.3	JAXA122 Ea4 の $R-T$ 測定の結果.	81
6.4	$I-V$ 測定条件.	84
6.5	$I-V$ 測定結果.	95
6.6	$I-V$ 測定から求めた定常状態での TES のパラメータ.	95
6.7	インピーダンス測定条件.	99
6.8	設計値から計算される吸収体と TES の熱容量.	100
6.9	補正結果から求められるパラメータ.	109
6.10	One Block Model でフィッティングした結果.	109
6.11	Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.	110
6.12	Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.	110
6.13	本節で解析するデータセットの測定条件.	112
6.14	各素子のエネルギー分解能.	121
6.15	各ノイズ成分のエネルギー分解能寄与.	126
7.1	ジオメトリパラメータ.	136
7.2	TES カロリメータの物理パラメータ.	137
7.3	オペレーション条件.	137
7.4	A5 の実測とシミュレーションの物理パラメータの比較.	138
7.5	D3 の実測とシミュレーションの物理パラメータの比較.	138
7.6	Bi 吸収体のシミュレーションパラメータ.	147
8.1	本章で用いるデータセットの測定条件.	156
8.2	LightGBM と Deep Learning の計算時間及び MSE の比較.	159
8.3	選択する MSE と Mn $K\alpha$ のデータ数の関係.	168
D.1	スペクトルの定義法.	218
D.2	両側/片側 Fourier 成分の関係.	219

D.3	FFT の出力から f 空間のスペクトルを計算するときに必要な係数	220
-----	---	-----

第 1 章

物理背景

Contents

1.1	X 線精密分光	16
1.2	次世代の X 線検出器と天文衛星	16
1.3	我々の研究グループの TES カロリメータ開発	18
1.4	本修士論文の目的	18

超伝導転移端 (Transition Edge Sensor; TES) 型マイクロカロリメータの大型アレイは、将来の宇宙ベースの X 線観測所や、天体物理学、実験室天体物理学、プラズマ物理学、素粒子物理学、材料分析の分野における地上ベースの実験にとって重要な技術になりつつある。本章では TES カロリメータ開発の物理背景を述べる。

1.1 X 線精密分光

宇宙観測においては様々な波長帯の光が利用されているが、中でも特に波長が $\sim 10^{-11}$ – 10^{-8} m である電磁波を X 線と呼ぶ。

X 線精密分光は宇宙 X 線天文学の重要なツールである。高温の X 線を放射する物質の組成、イオン化、温度、密度、速度、速度分散の精密な測定を可能にする。また、冷たい X 線を吸収するガスやダストの組成、柱密度、速度を、視線に沿って正確に測定することができる。つまり X 線のスペクトルを観測することで銀河団における乱流の理解から連星系や活動銀河核における降着過程など天体物理学全般にわたる多くの疑問に答えることができる。 [1].

1.2 次世代の X 線検出器と天文衛星

マイクロカロリメータは非分散型熱検出器であり、過去数十年にわたり X 線宇宙観測装置で広く使用されてきたガス比例計数管や電荷結合素子 (CCD) に比べ、画像分光能力の次の大きなステップを提供する。マイクロカロリメータは、21 世紀の X 線天体物理学のニーズを完全に満たすものであり、軟 X 線エネルギー範囲における eV レベルのエネルギー分解能を、1000 ピクセルの可能性がある大判のイメージングアレイで実現する。Resolving power が 1000 を超えるマイクロカロリメータは、分散型回折格子分光器と競合するが、収集効率が高いという利点がある。このため、同じ装置で点光源と拡大光源の効率的な観測が可能になる。マイクロカロリメータに使用されるセンサー技術には、シリコンサーミスタ、超伝導転移端型センサー (TES)、磁気マイクロカロリメータ (MMC) などさまざまな形式があるが、基本原理は同じである。マイクロカロリメータは、1 個の X 線光子から放出されるエネルギーによる温度上昇を測定する。センサーは温度変化を電気信号 (サーミスタや TES の場合は抵抗変化、MMC の場合は磁気変化) に変換し、そこから光子エネルギーを決定する。 \sim keV のエネルギーで 1000 以上の resolving power を達成するためには、極めて低い検出器ノイズが必要であるが、これは mK の温度で動作する

表 1.1. TES の技術に基づく衛星ミッションの例.

Table 4.2 Example of satellite projects with TES technology

Instrument	Athena X-IFU [7, 8]	LEM [39]	HUBS [13]	SDIOS [52]	Lynx [6, 51]	LiteBIRD [25, 41]
Type of detector	Calorimeters	Calorimeter	Calorimeter	Calorimeter	Calorimeter	Bolometer
Total number of TES	~2400	~16,000	~5000	~30,000	~100,000	~4500
Readout tech	TDM	TDM	TDM or FDM	uMUX	uMUX	FDM ^a
Base temperature (mK)	50	30	50	50	50	100
Multiplexing factor	33	~72	~72	~several 100	~several 100	68

^a In the LiteBIRD team, it is called Digital Frequency Multiplexing (DfMUX) [14, 17]

ことで達成可能である。マイクロカロリメータが X 線天体物理学に革命をもたらす可能性は、ひとみ衛星の軟 X 線撮像分光器 (SXS) によるペルセウス座銀河団の観測によってすでに実証されている [2].

TES カロリメータは超伝導から常伝導への転移が速いため、非常に高い感度を達成し、低温での小さな温度変化を検出することができる。TES ベースの X 線検出器は、高分解能、イメージング能力、高量子係数を同時に実現する分散型分光器である [3].

また、X 線天体物理学用の位置感応型 TES カロリメータ (Hydra) も開発されている。Hydra は一つの TES に対して複数の吸収体を持ち、それぞれの吸収体が TES に接続した構造となっている。独立したピクセルのアレイと比較した場合、エネルギー分解能や計数率を多少犠牲にするものの、より大きな焦点面カバー率や角度分解能を達成するために使用することができる。

TES カロリメータの技術に基づく X 線天文学のための大規模な将来の宇宙ミッションは、ここ数年の間にいくつか提案されている。

Super Diffuse Intergalactic Oxygen Surveyor (Super DIOS) は、日本 (ISAS/JAXA) で研究中の 2030 年代のミッションコンセプトである。宇宙に広がる電離した銀河間物質からの酸素輝線検出を通じて中高温銀河間物質 (Warm Hot Intergalactic Medium; WHIM) の空間分布を明らかにし、ダークバリオンの物理的性質を探ることを主な目的としている。この衛星は、0.5-1 deg 程度の広視野 X 線分光を行い、15 秒角の角度分解能を持つ。焦点面アレイは、 μ -mux で 30k の TES を読み出し、Athena の X-IFU と同程度の分解能を持つ。

Line Emission Mapper (LEM) は、2030 年代の NASA のミッションコンセプトである [4]. LEM は 30 分角の視野 (FOV)、15 秒角の角度分解能、および 2 eV のエネルギー分解能を提供するために、Si シェルミラーと超大型マイクロカロリメータアレイを組み合わせる予定である。ESA の Athena のコンセプトとは対照的に、LEM は、銀河系周縁媒質 (CGM) や銀河系間媒質 (IGM) の科学のような、2 keV 以下の大きな FOV の科学に焦点を当てる。LEM の非常に大きな "grasp" (FOV \times 有効アレイ) は、CGM や IGM のような暗い拡大天体のマッピングを、Athena の 12 倍効率的に可能にする。LEM の TES マイクロカロリメータは 4000、4 ピクセルの Hydra (合計 16k の撮像素子) で構成され、時間分割多重化方式 (Time-Division Multiplexing; TDM) を使って読み出される。さらに 1 eV 分解能ピクセルの小さなサブアレイを加えたハイブリッドアレイ構成も検討中である。

1.3 我々の研究グループの TES カロリメータ開発

TES カロリメータの開発には我々のグループも取り組んでおり、2009 年には半値全幅で $2.8\text{eV}@5.9\text{keV}$ のエネルギー分解能を達成している [5]。また、TES カロリメータの開口率向上にも取り組んでおり、2022 年にマッシュルーム型吸収体の製作・動作実証に成功している [6]。さらに、4 ピクセルの Hydra 型 TES カロリメータの動作実証にも成功している。今後は 224 アレイと 4 ピクセル Hydra を組み合わせ、ピクセル数及び有効面積の向上を目指す。

1.4 本修士論文の目的

以上より次世代の X 線天文衛星に搭載させるための X 線検出器はエネルギー分解能、視野、開口率などの性能を両立させる必要がある。そのためにはマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータ及び Hydra 型 TES カロリメータの開発が必須である。

我々の研究グループではマッシュルーム型吸収体の製作・動作実証に成功したが、エネルギー分解能は原理的な分解能より大幅に劣化している。また、吸収体の構造が TES カロリメータの性能に影響する可能性も示唆されている。本修士論文では §5 章で性能評価、§7 章でシミュレーションを行い評価した。

加えて 4 ピクセルの Hydra 型 TES カロリメータの動作実証を行うことができた。Hydra では将来的にピクセル数を増やしたときにピクセル毎のイベントを正確に分類する必要がある。また、衛星ミッションなどでは、限られたリソースで X 線パルスを高速に処理することが求められる。本修士論文では、§8 において機械学習を用いて Hydra のイベント分類やパルスの高速処理に取り組む。

第2章

TES 型 X 線マイクロカロリメータの原理

Contents

2.1	X 線マイクロカロリメータ	19
2.2	X 線吸収体	21
2.3	温度計	21
2.3.1	半導体温度計	21
2.3.2	転移端型温度計	21
2.4	電熱フィードバック	26
2.4.1	電熱フィードバック下での温度変化に対する応答	26
2.4.2	電熱フィードバックの一般論と電流応答性	28
2.5	実際の回路における補正	31
2.5.1	擬似的定電圧バイアスの補正	31
2.5.2	インダクタンスの補正	32
2.5.3	抵抗値の電流依存性による補正	34
2.6	固有ノイズ	35
2.7	最適フィルタとエネルギー分解能	38
2.8	吸収体と TES が有限の熱伝導度で繋がれている場合	40
2.8.1	温度変化を表す方程式	40
2.8.2	X 線入射後の波形	41
2.8.3	周波数応答を用いた定式化	42
2.9	超伝導量子干渉計を用いた読み出し系	43
2.9.1	dc-SQUID	43
2.9.2	磁束固定ループ	44
2.9.3	SQUID アレイ	45
2.9.4	SQUID ノイズのエネルギー分解能への寄与	46

本章では TES 型 X 線マイクロカロリメータの原理について述べる。

2.1 X 線マイクロカロリメータ

X 線マイクロカロリメータは、入射した X 線光子 1 個 1 個のエネルギーを、素子の温度上昇により測定する検出器である。動作温度は極低温 (~ 100 mK) であり、熱雑音を低減することで高いエネルギー分解能を達成することができる。

X 線マイクロカロリメータの概略図を図 2.1 に示す。X 線マイクロカロリメータは、X 線吸収体、温度計、熱リンク、熱浴から構成されている。吸収体に入射した光子は光電効果により吸収され、そのエネルギーが熱に変化する。入射する光子のエネルギー E に対して、素子の温度 T に対する温度変化 ΔT は、X 線マイクロカロリメータ

の熱容量を C とすると,

$$\Delta T = \frac{E}{C} \quad (2.1.0.1)$$

と表される. この微小な温度変化を, 温度計の抵抗値の変化として測定する. カロリメータは熱浴 (~ 100 mK) と弱いサーマルリンクで繋がっているため, 吸収体で発生した熱はサーマルリンクを通じて熱浴へと逃げていき, ゆっくりと元の定常状態に戻る. これは

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -G\Delta T \quad (2.1.0.2)$$

のように表される. ここで G はサーマルリンクの熱伝導度である. 初期温度を T_0 としてこの微分方程式を解くと

$$\Delta T = T_0 \exp\left(-\frac{G}{C}t\right) \quad (2.1.0.3)$$

となる. したがって素子の温度上昇は時定数

$$\tau_0 = \frac{C}{G} \quad (2.1.0.4)$$

で指数関数的に減衰していく.

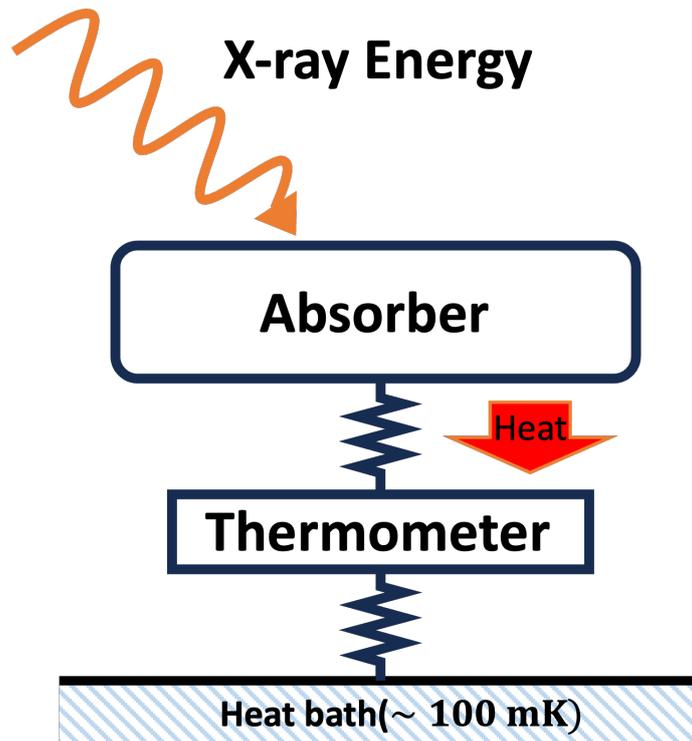


図 2.1. X 線マイクロカロリメータの構造.

X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は素子の熱揺らぎによって制限される. カロリメータピクセル中の Phonon 数はボルツマン定数 k_B を用いて $N_{\text{ph}} \sim CT/k_B T = C/k_B$ と書けるので, 素子の熱揺らぎは,

$$\Delta U \sim \sqrt{N_{\text{ph}}} k_B T = \sqrt{k_B T^2 C} \quad (2.1.0.5)$$

となる. §2.7 で導くように, より一般的には, X 線マイクロカロリメータの固有なエネルギー分解能は半値全幅 (Full Width Half Maximum; FWHM) で,

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2 \ln 2} \xi \sqrt{k_B T^2 C} \quad (2.1.0.6)$$

と書ける [7]. ただし ξ は温度計の感度や動作条件によって決まるパラメータであり, 温度感度 α に対して $\xi \sim 1/\sqrt{\alpha}$ の依存性を持つ. 熱容量の温度依存性と式 (2.1.0.6) から, エネルギー分解能は温度に強く依存し, 極低温 (~ 100 mK) で非常に高いエネルギー分解能が達成されることがわかる.

2.2 X線吸収体

吸収体に入射した X 線光子は光電効果によって吸収される. エネルギー分解能は式 (2.1.0.6) で書けるため, 熱容量 C を小さく, つまり吸収体を小さくすればエネルギー分解能は向上する. 一方で X 線光子に対する開口率を向上させるためには, 吸収体の面積を大きくする必要がある. 吸収体の大きさはこれらのトレードオフで決まる.

これとは別に, 吸収体を選ぶ際に考慮しなければならない性質として, 熱化 (thermalization) と熱拡散 (diffusion) がある. ここでの熱化とは X 線光子が入射した吸収体が一様な温度になることであり, 熱拡散とは吸収体で発生した熱が吸収体から温度計までに拡散することをいう. 熱化や熱拡散が遅いと, 熱が吸収体から温度計に伝達するまでに他の部分から逃げてしまうため, エネルギー分解能が劣化する. また, X 線の吸収位置によって熱化や熱拡散の過程がばらつくと, 入射イベント毎に観測される波形にばらつきが生じ, SN 比とは別にエネルギー分解能の劣化に繋がる. 熱化や熱拡散過程を一様にするためには, 温度計にエネルギーが移動する前に吸収体内部で熱化や熱拡散が一様に起こる必要がある.

このように, 吸収体として用いる物質は吸収効率が高く, 熱容量が小さく, 熱化と熱拡散が速いという条件を同時に満たすものが適している.

2.3 温度計

X 線マイクロカロリメータにおける温度計は, 物質の抵抗値が温度によって変化することを利用する. 温度計の感度は以下で定義される無次元量 α によって記述される.

$$\alpha \equiv \frac{d \log R}{d \log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \quad (2.3.0.1)$$

ここで, T は温度計の温度, R は T における抵抗値である.

温度計の感度 α を大きくすれば, 微小な温度変化に対して大きな抵抗変化を測定できるため, エネルギー分解能を向上させることが可能である.

X 線マイクロカロリメータの温度計には半導体や金属を用いたものがある.

2.3.1 半導体温度計

半導体温度計は, 半導体サーミスタの抵抗値の温度依存性を利用した温度計である. 例えば, Si に不純物をドーピングすることで極低温での高い温度感度を実現する. 半導体サーミスタは温度が低くなるにしたがい, 抵抗値が大きくなるという特徴を持つ. 半導体温度計の典型的な温度感度は $|\alpha| \sim 6$ である. 2023 年に打ち上げられた XRISM (X-ray Imaging and Spectroscopy Mission) 衛星に搭載される *Resolve* では, 6×6 画素の半導体温度計を用いた X 線マイクロカロリメータが搭載され, 要求性能は FWHM で $7 \text{ eV} @ 6 \text{ keV}$ となっている [8].

2.3.2 転移端型温度計

転移端型温度計 (Transition Edge Sensor; TES) とは金属の超伝導特性を利用した温度計である. 図 2.2 に金属の超伝導転移の概略図を示す. 超伝導転移は典型的に数 mK という非常に狭い温度範囲で起こり, 超伝導転移前後の抵抗は急激に変化するため, 式 (2.3.0.1) で定義した温度計の感度は 1000 にも達する. これにより, TES を用

いたX線マイクロカロリメータ（TES型X線マイクロカロリメータ；以下TESカロリメータ）は従来の半導体温度計からなるX線マイクロカロリメータに比べ、原理的には一桁以上もエネルギー分解能を改善することが可能である。TESカロリメータでは、吸収体の熱容量に対してマージンを取ることができるため、熱化の速い常伝導金属を使用したり、大きな吸収体を用いて開口率を大きくすることができる。

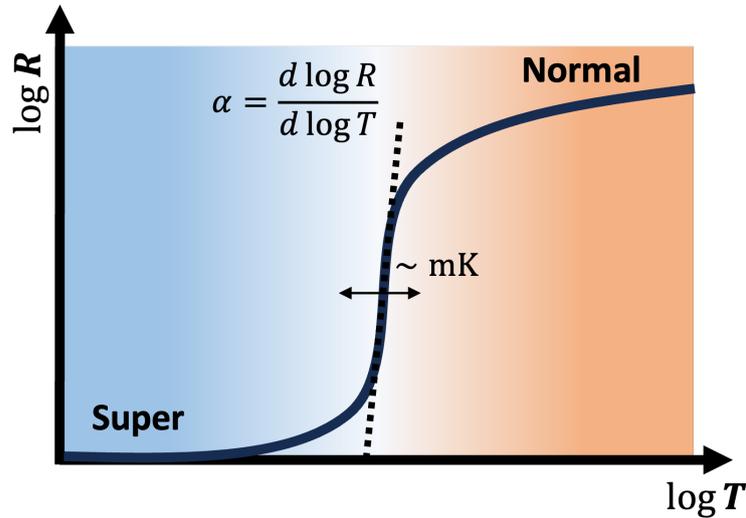


図 2.2. 超伝導転移端の概略図.

TESカロリメータでは、TESの超伝導臨界温度 (T_c) で動作温度が決定する。そのため、高いエネルギー分解能を実現する上ではTESカロリメータ自身の T_c を制御することが重要である。TESの T_c 制御には、TESカロリメータを金属の二層薄膜にすることによる近接効果 (proximity effect) が用いられている。

近接効果とは、超伝導金属上に対して常伝導金属を接合させると、極低温で生成されるCooper対が常伝導金属に漏れ込むことにより超伝導金属中のCooper対密度が低下する現象である。超伝導状態を実現するにはより低温での相転移を行わなければならない、結果として金属単体よりも転移温度が下がる。

我々の研究グループでは、超伝導金属であるTiの上に常伝導状態のAuを成膜し、転移温度をTi単体の390 mKから~100 mKまで下げることでTESとして利用している。また、超伝導二層薄膜の膜厚比と転移温度には関係がある。そのため膜厚比を調節することで転移温度を制御できる。以下では超伝導二層薄膜の膜厚と転移温度の理論的な関係式を導出する。

超伝導状態二層薄膜の膜厚から転移温度を導出する理論としてあげられるのがUsadel方程式である。この理論では電子が拡散によって金属中を移動すると仮定している。これは薄膜状の超伝導体に対して妥当な過程であり、実際に電子の平均自由行程は短く、境界面で拡散散乱を受けてしまう。BCSから理論では電子の不純物散乱が無視されていたが、拡散の生じる導体中ではこの効果が顕著に現れ、電子の波数ベクトルは固有状態の値を持たず、エネルギー E が変数として与えられる。

物質の超伝導/常伝導状態を表す関数として $\theta(x, E)$ を導入する。一次元系では θ は座標 x とエネルギー E に依存する複素数であり、絶対値として $0(\text{normal}) \sim \pi/2(\text{super})$ を取りうるものとする。この θ は次の輸送方程式 (Usadel方程式)

$$\frac{\hbar D_s}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + iE \sin \theta - \left[\frac{\hbar}{\tau_{sf}} + \frac{\hbar D_s}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{2e}{\hbar} A_x \right)^2 \right] \cos \theta \sin \theta + \Delta(x) \cos \theta = 0 \quad (2.3.2.1)$$

を満足する必要があり，上式により決定された値から，エネルギーギャップは，

$$\Delta(x) = n_s V_{\text{eff}} \int_0^{\hbar\omega_D} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \text{Im}[\sin\theta] dE \quad (2.3.2.2)$$

と計算される．ここで， $D_s = \sigma_s/n_s e^2$ を拡散係数， n_s を電子のシングルスピン状態密度， σ_s を常伝導状態における伝導率， V_{eff} をBCS様相互作用ポテンシャル， τ_{sf} をスピン-フリップ時間， φ を通常の超伝導位相， A_x をベクトルポテンシャル， Δ を超伝導秩序変数， $\hbar\omega_D$ をデバイエネルギー， T を薄膜の温度とした．超伝導状態はCooper対の形成によって発現するので，スピノル波動関数は三成分存在する．式(2.3.2.1)の左辺第一項は拡散，第二項は励起エネルギー，第三項はCooper対の破壊，第四項は対相互作用をそれぞれ表す．また， $\theta = 0$ （即ち常伝導状態）にしようと働く励起エネルギー項 iE によるこれらの成分は，スピン-フリップ散乱電流もしくは磁場を介してCooper対を破壊することを表している．界面において，電流保存則は

$$\sigma_l \frac{\partial\theta_l}{\partial x} = \sigma_r \frac{\partial\theta_r}{\partial x} = \frac{G_{\text{int}}}{A} \sin(\theta_l - \theta_r) \quad (2.3.2.3)$$

を満たす必要がある．ここで r と l は界面の右と左の添字であり， G_{int}/A は界面における単位面積あたりの電気伝導度を表す．

式(2.3.2.1)から導かれる極限として，磁気不純物，磁場，電流によるCooper対の破壊や位置依存性を無視できる均一な超伝導体を考える．このとき，式(2.3.2.1)の左辺第一項と第三項は0とみなせるので， θ は単純に

$$\theta_{\text{BCS}} = \arctan\left(i\frac{\Delta}{E}\right) \quad (2.3.2.4)$$

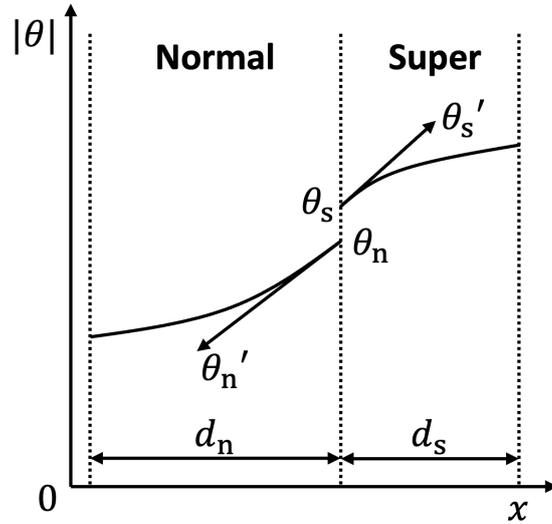
と解ける． θ_{BCS} を式(2.3.2.2)に代入すると，

$$\begin{aligned} \Delta(x) &= n_s V_{\text{eff}} \int_0^{\hbar\omega_D} \tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right) \frac{\Delta}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} dE \\ \frac{1}{n_s V_{\text{eff}}} &= \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{E}{2k_B T}\right)}{E} dE \end{aligned} \quad (2.3.2.5)$$

となり， $T = T_c$ における通常のBCSから導かれるギャップ方程式を得る．

続いて，常伝導金属と超伝導状態二層薄膜に対するUsadel方程式を考える．系が転移温度よりわずかに高温で $\theta \ll 1$ となり，またCooper対の破壊が無視できる場合，Usadel方程式は次のように線形近似される．

$$\frac{\hbar D_s}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + iE\theta + \Delta = 0 \quad (2.3.2.6)$$


 図 2.3. 超伝導/常伝導二層薄膜の x に対する θ の大きさのプロット。

θ がほぼ一定とみなせる程度の二層薄膜では、式 (2.3.2.6) が x の関数として解析的に解ける (図 2.3)。薄膜内で $\theta(x)$ の微小変化が二次関数で近似できるとする。ただし、超伝導/常伝導金属の界面では関数が不連続なので、ここでの $\theta(x)$ の値は右極限 θ_s と左極限 θ_n として、

$$\begin{aligned}\theta_s'' &= -\frac{2}{\hbar D_S}(iE\theta_s + \Delta) \\ \theta_n'' &= -\frac{2}{\hbar D_S}iE\theta_n\end{aligned}\quad (2.3.2.7)$$

からそれぞれ求まる。一方、薄膜の外側両端では伝導度が 0 なので、式 (2.3.2.3) の境界条件から $\partial\theta/\partial x = 0$ を $x = 0, d_s + d_n$ においてそれぞれ満足する必要がある。ここで、 d_s と d_n はそれぞれ超伝導金属と常伝導金属の膜厚である。これを考慮すると界面での関数 $\theta(x)$ は S

$$\begin{aligned}\theta_s' &= -d_s\theta_s'' \\ \theta_n' &= -d_n\theta_n''\end{aligned}\quad (2.3.2.8)$$

となるので、式 (2.3.2.3) から θ_s は次のように求まる。

$$\theta_s = i\frac{\Delta}{E} \left(1 - \frac{d_n n_n}{d_n n_n + d_s n_s} + \frac{1}{1 + E^2/\tau^2} \right) \quad (2.3.2.9)$$

$$\tau = \frac{G_{\text{int}}}{4\pi G_K A} \left(\frac{1}{d_n n_n} + \frac{1}{d_s n_s} \right) \quad (2.3.2.10)$$

ここで、 n_s, n_n はそれぞれ超伝導/常伝導薄膜の電子の状態密度を表し、 $G_K = e^2/h$ はコンダクタンス量子である。以上の結果から、薄膜界面におけるギャップ方程式は式 (2.3.2.2) と式 (2.3.2.9) の虚部を代入して、

$$\frac{1}{n_s V_{\text{eff}}} = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{1}{E} \left(1 - \frac{d_n n_n}{d_n n_n + d_s n_s} \frac{1}{1 + E^2\tau^2} \right) \tanh\left(\frac{E}{2k_B T_c}\right) dE \quad (2.3.2.11)$$

と計算できる。上式を見てわかるように、右辺第一項が通常の BCS 理論に基づくギャップ方程式を与えている。この項より導出される超伝導体本来の転移温度を T_{c0} とすると、常伝導金属との近接効果による転移温度 T_c は、

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = - \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{1}{E} \left[\frac{d_n n_n}{d_n n_n + d_s n_s} \frac{1}{1 + E^2\tau^2} \right] \tanh\left(\frac{E}{2k_B T_c}\right) dE \quad (2.3.2.12)$$

から求まる. $\frac{d_n n_n}{d_n n_n + d_s n_s} \frac{1}{1 + E^2 \tau^2}$ が 0.8 より小さい場合には, 近似的に次式のように積分が計算される.

$$\frac{T_c}{T_{c0}} = \left[\left(\frac{k_B T_{c0}}{1.13 \hbar \omega_D} \right)^2 + \left(\frac{k_B T_{c0}}{1.13 \tau} \right)^2 \right]^{\frac{d_n n_n}{2 d_s n_s}} \quad (2.3.2.13)$$

熱伝導度に関する Landauer の公式から, $G_{\text{int}} = 2t N_{\text{ch}} G_K$ である. ここで, $N_{\text{ch}} = A/(\lambda_f/2)^2$ はコンダクタンスチャンネル数, λ_f が Fermi 波長を表す. t は界面層の詳細に依存する調整可能なパラメーターと考えられるが, 通常 clean な金属の界面では, $t \sim \mathcal{O}(1)$ となる.

以上の計算から導出される関係をまとめると, 二層薄膜の転移温度は,

$$T_c = T_{c0} \left[\frac{d_s}{d_0} \frac{1}{1.13(1 + 1/\alpha)} \frac{1}{t} \right]^\alpha \quad (2.3.2.14)$$

$$\frac{1}{d_0} = \frac{\pi}{2} k_B T_{c0} \lambda_f^2 n_s \quad (2.3.2.15)$$

$$\alpha = \frac{d_n n_n}{d_s n_s} \quad (2.3.2.16)$$

と表される [9]. t は可変な変数であり, 超伝導/常伝導界面の状態に依存する. パラメータ t の不定性や界面の状態が近似に敵う物でない場合もあり, 成膜条件や実験環境に依存する部分が大いにある.

式 (2.3.2.14) において $T_{c0} = 390 \text{ mK}$, $n_n = 1.011 \times 10^{47} \text{ state/J} \cdot \text{m}^3$, $n_s = 1.280 \times 10^{47} \text{ state/J} \cdot \text{m}^3$, $1/d_0 = 2.90 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$, $\lambda_f = 5.18 \times 10^{-10} \text{ m}$ として, Ti の膜厚 $d_s = 40 \text{ nm}$ で Au の膜厚を変化させた際の Usadel 方程式をプロットしたものを図 2.4 に示す. また, Ti の膜厚と二層の膜厚比に対する転移温度の理論曲線を図 2.5 に示す.

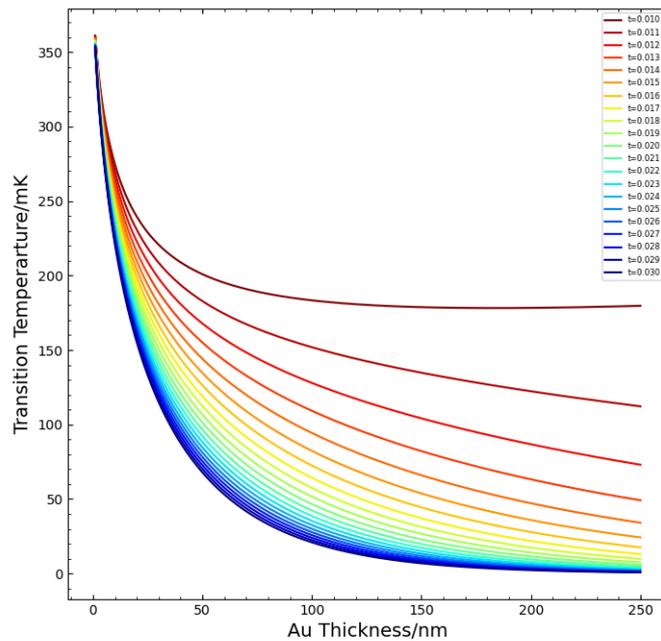


図 2.4. Ti の膜厚を 40 nm に固定し, Au の膜厚を変化させた際の Usadel 方程式の理論曲線.

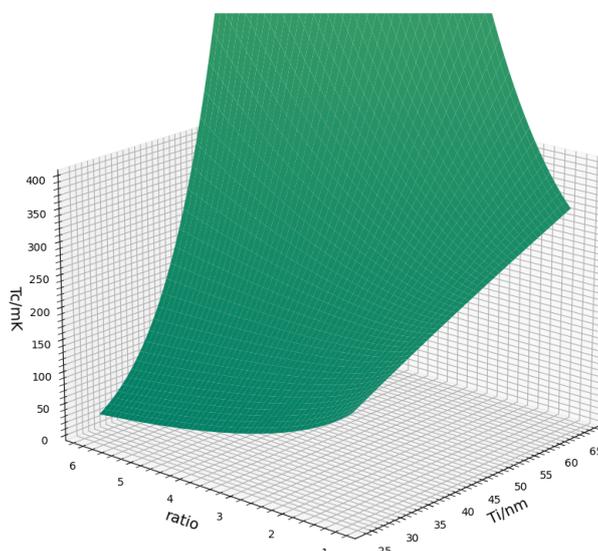


図 2.5. Usadel 方程式から計算した Ti の膜厚と二層の膜厚比に対する転移温度の理論曲線。

2.4 電熱フィードバック

TES は温度計として高い感度を持っているが、感度を持つ温度域が数 mK と非常に狭いため、TES カロリメータの動作温度を TES の超伝導転移端中に保つ必要がある。TES を定電圧バイアスで動作させ、強いフィードバックをかけることで実現する。これを電熱フィードバック (Electro-Thermal Feedback) と呼ぶ [10]。

本節では、電熱フィードバック下における TES カロリメータの動作について述べる。

2.4.1 電熱フィードバック下での温度変化に対する応答

図 2.6(a) に示すように TES に対して定電圧をかける場合 (定電圧バイアス) を考える。熱入力によって TES の温度が上昇すると、TES の超伝導転移端上で抵抗値は急激に増加する。抵抗値の増加に伴い、定電圧バイアス下のため電流は減少し、Joule 発熱も低下する。このように、熱入力に対して温度を下げる方向に Joule 発熱量が変化し強い負のフィードバックが働くため、素子の温度が安定に保たれる。実際には、室温系での配線抵抗があるため、TES と並列にシャント抵抗を繋ぐことで擬似的に定電圧バイアスを実現する (図 2.6(b))。以下では理想的な定電圧バイアスで TES カロリメータが動作している場合を考える。

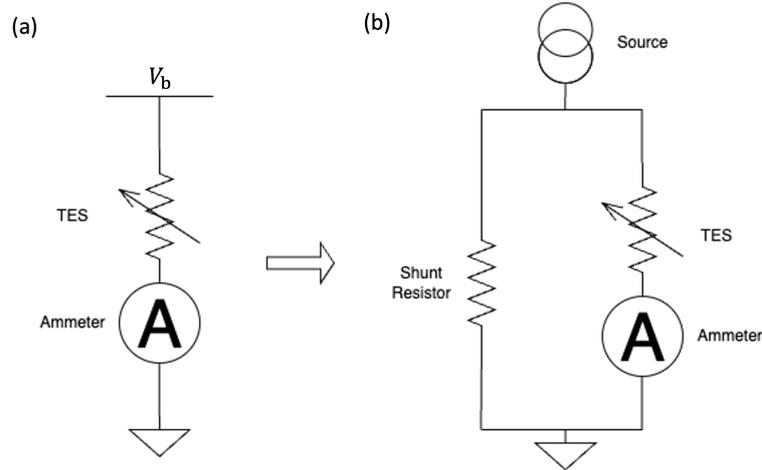


図 2.6. 定電圧バイアスの概略図. (a) 理想的な定電圧バイアス. (b) シャント抵抗を用いて擬似的に作り出す定電圧バイアス

熱伝導度 G [W/K] は, 発熱量 P と温度 T を用いて

$$G \equiv \frac{dP}{dT} \tag{2.4.1.1}$$

で定義される. 一般的に熱伝導度は温度依存性を持ち,

$$G = G_0 \left(\frac{T}{1\text{K}} \right)^{n-1} \tag{2.4.1.2}$$

という関係がある. ここでの熱伝導度 G は, TES から熱浴へ流れる熱の伝わりやすさを考え, 熱浴温度 T_{bath} に依存する. 係数 G_0 は熱浴温度 T_{bath} が 1K のときの熱伝導度を表し, 次元は G と同じく [W/K] である. 電子が熱伝導を担う場合は $n = 2$, 格子振動が熱伝導を担う場合には $n = 4$ となる. 熱浴と TES の間の熱伝導度について考えると, 一般的に TES の温度 T と熱浴の温度 T_{bath} の間には $T > T_{\text{bath}}$ であるため, 熱は TES から熱浴へと流れる. このとき流れる熱量 $P_{\text{TES-bath}}$ は, 式 (2.4.1.1), (2.4.1.2) より,

$$\begin{aligned} P_{\text{TES-bath}} &= \int dP \\ &= \int_{T_{\text{bath}}}^{T_{\text{TES}}} G dT \\ &= \int_{T_{\text{bath}}}^{T_{\text{TES}}} G_0 \left(\frac{T}{1\text{K}} \right)^{n-1} dT \\ &= \frac{G_0}{n} \left\{ \left(\frac{T_{\text{TES}}}{1\text{K}} \right)^n - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{1\text{K}} \right)^n \right\} \end{aligned} \tag{2.4.1.3}$$

と計算できる.

TES と熱浴の伝熱の平衡状態 (TES の温度が一定で, 一定熱量が移動する状態) では, TES の Joule 発熱 $P_{\text{TES}} = V_b^2/R_0$ と TES から熱浴にへ流れる熱量 $P_{\text{TES-bath}}$ が等しくなるので,

$$P_{\text{TES}} = \frac{G_0}{n} (T_0^n - T_{\text{bath}}^n) \tag{2.4.1.4}$$

となる. ただし V_b はバイアス電圧, R_0 と T_0 はそれぞれ平衡状態における TES の抵抗と温度である.

微小な温度上昇 $\Delta T \equiv T - T_0$ によって TES の温度が T になったとき, 内部エネルギーの変化と熱量の収支が等しいので,

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{V_b^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \tag{2.4.1.5}$$

が成り立つ。ただし R は T の関数である。温度上昇 ΔT は一次近似で

$$\begin{aligned} C \frac{d\Delta T}{dt} &\sim \frac{V_b^2}{R_0^2} - G_0 T^{n-1} \Delta T \\ &= \frac{P_{\text{TES}} \alpha}{T} \Delta T - G(T) \Delta T \end{aligned} \quad (2.4.1.6)$$

となる。式 (2.4.1.6) の解は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.4.1.7)$$

とかける。ここで、 τ_{eff} は TES への熱流入を考慮した実効的な温度変化に対する時定数（有効時定数）であり、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{C/G}{1 + \frac{P_{\text{TES}} \alpha}{GT}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{P_{\text{TES}} \alpha}{GT}} \quad (2.4.1.8)$$

となる。また、式 (2.4.1.4) を用いると、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{T_0} \right)^n \right\}} \quad (2.4.1.9)$$

と書ける。熱浴の温度が TES の温度よりも十分に低い場合は、

$$\tau_{\text{eff}} \sim \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \quad (2.4.1.10)$$

と近似できる。式 (2.4.1.10) から、温度計の感度 α が大きい場合は、電熱フィードバックによって有効時定数が小さくなるため、X線光子に対する TES カロリメータの応答速度が早くなることがわかる。また、電熱フィードバック下において X線光子のエネルギーは、X線光子が入射したときの電流値と平衡状態での電流値の変化 ΔI として読み出され、式 (2.3.0.1) を用いると、

$$\Delta I = \frac{V_b}{R(T_0 + \Delta T)} - \frac{V_b}{R(T_0)} \sim -\frac{\Delta R}{R} I \sim -\alpha \frac{R}{CT} I \quad (2.4.1.11)$$

となる。

2.4.2 電熱フィードバックの一般論と電流応答性

定電圧バイアスで動作するカロリメータに、時間に依存する微小なパワー $\delta P e^{i\omega t}$ が入射したときの応答について考える。系の応答は線形であり、入射 $\delta P e^{i\omega t}$ に対する温度変化は $\delta T e^{i\omega t}$ で表されるとする。フィードバックがかかっていないときは、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (2.4.2.1)$$

が成り立つ。ただし P_{bgd} はバックグラウンドパワー、 \bar{G} は平均の熱伝導度である。定常状態ではバックグラウンドパワーは、

$$P_{\text{bgd}} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) \quad (2.4.2.2)$$

である。式 (2.4.2.1) と式 (2.4.2.2) から、 δT は δP を用いて、

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \delta P \quad (2.4.2.3)$$

と表される。

電熱フィードバックがかかった状態では、エネルギー保存の式は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + P_{\text{TES}} + \delta P_{\text{TES}} e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (2.4.2.4)$$

となる, また, 定電圧バイアスでは以下の関係式が成り立つ.

$$\delta P_{\text{TES}} e^{i\omega t} = \frac{dP_{\text{TES}}}{dI} \delta I e^{i\omega t} = V_b \delta T I e^{i\omega t} \quad (2.4.2.5)$$

$$\delta I e^{i\omega t} = \frac{dI}{dR} \delta R e^{i\omega t} = \frac{d}{dR} \left(\frac{V_b}{R} \right) \delta R e^{i\omega t} = -\frac{V_b}{R^2} \delta R e^{i\omega t} \quad (2.4.2.6)$$

$$\delta R e^{i\omega t} = \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \alpha \frac{R}{T} \delta T e^{i\omega t} \quad (2.4.2.7)$$

これらを使うと式 eq2.4.2.4 は,

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + \frac{V_b^2}{R} - \frac{V_b^2}{R^2} \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \bar{G} (T - T_{\text{bath}}) + G \delta T e^{i\omega t} + i\omega C \delta T e^{i\omega t} \quad (2.4.2.8)$$

と書き換えられる. 式 (2.4.2.4) の解は,

$$\begin{aligned} \delta T e^{i\omega t} &= \frac{1}{\alpha \frac{P_{\text{TES}}}{T} + G + i\omega C} \delta P e^{i\omega t} \\ &= \frac{1}{G} \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_{\text{TES}}}{GT}} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \delta P e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.4.2.9)$$

である.

一般的なフィードバックの理論に当てはめると, 電熱フィードバックの系は図 2.7 のように表すことができる. フィードバック量 b と系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ はそれぞれ

$$b = -V_b \quad (2.4.2.10)$$

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \times \alpha \frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R} \right) \times (-V_b) = \frac{\alpha P_{\text{TES}}}{GT} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1 + i\omega\tau_0} \quad (2.4.2.11)$$

と書ける. ただし,

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{\alpha P_{\text{TES}}}{GT} \quad (2.4.2.12)$$

は周波数 0 でのループゲインである. ループを閉じた場合の伝達関数

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P} \quad (2.4.2.13)$$

は $\mathcal{L}(\omega)$ を使って,

$$\begin{aligned} S_I(\omega) &= \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \\ &= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0 + i\omega\tau_0} \\ &= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.4.2.14)$$

と書ける. ただし,

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau}{1 + \mathcal{L}_0} \quad (2.4.2.15)$$

である. ループゲインが十分大きい場合 ($\mathcal{L}_0 \gg 1$) は,

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V_b} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (2.4.2.16)$$

となる. さらに, $\omega \ll 1/\tau_{\text{eff}}$ を満たす周波数範囲では,

$$S_I = -\frac{1}{V_b} \quad (2.4.2.17)$$

と表され、電圧 V_b の逆数になる。 $S_I(\omega)$ のことを特に電流応答性 (current responsivity) と呼ぶことがある。

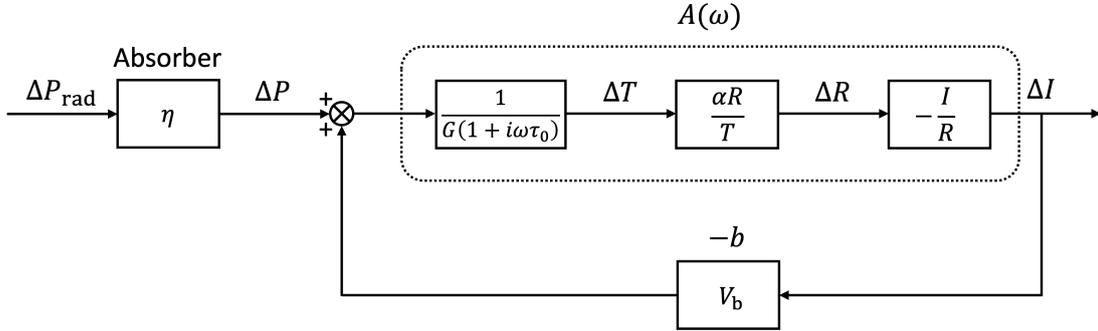


図 2.7. 電熱フィードバックのダイアグラム.

入力 $P(t) = E\delta(t)$ に対する応答は、以下のように計算される。角周波数空間 $(-\infty < \omega < \infty)$ での入力は、

$$\begin{aligned}
 P(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t)e^{i\omega t} dt \\
 &= \frac{E}{2\pi}
 \end{aligned}
 \tag{2.4.2.18}$$

であるので、出力はそれに電流応答性をかけて、

$$\begin{aligned}
 I(\omega) &= S_I(\omega)P(\omega) \\
 &= -\frac{E}{2\pi V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}}
 \end{aligned}
 \tag{2.4.2.19}$$

と表される。これを逆フーリエ変換して時間軸に戻すと

$$\begin{aligned}
 I(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \\
 &= -\frac{1}{2\pi} \frac{E}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \\
 &= -\frac{E}{V_b\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \\
 &= -\frac{\alpha E}{CT} I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.4.2.20}$$

となり、式 (2.4.1.11) と一致する。ただし、 I_0 は平衡状態で TES に流れる電流である。一方、入力 $P(t) = E\delta(t)$ による温度上昇は周波数空間で、

$$\begin{aligned}
 \Delta T(\omega) &= \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} P(\omega) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}}
 \end{aligned}
 \tag{2.4.2.21}$$

と書けるので、時間軸に直すと、

$$\Delta T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2.4.2.22)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \quad (2.4.2.23)$$

$$= \frac{E}{G\tau_{\text{eff}}} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.4.2.24)$$

$$= \frac{E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.4.2.25)$$

となる。

また、ループゲイン \mathcal{L}_0 が一定とみなせるとき、式 (2.4.2.20) より

$$\int V_b I(t) dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} E \quad (2.4.2.26)$$

となる。したがって、X線入射に伴う Joule 発熱の積分量は入射エネルギー E に比例する。入射エネルギーのうち $\mathcal{L}_0/(1 + \mathcal{L}_0)$ は Joule 発熱の変化で補填され、 $1/(1 + \mathcal{L}_0)$ が熱浴に逃げていくことになる。特に $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は X線入射に伴う Joule 発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

2.5 実際の回路における補正

前節で行ってきた電熱フィードバックの定式化は理想的な定電圧バイアスを仮定していた。しかし、実際の回路はシャント抵抗を用いた擬似的定電圧バイアスであり、また、配線にインダクタンス L が含まれる。さらに、TESの抵抗値が温度だけでなく、電流の関数でもある。この節ではそれらの影響を考慮した場合の補正を考慮する。

2.5.1 擬似的定電圧バイアスの補正

実際のカロリメータの駆動時には図 2.6(a) のような擬似的定電圧バイアス回路を用いる。シャント抵抗を TES の抵抗値より十分に小さくとれば、擬似的に定電圧バイアスが実現できるが、正確には定電圧ではない。

この場合、カロリメータに流れる電流と Joule 熱はバイアス電流 I_b を用いて、

$$I = \frac{R_s}{R + R_s} I_b \quad (2.5.1.1)$$

$$P = R(I)^2 \quad (2.5.1.2)$$

と書ける。

したがって、式 (2.4.2.5), (2.4.2.6) は

$$\frac{\delta I}{\delta R} = -\frac{I}{R(1 + \frac{R_s}{R})} \quad (2.5.1.3)$$

$$\frac{\delta P}{\delta I} = V_b \left(1 - \frac{R_s}{R}\right) \quad (2.5.1.4)$$

となる。また、電熱フィードバックのダイアグラムは図 2.8 のように書き換えられる。この図から、周波数 0 でのループゲインとフィードバック量は

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\alpha P_{\text{TES}}}{GT} \frac{1 - \frac{R_s}{R}}{1 + \frac{R_s}{R}} = \mathcal{L}_0 \frac{1 - \frac{R_s}{R}}{1 + \frac{R_s}{R}} \quad (2.5.1.5)$$

$$b_1 = -V_b \left(1 - \frac{R_s}{R}\right) = b \left(1 - \frac{R_s}{R}\right) \quad (2.5.1.6)$$

のように書き換えられる。さらに電流応答性は、

$$S_I = -\frac{1}{V_b \left(1 - \frac{R_s}{R}\right)} \frac{\mathcal{L}_1}{1 + \mathcal{L}_1} \frac{1}{1 + i\omega\tau'_{\text{eff}}} \quad (2.5.1.7)$$

となり、実効的な時定数は

$$\tau'_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}_1} \quad (2.5.1.8)$$

となる。

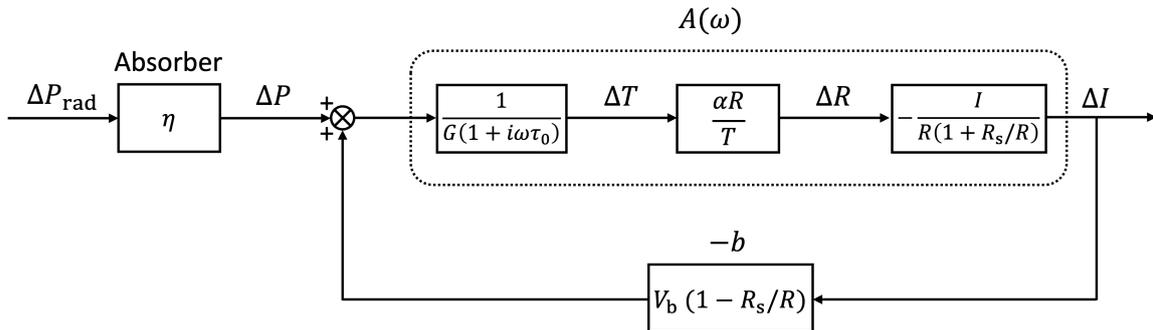


図 2.8. 擬似的な定電圧バイアスを考慮した電熱フィードバックのダイアグラム。

2.5.2 インダクタンスの補正

上の擬似的定電圧バイアスの補正では、シャント抵抗の存在のみを考えた。実際の回路には $L \sim 100$ nH 程度のインダクタンスが存在する。インダクタンスの存在は $f = 0$ においては影響がないが、 $2\pi f \sim R/L$ の周波数でカロリメータの応答に影響が生じる。

より一般的に、擬似的定電圧バイアス回路は図 2.9 のように周波数特性をもつインピーダンス Z_1 , Z_2 を用いて表せる。このとき、 $Z_1 + Z_2 = Z_{\text{other}}$ とおくと、式 (2.4.2.5), 式 (2.4.2.6) は

$$\frac{\delta I}{\delta R} = -\frac{I}{R \left(1 + \frac{Z_{\text{other}}}{R}\right)} \quad (2.5.2.1)$$

$$\frac{\delta P}{\delta I} = V_b \left(1 - \frac{Z_{\text{other}}}{R}\right) \quad (2.5.2.2)$$

となる。そこで、角周波数 ω のループゲイン、フィードバック量は

$$\mathcal{L}(\omega) = \mathcal{L}_0 \frac{1 - \frac{Z_{\text{other}}}{R}}{1 + \frac{Z_{\text{other}}}{R}} \quad (2.5.2.3)$$

$$b(\omega) = b \left(1 - \frac{Z_{\text{other}}}{R}\right) \quad (2.5.2.4)$$

のように書き換えられる。電流応答性は

$$S_I = \frac{1}{b(\omega)} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \quad (2.5.2.5)$$

と表せる。

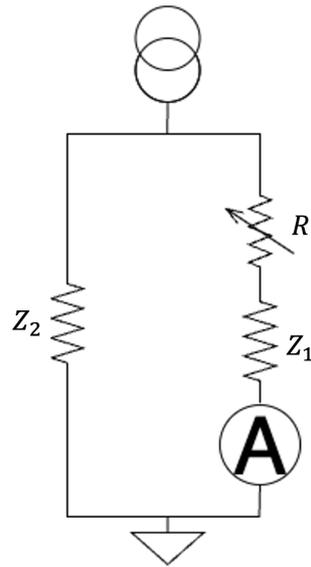


図 2.9. 周波数依存性を持つインピーダンス Z_1 , Z_2 を含む擬似的定電圧バイアス回路.

この形式は、周波数に依存する部分と依存しない部分が切り分けられていないため、周波数特性がわかりづらい。そこで、キャパシタンスのない、 $Z_{\text{other}} = R_{\text{other}} + i\omega L$ と表せる場合をさらに計算する。抵抗とインダクタンスで決まる二つの時定数 τ_{el1} と τ_{el2} を

$$\tau_{\text{el1}} \equiv \frac{L}{R + R_{\text{other}}} \quad (2.5.2.6)$$

$$\tau_{\text{el2}} \equiv \frac{L}{R - R_{\text{other}}} \quad (2.5.2.7)$$

と定義する。すると $\mathcal{L}(\omega)$, $b(\omega)$ は

$$\mathcal{L}(\omega) = \mathcal{L}_1 \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \frac{1 - i\omega\tau_{\text{el2}}}{1 + i\omega\tau_{\text{el1}}} \quad (2.5.2.8)$$

$$b(\omega) = b_1(1 - i\omega\tau_{\text{el2}}) \quad (2.5.2.9)$$

となる。ここで、 \mathcal{L}_1 , b_1 は擬似的定電圧バイアスの補正で用いたものを拡張した、

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 \frac{R - R_{\text{other}}}{R + R_{\text{other}}} \quad (2.5.2.10)$$

$$b_1 = b \left(\frac{R - R_{\text{other}}}{R} \right) \quad (2.5.2.11)$$

である。

これらを用いると、電流応答性 $S_I(\omega)$ は

$$\begin{aligned} S_I(\omega) &= \frac{\mathcal{L}_1}{b_1} \frac{1}{\mathcal{L}_1(1 - i\omega\tau_{\text{el2}}) + (1 + i\omega\tau_0)(1 + i\omega\tau_{\text{el1}})} \\ &= \frac{\mathcal{L}_1}{b_1} \frac{1}{(1 + \mathcal{L}_1 - \omega^2\tau_0\tau_{\text{el1}}) + i\omega(-\mathcal{L}_1\tau_{\text{el2}} + \tau_0 + \tau_{\text{el1}})} \\ &= \frac{\mathcal{L}_1}{b_1} \frac{1}{(1 + \mathcal{L}_1 - \omega^2\tau_0\tau_{\text{el1}}) + i\omega(\tau_0 - (\mathcal{L}_0 - 1)\tau_{\text{el1}})} \end{aligned} \quad (2.5.2.12)$$

となる。ここで、最後の变形には

$$\mathcal{L}_1\tau_{\text{el2}} = \mathcal{L}_0 \frac{L}{R + R_{\text{other}}} = \mathcal{L}_0\tau_{\text{el1}} \quad (2.5.2.13)$$

を用いた。さらに、この式は

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}_1} \quad (2.5.2.14)$$

を用いて

$$S_I = \frac{1}{b_1} \frac{\mathcal{L}_1}{1 + \mathcal{L}_1} \frac{1}{(1 - \omega^2 \tau_{\text{eff}} \tau_{\text{el1}}) + i\omega \left(\tau_{\text{eff}} - \frac{\mathcal{L}_0 - 1}{\mathcal{L}_1 + 1} \tau_{\text{el1}} \right)} \quad (2.5.2.15)$$

と書ける。 $\tau_{\text{eff}} \gg \tau_{\text{el1}}$ の場合には、この式の右辺は出力全体が τ_{el1} の時定数に対応する周波数でロールオフすると考えた場合、

$$\frac{1}{b_1} \frac{\mathcal{L}_1}{1 + \mathcal{L}_1} \frac{1}{(1 + i\omega \tau_{\text{eff}})(1 + i\omega \tau_{\text{el1}})} = \frac{1}{b_1} \frac{\mathcal{L}_1}{1 + \mathcal{L}_1} \frac{1}{(1 - \omega^2 \tau_{\text{eff}} \tau_{\text{el1}}) + i\omega(\tau_{\text{eff}} + \tau_{\text{el1}})} \quad (2.5.2.16)$$

と一致する。

一方、 $\tau_{\text{eff}} \sim \tau_{\text{el1}}$ の場合は、 $\omega \sim \sqrt{\tau_{\text{eff}} \tau_{\text{el1}}}$ で式 (2.5.2.15) は式 (2.5.2.16) より大きくなり、その比は最大で

$$\frac{\tau_{\text{eff}} + \tau_{\text{el1}}}{\tau_{\text{eff}} + \frac{1 - \mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_1} \tau_{\text{el1}}} \quad (2.5.2.17)$$

となる。なお、 $\tau_{\text{eff}} < \tau_{\text{el1}}$ のときは、系は不安定となる。

2.5.3 抵抗値の電流依存性による補正

超伝導は表面磁場により抑制される。TESに電流が流れると、その電流により表面磁場が生まれるのでTESの超伝導は抑制される。そこで、転移端中では、温度一定のもと電流を増やすと抵抗値が大きくなる。このように、TESの抵抗値が電流に依存する影響を考慮した場合のTESが満たす式は、

$$L \frac{dI}{dt} = R_s I_{\text{bias}} - I(R(T, I) + R_s) \quad (2.5.3.1)$$

$$C \frac{dT}{dt} = R(T, I) I^2 - \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + P_{\text{ext}} \quad (2.5.3.2)$$

となり、 R は温度 T 、電流 I の関数となる。ここで P_{ext} はX線入射などの外部からのエネルギー入力である。[11]では超伝導転移に伴う熱容量の変化も考慮されているが、本節ではそれを含まない。

式 (2.5.3.1)、式 (2.5.3.2) で、定常状態で $R = R_0$ 、 $I = I_0$ 、 $T = T_0$ とおく。ここで、温度、電流の微小変化 δT 、 δI を考え、式 (2.5.3.1)、式 (2.5.3.2) を δT 、 δI の一次の項のみを考慮すると、それらの式は

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tau_{\text{el}}^{-1} & -I_0 R_0 \alpha / L T_0 \\ I_0 R_0 (2 + \beta) / C & \tau'_{\text{eff}}{}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} \quad (2.5.3.3)$$

と書ける。ここで、

$$\tau'_{\text{eff}} = \frac{C/G}{\mathcal{L}_0 - 1} \quad (2.5.3.4)$$

$$\tau_{\text{el}} = \frac{L}{R_s + R_0(1 + \beta)} \quad (2.5.3.5)$$

であり、

$$\beta = \frac{\partial \ln R}{\partial \ln I} \quad (2.5.3.6)$$

はTESの抵抗値の電流感度である。

ここで、通常のカロリメータで見られるような、立ち上がり時間が立ち下がり時間より十分短い場合（立ち上がり立ち下がりのカップリングが無視できる場合）には、時刻 $t = 0$ でエネルギー E が入射した際の出力電流は

$$\Delta I(t) = -\frac{E}{b_1 \tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_2}{1 + \mathcal{L}_2} \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{el}}}\right) \right) \quad (2.5.3.7)$$

となる。ただし、

$$b_1 = -V_b \left(1 - \frac{R_s}{R} \right) \quad (2.5.3.8)$$

$$\mathcal{L}_2 = \frac{P_{\text{TES}} \alpha}{GT} \frac{R - R_s}{R + R_s} \frac{1}{1 + \frac{R_0 \beta}{R_0 + R_s}} \quad (2.5.3.9)$$

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{C/G}{1 + \mathcal{L}_2} = \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}_2} \quad (2.5.3.10)$$

である。これは式 (2.4.2.24) の \mathcal{L}_1 を \mathcal{L}_2 に置き換えたものに相当し、抵抗値の電流依存性の影響で、ループゲインが $(1 + R_0 \beta / (R_0 + R_s))^{-1}$ 倍になっていることを意味する。特に、 $R_0 \gg R_s$ の場合、ループゲインは $1 + \beta$ だけ抑制されることがわかる。

2.6 固有ノイズ

TES カロリメータのエネルギー分解能を見積もるためには、測定に伴うノイズを評価する必要がある。ノイズには、バックグラウンドの放射、熱浴の温度揺らぎ、外部磁場、 $1/f$ ノイズ、rf ノイズなど様々な起源のものが存在する。その中でも以下で説明する Johnson ノイズと Phonon ノイズは X 線マイクロカロリメータを使う限り避けることができず、原理的なエネルギー分解能はこれらで制限される。また、前置きアンプなどの読み出し系ノイズも大きく寄与することが多い。ここでは Johnson ノイズと Phonon ノイズについて述べ、読み出し系ノイズについては §2.9.4 で述べる。なお、ここでは理想的な定電圧バイアスの場合を定式化する。

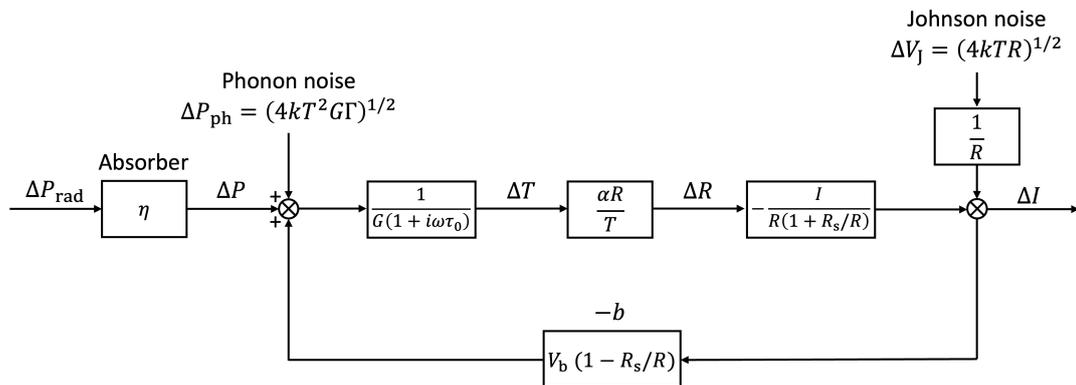


図 2.10. ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム。

マイクロカロリメータには二種類の固有ノイズ源がある。一つは、温度計の抵抗で発生する Johnson ノイズ、もう一つは熱浴との熱伝導度が有限であるために発生する熱揺らぎ (Phonon ノイズ) である。図 2.10 は、これらのノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラムである。Phonon ノイズは熱起源であるので、信号と同じ部分に入力される。これに対して、Johnson ノイズはカロリメータの抵抗に起因するため、Phonon ノイズとは伝達の仕方が異なる。微小な熱揺らぎ δP_{ph} がもたらす電流の揺らぎは、

$$\begin{aligned} \delta I_{\text{ph}} &= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta P_{\text{ph}} \\ &= S_I \delta P_{\text{ph}} \end{aligned} \quad (2.6.0.1)$$

である。これにより、Phonon ノイズの電流密度は、

$$\begin{aligned}\delta I_{\text{ph}}^2 &= |S_I|^2 \delta P_{\text{ph}} \\ &= \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \delta P_{\text{ph}}^2\end{aligned}\quad (2.6.0.2)$$

となる。[12]によると、Phonon ノイズのパワースペクトル密度は $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\begin{aligned}\delta P_{\text{ph}}^2 &= 4k_B G T^2 \frac{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{t\kappa(t)}{T\kappa(T)} \right)^2 dt}{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{\kappa(t)}{\kappa(T)} \right) dt} \\ &\equiv 4k_B G T^2 \Gamma\end{aligned}\quad (2.6.0.3)$$

と表される。ただし、 $\kappa(T)$ はサーマルリンクを構成する物質の熱伝導率である。 $\theta \equiv T_{\text{bath}}/T$ とし、 $\kappa(T)$ は $\kappa(T) = \kappa(T_{\text{bath}})\theta^{-(n-1)}$ と表されると仮定すると、 Γ は、

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1} \frac{1 - \theta^{(2n+1)}}{1 - \theta^n}\quad (2.6.0.4)$$

となる。式 (2.6.0.3) を式 (2.6.0.2) に代入すると、Phonon ノイズの電流密度は、

$$\begin{aligned}\delta P_{\text{ph}}^2 &= 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \\ &= \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \\ &= \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2}\end{aligned}\quad (2.6.0.5)$$

と表される。

一方、Johnson ノイズ δV_J による電流の揺らぎ δI_J^0 は、

$$\delta I_J^0 = \frac{\delta V_J}{R}\quad (2.6.0.6)$$

であり、この揺らぎが系に入力されると、出力の揺らぎは、

$$\begin{aligned}\delta I_J &= \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta I_J^0 \\ &= \frac{\frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} + i\omega \tau_{\text{eff}}}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_J}{R} \\ &= \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1 + i\omega \tau_0}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_J}{R}\end{aligned}\quad (2.6.0.7)$$

となる。Johnson ノイズの電圧密度が $0 \leq f < \infty$ 空間では $\delta V_J^2 = 4k_B T R$ と与えられるので、出力電流密度は、

$$\begin{aligned}\delta I_J^2 &= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \left| \frac{1 + i\omega \tau_0}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \right|^2 \\ &= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \\ &= \begin{cases} \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{4k_B T}{R} & \text{if } \omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1} \end{cases}\end{aligned}\quad (2.6.0.8)$$

となる。これより、 $\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲では、Johnson ノイズは電熱フィードバックによって抑制され、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ の周波数範囲では元の値に戻ることがわかる。

これら全ての電流密度はそれぞれの自乗和によって与えられ、 $0 \leq f < \infty$ 空間で、

$$\begin{aligned} \delta I^2 &= \delta I_{J^2} + \delta I_{ph^2} \\ &= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} + \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \\ &= \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \Gamma \alpha \mathcal{L}_0}{(1 + \mathcal{L}_0)^2} \frac{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \end{aligned} \quad (2.6.0.9)$$

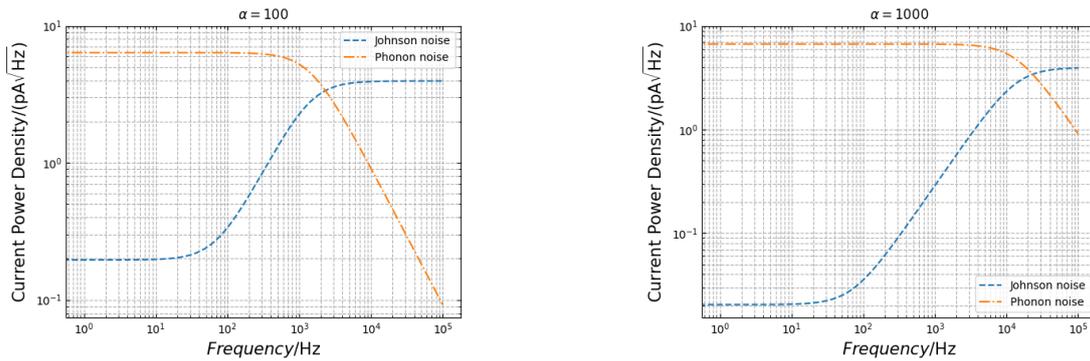


図 2.11. ノイズ電流密度. 左は $\alpha = 100$, 右は $\alpha = 1000$ の場合. Johnson ノイズと Phonon ノイズを表す. 低い周波数では電熱フィードバックによって Johnson ノイズが抑制される.

となる. 図 2.11 にノイズ電流密度と信号の周波数特性を示す. Phonon ノイズと Johnson ノイズの関係を見るために両者の比を取ると、

$$\frac{\delta I_{ph^2}}{\delta I_{J^2}} = \frac{\Gamma \alpha \mathcal{L}_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad (2.6.0.10)$$

となる. したがって、低い周波数では Johnson ノイズが抑制され、Phonon ノイズが $\Gamma \alpha \mathcal{L}_0$ 倍大きいが、 $\omega > \tau_0^{-1}$ では Johnson ノイズの寄与が大きくなりはじめ、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ では Johnson ノイズが支配的になる. 一方で、パルスと Phonon ノイズの比は、

$$\frac{\delta P_{\text{signal}^2}}{\delta P_{ph^2}} = \frac{2E^2}{4k_B G T^2 \Gamma} \quad (2.6.0.11)$$

となり、周波数に依存しない. これは両者が全く同じ周波数依存性を持つためである.

式 (2.4.2.14) と式 (2.6.0.8) より、Johnson ノイズは電流応答性 S_I を用いて、

$$\delta I_J^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2(1 + \omega^2 \tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2} |S_I|^2 \quad (2.6.0.12)$$

と書ける. また、式 (2.6.0.3) と式 (2.6.0.8) より、固有ノイズは、

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2(1 + \omega^2 \tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2} |S_I|^2 + 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \quad (2.6.0.13)$$

となる. ノイズ等価パワー (Noise Equivalent Power) $\text{NEP}(f)$ は、信号のパワーと $\text{NEP}(f)$ の比が SN 比となる値として定義され、

$$\text{NEP}(f)^2 = \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \quad (2.6.0.14)$$

と計算される。固有ノイズに対する $\text{NEP}(f)$ は、

$$\begin{aligned}\text{NEP}(f)^2 &= \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \\ &= \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \left(1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} R G T \Gamma \right) \\ &= 4k_B T P_{\text{TES}} \left(\frac{1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} + \frac{\alpha \Gamma}{\mathcal{L}_0} \right)\end{aligned}\quad (2.6.0.15)$$

となる。

2.7 最適フィルタとエネルギー分解能

X線マイクロカロリメータは、原理的には非常に高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、実際にはパルス波形がノイズによって変形されるため単純にパルスのピーク値を取っただけでは良い分解能が得られない。そこで、一般的には最適フィルタ処理を行うことにより、その誤差を小さくすることができると考えられている。最適フィルタ処理ではすべてのX線パルスが相似系であることを仮定して以下のようにエネルギーを決定する。

測定により得られたパルスを $D(t)$ とし、周波数空間でこのパルス $D(f)$ が

$$D(f) = A \times M(f) + N(f) \quad (2.7.0.1)$$

と表されるとする。ただし、 $M(f)$ は理想的なパルス（モデルパルス）、 $N(f)$ はノイズのスペクトルである。また A は振幅を表し、X線パルスが相似系と仮定すると、全てのパルスは $A \times M(f)$ と書ける。実際に得られたパルスとモデルパルスの差が小さくなるように、振幅 A の値を最小二乗法で決定することを考える。実際に測定で得られたパルスとモデルパルスの差を

$$\chi^2 \equiv \int \frac{|D(f) - A \times M(f)|^2}{|N(f)|^2} df \quad (2.7.0.2)$$

と定義すると、 χ^2 と最小にする A は、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^* + D^*M}{2N^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \quad (2.7.0.3)$$

で与えられる。ただし、 D^* は D の複素共役を表す。 $D(f)$ と $M(f)$ は実関数のフーリエ成分であるので、一般的に $D(-f) = D(f)^*$ 、 $M(-f) = M(f)^*$ を満たす。したがって、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(f)M(f)^*}{2N^2} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(f)D(f)^*}{2N^2} df \quad (2.7.0.4)$$

が成り立つので、 A は

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^*}{|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{M} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (2.7.0.5)$$

となる。式 (2.7.0.5) から A は SN 比 $[M(f)/N(f)]^2$ を重みとした場合の $D(f)/M(f)$ の平均値となっていることがわかる。式 (2.7.0.5) はさらに、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t) \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (2.7.0.6)$$

と変形できる。ただし、 \mathcal{F}^{-1} は逆フーリエ変換を表し、

$$T(t) \equiv \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right) \quad (2.7.0.7)$$

を最適フィルタのテンプレートと呼ぶことにする。したがって、テンプレートを用いるとパルスハイト H は

$$H = Z \int_{-\infty}^{\infty} D(t)T(t) dt \quad (2.7.0.8)$$

となる。または、離散的なデータ点に対して

$$H = Z \sum_i D_i(t)T_i(t) dt \quad (2.7.0.9)$$

となる。ただし、 Z は最適な規格化定数。 D_i と T_i はそれぞれデジタル化されたパルスデータとテンプレートである。最適フィルタテンプレートを作成するためのモデルパルスとしては、実際に得られた X 線パルスの平均（平均パルスと呼ぶ）を用いればよい。

最適フィルタ処理を施した場合のエネルギー分解能の限界 (1σ) エラーは式 (2.7.0.2) の xi^2 が最適値より 1 だけ増える A の変化分で計算でき、これは雑音等価パワー NEP(f) を用いて、

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^{\infty} \frac{4}{\text{NEP}(f)} df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.7.0.10)$$

と表される [7]。固有ノイズによるエネルギー分解能は、式 (2.6.0.15) を式 (2.7.0.10) に代入すると、

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{rms}} &= \left(\int_0^{\infty} \frac{4}{\frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} ((1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2) + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma)} df \right)^{-\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \tau_0 \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}} \\ &= \sqrt{4k_B T^2 C \frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}} \end{aligned} \quad (2.7.0.11)$$

となる。 ξ を

$$\xi = 2 \sqrt{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\Gamma}{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}}}} \quad (2.7.0.12)$$

と定義すると、エネルギー分解能は FWHM で、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2 \ln 2} \xi \sqrt{k_B T^2 C} \quad (2.7.0.13)$$

となる。式 (2.7.0.12) に式 (2.4.2.10) と式 (2.4.2.12) を代入すると、

$$\xi = 2 \sqrt{\frac{1}{\alpha \mathcal{L}_0} \sqrt{1 + \alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}} \quad (2.7.0.14)$$

のように書ける。 $T_{\text{bath}} \ll T$ の場合は、 $\Gamma \sim 1/2$, $P_{\text{TES}} \sim GT/n$, $\mathcal{L}_0 \sim \alpha/n$ であり、 $\xi \simeq 2\sqrt{\sqrt{n/2}/\alpha}$ となる。 α が大きい場合は、固有ノイズによるエネルギー分解能は $\alpha^{-1/2}$ に比例して良くなるのがわかる。例えば、 $\alpha \sim 1000$ では ξ が 0.1 以下にもなる。

実際には読み出し系ノイズ、熱浴の温度揺らぎ、これらとは別の原因不明なノイズなどによりエネルギー分解能が制限されることがあり、一般的にはエネルギー分解能は式 (2.7.0.13) とは異なる依存性を持つ。また、パルス波形がイベント毎にばらつく場合は、SN 比から計算されるエネルギー分解能より実際のエネルギー分解能は悪化する。

2.8 吸収体と TES が有限の熱伝導度で繋がれている場合

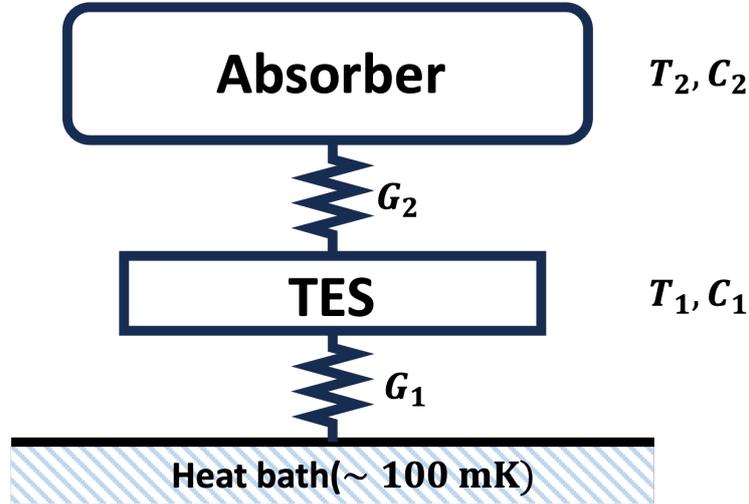


図 2.12. TES と吸収体の間に有限の熱伝導度が存在する場合のモデル。

吸収体と TES の間の熱伝導度が有限の場合を考える。この場合、TES と吸収体は図 2.12 のようなモデルで表される。このような場合、吸収体で吸収されたエネルギーが TES に伝わるまでに有限の時間がかかり、それまでの時間は TES と吸収体に温度差が生じる。また、TES と吸収体の熱伝導度 G_2 に伴い熱揺らぎによるノイズが発生する。

2.8.1 温度変化を表す方程式

この系での熱の流れを表す微分方程式は、

$$\frac{d\Delta T_1}{dt} = -\frac{G_1}{C_1}\Delta T_1 + \frac{G_2}{C_1}(\Delta T_2 - \Delta T_1) - \frac{P_{\text{TES}}\alpha}{C_1 T_1}\Delta T_1 \quad (2.8.1.1)$$

$$\frac{d\Delta T_2}{dt} = -\frac{G_2}{C_2}(\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (2.8.1.2)$$

のようになる。ただし、 G_1 は TES と熱浴間の熱伝導度、 G_2 は TES と吸収体間の熱伝導度、 C_1, T_1 は TES の熱容量と温度、 C_2, T_2 は吸収体の熱容量と温度である。ここで式 (2.8.1.1) の最後の項は電熱フィードバックによる Joule 発熱の変化を表す。これらの式を変形すると、

$$\frac{d}{dt}\left(\Delta T_1 + \frac{C_2}{C_1}\Delta T_2\right) = -\frac{G_1}{C_1}\Delta T_1 \quad (2.8.1.3)$$

$$\frac{d}{dt}(\Delta T_2 - \Delta T_1) = -\left(\frac{G_2}{C_2} + \frac{G_2}{C_1}\right)(\Delta T_2 - \Delta T_1) + \frac{G_1}{C_1}(1 + \mathcal{L}_0)\Delta T_1 \quad (2.8.1.4)$$

となる。ここで、系全体の温度が変化する時間に比べて、 ΔT_2 は短い時間で ΔT_1 に一致すると仮定する。即ち $G_2 \gg G_1(1 + \mathcal{L}_0)$ が成り立つとする。すると、式 (2.8.1.4) の左辺第二項は無視することができ、

$$\frac{d}{dt}(\Delta T_2 - \Delta T_1) = -\left(\frac{G_2}{C_2} + \frac{G_2}{C_1}\right)(\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (2.8.1.5)$$

となる。この式は簡単に書くことができ。

$$\Delta T_2 - \Delta T_1 \propto \exp \left[- \left(\frac{G_2}{C_{\text{int}}} \right) t \right] \quad (2.8.1.6)$$

となる。ここで、 C_{int} は

$$\frac{1}{C_{\text{int}}} \equiv \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2.8.1.7)$$

で定義した。したがって時定数 τ_2 は

$$\tau_2 = \frac{C_{\text{int}}}{G_2} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2) G_2} \quad (2.8.1.8)$$

となる。 τ_2 経過後は $\Delta T_2 \rightarrow \Delta T_1$ となるので、式 (2.8.1.3) より

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \frac{d}{dt} \Delta T_1 &= - \frac{G_1}{C_1} (1 + \mathcal{L}_0) \Delta T_1 \\ \Delta T_1 &\propto \exp \left(- \frac{G_1}{C_1 + C_2} (1 + \mathcal{L}_0) t \right) \end{aligned} \quad (2.8.1.9)$$

と計算できる。したがって時定数 τ_1 は

$$\tau_1 = \frac{C_1 + C_2}{G} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \quad (2.8.1.10)$$

となる。以上より、TES と吸収体の温度は時定数 $\tau_2 = C_{\text{int}}/G_2$ 経過後に一致し、その後は時定数 $\tau_1 = (C_1 + C_2)/G(1 + \mathcal{L}_0)$ で定常状態の温度に戻っていくことになる。この τ_1 はカロリメータの有効時定数に対応する。

2.8.2 X線入射後の波形

X線光子が吸収体に入射して吸収された場合と、TESに入射して吸収された場合の波形についてそれぞれ考える。X線光子の入射による温度変化は出力電流の変化に対応するため、吸収体とTESの温度変化について議論する。

エネルギー E のX線が吸収体に入射した場合、吸収体の温度は $\Delta T_2 = E/C_2$ だけ上昇する。その熱は、時定数 τ_2 で吸収体からTESに流入する。その後、時定数 τ_1 でTESと吸収体の温度は定常状態の温度に戻る。このことから、TESの温度は、まず時定数 τ_2 の指数関数で立ち上がり、時定数 τ_1 で定常状態に戻る。そこで、TESと吸収体の温度は

$$\Delta T_1 \propto \left(\exp \left(- \frac{t}{\tau_1} \right) - \exp \left(- \frac{t}{\tau_2} \right) \right) \quad (2.8.2.1)$$

となる。

一方、X線がTESに入射した場合、TESの温度がまず $\Delta T_1 = E/C_1$ だけ上昇する。その熱が時定数 τ_2 で吸収体に移り、TESと吸収体の温度が等しくなったあとに時定数 τ_1 で両者の温度は定常状態の温度に戻る。そこで、TESの温度はまず時定数 τ_2 で減衰し、吸収体と温度が等しくなったあとに時定数 τ_1 で減衰すると考えられる。そのためTESの温度は

$$\Delta T_1 \propto \left(\exp \left(- \frac{t}{\tau_1} \right) + \exp \left(- \frac{t}{\tau_2} \right) \right) \quad (2.8.2.2)$$

となる。

次に微分方程式を数値的に解く。吸収体にX線が入射した場合 ($t = 0$ で $\Delta T_1 = 0$, $\Delta T_2 = E/C_2$) のTESの温度変化を図 2.13 左に、TESに入射した場合 ($t = 0$ で $\Delta T_1 = E/C_1$, $\Delta T_2 = 0$) を図 2.13 右に示す。

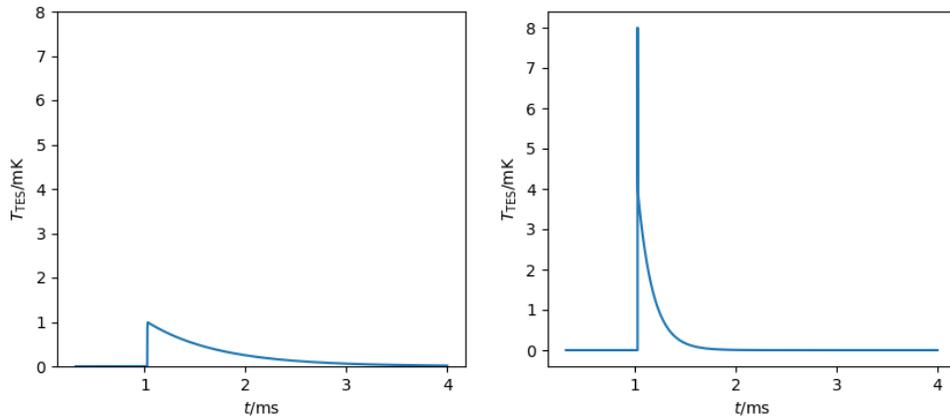


図 2.13. モデルから計算される TES の温度. 吸収体に X 線が入射した場合 (左) と, TES に X 線が入射した場合 (右)

2.8.3 周波数応答を用いた定式化

次に TES の周波数応答を用いて, 吸収体に X 線が入射した際の波形を考える. §2.4.2 では, TES への熱流入は入射 X 線エネルギー E がデルタ関数的に入射するとして $P(t) = E\delta(t)$ とした. 吸収体と TES の間に有限の熱伝導度は存在する場合には, 熱入力は

$$P(t) = \frac{E}{\tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \quad (t \geq 0) \quad (2.8.3.1)$$

だと考えればよい. ただし, 吸収体に X 線が入射した時刻を $t = 0$ とする.

§2.4.2 と同様に計算を行うと, 周波数空間での熱入力 $P(\omega)$ は,

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{E}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} e^{-i\omega t} dt = \frac{E}{2\pi} \frac{1}{1 + i\omega\tau_2} \quad (2.8.3.2)$$

となり, 周波数空間での出力電流 $I(\omega)$ は,

$$I(\omega) = P(\omega)S_I(\omega) = -\frac{E}{2\pi} \frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau_2} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (2.8.3.3)$$

と表される. これを逆フーリエ変換して実空間に戻すと,

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (2.8.3.4)$$

$$= -\frac{E}{2\pi} \frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + i\omega\tau_2} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} e^{i\omega t} d\omega \quad (2.8.3.5)$$

$$= \frac{E}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{\tau_{\text{eff}} - \tau_2} \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \right) \quad (2.8.3.6)$$

と表せる. これは, 時刻 $t = 0$ では最大値を取らず.

$$t_{\text{peak}} = \ln \frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_2} \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} \right)^{-1} \quad (2.8.3.7)$$

となる t_{peak} で最大値を取る. また, 式 (2.8.3.6) を積分すると,

$$\int V_b I(t) dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{1 + \mathcal{L}_0} E \quad (2.8.3.8)$$

となり, 式 (2.4.2.26) と同様に $\mathcal{L}_0 \gg 1$ では X 線のエネルギーに一致することがわかる.

2.9 超伝導量子干渉計を用いた読み出し系

TES カロリメータの電流変化を読み出すには、低インピーダンスな電流計が必要である。そこで、微小な磁束の変化量を利用した超伝導量子干渉計 (Superconducting QUantum Interference Device; SQUID) を TES カロリメータ読み出し系の回路に電流計として組み込む。

2.9.1 dc-SQUID

SQUID は超伝導体におけるクーパー対の、波動関数の干渉を原理としている。二つの超伝導体の間を弱く結合させると、クーパー対の波動関数が漏れ込み、超伝導電流が流れる。このように超伝導体を弱く結合させた素子を Josephson 接合といい、dc-SQUID は二つの Josephson 接合を並列に並べたリング状の素子である。図 2.14 に dc-SQUID の模式図を示す。二つの Josephson 接合の位相差をそれぞれ θ_1 , θ_2 , SQUID への印加電流を I_B 。二つの Josephson 接合に流れる電流をそれぞれ I_1 , I_2 としている。

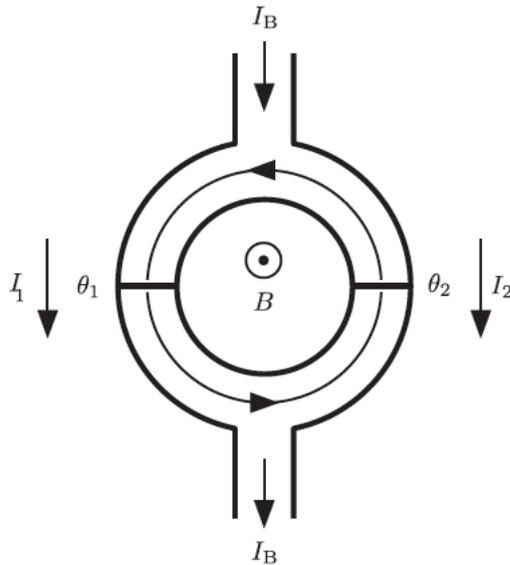


図 2.14. dc-SQUID の模式図.

二つの接合間の位相差をリングを貫く磁束の間には、

$$\theta_2 - \theta_1 = 2\pi \frac{\Phi}{\phi_0} \quad (2.9.1.1)$$

の関係がある。ここで、 Φ はリングを貫く磁束、 ϕ_0 は磁束量子で、プランク定数 h と電気素量 e から

$$\phi_0 = \frac{h}{2e} \sim 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb} \quad (2.9.1.2)$$

と定義される定数である。Josephson 接合が超伝導状態であるとき、SQUID へのバイアス電流 I_B は、

$$I_B = I_0 \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\phi_0} \right) \sin \left(\theta_1 - \pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\phi_0} \right) \quad (2.9.1.3)$$

と書ける。ただし、 I_0 は Josephson 接合の臨界電流、 Φ_{ext} は外部磁束である。したがって、SQUID が超伝導状態

である最大の電流，つまり SQUID の臨界電流 I_c は，

$$I_c = 2I_0 \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\phi_0} \right) \right| \quad (2.9.1.4)$$

となる．このように，SQUID の臨界電流は外部磁場の関数になる． $2I_0$ よりも大きな印加電流で SQUID を動作させることで，臨界電流が変化し，外部磁束変化に対応する応用として出力電圧が変化するようになる．このことから，SQUID の隣に磁束を入力するためのコイルを置くことによって，SQUID を感度の高い電流計として扱うことが可能になる．

2.9.2 磁束固定ループ

SQUID は外部磁束に対して周期的な応答をするため，動作点が少しでもずれると増幅率が大きく変化し応用が非線形になる．そのため，一般的にはフィードバックをかけ，SQUID を貫く磁束が一定に保たれるようにする．このことを磁束固定ループ (Flux-Locked Loop; FLL) という．

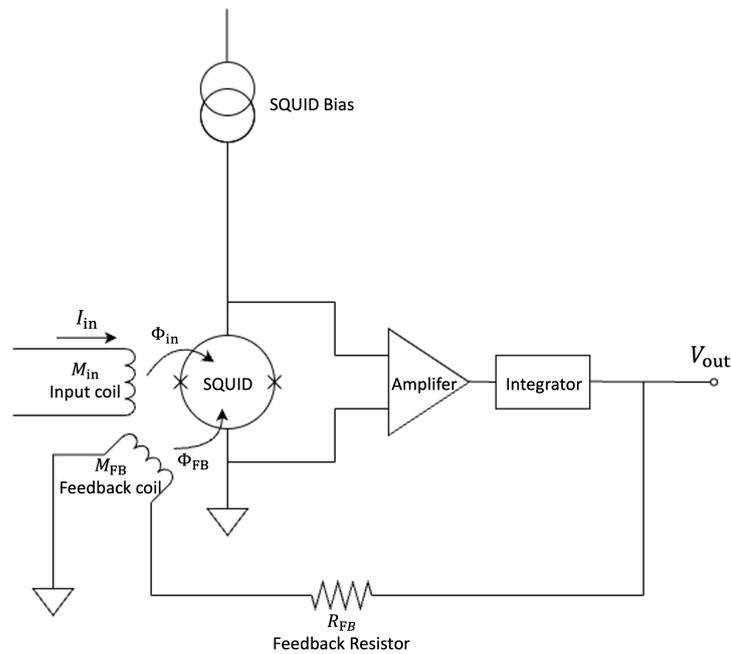


図 2.15. FLL 回路の模式図.

図 2.15 は FLL を動作させるための回路図を示す．SQUID の出力はフィードバック抵抗を介して，磁気的に結合したフィードバックコイルに戻される．フィードバック量 b は，フィードバックコイルの作る磁束 Φ_{FB} と SQUID の出力 V_{out} から $\Phi_{\text{FB}}/V_{\text{out}}$ と書ける．ここで SQUID とフィードバックコイルの相互インダクタンス M_{FB} とフィードバック抵抗の抵抗値 R_{FB} を用いて，

$$b = \frac{\Phi_{\text{FB}}}{V_{\text{out}}} = \frac{M_{\text{FB}}}{R_{\text{FB}}} \quad (2.9.2.1)$$

と書き直すことができる．FLL 回路のゲインは $1/b = R_{\text{FB}}/M_{\text{FB}}$ となる．SQUID を貫く磁束を作り出すコイルを入力コイルとする．入力コイルを流れる電流 I_{in} が作る磁束 Φ_{in} は入力コイルと SQUID の間の相互インダクタンスを M_{in} として，

$$\Phi_{\text{in}} = M_{\text{in}} I_{\text{in}} \quad (2.9.2.2)$$

である。したがって、FLL を用いたときの電流電圧変換係数 Ξ は、

$$\Xi = \frac{\mathcal{L}}{1 + \mathcal{L} M_{FB}} R_{FB} \sim \frac{M_{in}}{M_{FB}} R_{FB} \quad (\mathcal{L} \gg 1) \tag{2.9.2.3}$$

である。ただし、

$$\mathcal{L}(\omega) = V_{\Phi} \frac{A(\omega)}{R_{FB}} \frac{M_{FB}}{\Phi_0} \tag{2.9.2.4}$$

である。ここで $\mathcal{L}(\omega)$ は FLL 回路のループゲインであり、 V_{Φ} は SQUID ゲイン、 $A(\omega)$ はアンプの増幅率、 Φ_0 は磁束量子である。

FLL 回路を含む SQUID を用いた TES カロリメータの読み出し系の模式図を図 2.16 に示す。一般的には FLL 回路はロックイン増幅とともに使用されることが多いが、これは SQUID の周波数帯域を狭めてしまう。そこで、カロリメータの読み出し系としては次に述べる SQUID アレイを用いる方がよい。

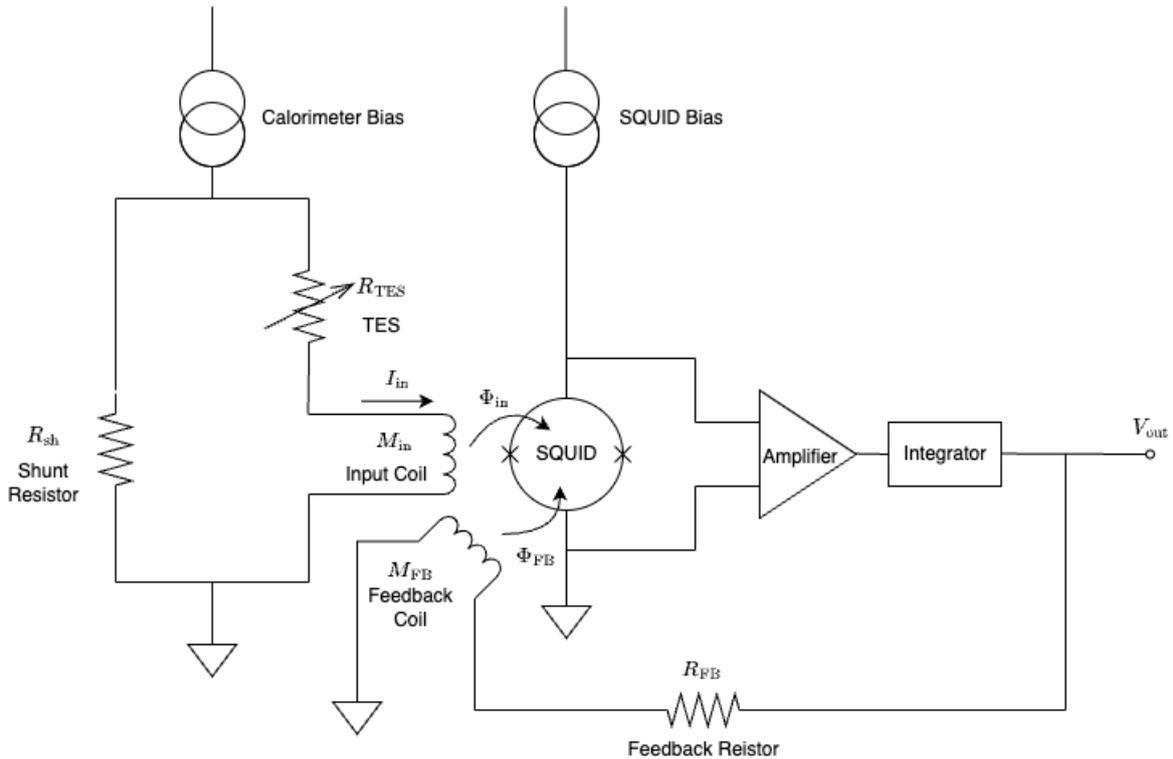


図 2.16. FLL 回路で動作させた SQUID を用いた TES カロリメータの読み出し系の模式図。

2.9.3 SQUID アレイ

dc-SQUID を直列にアレイ化し同位相で動作させると、それぞれの SQUID からの出力が加算されるため、大きな出力を作り出すアンプとして使用できる。これを dc-SQUID アレイと呼ぶ。単に SQUID を直列にアレイ化するだけでは入力コイルのインピーダンスが大きくなってしまうため、並列化も行い自己インダクタンスを下げることで低インピーダンスにする。単体では出力が小さくまたノイズが大きい SQUID も、アレイ化することで高利得化かつ低ノイズ化を行うことができる。

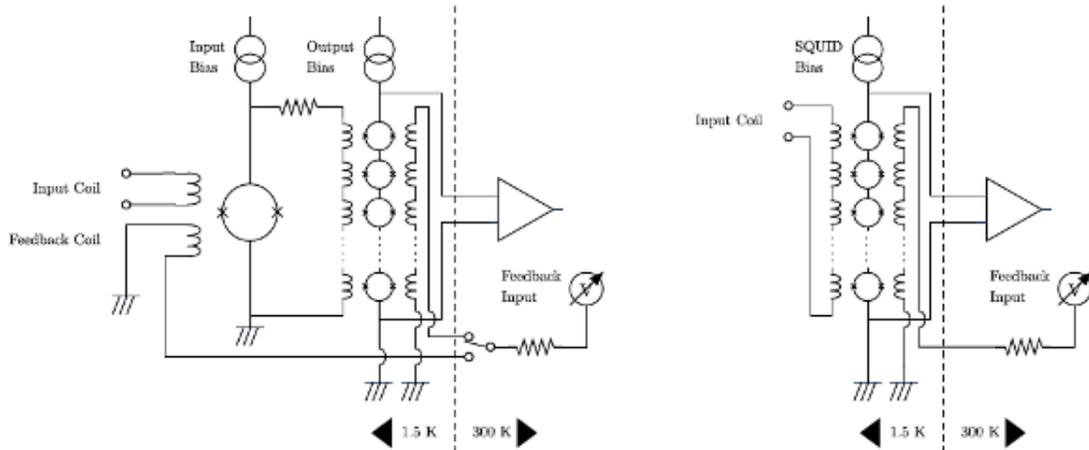


図 2.17. SQUID アレイを用いた TES カロリメータの読み出し計.

2.9.4 SQUID ノイズのエネルギー分解能への寄与

SQUID ノイズには、SQUID のシャント抵抗で発生する Johnson ノイズと、トンネル接合のショットノイズがある。そのスペクトルは、読み出し回路のカットオフ周波数より低い範囲ではほぼ一定で、ノイズ等価電流は典型的に数 pA/√Hz である。SQUID ノイズのノイズ等価パワーは

$$NEP_{\text{readout}}^2 = \frac{i_n^2}{S_I^2} \tag{2.9.4.1}$$

で与えられる。ただし、 i_n は SQUID のノイズ電流密度である。SQUID ノイズのエネルギー分解能への寄与は、式 (2.7.0.10) を用いて、

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{FWHM}} &= 2\sqrt{2\ln 2} \left(\int_0^\infty \frac{4}{NEP_{\text{readout}}(f)^2} df \right)^{-\frac{1}{2}} \\ &= 2\sqrt{2\ln 2} \frac{1 + \mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0} |b| i_n \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \\ &= 2\sqrt{2\ln 2} \frac{1 + \mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0} V_b i_n \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \end{aligned} \tag{2.9.4.2}$$

となる。したがって、 $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} \sim 2\sqrt{2\ln 2} V_b i_n \sqrt{\tau_{\text{eff}}} \tag{2.9.4.3}$$

となる。

第3章

TES 型 X 線マイクロカロリメータの吸収体

Contents

3.1	吸収体に求められる設計	47
3.1.1	受光面積と画素数	47
3.1.2	開口率	48
3.2	X 線吸収体として検討すべき物性	48
3.2.1	物質の導電性による分類	48
3.2.2	X 線吸収率	49
3.2.3	熱容量	49
3.2.4	熱化速度	49
3.2.5	熱伝導性	50
3.2.6	内部応力	50
3.3	吸収体の成膜方法	50
3.3.1	真空蒸着法	51
3.3.2	スパッタリング法	51
3.3.3	電解析出法	51
3.4	吸収体開発における世界の動向	51
3.5	我々の研究グループの吸収体開発の現状	52
3.5.1	真空蒸着法による Au 吸収体	52
3.5.2	Bi を用いた吸収体	52
3.5.3	Cu を用いた吸収体	53
3.5.4	多層膜吸収体	53
3.5.5	電解析出法による Au マッシュルーム型吸収体	53

本章では、TES 型 X 線マイクロカロリメータの吸収体に求められる性能をまとめる。次に、吸収体として検討すべき物性や吸収体成膜方法を概説する。最後に、我々の吸収体開発の現状をまとめる。

3.1 吸収体に求められる設計

3.1.1 受光面積と画素数

2023 年に打ち上げられた XRISM 衛星に搭載されている半導体マイクロカロリメータの *Resolve* の視野は $2.9' \times 2.9'$ であるが、これは広がった天体に対しては十分でなく、2030 年代の将来ミッションである LEM では視野 $15' \times 15'$ 、Super DIOS では視野 $1^\circ \times 1^\circ$ が検討されている。

一画素の面積を大きくすると、画素数を増やすことなく受光面積を達成できるが、望遠鏡の角度分解能から決まる大きさを超えると撮像能力が低下する。また、素子自体の大きさに伴い熱容量が大きくなるため、原理的な分解

能が劣化する。併せて、吸収体内部での熱拡散の過程がばらつきを持つことにつながり、X線パルスがばらつき、エネルギー分解能の劣化を引き起こすと考えられる。以上により、一素子の大きさには限界がある。

3.1.2 開口率

天体からやってくるX線光子の数は極めて少なく、それらを効率よく観測するためには開口率も考慮する必要がある。マイクロカロリメータでは、各画素への配線や素子と熱浴を熱的に切り離す構造（メンブレン構造）のため場所が不可欠である。これらは、X線光子が検出できない領域（デッドスペース）になるばかりではなく、信号のバックグラウンドが増加する要因になりうる。しかし、TES全体を覆うように吸収体を成膜すると、近接効果によりみかけの膜厚比が大きくなりTES自体が超伝導にならない。X線吸収体により開口率を向上させるには、デッドスペースを覆える三次元構造が期待される。

3.2 X線吸収体として検討すべき物性

3.2.1 物質の導電性による分類

物質は、導電性が高い導体、導電性が低い絶縁体、中間に対応する半導体に分類できる。以下に吸収体として利用する上で、物質の種類に応じた特徴をあげる。

- 絶縁体と半導体

一般的に、絶縁体と半導体は、バンドギャップの不純物準位に電子が捕捉されて準安定な状態を作ってしまう。そのため熱化が不完全だったり、ばらつくことが多い。

- 常伝導金属

常伝導金属はX線のエネルギーが伝導電子の電子-電子相互作用によって熱化されるため、熱化が非常に速く、経験的にnsのオーダーである。また、熱拡散も伝導電子が担うため、非常に速い。そのため、熱化、熱拡散という点においては有利である。しかし、電子比熱が大きいため高いエネルギー分解能を得るには吸収体のサイズは限られる。

- 超伝導金属

超伝導金属は超伝導転移温度よりも十分低温では電子比熱が指数関数的に小さくなる。そこで、原子番号が大きくデバイ温度が高い超伝導体を用いれば、比熱を抑えつつ高い検出効率を達成できる。しかし、超伝導転移温度よりも十分低温では準粒子の寿命が長くなり、一般的には熱化が非常に遅くなる。準粒子の寿命は格子の一様性に依存すると言われている。

- 半金属

Biなどの半金属は、電子比熱が小さいため熱容量を抑えつつ吸収体のサイズを大きくすることができる。さらに、熱化が比較的速いことも知られている。

これらを考慮して、吸収体としては金属であるSn, Au, Cu, 半導体であるHgTe, 半金属であるBiなどが用いられている。XRISM衛星に搭載されているResolveでは、吸収体としてHgTeが利用されている。将来ミッションを見据えたTESカロリメータ用アレイとしては、熱容量を抑えながら面積を大きくできる半金属のBiが期待されている。

3.2.2 X 線吸収率

TES カロリメータにおいて入射した X 線はほとんどの場合、吸収体内で光電吸収され熱に変換される。光電効果が起こる確率 p_{PE} は入射 X 線エネルギーを E 、物質の原子番号を Z とすると、近似的に

$$p_{PE} \propto \frac{Z^x}{E^{3.5}} \quad (3.2.2.1)$$

と書くことができる。原子番号の指数が X 線のエネルギーにより変化し、 $x = 3 \sim 5$ である。式 (3.2.2.1) より、原子番号が大きい、つまり電子が多い金属ほど光電効果が起こりやすく吸収体で吸収されやすい。このように X 線吸収率は入射する X 線のエネルギーに対する関数として捉えることができる。TES カロリメータでは吸収体の厚みの関数として X 線吸収率を見積もることができる。厚さ $d[\text{cm}]$ の物質中を通過する場合の強度低下を ΔI 、通過後の強度を I 、物質に固有の線吸収係数を $\mu[\text{cm}^{-1}]$ とすると、Beer の法則より

$$\frac{\Delta I}{I} = -\mu' \Delta x \quad (3.2.2.2)$$

と表される。最初の X 線強度を I_0 とすると、上式を積分して、

$$I = I_0 \exp(-\mu' x) \quad (3.2.2.3)$$

となる。よって、X 線吸収率 q_e は

$$q_e = 1 - \exp(-\mu d) \quad (3.2.2.4)$$

となる。このように、同じ物質でも厚いほど X 線吸収率を上げることができる。TES カロリメータにおける吸収体で X 線を効率よく吸収するには原子番号の大きさと厚みが要求される。

3.2.3 熱容量

式 (2.1.0.6) より、高いエネルギー分解能を実現するには、TES カロリメータ全体の熱容量を抑えることが不可欠である。TES カロリメータの場合は、TES のダイナミックレンジから熱容量に制限が付く。典型的な条件として、高い感度を維持できる最大のエネルギー（飽和エネルギー） E_{sat} を 10 keV、TES の温度感度 α を 50、熱伝導率 $\kappa \propto T^{n-1}$ の温度依存性のべきを $n = 3$ 、超伝導臨界温度 $T_c = 150 \text{ mK}$ を仮定して熱容量の最小値 C_{min} を求めると、

$$C_{\text{min}} = \frac{\alpha E_{\text{sat}}}{T} = 0.53 \text{ pJ/K} \left(\frac{\alpha}{50} \right) \left(\frac{E_{\text{sat}}}{10 \text{ keV}} \right) \left(\frac{T}{0.15 \text{ K}} \right)^{-1} \quad (3.2.3.1)$$

となる。一方、熱容量の上限値は熱力学的なエネルギー分解能から付けることができる。例えば、熱力学的なエネルギー分解能を FWHM で 5 eV 以下にするには、式 (2.1.0.6) から、熱容量の上限値は $C_{\text{max}} \sim 3.8 \text{ pJ/K}$ となる。

3.2.4 熱化速度

X 線光子が吸収体に光電吸収され、エネルギーが熱に変換することを熱化と呼ぶ。X 線マイクロカロリメータの吸収体では、入射した光子のエネルギーが全て熱に変換し、全て温度計で測定できることが望ましい。しかし、X 線のエネルギーの一部が不純物準位や電子・ホール対、クーパー対に蓄えられ、電子やフォノンが担う熱への変換の妨げになることがあり、熱化時間が遅くなる場合がある。熱化の速さは TES カロリメータのエネルギー分解能に与える影響は、X 線パルスの応答速度との比較によって決まり、X 線パルスの立ち上がり時定数や立ち上がり時定数よりも十分速く熱への変換が起こる必要がある。例えば、半導体を吸収体としたマイクロカロリメータでは、入射 X 線光子によるエネルギーの一部が電子・ホール対の生成に用いられる。これらの数は統計的に揺らいでお

り、寿命がカロリメータの有効時定数 τ_{eff} よりも長いと、温度計に入力される熱自体が揺らぐことに繋がる。つまり、同一エネルギーの X 線光子でも、熱の大きさの違いを生じ、熱化が遅いとエネルギー分解能の劣化を引き起こすため、吸収体としては熱化の速いものが要求される。

3.2.5 熱伝導性

式 (2.8.1.8), 式 (2.8.1.10) で示されるように, X 線光子に対する TES カロリメータの応答の時定数が熱伝導度に依存する。特に, 信号の立ち上がり時定数 τ_2 は吸収体の熱伝導度に依存するため, 吸収体自体の熱伝導性が悪いと X 線が吸収された位置によって立ち上がりの速度にばらつきが生じ, エネルギー分解能の劣化に繋がる。この影響については, 立ち上がり時定数が信号の立ち下がり時定数 $\tau_{\text{eff}} \sim 100 \mu\text{s}$ よりも十分短いならば無視できる。また, 信号の読み出し速度によりパルスの立ち上がり速度が制限される場合, ばらつきの影響は無視できる。SQUID を用いた TES カロリメータの場合, 信号に対する回路の応答速度は SQUID の入力コイルの自己インダクタンス L_{in} と TES カロリメータの動作温度での抵抗 R_{TES} で決まる時定数 $\tau_{\text{SQUID}} = L_{\text{in}}/R_{\text{TES}} = 1.3 \mu\text{s} (L/40 \text{ nH})(R/30 \text{ m}\Omega)^{-1}$ により原理的に制限される。これらのことから, 熱伝導性で決まる信号の立ち上がり速度としては, $1 \mu\text{s}$ オーダーの短い立ち上がり時定数が要求される。

一般に信号の立ち上がり速度を決める重要な要素に, 吸収体から TES への熱伝達の仕方がある。入射した X 線のエネルギーは吸収体における電子系及びフォノン系に伝えられる。TES では電子の温度を測定しているため, TES の電子系に熱を伝える必要がある。吸収体から TES へ熱を伝達する上では, 電子-電子, 電子-フォノン, フォノン-フォノン同士の相互作用が起こる。TES カロリメータでは, X 線のエネルギーを光電吸収で生じた一次電子, 吸収体内の電子系, TES の電子系の順に伝えることが望ましい。このため, TES カロリメータの吸収体としては, 電子比熱の高い常伝導金属が用いられてきた。

熱伝導性が高い吸収体を成膜する上で不純物の少なさや物質の結晶構造が重要である。複雑な結晶構造や格子欠陥を持つ物質では, フォノンの散乱が起こるため, 熱輸送が阻害され熱伝導性の低下を招く。吸収体は不純物や格子欠陥が少なくなるように成膜する必要がある。不純物や格子欠陥の濃度を評価する指標の一つに次式で定義される残留抵抗比 (Residual Resistivity Ratio; RRR) がある。

$$\text{RRR} = \frac{\rho_{300 \text{ K}}}{\rho_{4 \text{ K}}} \quad (3.2.5.1)$$

ここで $\rho_{300 \text{ K}}$ と $\rho_{4 \text{ K}}$ はそれぞれ室温 (300 K) とヘリウム温度 (4 K) での電気抵抗率を表す。極低温における電子の平均自由行程は不純物や格子欠陥による散乱で決まり, これには温度依存性がないため電気抵抗値はほとんど変化しない。そのため RRR は成膜した金属薄膜の不純物や格子欠陥の濃度を評価する指標になる。また, RRR の値が大きいほど不純物や格子欠陥が少ないことを表す。

3.2.6 内部応力

マイクロマシニングでの吸収体の構造形成においては, 薄膜内部での応力を考慮すべき場合がある。薄膜形成時における基板は非熱的平衡状態であり, 原子からなる無数の島構造が合体を繰り返して成長するので, 内部応力が残留しやすい。例えば後述する真空蒸着法で成膜される金属薄膜では縮もうとする応力 (引張応力) が残留しやすい。

3.3 吸収体の成膜方法

金属薄膜の成膜には様々な手法がある。その中で吸収体の成膜方法としては, 真空蒸着法, スパッタ法, 電解析出法が多く用いられる。

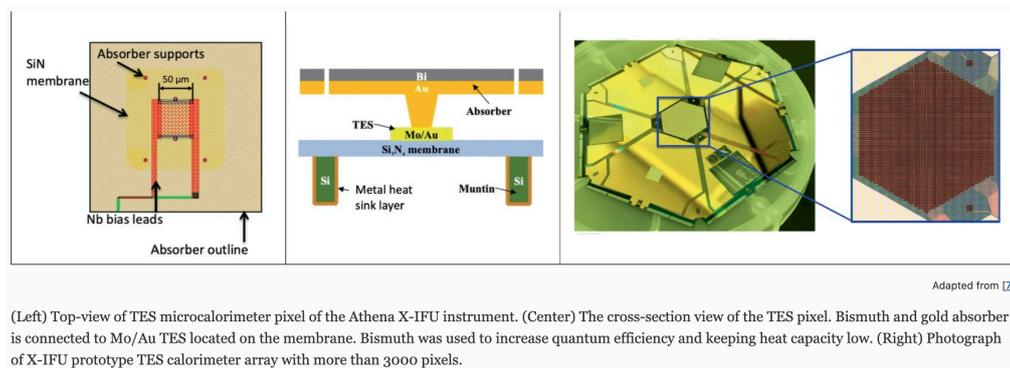


図 3.1. Athena X-IFU に搭載される TES カロリメータ。マッシュルーム吸収体には Bi/Au 二層膜が用いられている。

3.3.1 真空蒸着法

高真空にしたチャンパーの中で、薄膜に使用する材料を蒸発させ、その蒸発分子を基板に凝着させることで薄膜形成する方法を真空蒸着法という。真空蒸着装置内は基板、材料、膜厚や成膜レートを調節するための膜厚計からなる。蒸着源には抵抗加熱式、高周波加熱式、電子銃加熱式などがある。抵抗加熱式は W や Mo のような高融点金属に電力を印加することで発生する Joule 発熱によって材料を加熱する。高周波加熱式は主に大量に蒸発させる際に利用され、材料を入れた坩堝の周りにある高周波コイルによって材料加熱する方式である。電子銃加熱式では、電子線に磁場をかけることで偏向させ、電子を坩堝に入っている材料に当てることでその電子のエネルギーにより材料を加熱する方式である。宇宙科学研究所では、抵抗加熱式と電子銃加熱式を兼ね備えた真空蒸着装置を有しており、Au と Ti を用いた TES 二層膜の製作に用いている。～ nm のオーダーの薄い膜の製作に向いている。

3.3.2 スパッタリング法

固体の表面に高エネルギーのイオンが衝突すると、表面の原子が飛び出す現象をスパッタ現象という。これらの原子に対抗して基板を設置すると、飛び出した原子を堆積させて薄膜を形成することができる。真空蒸着法に比べると薄膜間の密着性が高く、成膜レートが一定であるという特徴を持つ。反面、薄膜生成速度が遅いため、厚い薄膜の生成には向いていない。また、プラズマの発生に利用するスパッタガスが材料に取り込まれることがあるため、純粋な金属膜の成膜は難しい。

3.3.3 電解析出法

電解溶液中に陰極となる基板と陽極となる金属を浸し、電流を流すことによって、溶液中の金属イオンを還元して基板に析出させる手法を電解析出法という。いわゆる電気メッキである。常温・大気圧で成膜でき、大面積で厚い金属薄膜を成膜可能である。ただし、電解溶液中に含まれる添加物や有機物が不純物として薄膜に取り込まれることがある。厚さをコントロールできるのがメリットであるが、電極層のパターンを先に作る必要がある。

3.4 吸収体開発における世界の動向

図 3.1 に Athena X-IFU に搭載される TES マイクロカロリメータの概略図を示す。TES に対して外側に張り出した構造であるマッシュルーム型吸収体を用いられている。さらに、量子効率を高め、熱容量を低く抑えるため Bi が使用されている。

また、SRON (Netherlands Institute for Space Research) では図 3.2 のように Au のマッシュルーム型吸収体を開発している。TES とステムまでの距離や、ステムの大きさを変えた素子を製作・測定し TES カロリメータの特性が変化すること報告している [13].

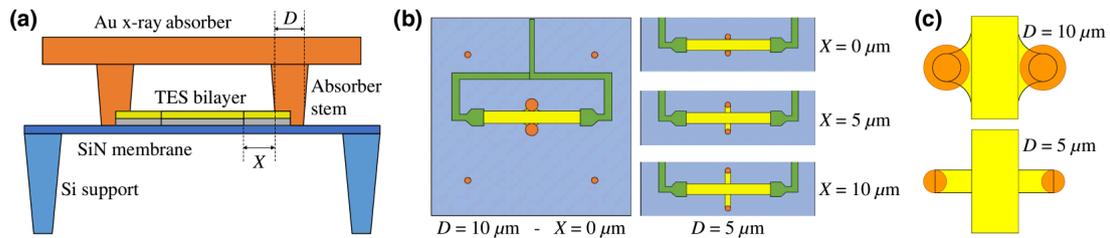


FIG. 1. (a) Schematic of the layout of the TESs. We vary only two aspects of the design: the diameter of the absorber stem D and the spacing between the bilayer and the stem X . (b) Overhead view of the four different designs studied: a single design with $D = 10 \mu\text{m}$ and $X = 0 \mu\text{m}$ and three designs with $D = 5 \mu\text{m}$ and varying spacing, $X = 0, 5, \text{ and } 10 \mu\text{m}$. The green structures are the niobium leads. (c) Close-up view of the connection between the absorber stems and the bilayer for the $D = 10 \mu\text{m}$ (top) and $D = 5 \mu\text{m}$ (bottom) designs.

図 3.2. SRON で開発されている Au マッシュルーム型吸収体。

3.5 我々の研究グループの吸収体開発の現状

3.5.1 真空蒸着法による Au 吸収体

TES カロリメータでは一般的に常伝導金属で高い熱伝導性を持つ Au が使われることが多い。我々の研究グループでは真空蒸着法を用いて Au 吸収体の成膜が行われてきた。2009 年に TES よりも小さい形状の Au 吸収体を搭載した TES カロリメータでは、単一のピクセルで 2.8 eV (FWHM) @ 5.9 keV のエネルギー分解能を達成した [5].

また、真空蒸着法における Au マッシュルーム型吸収体の開発も進められてきた。しかし、Au が柔らかいことにより、構造形成時にマッシュルーム型吸収体の構造を保つことができなかった。このことにより、真空蒸着法において Au マッシュルーム型吸収体を製作するには、構造安定性のために Au を $5 \mu\text{m}$ 以上成膜することが必要であるとわかった。また真空蒸着法で Au を厚く成膜すると長時間熱負荷をかけることになり、それに伴いレジストの除去が難しいことが明らかになった [14].

3.5.2 Bi を用いた吸収体

Bi は半金属の中で原子番号が大きいため、X 線の阻止能が高く、かつ電子比熱が小さいため吸収体を大きくしても熱容量を抑えることができる。我々の研究グループでは、真空蒸着法と電解析出法のそれぞれで Bi 吸収体の開発が行われてきた。

真空蒸着法を用いた厚み $1 \mu\text{m}$ の TES よりも小さい形状の Bi 吸収体を搭載した TES カロリメータでは、2004 年に 19.6 eV (FWHM) @ 5.9 keV のエネルギー分解能を達成している。真空蒸着法を用いた厚み $10 \mu\text{m}$ の Bi マッシュルーム型吸収体では、切断面の観察から多くの空孔が見られたことや、厚み方向で膜質が異なっていたことが明らかになっている。併せて吸収体の角が下に膨れて基盤に接触するという問題も報告されている [15].

電解析出法を用いた Bi マッシュルーム型吸収体は 2004 年に構造形成とアレイ化に成功しており、約 70% の開口率を実現している。しかし、定温と極低温 (100 mK) の間の熱サイクルで吸収体を電解析出法で成膜するための電極層と吸収体が剥離してしまうという問題があった。また、X 線照射試験の結果、Bi の熱拡散速度が遅いため X 線パルスの立ち下がり時間に二つの時定数成分を持つことでエネルギー分解能が制限される問題が報告されている。

3.5.3 Cuを用いた吸収体

2013年には電解析出法で成膜したCuが真空蒸着法やスパッタ法で成膜したCuやAuに比べ5倍程度熱伝導性が良いことが示唆され、マッシュルーム型吸収体の研究が行われた。従来からの問題点であったマッシュルーム型吸収体の自立の難しさを、基盤と吸収体の間にSiO₂のスペーサーを入れることで解決を図り、最終的に電解析出法で成膜したCuで構造形成まで成功した。しかし、極低温でマッシュルーム型吸収体を搭載したTESカロリメータが転移しないという問題が起き、原因としてCuの応力が考えられる [16]。

3.5.4 多層膜吸収体

電子比熱を抑えながら高いX線阻止能を持つ半金属のBiと、熱伝導が良い金属を組み合わせた多層膜吸収体の開発が行われた。2015年には、CuとBiを別々に電解析出させることで多層膜吸収体を搭載したTESカロリメータの製作に成功しており、X線照射試験において15.06 eV (FWHM) @5.9 keVのエネルギー分解能が得られている。このエネルギー分解能は設計上の値より悪く、X線の入射位置によるパルスのばらつきが原因の一つであると考えられている。CuとBiを混合した電解溶液で成膜することで、界面における密着度を向上させる必要性が示唆されている [17]。

3.5.5 電解析出法によるAuマッシュルーム型吸収体

従来の我々の研究グループにおけるマッシュルーム型吸収体は、一つの柱に対してTESよりも大きい面積で張り出した形として開発が進められてきた。そのため、Auを用いたマッシュルーム型吸収体の構造形成において笠部分が垂れてしまうという問題が報告されている。そこで複数の足で吸収体を支える構造を開発し、支えの数を多くすることで配線などのデッドスペースを覆う大面積吸収体を自立させた。また、SRONにより電解析出法で成膜したAuがRRR ~ 30と高い熱伝導性を持つことが報告されており [18]、これは我々の電解析出法で成膜したCuに比べて約3倍熱伝導性が良い。そこで我々の研究グループにおいても電解析出法でのAu成膜環境を導入した。そして2022年に厚み2 μmのAuマッシュルーム型吸収体の構造形成を電解析出法により成功した。また、成膜条件はRRR ~ 25を達成した。X線照射試験において9.42 eV (FWHM) @5.9 keVのエネルギー分解能が得られている [6]。しかし、設計目標である < 5 eV を (FWHM) @5.9 keV 満たせてはいない。

エネルギー分解能が劣化している原因がTES自体によるものなのか、吸収体を搭載したことによる影響なのかは判明していない。また、吸収体の入射位置による依存性も考えられる。本修士論文では、エネルギー分解能劣化の原因を性能評価とシミュレーションの観点から考察する。さらに、吸収体構造がTESカロリメータの性能に影響しているかを調べる。また、今後実現したいと考えている大面積吸収体やBi/Au吸収体について、エネルギー分解能に影響の出ない吸収体の熱伝導率をシミュレーションする。

第 4 章

マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロ カロリメータ

Contents

4.1	Au マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータの概要	54
4.2	Au 吸収体の厚みの設計値	54
4.2.1	TES カロリメータの熱容量	54
4.2.2	飽和エネルギーとエネルギー分解能から制限される吸収体の厚み	55
4.2.3	X 線吸収率から制限される熱容量と吸収体の厚み	55
4.2.4	Au の熱伝導性の設計値	56
4.3	マッシュルーム吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータのデザイン	57
4.4	製作方法	61

§3.5.5 で述べたように、電解析出法により Au マッシュルーム型吸収体を持つ TES 型 X 線マイクロカロリメータを製作することができた。本章ではこの素子の設計，デザイン，及び製作方法について述べる。

4.1 Au マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータの概要

この素子は、複数の柱で大面積吸収体を支える構造を有している。内側の柱は TES に繋がっており、外側の柱はメンブレン構造と繋がっている。また、TES の面積は従来 $180\ \mu\text{m}$ 角だったところを、 $100\ \mu\text{m}$ にしている。これにより TES 自体の熱容量を減らすことに繋がり、アレイ化を見据えたサイズとなっている。吸収体は、複数の柱で支えられることにより、配線やメンブレン構造を植上から笠上に覆い、かつ配線と電氣的に接続しないように数 μm の中空を持つ構造となっている。TES カロリメータの X 線吸収効率 q_e について、 $q_e \sim 1$ ($< 5\ \text{keV}$) を想定している。

4.2 Au 吸収体の厚みの設計値

4.2.1 TES カロリメータの熱容量

実際の TES のカロリメータのサイズから熱容量を計算する。バルクの Ti と Au の比熱の温度依存性を

$$c_{\text{Ti}} = 2.5T^3 + 97T[\text{JK}^{-1}\text{m}^{-3}] \quad (4.2.1.1)$$

$$c_{\text{Au}} = 42T^3 + 68T[\text{JK}^{-1}\text{m}^{-3}] \quad (4.2.1.2)$$

と仮定する。

吸収体の熱容量は吸収体の長さ L_{Abs} 、厚み d_{Abs} とすると

$$C_{\text{Abs}} = 1.88 \times 10^{-12} \text{ J/K} \left(\frac{L_{\text{Abs}}}{260 \mu\text{m} \times 260 \mu\text{m}} \right) \left(\frac{d_{\text{Abs}}}{2 \mu\text{m}} \right) \quad (4.2.1.3)$$

であり、TES カロリメータの熱容量の大半を占める。そのため熱容量は吸収体について考える。

4.2.2 飽和エネルギーとエネルギー分解能から制限される吸収体の厚み

TES カロリメータの飽和エネルギー E_{sat} は、

$$E_{\text{sat}} \sim \frac{CT}{\alpha} \quad (4.2.2.1)$$

と書くことができる。ここで、 C と T はそれぞれ TES カロリメータの熱容量と温度である。10 keV までの X 線に対して飽和することなく測定できる TES カロリメータの吸収体の厚みを考える。動作温度（超伝導転移温度）を 200 mK、温度感度 $\alpha = 50$ を仮定する。 $E_{\text{sat}} = 10 \text{ keV}$ かつエネルギー分解能を FWHM で 5 eV 以下とする場合、熱容量の上限値 C_{max} と吸収体の厚み d_{max} はそれぞれ

$$C_{\text{max}} \sim 2.14 \text{ pJ/K} \quad (4.2.2.2)$$

$$d_{\text{max}} \sim 2.27 \mu\text{m} \quad (4.2.2.3)$$

と見積もることができる。以上より、吸収体の厚みは $\sim 2.27 \mu\text{m}$ 以下であることが求められる。

4.2.3 X線吸収率から制限される熱容量と吸収体の厚み

物質の厚みに対する X 線吸収率の関係から、設計目標である X 線吸収率 $q_e \sim 1$ ($< 5 \text{ keV}$) を満たすか検討する。

X 線吸収効率は q_e 式 (3.2.2.4) より物質の線吸収係数を用いて $q_e = 1 - \exp(-\mu d)$ と表せる。図 4.1 に X 線のエネルギーと Au の線吸収係数の関係および X 線のエネルギーと吸収率を Au の厚みごとに計算した結果を示す。Au の厚みが $\sim 2 \mu\text{m}$ であるとき、X 線吸収率 $q_e \sim 1$ ($< 5 \text{ keV}$) を概ね満たす。

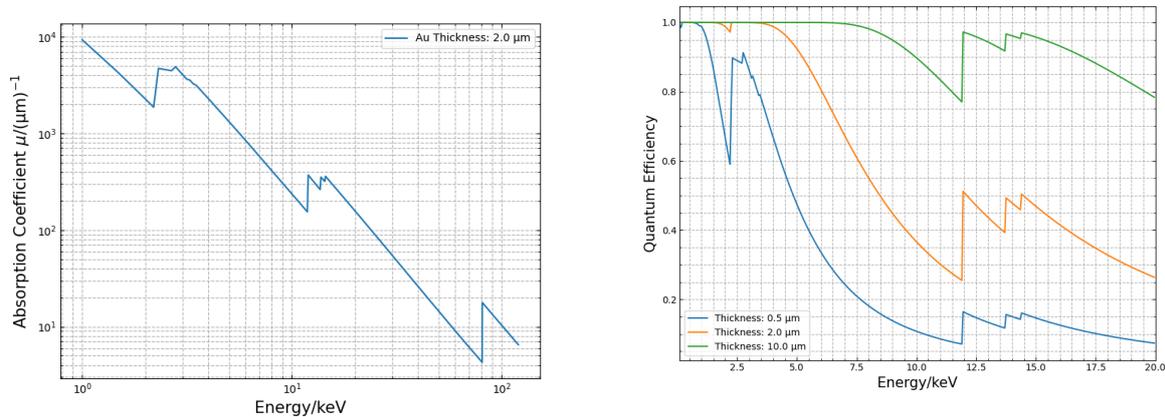


図 4.1. Au の厚みと X 線吸収率の関係。左: 入射 X 線に対する Au の線吸収率 μ の関係。右: Au の厚みごとのエネルギーと X 線吸収率の関係。厚みが大きくなるほど、より高エネルギーの X 線も阻止できることがわかる。

以上より、10 keV の飽和エネルギーと X 線吸収率 $q_e \sim 1$ ($< 5 \text{ keV}$) を保持しながら、エネルギー分解能 $5 \text{ eV}@5.9 \text{ keV}$ を以下を満たすために、Au 吸収体の厚みを $\sim 2 \mu\text{m}$ として製作している。

4.2.4 Au の熱伝導性の設計値

Au マッシュルーム吸収体における熱拡散過程要求される残留抵抗比 (Residual Resistivity Ratio; RRR) を計算する.

$$\text{RRR} = \frac{\rho_{300\text{K}}}{\rho_{4\text{K}}} \quad (4.2.4.1)$$

と定義される. また, ある長さ x を熱が拡散するのに必要な時間尺度 τ_{diff} は, 拡散方程式から

$$\tau_{\text{diff}} = \frac{c}{\kappa} x^2 \quad (4.2.4.2)$$

と表すことができる. ただし, c と κ はそれぞれ熱が伝達する物質の比熱と熱伝導率である. また, 低温での熱伝導率と電気抵抗率の関係は経験則的に Wiedeman-Frantz 則より

$$\kappa = \frac{L_n T}{\rho} \quad (4.2.4.3)$$

$$L_n = 2.45 \times 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2} \quad (4.2.4.4)$$

として知られている. 極低温において電気抵抗率が変化しない ($\rho_{200\text{mK}} \sim \rho_{4\text{mK}}$) と仮定すると, 200 mK での熱伝導率 $\kappa_{200\text{mK}}$ は,

$$\kappa_{200\text{mK}} = \frac{0.2\text{K}}{4\text{K}} \kappa_{4\text{K}} \quad (4.2.4.5)$$

と書くことができる. 300 K での熱伝導率 $\kappa_{300\text{K}}$ での $\text{RRR} = \rho_{300\text{K}}/\rho_{4\text{K}}$ を用いると

$$\kappa_{200\text{mK}} = \frac{200\text{mK}}{300\text{K}} \frac{\rho_{300\text{K}}}{\rho_{4\text{K}}} \kappa_{300\text{K}} = \frac{200\text{mK}}{300\text{mK}} \times \text{RRR} \times \kappa_{300\text{K}} \quad (4.2.4.6)$$

と表される. これより, 式 (4.2.4.2) は, RRR, 200 mK での比熱 $c_{200\text{mK}}$, 300 K での電気抵抗率 $\rho_{300\text{K}}$ を用いて

$$\tau_{\text{diff}} = 5 \times \frac{c_{200\text{mK}} \rho_{300\text{mK}}}{L_n} \frac{x^2}{\text{RRR}} \quad (4.2.4.7)$$

となる. これを RRR について解くと,

$$\text{RRR} = 5 \times \frac{c_{200\text{mK}} \rho_{300\text{mK}}}{L_n} \frac{x^2}{\tau_{\text{diff}}} \quad (4.2.4.8)$$

となり, この式 (4.2.4.8) から要求される Au の RRR を見積もる. 比熱の温度依存性を式 (4.2.1.2) と仮定すると 200 mK での Au の比熱は

$$c_{200\text{mK}} = 13.9 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-1} \quad (4.2.4.9)$$

と見積もられる. 吸収体での熱拡散スケールを $\tau_{\text{diff}} < 1 \mu\text{s}$, 吸収体の大きさを $260 \mu\text{m}$ 角とすると要求される RRR は

$$\text{RRR} \gtrsim 9.23 \left(\frac{\tau_{\text{diff}}}{1 \mu\text{s}} \right)^{-1} \left(\frac{x}{0\sqrt{2}\mu\text{m}} \right)^2 \quad (4.2.4.10)$$

となる. これより 200 mK で動作させる TES カロリメータについて Au の RRR の要求値は ~ 10 以上と見積ることができる. 製作においては $\text{RRR} \sim 25$ の条件で Au 吸収体を成膜した.

4.3 マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータのデザイン

マッシュルーム型吸収体 TES 型 X 線マイクロカロリメータの概略図を図 4.2 に示す。3inch の Si+SiN_x 基板に製作し、二種類のチップが含まれている。

一つは吸収体の構造や TES の形の違いによる TES カロリメータとしての性能やプロセスを評価するためのチップであり、Ea チップと呼ぶ。もう一つは、224 素子からなる TES カロリメータアレイチップであり、Sa チップと呼ぶ。3inch 基板には、Ea チップが 5 枚 (Ea1~Ea5)、Sa チップが 4 枚 (Sa1~Sa4) 形成される。§5 では Ea4 チップを用いる。

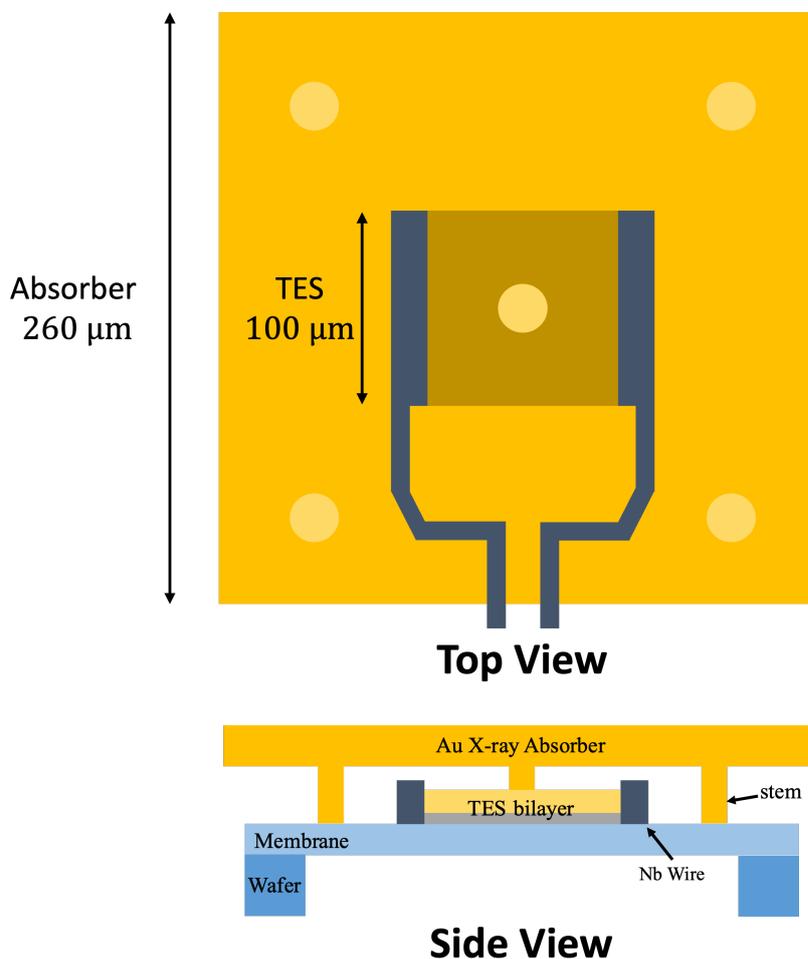


図 4.2. マッシュルーム型吸収体を搭載した TES カロリメータの概略図.

図 4.3 に Ea チップの設計図を示す。Ea チップのサイズは 15 mm × 9.5 mm であり、中心部に 25 素子と外側に 2 素子の TES のカロリメータが作られる。中心部の TES カロリメータは 5 × 5 で配列しており、各素子は A~E と 1~5 というアルファベットと数字の組み合わせでラベル付けされている。

A~D 列の TES カロリメータは吸収体構造の評価用である。図 4.4 に各列の TES カロリメータの構造設計図を示す。図中の正方形部分は 100 μm 角の TES であり、TES に対して配線が接続されている (図中紫)。また青丸部分はマッシュルーム吸収体を支えるための柱 (ステム) の断面図である。A 列は直径が 12 μm の計 6 本の柱で吸収体を支え、TES の直上は 2 本の柱が形成される。配線に電流を流して TES カロリメータとして動作させる際

に、吸収体に電流が流れること防ぐために、TES 直上の2本の柱は等電位を満たすように配置されている。B列はTESの直上にある柱が直径 $20\mu\text{m}$ で、メンブレン構造に繋がっている4本の柱が直径 $12\mu\text{m}$ であり、計5本の柱で吸収体構造を支えている。C列はB列と同様の構造となっており、TESの直上にある柱が直径 $12\mu\text{m}$ で、メンブレン構造に繋がっている4本の柱が直径 $20\mu\text{m}$ である。D列はA列と同様の構造となっているが、TESの形状と柱の接続部分が異なっている。TESは正方形から数 μm 飛び出した形となっており、その部分に柱が接続するようになっている。歩留まりを考慮してA~D列はそれぞれ1~5まで同じ形状のTESカロリメータとなっている。EaチップE列はTESの構造による違いを評価するためのTESカロリメータとなっており、図4.5にE列のTESカロリメータの設計図を示す。E1はHydra型TESカロリメータであり、TESが $50\mu\text{m}$ の部分と $5\mu\text{m}$ のライン部分から構成されており、直径 $10\mu\text{m}$ の柱5本で支えられている吸収体が4つ並んでいる。E2はTESが $10\mu\text{m}$ の幅で円形部分と直線部分で構成されており、吸収体とは中心部分でのみ接触する。E3はTESが $100\mu\text{m}$ 角から切り抜かれている形で線幅は $20\mu\text{m}$ となっている。E4はTESが $20 \times 80\mu\text{m}^2$ の長方形となっており、長方形に対して飛び出した部分で吸収体と接触している。E5は幅 $10\mu\text{m}$ のTESがS字になっており、中心部の2本の柱で吸収体と繋がっている。Eaチップには外側に2素子(図中青枠)のTESカロリメータがあり、これらは吸収体構造を持たず、吸収体の有無によるTESカロリメータの評価用になっている。

各素子は読み出しのための幅 $10\mu\text{m}$ の配線とボンディング用のパッド($140 \times 400\mu\text{m}^2$)が2つあり、これらはNbで形成される。他にも各プロセスで成膜される厚みを測定するためのパターンが設計されている。

図4.6にSaチップの設計図を示す。Saチップのサイズは $15 \times 19\text{mm}$ であり、中心部に224素子のTESカロリメータが形成されている。TESカロリメータの1素子はEaチップのA列と同じ構造となっている。各配線には、Eaチップと同様に $140 \times 400\mu\text{m}^2$ のボンディングパッドが形成される。

また、TESの厚みの設計値は転移温度が $\sim 200\text{mK}$ となるようにAu/Ti= $150\text{nm}/50\text{nm}$ である。表4.1に設計目標、表4.2にEa(A~D列)チップとSaチップの設計詳細について示す。

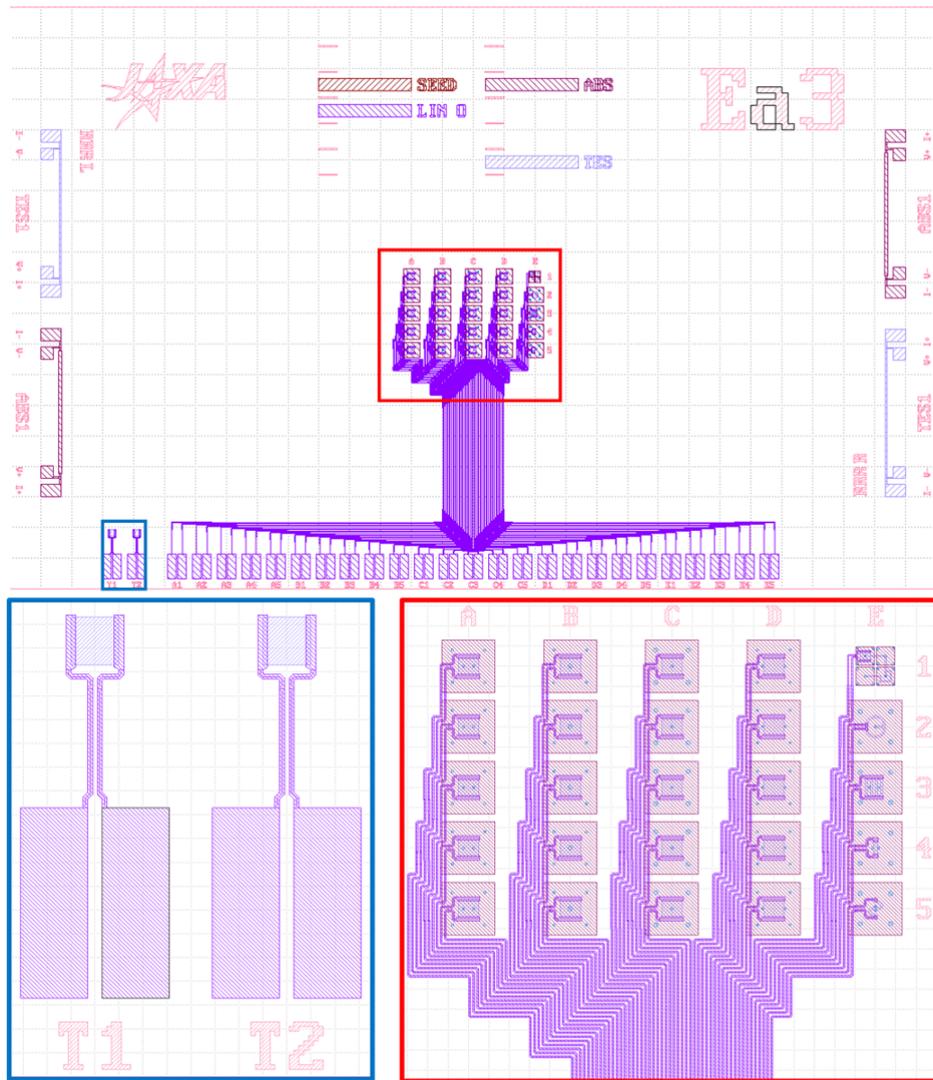


図 4.3. Ea4 シリーズの設計図.

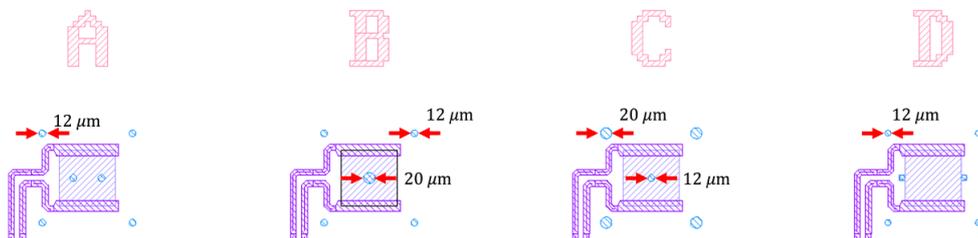


図 4.4. Ea4 チップの A~D 列の TES カロリメータの設計図.

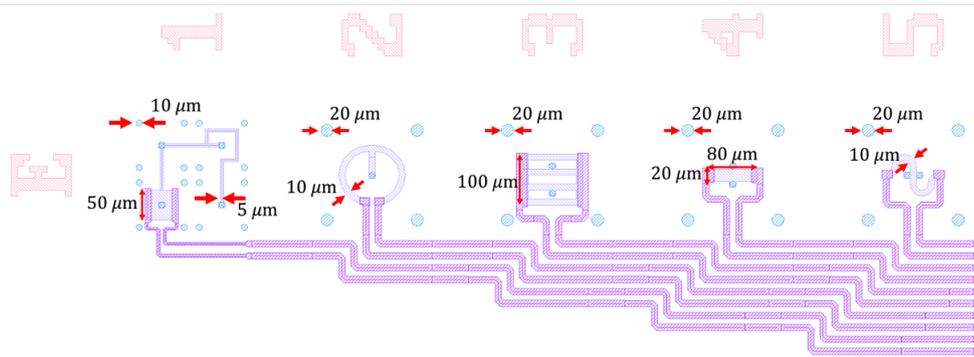


図 4.5. Ea チップの E 列の TES カロリメータの設計図.

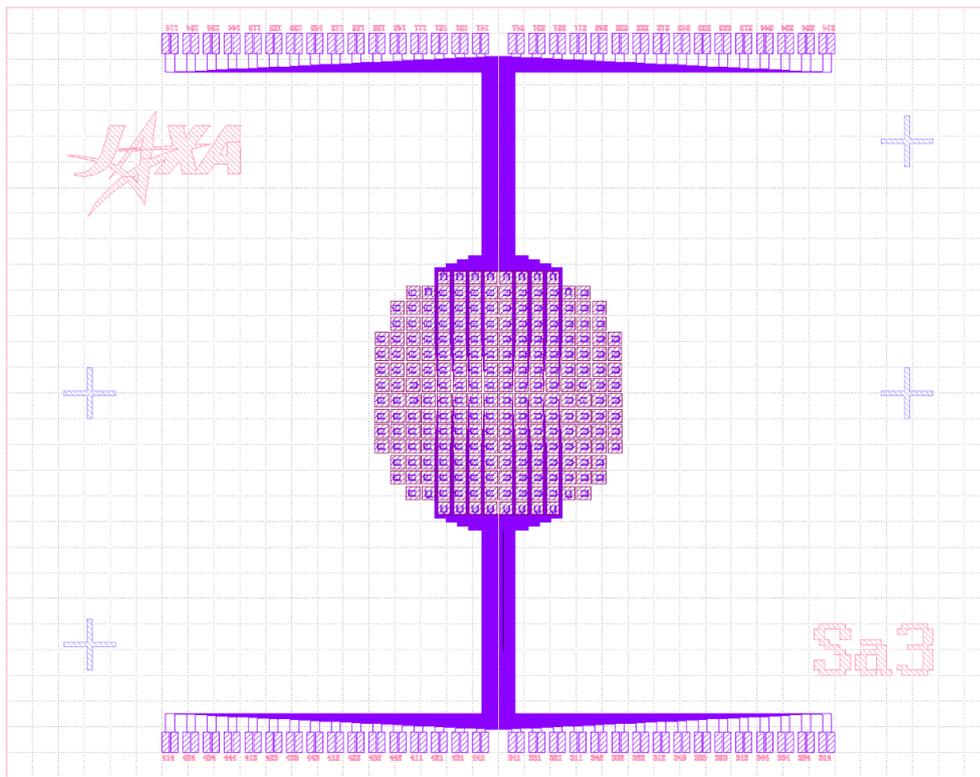


図 4.6. Sa4 シリーズの設計図

表 4.1. TES カロリメータの設計目標.

物理量	目標値
X線吸収率 q_e	~ 1 (< 5 keV)
エネルギー分解能 ΔE_{FWHM}	< 5 eV@5.9 keV
飽和エネルギー E_{sat}	10 keV
立ち上がり時定数 τ_{diff}	~ 1 μ s
吸収体厚み d	~ 2 μ m
吸収体 RRR	> 10

表 4.2. TES カロリメータの設計詳細.

項目		Ea (A~D 列)	Sa
チップ	サイズ	15 mm × 9.5 mm	15 mm × 19 mm
TES (Au/Ti)	サイズ	100 μm × 100 μm	100 μm × 100 μm
Nb 配線	幅	10 μm	5 μm
	ピッチ	10 μm	5 μm
	厚み	150 nm	150 nm
吸収体 (ステム)	厚み	~ 2 μm	~ 2 μm
	直径	A: 12 μm × 6	12 μm × 6
		B: 12 μm × 4 + 20 μm × 1	
		C: 20 μm × 4 + 12 μm × 1	
D: 12 μm × 6			
吸収体 (マッシュルーム)	厚み	~ 2 μm	~ 2 μm
	サイズ	260 μm × 260 μm	260 μm × 260 μm
電極層 (Au/Ti)	厚み	Au/Ti= 100 nm/30 nm	Au/Ti= 100 nm/30 nm
メンブレン構造	サイズ	200 μm × 200 μm	200 μm × 200 μm

4.4 製作方法

図 4.8 と表 4.3 にマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの製作フローを示す. 3inch シリコンウェハを用いるが, TES と熱浴を熱的に切り離すために窒化シリコン膜によるメンブレン構造を必要とする. メンブレン構造は 3inch ウェハの TES を成膜しない面から, シリコンを ICP-RIE 装置によって除去することによって形成する. そのため製作時のパターンニングの位置合わせの目安として 3inch ウェハの両面にアライメントマークを形成する. 3inch ウェハの窒化膜及び窒化膜は ICP-RIE 装置によるドライエッチングを使用して除去する.

TES は Au/Ti 二層膜を真空蒸着法により成膜する. Au は抵抗加熱により, Ti は電子線の加熱により蒸発させ 3inch ウェハに成膜する. 二層膜の厚みは, 転移温度と膜厚比の経験則から決めている. 図 4.7 に我々の今までの製作及び測定から求めた転移温度と膜厚比の関係を示す. 蒸着の条件にも依るが, これにより目標の転移温度となる TES を製作する.

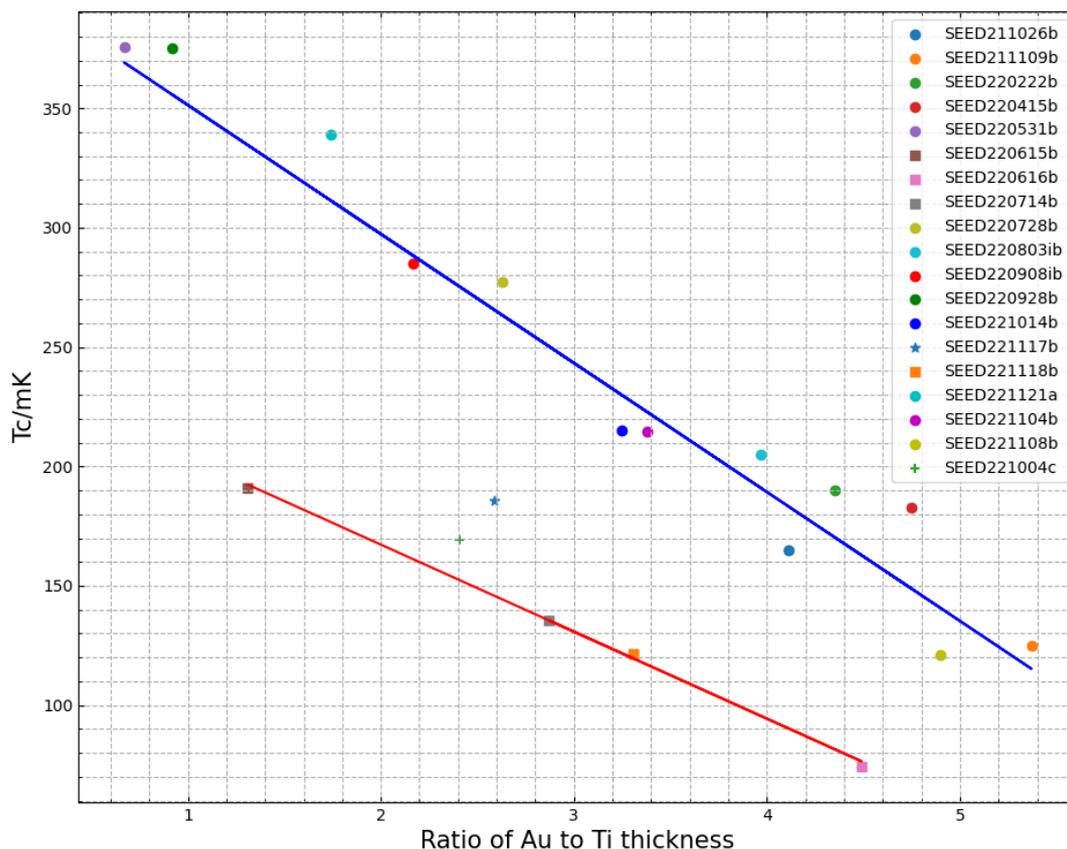


図 4.7. 我々の製作した TES の膜厚比と転移温度の関係。

Nb 配線の形成はリフトオフにより行った。Al よりもウェットエッチングされないのがメリットである。また、Nb の転移温度が 9 K であるため臨界電流も Al より大きくできる。

マッシュルーム型吸収体はレジストで吸収体を支える構造を作り出し、吸収体形成後に支えのレジストを除去することで構造形成を行う。また、吸収体を電解析出法で成膜するには、基盤全体に電流を流すための電極層を成膜する必要がある。

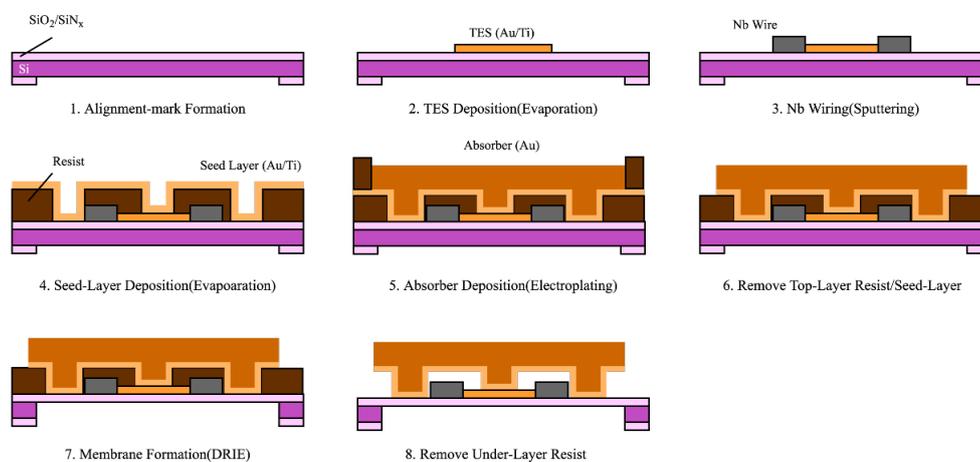


図 4.8. マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの製作フロー。

表 4.3. マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの製作フロー.

#	プロセス内容	形成方法
1	3inch ウェハ両面アライメントマーク形成 裏面メンブレン領域の SiO ₂ /SiN _x の除去	ドライエッチング ドライエッチング + ウェットエッチング
2	TES (Au/Ti) 成膜 TES パターニング	真空蒸着法 ウェットエッチング
3	配線用パターニング 配線用 Nb 成膜 配線形成	スパッタ法 リフトオフ
4	電極層成膜用レジストパターニング 電極層 (Au/Ti) 成膜	真空蒸着法
5	吸収体成膜用レジストパターニング 吸収体 (Au) 成膜	電解析出法
6	吸収体成膜用レジスト除去 電極層除去	ウェットエッチング
7	裏面メンブレン形成・チップ化	ドライエッチング
8	電極層成膜用レジスト除去	

図 4.9-4.11 に完成したマッシュルーム型吸収体の写真を示す.

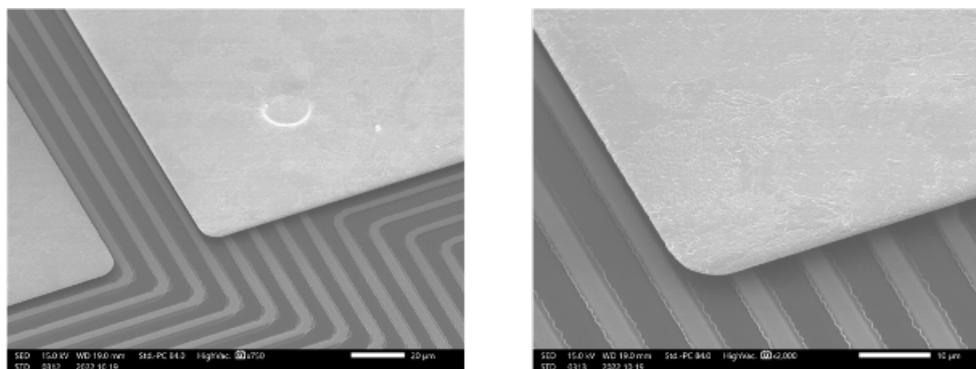


図 4.9. 完成した素子を走査型電子顕微鏡で撮影した写真. 空中構造が形成されていることがわかる.

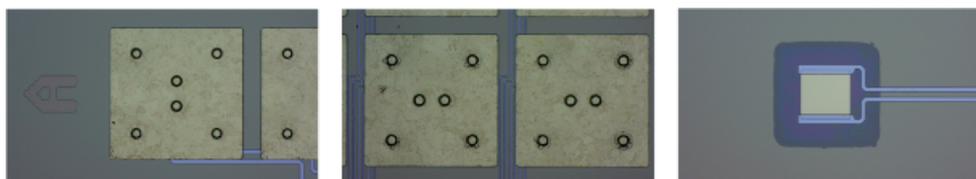


図 4.10. 完成した素子の顕微鏡写真.

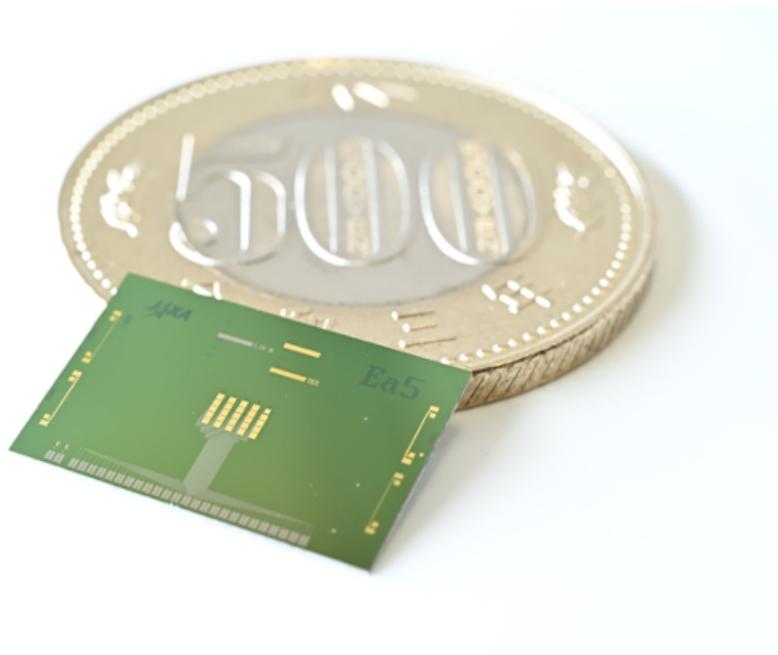


図 4.11. 完成した TES の写真.

第 5 章

TES 型マイクロカロリメータの性能評価方法

Contents

5.1	基本特性と評価方法	65
5.1.1	R - T 特性	65
5.1.2	I - V 特性	66
5.1.3	臨界電流	68
5.1.4	ϕ - V 特性	68
5.1.5	インピーダンス特性	68
5.1.6	パルス特性	73
5.1.7	エネルギー分解能とノイズ	73

本章では TES 型 X 線マイクロカロリメータの特性と、その評価方法について述べる。

5.1 基本特性と評価方法

5.1.1 R - T 特性

TES の温度 T と抵抗値 R の関係を R - T 特性と呼ぶ。 R - T 特性を調べることで転移温度 T_c がわかり、温度感度 α を計算できる。測定時には、Joule 発熱により熱浴と TES の間に温度勾配が生じないように、TES に流す電流を小さくする必要がある。 R - T 特性の抵抗変化をよく表す empirical なモデルとして、

$$R(T) = \frac{R_0}{1 + \exp\left(-\frac{T-T_c}{T_1}\right)} \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{T-T_c}{T_2}\right)} + R_c \quad (5.1.1.1)$$

という形の関数を用意する。この式 (5.1.1.1) を用いてフィッティングすることで転移温度 T_c 、転移温度での抵抗値 R_0 、温度感度 α を求める。

測定方法には二種類ある。一つは、TES にある電流を流してその両端に生じる電圧を測定する四端子測定法である。配線による抵抗の影響を小さくするために図 5.1 で示す四端子法で測定する。この方法では、測定電流による TES の発熱で温度が変化するが、抵抗の絶対値を求めることができるという長所がある。もう一つの方法は、TES に定電圧バイアスをかけて電流の変化を SQUID 電流計で測定する方法である。実際には、X 線照射時と同様に TES と並列にシャント抵抗 R_s を入れ、一定のバイアス電流 I_b を流して測定を行うため、TES の抵抗値 R はシャント抵抗 R_s に対する相対的な値としてしか求まらないが、TES には負のフィードバックがかかるために熱浴の温度揺らぎに対して安定であるという長所を持つ。§5.1.2 で詳説するが、SQUID の出力電圧から計算される TES の抵抗値 R_{TES} は

$$R_{\text{TES}} = \left(\Xi \frac{I_{\text{bias}}}{V_{\text{out}}} - 1 \right) R_s \quad (5.1.1.2)$$

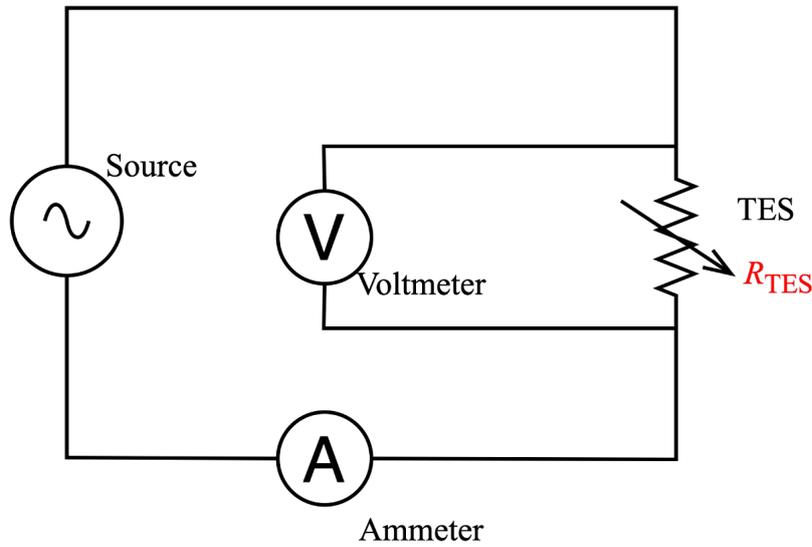


図 5.1. 四端子測定法の回路.

と書ける.

5.1.2 I - V 特性

熱浴温度 T_{bath} 一定の元で, TES の両端にかかる電圧 V と TES に流れる電流 I の関係を I - V 特性と呼ぶ. また, I - V 測定を行うことで TES と熱浴間の熱伝導度 G と, その温度依存性のべき n を求めることができる. さらに §5.1.1 でも述べたように I - V 測定から R - T 特性を求めることができる.

測定は熱浴温度 T_{bath} を一定に保ち, バイアス電流 I_{bias} を変化させたときの SQUID 出力電圧 V_{out} を調べることで行う. TES をシャント抵抗を用いた擬似的定電圧バイアス下で動作させたとき, シャント抵抗と TES にかかる電圧が同じであるから,

$$R_{\text{sh}}(I_{\text{bias}} - I_{\text{TES}}) = R_{\text{TES}}I_{\text{TES}} \quad (5.1.2.1)$$

が成り立つ. よって, TES の抵抗値 R_{TES} は,

$$R_{\text{TES}} = \left(\frac{I_{\text{bias}}}{I_{\text{TES}}} - 1 \right) R_{\text{sh}} \quad (5.1.2.2)$$

となり, シャント抵抗 $R_{\text{sh}} = 3.9 \text{ m}\Omega$ と流しているバイアス電流 I_{bias} から TES の抵抗値を求めることができる.

また, 出力電圧 V_{out} と TES に流れる電流 I_{TES} は, SQUID の電流電圧変換係数 Ξ を用いて

$$\Xi = \frac{V_{\text{out}}}{I_{\text{TES}}} \quad (5.1.2.3)$$

と表せる. よって, TES の抵抗値と SQUID の出力電圧の関係は

$$R_{\text{TES}} = \left(\Xi \frac{I_{\text{bias}}}{V_{\text{out}}} - 1 \right) R_{\text{sh}} \quad (5.1.2.4)$$

となる. 測定では I_{bias} に対する V_{out} を調べる. そのため式 (5.1.2.4) を用いて R_{TES} を求め, 式 (5.1.2.3) を用いて I_{TES} に変換する. さらに Ohm の法則 $V_{\text{TES}} = R_{\text{TES}}I_{\text{TES}}$ より V_{TES} を計算することで, I_{TES} に対する V_{TES} , 即ち I - V 特性がわかる.

熱伝導率 G とその温度依存性のべき n の決定

熱伝導率 G は異なる熱浴温度 T_{bath} において I - V 特性を求めることによって計算できる。TES の温度を T_{TES} として、そのときの Joule 発熱 P_{TES} と熱浴の熱伝導度のつり合いの式は式 (2.4.1.3) より

$$P_{\text{TES-bath}} = \frac{G_0}{n} \left\{ \left(\frac{T_{\text{TES}}}{1 \text{ K}} \right)^n - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{1 \text{ K}} \right)^n \right\} \quad (5.1.2.5)$$

と書ける。TES の熱浴感の伝熱の平衡状態では、TES の Joule 発熱 $P_{\text{TES}} = I_{\text{TES}} V_{\text{TES}}$ と TES から熱浴へ流れる熱量 $P_{\text{TES-bath}}$ が同じになるので、

$$P_{\text{TES}} = \frac{G_0}{n} (T_{\text{TES}}^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (5.1.2.6)$$

となる。平衡状態とは TES の温度が一定で、TES の発熱が一定の状態である。転移端中において、転移幅 ΔT_c は数 mK 程度であり、転移温度 T_c に比べて極めて小さい ($\Delta T_c \ll \sim T_{\text{TES}}$)。そのため転移端中の TES の温度変化は微小であり、TES の温度は一定 ($T_{\text{TES}} + \Delta T_c \sim T_{\text{TES}}$) とみなすことができる。各熱浴温度の転移端中の P_{TES} が一定とみなせる箇所において式 (2.4.1.4) を用いて T_{bath} に対する P_{TES} の関係をフィッティングすることで、 G_0 、 n 、 T_{TES} を決定することができる。

ループゲイン \mathcal{L} 、温度感度 α の決定

TES の周波数 0 におけるインピーダンスを

$$Z = \frac{dV}{dI} \quad (5.1.2.7)$$

と定義する。ただし、 V と I はそれぞれ TES カロリメータに印加した電圧と電流である。このとき、TES カロリメータの発熱量 P_{TES} と抵抗値 R はインピーダンスを用いて

$$\frac{d \ln P_{\text{TES}}}{d \ln R} = \frac{d \ln VI}{d \ln V/I} = \frac{dV/V + dI/I}{dV/V - dI/I} = \frac{Z + R}{Z - R} \quad (5.1.2.8)$$

が成り立つ。また、 I - V 測定時の I 、 V 、 R の関係においては、

$$\frac{d \ln P_{\text{TES}}}{d \ln R} = \frac{R}{P_{\text{TES}}} \frac{dT}{dR} \frac{dP_{\text{TES}}}{dT} = \frac{GT_{\text{TES}}}{P_{\text{TES}} \alpha} = \frac{1}{\mathcal{L}} \quad (5.1.2.9)$$

も成立する。ここで I - V 測定時では定常状態の I 、 V 、 R の関係を測定しているため、

$$\frac{dP_{\text{TES}}}{dT} = G_0 T_{\text{TES}}^{n-1} = G \quad (5.1.2.10)$$

が成り立つことを用いた。このように TES のループゲイン \mathcal{L} は I - V 特性から得られる R 、 Z を用いて

$$\mathcal{L} = \frac{Z - R}{Z + R} \quad (5.1.2.11)$$

と書ける。そこで、 Z と R から各測定点での \mathcal{L} を求めることができる。さらに、

$$\mathcal{L} = \frac{P_{\text{TES}} \alpha}{GT_{\text{TES}}} \simeq \frac{P_{\text{TES}} \alpha}{GT_c} \quad (5.1.2.12)$$

であるから、 \mathcal{L} 、 P_{TES} 、 G 、 T_c を用いて、 I - V 測定時の α を求めることができる。この方法の欠点は、 α が大きいときには $Z + R$ が 0 に近づくため、誤差が大きくなることである。

I-V 測定時の R-T 特性と温度感度 α の決定

式 (5.1.2.6) より平衡状態では TES の Joule 発熱 P_{TES} と熱伝導による熱浴への熱の逃げは

$$P_{\text{TES}} = \frac{G_0}{n} (T_{\text{TES}}^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (5.1.2.13)$$

とつりあっている。これは

$$T_{\text{TES}} = \left(T_{\text{bath}}^n + \frac{nP_{\text{TES}}}{G_0} \right)^{1/n} \quad (5.1.2.14)$$

と書き直せるので、I-V 曲線上の各点の Joule 発熱 P_{TES} を用いてそれぞれの点での TES の温度 T_{TES} を計算することができる。以上のようにして得られた (R, T) のデータから α を求めることができる。

5.1.3 臨界電流

超伝導体は一般的に、ある量以上の電流を流すと超伝導状態が破れ常伝導になるという性質を持つ。この臨界値となる電流値を臨界電流 I_c と呼ぶ。臨界電流は TES の温度 T と外部磁場 B の関数であり、TES のサイズや膜質にも依存する。TES の応答の電流依存性は I_c でスケールされるため、臨界電流は TES の性能に深く関係する物理量である。

測定は、熱浴温度 T_{bath} を転移温度 T_c より低く設定し TES を超伝導状態にしておき、電流を徐々に大きくしていくことで行う。超伝導が破れたときの電流値が温度 $T = T_{\text{bath}}$ における臨界電流 I_c である。Ginzburg-Landau 理論によれば、転移温度近傍における臨界電流の温度依存性は

$$I_c(T) = I_{c0} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (5.1.3.1)$$

と記述できる。

5.1.4 ϕ -V 特性

dc-SQUID の入力コイル又はフィードバックコイルに既知の電流を流し SQUID から出力される電圧を測定することで、SQUID の ϕ -V 特性を測定できる。 ϕ -V 特性からは SQUID の基本的なパラメータである臨界電流値 I_0 、入力/フィードバックコイルと SQUID 超伝導リング間の相互インダクタンス $M_{\text{in}}/M_{\text{FB}}$ や、SQUID の性能値である磁束-電圧変換係数 V_ϕ と動抵抗 R_{dyn} を導くことができる。

相互インダクタンス $M_{\text{in}}/M_{\text{FB}}$ の導出は次のように行う。 ϕ -V 特性で最も正弦波に近い形を取るバイアス電流のデータから、出力電圧がちょうど中間値を取る電流を取得する。出力電圧の勾配が正と負それぞれの場合で取得した電流値の相違を取り、さらにそれらを全て平均して $1\phi_0$ 分の電流とする。磁束量子 $\Phi_0 = 2.07 \text{ Wb}$ でこの電流値を割れば相互インダクタンスが求まる。

5.1.5 インピーダンス特性

インピーダンス特性は TES カロリメータに交流信号をかけたときの抵抗の応答である。インピーダンスは複素数表示された電圧と電流の比として定義されており、実部は実効的な抵抗値、虚部は応答の位相遅れを意味している。TES カロリメータのインピーダンスは周波数に依存しており、得た複素インピーダンスに対してモデルから求めたインピーダンスをフィットすることで、TES カロリメータの特性を表す各種パラメータを求めることができる。パラメータとしては熱容量、転移に伴う温度と電流に関する抵抗の勾配、物体間の熱伝導度を知ることができる。これらの測定結果は転移における TES の内部状態をプローブするのに役に立つ [13]。

TES型マイクロカロリメータの熱的、電気的モデルは構造と構成物質によって決定される。以下では、一般的なTES型マイクロカロリメータとして吸収体とTESが熱浴に繋がっている系を考える。その場合、吸収体とTESを一体にした Oneblock Model, 吸収体とTESの間の熱伝導度を考慮する Twoblock Model が考えられる。

Oneblock Model

吸収体とTES間の熱伝導度が十分に良い場合、図5.2のような、TESと吸収体を一体とした Oneblock Model と見なすことができる。図 hoge の回路において TES カロリメータに熱量 P が入力されたときに、TESに流れる電流 I_{TES} と吸収体とTESの温度 T_{TES} は、熱伝導方程式と電気回路方程式を用いて以下のように表せる。

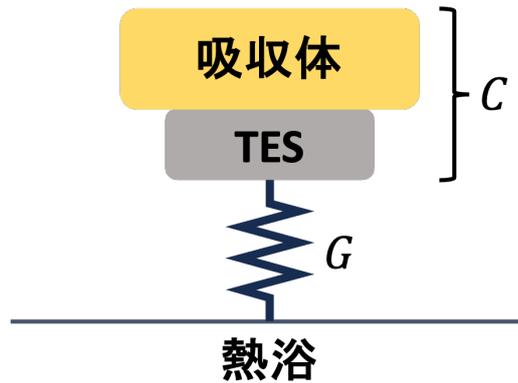


図 5.2. TES カロリメータの熱的・電気的モデル。

$$L \frac{dI_{TES}}{dt} = V_{th} - R_{TES}(T_{TES}, I_{TES})I_{TES} - R_{th}I_{TES} \quad (5.1.5.1)$$

$$C \frac{dT_{TES}}{dt} = P_{bath} + P_J + P \quad (5.1.5.2)$$

ここで、シャント抵抗 R_{sh} と寄生抵抗 R_{par} の和を R_{th} , Thevenin の等価回路のバイアス電圧を $V_{th} = R_{sh}I_{bias}$, 熱浴温度を T_{bath} , P_{bath} は TES から熱浴への電力の流れ, P_J は Joule 発熱とした。この二つの微分方程式はいくつかの非線形項によって複雑になっている。これらの非線形項は、温度、抵抗、電流の定常状態の値付近の小信号解析で線形化できる。定常状態の TES と吸収体の温度を T_{ss} , TES の抵抗値を R_{ss} , 電流を I_{ss} とする。小信号解析では、熱容量と熱伝導度の定常値を用いる。

TES から熱浴への電力への流れ P_{bath} , 非線形 TES 抵抗 R_{TES} , 及び Joule 発熱 P_J を線形化し、電流と温度に関する線形化微分方程式を導出する。

入力信号によって電力 P が吸収されると、TES の温度と電流は定常状態から変化し始める。小信号の過程のもとでは以下のように書ける。

$$\delta T(t) = T_{TES}(t) - T_{ss} \quad (5.1.5.3)$$

$$\delta I(t) = I_{TES}(t) - I_{ss} \quad (5.1.5.4)$$

ここで、 δI と δT は求めたい小さな応答信号である。次に、 P_{bath} は

$$P_{bath} = \frac{G_0}{n}(T_{TES}^n - T_{bath}^n) \quad (5.1.5.5)$$

と書ける。また、TESと熱浴間の熱伝導度は $G_{\text{TES-bath}} \equiv dP_{\text{bath}}/dT$ である。上式は、 T_{TES} 付近の小信号に対して以下のように近似できる。

$$P_{\text{bath}} \sim P_{\text{bath}_0} + G\delta T \quad (5.1.5.6)$$

ただし、 $\delta T = T_{\text{TES}} - T_{\text{ss}}$ である。また、定常状態の Joule 発熱 P_{J_0} と定常状態の信号電力 P_0 を用いて $P_{\text{bath}} = P_{\text{J}_0} + P_0$ と書ける。

となる。TESの抵抗はTESの温度と電流の両方に依存するため、小信号解析では定常状態の値 R_{ss} を中心に δT と δI の一次 Taylor 展開が可能である。即ち、

$$R_{\text{TES}}(T, I) = R_{\text{ss}} + \alpha_I \frac{R_{\text{ss}}}{T_{\text{ss}}} \delta T + \beta_I \frac{R_{\text{ss}}}{I_{\text{ss}}} \delta I \quad (5.1.5.7)$$

である。ここで、 α_I と β_I は TES の抵抗の温度感度と電流感度であり、

$$\alpha_I = \left. \frac{T_{\text{ss}}}{R_{\text{ss}}} \frac{\partial R}{\partial T} \right|_{T=I_{\text{ss}}} \quad (5.1.5.8)$$

$$\beta_I = \left. \frac{I_{\text{ss}}}{R_{\text{ss}}} \frac{\partial R}{\partial I} \right|_{T=T_{\text{ss}}} \quad (5.1.5.9)$$

で定義される。

Joule 発熱 P_{J} も同様に T_{ss} , R_{ss} , I_{ss} 近傍で一次展開すると、

$$P_{\text{J}} = R_{\text{TES}} I_{\text{TES}}^2 \sim P_{\text{J}_0} + 2R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} \delta I + \alpha_I \frac{P_{\text{J}_0}}{T_{\text{ss}}} \delta T + \beta_I \frac{P_{\text{J}_0}}{I_{\text{ss}}} \delta I \quad (5.1.5.10)$$

である。ここで、定電流下での低周波ループゲインを

$$\mathcal{L}_I \equiv \frac{P_{\text{J}_0} \alpha_I}{G T_{\text{ss}}} \quad (5.1.5.11)$$

と、電熱フィードバックがない場合の自然熱時定数を

$$\tau \equiv \frac{C}{G} \quad (5.1.5.12)$$

で定義する。以上より式 (5.1.5.1) と (5.1.5.2) に定常状態の小信号値 $\delta T \equiv T_{\text{TES}} - T_{\text{ss}}$, $\delta I \equiv I_{\text{TES}} - I_{\text{ss}}$ を代入すると、

$$\frac{d\delta I}{dt} = -\frac{R_{\text{th}} + R_{\text{ss}}(1 + \beta_I)}{L} \delta I - \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \delta T + \frac{\delta V}{L} \quad (5.1.5.13)$$

$$\frac{d\delta T}{dt} = \frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} \delta I - \frac{(1 - \mathcal{L}_I)}{\tau} \delta T + \frac{\delta P}{C} \quad (5.1.5.14)$$

となる。ここで、 $\delta P \equiv P - P_0$ は定常状態の電力負荷 P_0 を中心とした小電力信号を表し、 $\delta V \equiv V_{\text{bias}} - V_0$ は定常値 V_0 を中心とした電圧バイアスの微小変化を表す。

$$L \frac{d\delta I}{dt} = -(R_{\text{th}} + R_{\text{ss}}(1 + \beta)) \delta I - \alpha \frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}}}{T_{\text{ss}}} \delta T \quad (5.1.5.15)$$

$$C \frac{d\delta T}{dt} = R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta) \delta I + \left(\alpha \frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}}^2}{T_{\text{ss}}} - G \right) \delta T + \delta P \quad (5.1.5.16)$$

これらの二つの方程式の二つの極限のケースを直接積分することで、のちに導く完全解で使用する結果を得ることができる。 \mathcal{L}_I の極限では、式(5.1.5.15)は δT に依存せず、積分することでバイアス回路の定常状態までの電流の指数関数的減衰が得られ、電気的時定数は

$$\tau_{\text{el}} = \frac{L}{R_{\text{th}} + R_0(1 + \beta_I)} \quad (5.1.5.17)$$

となる。 $\delta I = 0$ (強い電流バイアス)の極限では、式(5.1.5.16)を積分することにより、電流バイアスによる定常状態までの温度の指数関数的減衰が得られ、電流バイアス熱時定数は

$$\tau_I = \frac{\tau}{1 - \mathcal{L}_I} \quad (5.1.5.18)$$

となる。 \mathcal{L}_I が1より大きい場合、電流バイアス熱時定数 τ_I は負となる。負の時定数は熱暴走による不安定を示している。これらを式(5.1.5.15)と式(5.1.5.16)に代入し、行列形式で表現すると、

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \\ -\frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\delta V}{L} \\ \frac{\delta P}{C} \end{pmatrix} \quad (5.1.5.19)$$

熱入力がない場合、 $\delta P = 0$ であり、Fourier成分を持つTheveninの等価回路電圧信号 V_ω がバイアスに印加される時、Fourier変換すると電流と温度のFourier級数展開の各成分 I_ω , T_ω

$$\begin{pmatrix} i\omega I_\omega \\ i\omega T_\omega \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \\ -\frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{V_\omega}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.1.5.20)$$

となる。これを整理すると、

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \\ -\frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} + i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{V_\omega}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.1.5.21)$$

となる。方程式の両辺を式(5.1.5.21)の行列の逆行列で左から掛けると、回路の複素インピーダンス

$$Z_\omega = \frac{V_\omega}{I_\omega} = R_{\text{th}} + i\omega L + Z_{\text{TES}} \quad (5.1.5.22)$$

が得られる。ここで Z_{TES} はTES単体の複素インピーダンスであり、

$$Z_{\text{TES}} = Z_\infty + (Z_0 - Z_\infty) \frac{1}{1 - i\omega \tau_{\text{eff}}} \quad (5.1.5.23)$$

$$Z_0 = -R_0 \frac{\mathcal{L}_I + \beta_I + 1}{\mathcal{L}_I - 1} \quad (5.1.5.24)$$

$$Z_\infty = R_0(1 + \beta_I) \quad (5.1.5.25)$$

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{C}{G(\mathcal{L}_I - 1)} \quad (5.1.5.26)$$

となる。ここで、 Z_0 , Z_∞ はそれぞれ周波数が0, ∞ のときの複素インピーダンスである。周波数は低いときの複素インピーダンスの実部が電熱フィードバックの効果により擬似的に負の抵抗値を持つようになる。測定したTESの複素インピーダンスを式(5.1.5.24)でフィッティングすることで、TESの温度感度 α_I , 電流感度 β_I , TESと吸収体の熱容量 C を求めることができる[19-23]。式(5.1.5.19)の解はAppendix§Bで導出する。

Twoblock Model

TES と吸収体の間に有限の熱伝導度が存在する場合を考える。この場合、Twoblock Model となる。

マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータにおいては図 5.3 のように二種類の Two Block Model が考えられる [24]。Hanging は $T_{\text{TES}} = T_{\text{Abs}}$ を仮定しており、吸収体と熱浴は熱的に繋がっていない。一方 Parallel は吸収体と熱浴の間に熱伝導度があり、TES の温度と吸収体の温度が異なってもよい。これらのモデルの導出は §A を参照。

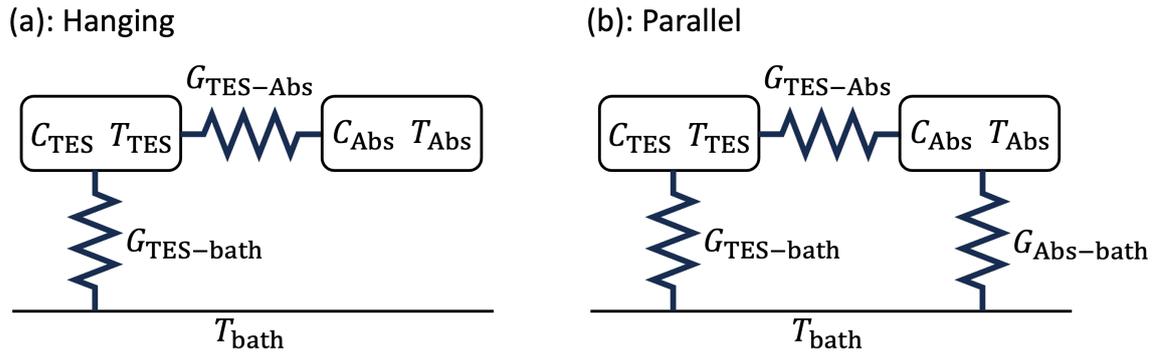


図 5.3. TES カロリメータの Twoblock Model.

Twoblock Model における Hanging の場合の各種パラメータは以下の式で表される。

$$Z_{\text{TES}} = Z_{\infty} + (Z_0 - Z_{\infty}) \frac{1}{1 - i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (5.1.5.27)$$

$$Z_0 = -R_0 \frac{\mathcal{L}_I + \beta_I + 1}{\mathcal{L}_I - 1} \quad (5.1.5.28)$$

$$Z_{\infty} = R_0(1 + \beta_I) \quad (5.1.5.29)$$

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{C}{G(\mathcal{L}_I - 1)} \left(C_{\text{TES}} + C_{\text{abs}} - G_{\text{TES-Abs}} \frac{i\omega \frac{C_{\text{Abs}}}{G_{\text{TES-Abs}}}}{1 + i\omega \frac{C_{\text{Abs}}}{G_{\text{TES-Abs}}}} \right) \quad (5.1.5.30)$$

ここで、 C_{TES} は TES の熱容量、 C_{Abs} は吸収体の熱容量、 $G_{\text{TES-Abs}}$ は TES と吸収体間の熱伝導度である。 \mathcal{L}_I は Oneblock Model と同じである。TES と吸収体間に熱伝導度を設定することで、吸収体と TES が切り離された構造となり、吸収体と TES のそれぞれの熱容量と吸収体-TES 間の熱伝導度が τ_{eff} に入った形となる。吸収体が大きく内部熱伝導度が無視できない場合などは、この Twoblock Model で説明できると考えられる。

次に、Twoblock Model における Parallel の各種パラメータは以下の式で表される。

$$Z_{\text{TES}} = R_0(1 + \beta_I) + \frac{\frac{\mathcal{L}_P}{1 - \mathcal{L}_P} R_0(2 + \beta)}{\left[1 + i\omega\tau_I - \frac{G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{TES}})G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{Abs}})}{[G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{TES}}) + G_{\text{TES-bath}}][G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{Abs}}) + G_{\text{Abs-bath}}]} \frac{1}{1 + i\omega\tau_A} \right]} \quad (5.1.5.31)$$

$$\tau_I = \frac{C_{\text{TES}}}{G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{TES}}) + G_{\text{TES-bath}}(1 - \mathcal{L}_P)} \quad (5.1.5.32)$$

$$\tau_A = \frac{C_{\text{Abs}}}{G_{\text{TES-bath}}(T_{\text{Abs}}) + G_{\text{Abs-bath}}} \quad (5.1.5.33)$$

$$\mathcal{L}_P = \frac{P_{J_0} \alpha}{(G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{TES}}) + G_{\text{TES-bath}}) T_{\text{TES}}} \quad (5.1.5.34)$$

Parallel モデルでは、真のループゲインは依然として $\mathcal{L} = P_{J_0} \alpha / G T_{\text{ss}}$ であるが、実効的な熱伝導度は並列成分と直列成分の組み合わせであるため複雑になる。

5.1.6 パルス特性

パルス特性は、TES カロリメータに X 線光子や電気的なパルス（ヒートパルスと呼ぶ）が入射したときの応答であり、これによってカロリメータの応答関数（responsivity） S_I とその揺らぎ、すなわちエネルギー分解能 ΔE を知ることができる。また、エネルギー E のパルスが入射したときの電流変化 ΔI は温度感度 α と熱容量 C を用いて

$$\Delta I = \frac{\alpha E}{CT} I \quad (5.1.6.1)$$

と書ける。また、X 線光子が入射した TES カロリメータが定常状態に戻るまでの立ち下がり時定数 τ_{eff} は式 (2.4.1.8) から、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{C/G}{1 + \mathcal{L}} \simeq \frac{nC}{\alpha G} \quad (5.1.6.2)$$

と書けるので、X 線パルスによる信号の時定数を測定することができれば、 I - V 測定から得られた TES カロリメータの熱伝導度 G とループゲイン \mathcal{L} から熱容量 C を推定することができる。

熱浴温度が一定なら TES の Joule 発熱は動作抵抗に依らずほぼ一定であるので、

$$\Delta I \propto \alpha I \propto \frac{\alpha}{\sqrt{R}} \quad (5.1.6.3)$$

となり、TES の抵抗が小さいほどパルスハイトが大きくなることが期待される。

しかしながら、実際には様々な効果により TES カロリメータの応答関数は理想的な場合からずれる。さらに、入射位置依存性や熱化、熱拡散過程に由来する揺らぎのためにパルスごとにもばらつく。これらのずれやばらつきを調べることで、実際の熱的、電気的応用を詳しく知ることが可能になる。

5.1.7 エネルギー分解能とノイズ

ノイズ特性は、信号入力がないときの TES カロリメータの応答である。ノイズの発生源が異なると大きさや周波数特性も異なるため、その特性を調べることによってノイズの発生源を特定することが可能になる。

パルスデータと同じ最適フィルタ処理を適用することでノイズデータのパルスハイトの分布を計算できる。この分布は 0 にピークを持つ。この分布の半値全幅 $\Delta I_{\text{baseline}}$ をベースライン幅と呼ぶ。エネルギー E の X 線パルスハイトが I のとき、

$$\Delta E_{\text{baseline}} = \frac{E}{I} \Delta I_{\text{baseline}} \quad (5.1.7.1)$$

によりベースライン幅を eV 単位に変換することができる。本論文では特に断らない限り、eV 単位で示したもの ($\Delta E_{\text{baseline}}$) を使用する。ベースライン幅は、実際のエネルギー分解能に占めるノイズの寄与を表している。これに対して、

$$\Delta E_{\text{thermalization}} = \sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_{\text{baseline}}^2} \quad (5.1.7.2)$$

はエネルギー分解能に対するノイズ以外の寄与を表し、具体的には熱化、熱拡散過程や TES の抵抗値のイベントごとのばらつきなどによる影響を表す。

カロリメータに固有なノイズ（フォノンノイズとジョンソンノイズ）や、SQUID ノイズなどの読み出しノイズの寄与は個別に推定することができる。もしもベースライン幅がこれらの原因がわかっているノイズの寄与よりも大きい場合、起源が明らかでないノイズが支配的であるということになる。このような起源不明のノイズを一般に超過ノイズ（excess noise）と呼ぶ。

第6章

TES 型マイクロカロリメータの性能評価実験

Contents

6.1	実験の目的	75
6.2	実験素子	76
6.3	実験セットアップ	76
6.3.1	冷凍機	76
6.3.2	SQUID	77
6.3.3	Magnicon	77
6.3.4	X 線源	78
6.3.5	極低温ステージ	79
6.4	R - T 特性	80
6.5	I - V 特性	83
6.5.1	測定方法	83
6.5.2	測定結果	84
6.6	インピーダンス測定	98
6.6.1	測定方法	98
6.6.2	測定と解析結果	100
6.7	X 線照射試験	110
6.7.1	原理的なエネルギー分解能	110
6.7.2	実験手順	111
6.7.3	実験データセット	112
6.7.4	前処理	112
6.7.5	最適フィルタ処理	113
6.7.6	X 線照射試験結果	115
6.8	ノイズ測定	121
6.8.1	ノイズ測定方法	121
6.8.2	ノイズ解析	122
6.9	性能評価のまとめ	127

この章では様々なタイプのマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの性能評価実験について述べる。JAXA122 Ea4 の TES の形を変えた素子について R - T 測定を行う。また、マッシュルーム吸収体 TES カロリメータである JAXA120 Ea4 の素子について I - V 測定、インピーダンス測定、ノイズ測定、X 線照射試験を行う。

6.1 実験の目的

我々の研究グループではマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータは熱リンクであるステムの構造を変えた A ~D タイプ、Hydra 型 TES カロリメータである E1 及び TES の形状を変えた E2~E5 タイプを製作した [6]。 R - T



図 6.1. GM 冷凍機とターボ分子ポンプ。

測定, I - V 測定, インピーダンス測定, ノイズ測定, X 線照射試験を行うことで各タイプの性能評価を行い, マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの熱的・電氣的応答の理解及び最適な構造の決定を目指す. さらに, 解析を行い TES カロリメータの諸パラメータを決定することで §7 においてシミュレーションに組み込むことができる.

6.2 実験素子

JAXA120 Ea4 シリーズと JAXA122 Ea4 シリーズについて性能評価実験を行った. 素子の構造と設計値の詳細については §4.3 を参照.

JAXA122 Ea4 シリーズでは吸収体を成膜しておらず TES の形を変えた D2, E3, E4, E5 を測定・解析する. §6.4 で R - T 測定を行うことで TES の形が転移温度に及ぼす影響を考察する. §6.5, §6.6, §6.8 において JAXA120 Ea4 シリーズの熱リンクであるステムの位置や構造を変えた A~D タイプを測定し, 特性を比較する. また, E2~E5 は吸収体の構造は同じであり, TES の形が異なる. これらの素子を同様に比較することで TES の形が変化したときの特性の変化を調べる. E1 は Hydra 型 TES カロリメータであり, 一つの TES と, TES に繋がる四つの吸収体を持つ. さらに, 解析した TES カロリメータのパラメータの一部を §7 で使用する.

6.3 実験セットアップ

6.3.1 冷凍機

TES カロリメータを動作させるためには極低温まで冷却する必要がある. 4 K までを Gifford-MacMahon (GM) 冷凍機で, 4 K から極低温までを He 希釈冷凍を用いて冷却した. 図 6.1 に冷凍機の外観を示す. ターボ分子ポンプで高真空 ($\sim 1 \times 10^{-5}$ Pa) を保持しつつ冷却を行っている.

6.3.2 SQUID

SQUID は J32 型を用いた。SQUID チップに、グラジオメータ型の dc-SQUID の 32 段アレイ、入力コイル、フィードバックコイル、フィードバック抵抗、シャント抵抗がまとめられている。入力コイル相互インダクタンスは $M_{in} = 9.82 \times 10^{-11}$ pH, フィードバックコイル相互インダクタンスは $M_{FB} = 8.50 \times 10^{-11}$ pH, シャント抵抗値は $R_{sh} = 3.9$ m Ω である [25] (*ただし設計値であり測定値はこれと異なる可能性があるため ϕ - V 測定から求めた方がよい)。SQUID は図 6.3, 6.4 に示す。SQUID を用いた読み出し計の回路は図 2.17 (右) 参照。

6.3.3 Magnicon

SQUID の駆動には Magnicon 社の XXF-1 を用いた。XXF-1 は汎用的な Low-Tc dc SQUID 駆動装置である。表 6.1 に XXF-1 の使用を示す。図 6.2 のようにアンプ部とコントローラ部が分離されている。コントローラ部は光アイソレートされた RS-232/RS-485 で PC へ接続され、全ての操作は Magnicon SQUIDViewer で行う。

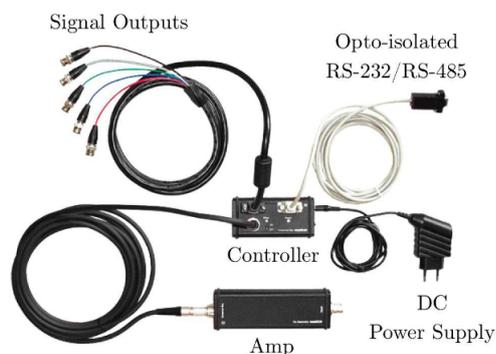


図 6.2. Magnicon XXF-1 の写真。

表 6.1. Magnicon XXF-1 の主な仕様。

バイアス	バイアス電流レンジ	0-180 μ A
	バイアス電圧レンジ	0-1300 μ A
プリアンプ	入力インピーダンス	50 Ω 又は ∞
	ホワイトノイズ (電圧)	0.33 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
	電圧ノイズ@0.1 Hz	0.8 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
	ホワイトノイズ (電流)	2.6 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
FLL モード	電流ノイズ@0.1 Hz	40 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
	帯域幅	20 MHz (高速版) / 6 MHz (通常版)
アンプモード	出力電圧レンジ	± 10 V
	ゲイン	1100-2000
	帯域幅	dc-0.2 MHz から dc-50 MHz (高速版) dc-0.2 MHz から dc-6 MHz (通常版)

6.3.4 X線源

本章で行った TES カロリメータへの X 線照射試験は、全て ^{55}Fe 線源を用いて行った。 ^{55}Fe 線源からは電子捕獲による Mn への崩壊により Mn K α 線と Mn K β 線の特性 X 線が放射される。つまり、



であり、 ^{55}Fe は原子核中の陽子が軌道電子を捕獲して中性子になり、Mn に変化する。そして K 軌道にできた空席を外側の軌道の電子が移動し埋めるが、L 核から K 核に移動する際に発生する特性 X 線を K α 線、M 核から K 核に電子が移動する際に発生する特性 X 線を K β 線と呼ぶ。

X 線の輝線スペクトルは電子のスピン状態によって Mn K α 線には K α_1 , K α_2 の微細構造がある。K α の輝線エネルギーは 5.898 75 keV, K α の輝線エネルギーは 5.887 65 keV と求められている。また、K β の輝線エネルギーは 6.486 keV である。これらの特性 X 線の強度比は K α_1 : K α_2 : K β = 20 : 10 : 3 である。

さらに X 線の輝線スペクトルは準位の寿命に対応して Heisenberg の不確定性原理によって決まる自然幅を持つ。これらの特性 X 線の自然幅は $\lesssim 4.5$ eV であり、検出器のエネルギー分解能が $\lesssim 10$ eV になると無視できない。そこで、TES カロリメータのエネルギー分解能を精度良く求めるには自然幅を考慮する必要がある。本章では Holzer et al.(1997)[26] による 7 本の Voigt 関数と Scott が現象論的に追加した 1 本の合計 8 つの Voigt 関数でフィッティングを行う。Voigt 関数とは、自然幅 γ の Lorentz 関数 $L(x; \gamma)$ と Gauss 関数 $G(x; \sigma)$ の合成積であり、定義は以下である。

$$H(x; \sigma, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x'; \sigma) L(x - x'; \gamma) dx' = \frac{\text{Re}[w(z)]}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (6.3.4.2)$$

ただし Python で実装する際は、畳み込みを計算せず Faddeeva 関数を用いる。Re[$w(z)$] は Faddeeva 関数の実部で、 $z = (x + i\gamma)/(\sigma\sqrt{2})$ である。

表 6.2. Mn K α と Mn K β 輝線の微細構造。エネルギー E_i , 自然幅 W_i , 強度 I_i である。

Peak	E_i/keV	W_i/eV	I_i
α_{11}	5.8998853	1.715	0.790
α_{12}	5.897867	2.403	0.264
α_{13}	5.894829	4.499	0.068
α_{14}	5.896532	2.663	0.0096
α_{15}	5.899417	0.969	0.007
α_{16}	5.902712	1.5528	0.0106
α_{21}	5.887743	2.361	0.372
α_{22}	5.886495	4.216	0.010
β_a	6.49089	1.83	0.608
β_b	6.48631	9.40	0.109
β_c	6.47773	13.22	0.077
β_d	6.49006	1.81	0.397
β_e	6.48883	2.81	0.176

6.3.5 極低温ステージ

四端子測定法での R - T 測定セットアップを図 6.3 (左) に示す。極低温ステージは銅板からなり、シール配線と TES カロリメータは極低温ステージにワニスで接着されている。また、冷却中のステージ温度は酸化ルテニウム抵抗温度センサー (RuOx) を使用している。各素子及び温度計とシール配線は Al ワイヤボンディングにより電氣的に接続されており、ステージ上部にある FPC コネクタにより冷凍機内部の配線に繋がる。冷凍機内部の配線は室温計の AC レジスタンスブリッジ 370 型 (LakeShore 社製, LS370) と AC レジスタンスブリッジ 372 (LakeShore 社製, LS372) に接続されている。温度計のモニターには LS370, 抵抗値のモニターには LS372 を用いている。LS372 では、測定抵抗レンジと印加する電圧を設定することができ、これにより TES カロリメータに流れる電流を制御できる。回路図は 5.1 参照。

I - V 測定, インピーダンス測定, X 線照射試験の極低温ステージを図 6.3 (右) に示す。極低温ステージに SQUID を搭載しており、シール配線と SQUID, 及び SQUID と素子が Al ワイヤボンディングで接続されている。温度計のモニターには LS370 を使用し, SQUID と繋がる冷凍機内部の配線は室温計の Magnicon に接続され, 直流バイアスと SQUID の制御を行う。さらに, 図 6.4 のように ^{55}Fe 線源を極低温ステージに取り付けた。この状態でも X 線照射試験のみならず I - V 測定やインピーダンス測定を行うことができる。

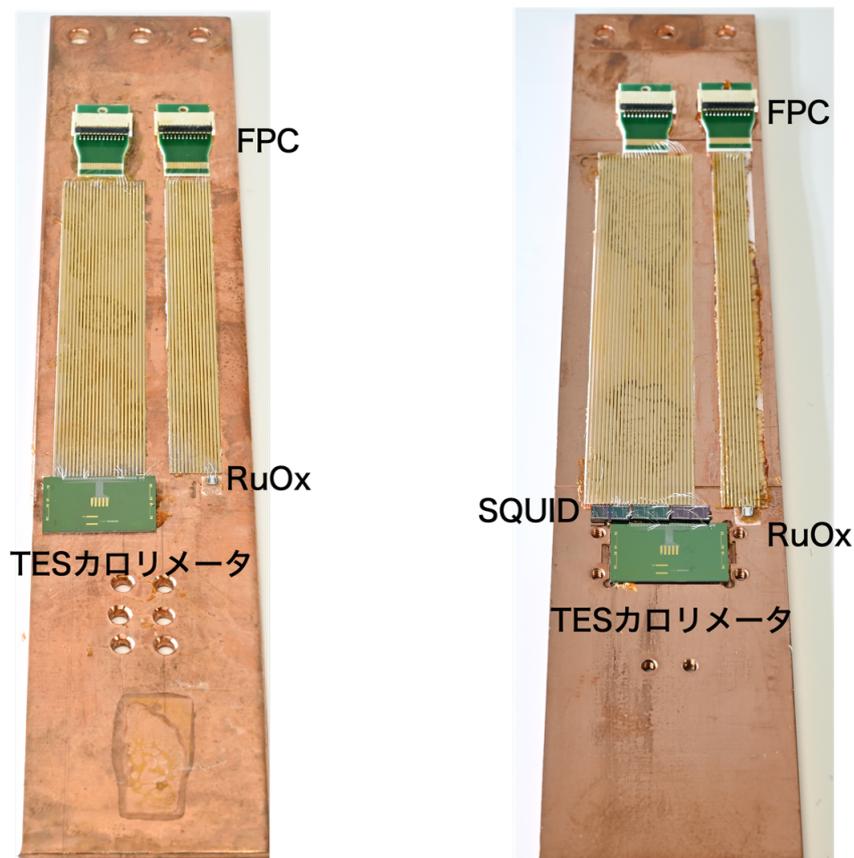


図 6.3. 極低温ステージ。左: 四端子測定法での R - T 測定で使用した極低温ステージ。右: I - V 測定, インピーダンス測定, X 線照射試験で使用した極低温ステージ。図 6.4 のようにさらに X 線源をステージに取り付ける。

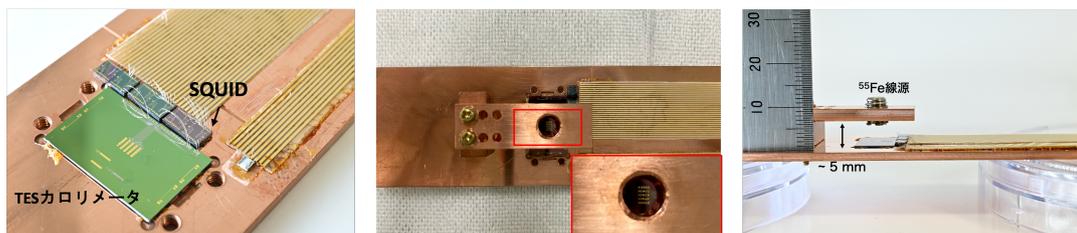


図 6.4. I - V 測定, インピーダンス測定, X 線照射試験の極低温ステージ.



図 6.5. 冷凍機に極低温ステージを組み込んだ写真. 下部に X 線源と TES カロリメータが搭載されており、シール基板と冷凍機配線は上部の FPC コネクタにより接続されている。

6.4 R - T 特性

TES 二層薄膜の転移温度は基本的に膜厚比で決まる. これは §2.3.2 で説明した Usadel 理論から導かれる. 図 4.7 で示したように, 我々の研究グループで様々な膜厚・膜厚比の TES を製作し転移温度を測定したところ, 転移温度と膜厚比は線形な関係があることが確かめられている. ただしこれらには二つの傾向があり原因は判明していない.

本章では R - T 測定により TES の形の違いによる転移温度の変化を調べた。用いた素子は JAXA122 Ea4 の TES の形を変えたシリーズである。ただし吸収体は成膜していない。TES 二層膜の厚みは $\text{Au/Ti} = 97.8\text{ nm}/56.1\text{ nm} = 1.74$ である。アスペクト比は TES の長さ/幅で定義した。D2 は一般的な TES の形で $100\ \mu\text{m}$ 角である。この素子の転移温度を基準とする。E3 の素子は $100\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$ の TES が 4 つ並列になっていると考え、アスペクト比は $100\ \mu\text{m}/10\ \mu\text{m} = 10$ とした。E4 は長さ $80\ \mu\text{m} \times 20\ \mu\text{m}$ の長方形であり、アスペクト比は 4 である。E5 は $171\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$ の S 字形であり、アスペクト比は 17.1 である。表 6.3 と図 6.6 に結果を示す。 T_c は転移温度、 R_n は常伝導抵抗を表す。

さらに図 6.7 にアスペクト比に対する ΔT_c を示す。ここで、 ΔT_c はアスペクト比が 1 の素子の転移温度からの差分を表している。フィッティングは a 、 b を定数としたとき、 $\Delta T_c = a \times \ln(b \times \text{AR})$ の関数で行った。フィッティングパラメータは $a = -10.1$ 、 $b = 0.933$ であった。

これらより、転移温度と TES のアスペクト比には関係があることがわかった。Usadel 理論より、転移温度は TES の二層薄膜の比で決まるが、さらに TES のアスペクト比を変えることで転移温度を調節することができる。つまりアスペクト比の大きい長方形や S 字の TES を製作すれば、TES の面積を小さくし転移温度を下げられるためエネルギー分解能を向上させることができると考えられる。

この効果は Lateral Inverse Proximity Effect として知られており、配線から超伝導が漏れ出てくるのが原因と言われている [27, 28]。

また、図 6.8 に示すように TES の常伝導抵抗とアスペクト比にも関係がある。フィッティングは $R_n = a \times \exp(b \times \text{AR})$ の関数で行った。フィッティングパラメータは $a = 0.031$ 、 $b = 0.218$ であった。TES のアスペクト比を変えることで抵抗の絶対値も制御でき、設計の自由度として使えることができると言える。常伝導抵抗が大きい素子であれば転移端が広がり、動作も安定し飽和しにくくなる。転移温度と常伝導抵抗双方の観点からアスペクト比を大きくしたほうがよいと言える。

表 6.3. JAXA122 Ea4 の R - T 測定の結果.

素子	長さ / μm	幅 / μm	Aspect Ratio	T_c / mK	R_n / Ω
D2	100	100	1	375.3	0.063
E4	80	20	4	364.0	0.25
E3	100	10	10	354.6	0.20
E5	171	10	17.1	347.1	1.3

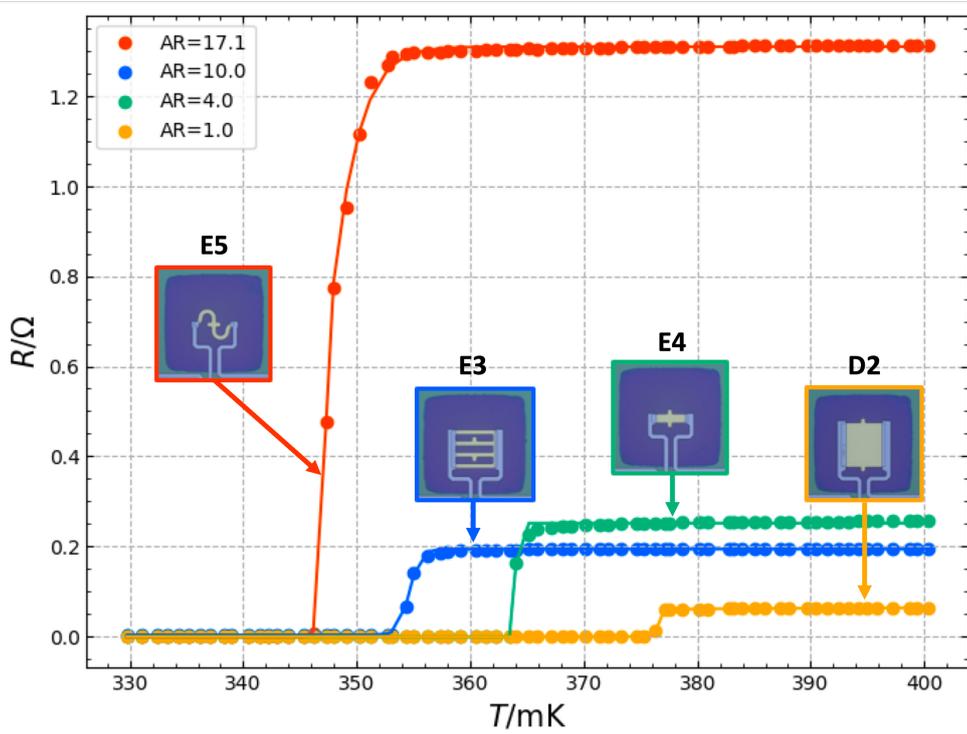


図 6.6. アスペクト比による転移温度の違い.

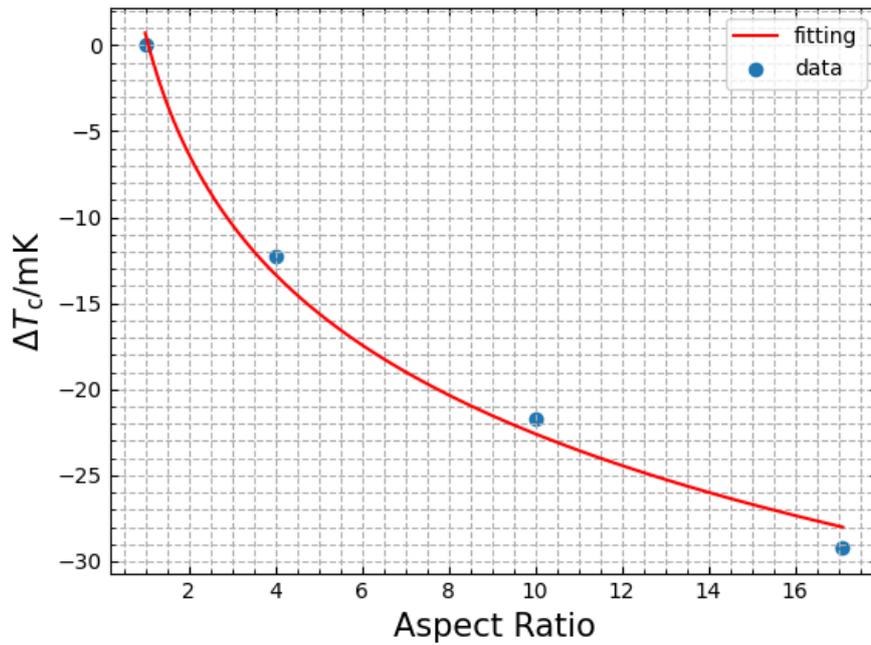
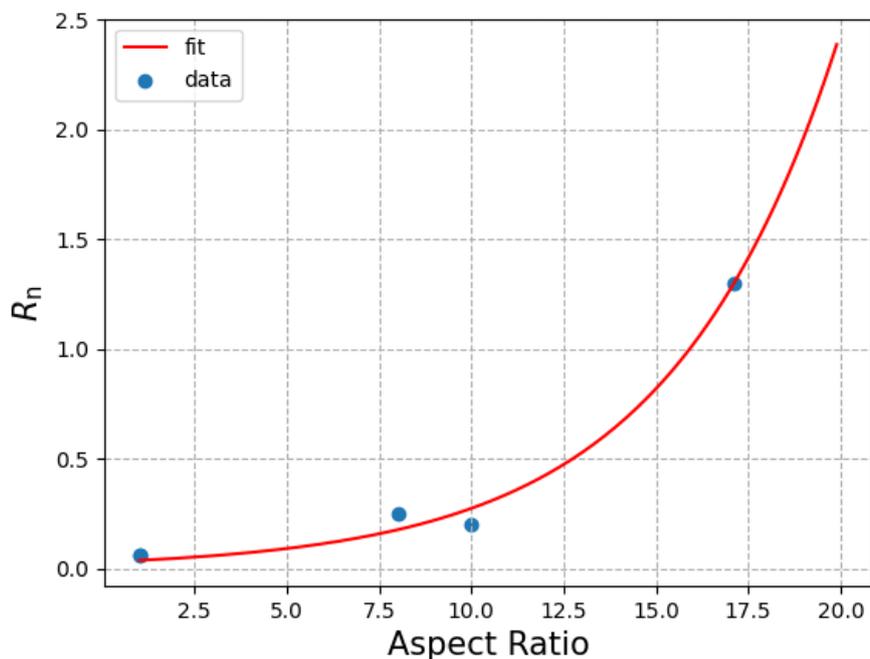


図 6.7. アスペクト比に対する ΔT_c . ΔT_c はアスペクト比が 1 の素子の転移温度からの差分を表している.

図 6.8. アスペクト比に対する R_n .

6.5 I - V 特性

I - V 特性を測定することで §7 で電熱シミュレーションに用いるための諸パラメータを決定する。

6.5.1 測定方法

I - V 測定の手順は以下である。測定回路は 2.16 と同様である。

1. SQUID の ϕ - V が最大となる値に SQUID バイアスを設定する。
2. 測定したい熱浴温度 T_{bath} に設定する。
3. I_{bias} を $2000 \mu\text{A}$ 流し, TES 自身の発熱で完全に常伝導状態に転移させる
4. I_{bias} を $1000 \mu\text{A}$ まで徐々に小さくし, 熱浴温度が安定するまで待つ。
5. 熱浴温度が安定したら I_{bias} を徐々に下げながら出力電圧 V_{out} を測定する。
6. T_{bath} を変えて 2-5 を同様に測定する。



図 6.9. I - V 測定セットアップ. Magnicon からの出力を電圧計で読み出している.

表 6.4. I - V 測定条件.

素子 ID	$T_{\text{bath}}/\text{mK}$	$\Delta T_{\text{bath}}/\text{mK}$	$I_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$V_{\text{bias}}/\mu\text{V}$	$\phi_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$I_{\text{TES}}/\mu\text{A}$	$\Delta I_{\text{TES}}/\mu\text{A}$	G.B.P./GHz	$R_{\text{FB}}/\text{k}\Omega$
A5	110-180	5	13.002	499.91	0	0-1000	1	0.82	30
B5	75-235	5	16.003	800.4	-1.46	0-1000	1	0.82	30
C5	100-190	5	10.002	200.13	0	0-1500	1	0.82	30
D3	85-175	5	16.003	999.81	-87.34	0-500	1	0.82	10
E1	110-180	5	12.002	700.04	0	0-1000	1	0.82	30
E3	110-190	5	12.002	499.91	0	0-1500	1	0.82	30
E4	110-165	5	17.003	700.04	0	0-1000	1	0.82	30
E5	115-200	5	18.003	200.13	-2.92	0-2500	1	0.82	100

6.5.2 測定結果

JAXA120 Ea4 A5

JAXA120 Ea4 A5 の I - V 測定結果を図 6.10–6.12 に示す. 図 6.10 左上が測定したデータである. SQUID の ϕ - V およびアンプ等が原因でオフセットが乗っていると予想される. TES において Ohm の法則を満たすためには I_{bias} が 0 のときに V_{out} が 0 になる必要がある. そのため, 各熱浴温度での $I_{\text{bias}} = 0$ のデータ点が $V_{\text{out}} = 0$ となるように全データ点を V_{out} 方向にシフトする補正を行った. また, 超伝導転移しない熱浴温度でのデータは除いた. このような補正を行ったデータが 6.10 右上である. 次に, 出力電圧 V_{out} と TES に流れる電流 I_{TES} の関係 $I_{\text{TES}} = V_{\text{out}}/\Xi$ を用いて変換したものを図 6.10 左下に示す. TES をシャント抵抗を用いた擬似的定電圧バイアス下で動作させたとき式 (5.1.2.2) から R_{TES} が求められる. さらに R_{TES} と I_{TES} から $V_{\text{TES}} = R_{\text{TES}}I_{\text{TES}}$ と TES

にかかる電圧が求まる。図 6.10 右下に V_{TES} と I_{TES} の関係を示す。

TES の発熱 P_{TES} は $P_{TES} = I_{TES}V_{TES}$ で求められる。 R_{TES} と P_{TES} の関係を図 6.11 左に示す。 転移状態では TES の抵抗が徐々に下がり、 TES に電流が徐々に流れるため、 I_{TES} は大きくなる。 このとき $V_{TES} = (I_{bias} - I_{TES})R_{sh}$ は小さくなる。 その結果、 発熱 $P_{TES} = I_{TES}V_{TES}$ はあまり変化せずに一定となる。 図 6.11 左において P_{TES} が一定とみなせる箇所の P_{TES} の平均を各熱浴温度ごとに計算し、 T_{bath} に対してプロットしたものを図 6.11 中央に示す。 $P_{TES} = \frac{G_0}{n}(T_{TES}^n - T_{bath}^n)$ の関係でフィッティングすることで G_0 、 n 、 T_{TES} が求まる。 また、 定常状態の TES の温度 T_{TES} は、 これを変形することで求まる。 以上より I - V 測定より TES の抵抗 R_{TES} と TES の温度 T_{TES} が求まる。 図 6.11 右に R_{TES} と T_{TES} の関係を示す。

§6.6 でインピーダンス解析をする際や、 §7 でシミュレーションを行う際に動作点での T_{TES} 、 I_{TES} 、 R_{TES} が必要である。 図 6.12 に X 線照射試験を行った熱浴温度における I - V 測定結果を示す。 これらから動作点での TES のパラメータを求めた。 また、 図 6.12 右に示す R - T カーブをシミュレーションに組み込んだ。 さらに、 X 線照射試験と同じ I_{bias} における T_{TES} 、 I_{TES} 、 R_{TES} を求めた。 これらの結果を表 6.6 に示す。

以下他の素子においても同様の手順で解析を行った。 フィッティングで求めたパラメータは表 6.5 に示す。

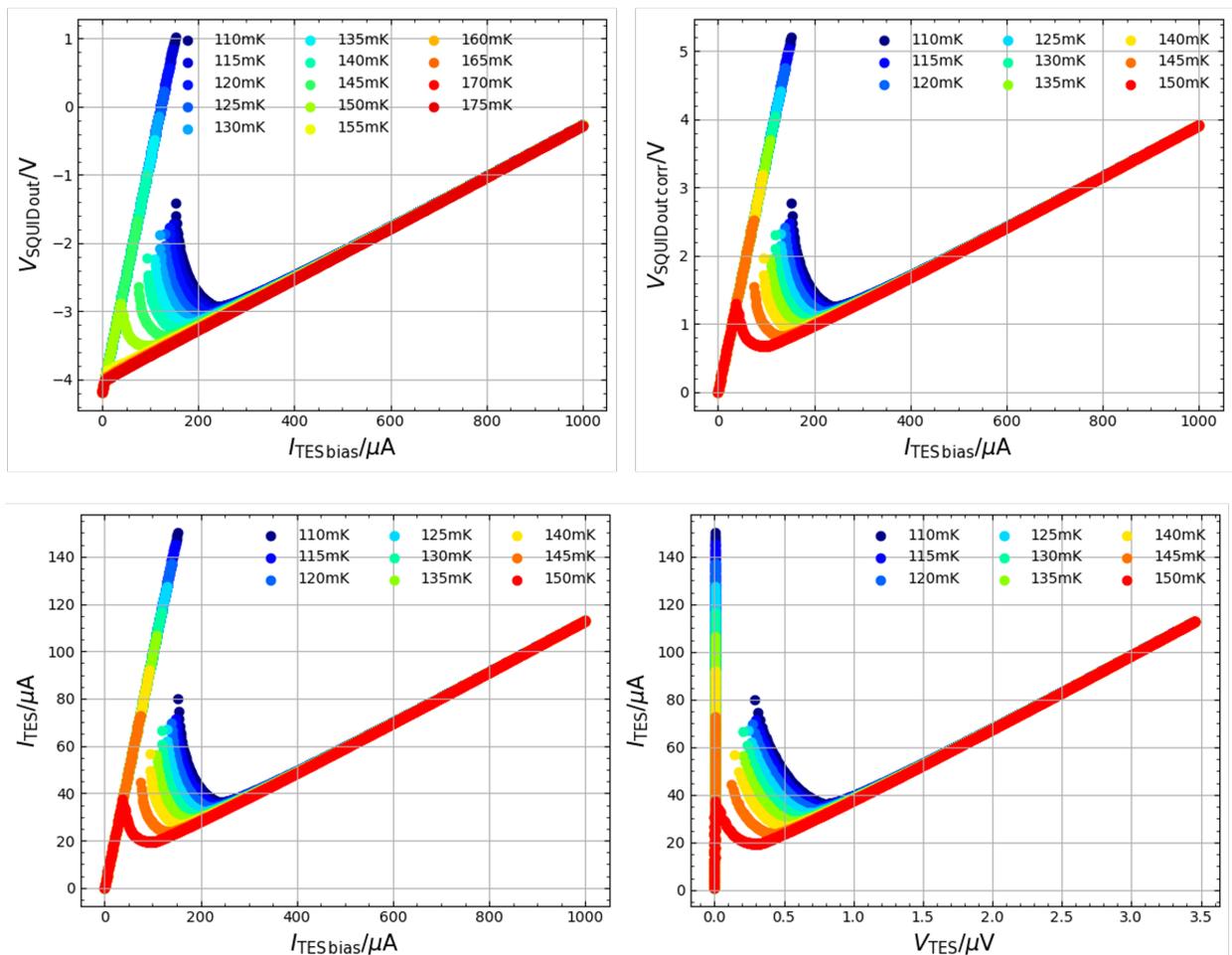


図 6.10. JAXA120 Ea4 A5 の I - V 測定結果。 左上: 各熱浴温度でのバイアス電流 I_{bias} と出力電圧 V_{out} の関係。 右上: バイアス電流が 0 のとき出力電圧も 0 になるように原点補正を行った際の、 各熱浴温度でのバイアス電流 I_{bias} と出力電圧 V_{out} の関係。 超伝導転移しない熱浴温度でのデータも除いている。 左下: 各熱浴温度でのバイアス電流 I_{bias} と TES に流れる電流 I_{TES} の関係。 右下: 各熱浴温度での TES にかかる電圧 V_{TES} と TES に流れる電流 I_{TES} の関係。

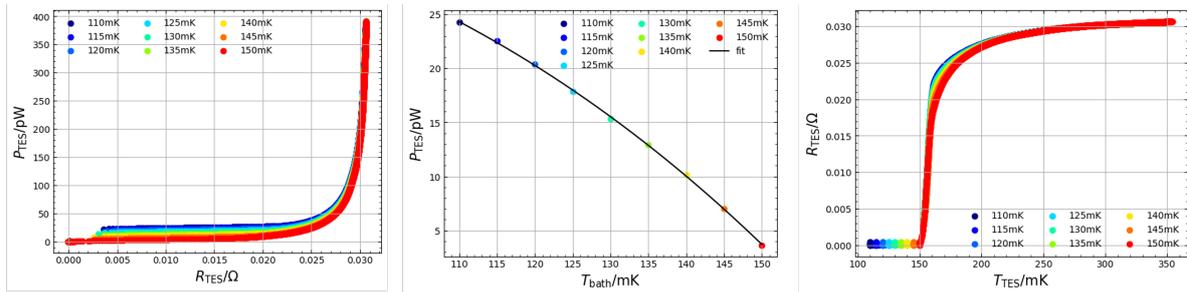


図 6.11. JAXA120 Ea4 A5 の I - V 測定結果. 左: 各熱浴温度における TES の抵抗 R_{TES} と TES の発熱 P_{TES} の関係. 中央: 熱浴温度 T_{bath} と TES の発熱 P_{TES} の関係. フィッティングを行うことで G_0 , n , T_{TES} が求まる. 右: 各熱浴温度における I - V 測定から求めた TES の温度 T_{TES} と TES の抵抗 R_{TES} の関係.

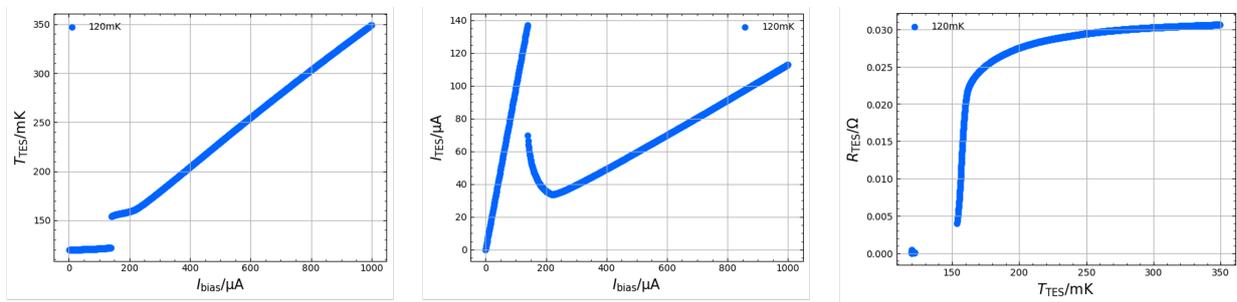


図 6.12. X 線照射試験を行った熱浴温度における I - V 測定結果. 左: I_{bias} と T_{TES} の関係. 中央: I_{bias} と I_{TES} の関係. 右: T_{TES} と R_{TES} の関係.

JAXA120 Ea4 B5

JAXA120 Ea4 B5 の I - V 測定結果を図 6.13-6.14 に示す. 図 6.14 右を見てわかるように T_{bath} と P_{TES} が $P_{TES} = \frac{G_0}{n}(T_{TES}^n - T_{bath}^n)$ でフィットできる関係になっていない. そのため R - T カーブを求めることができない.

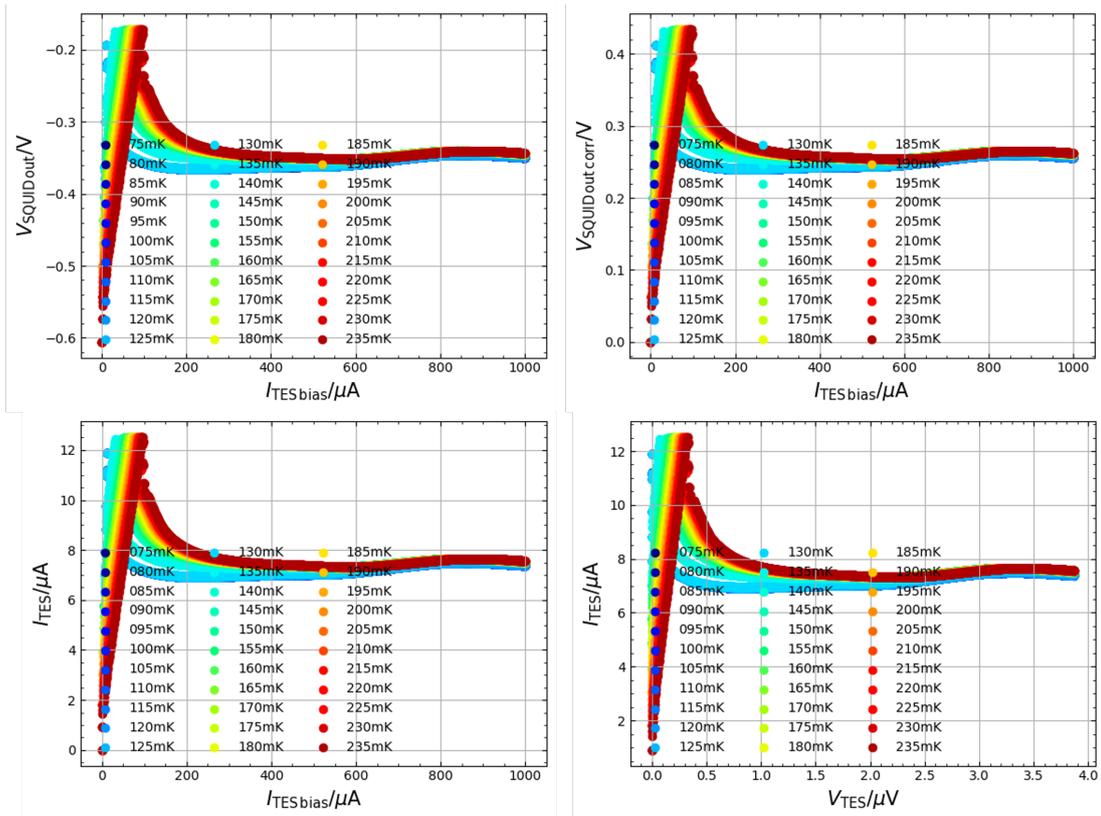


図 6.13. JAXA120 Ea4 B5 の I - V 測定結果.

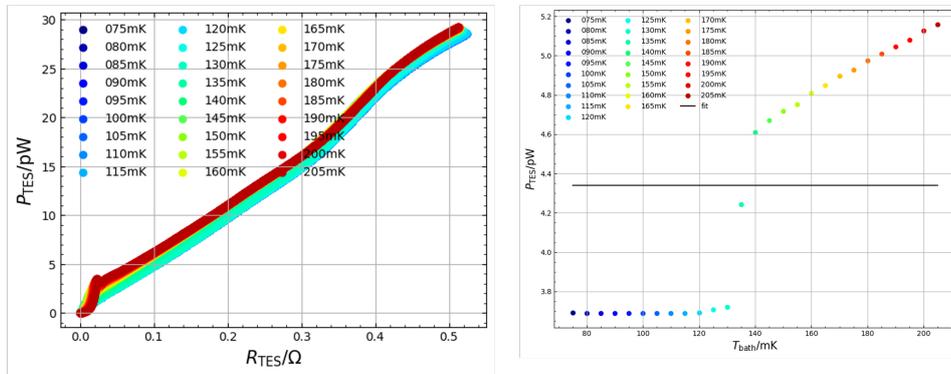


図 6.14. JAXA120 Ea4 B5 の I - V 測定結果.

JAXA120 Ea4 C5

JAXA120 Ea4 C5 の I - V 測定結果を図 6.15–6.17 に示す.

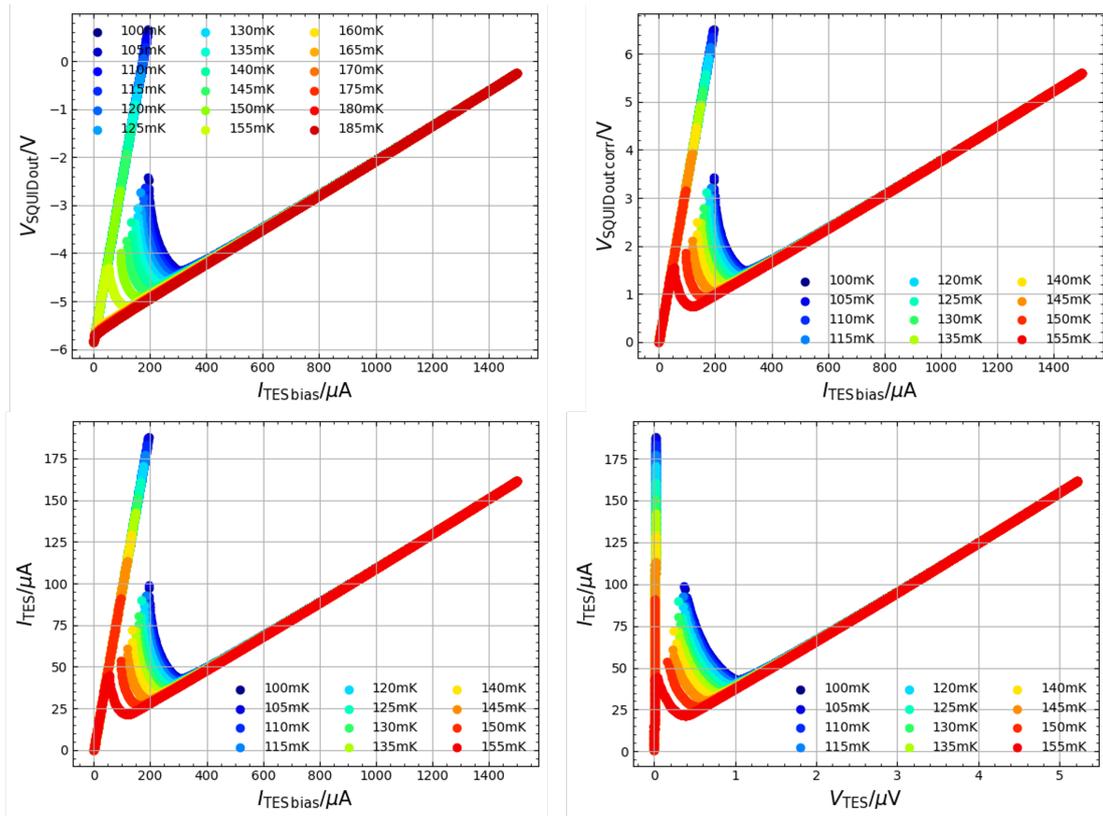


図 6.15. JAXA120 Ea4 C5 の I-V 測定結果.

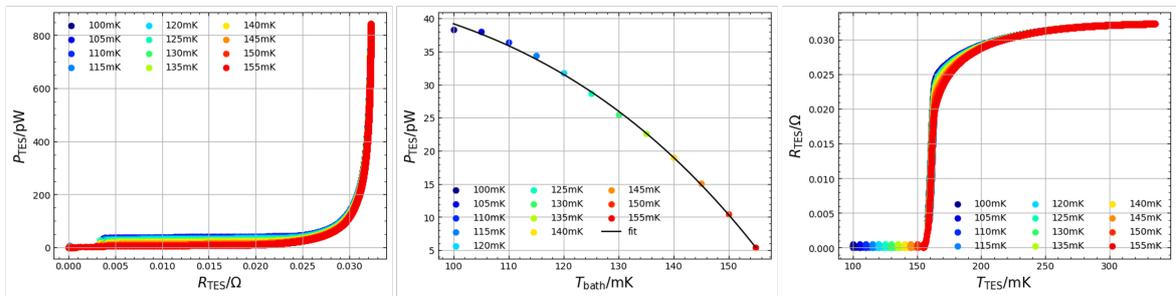


図 6.16. JAXA120 Ea4 C5 の I-V 測定結果.

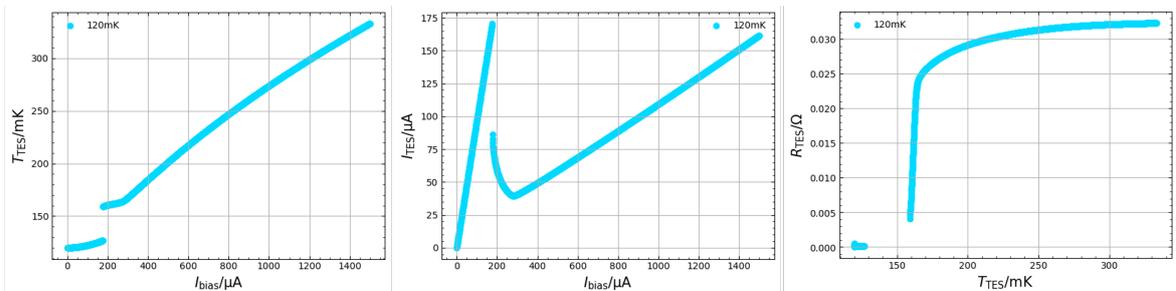


図 6.17. JAXA120 Ea4 C5 の I-V 測定結果.

JAXA120 Ea4 D3

JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果を図 6.18–6.20 に示す。

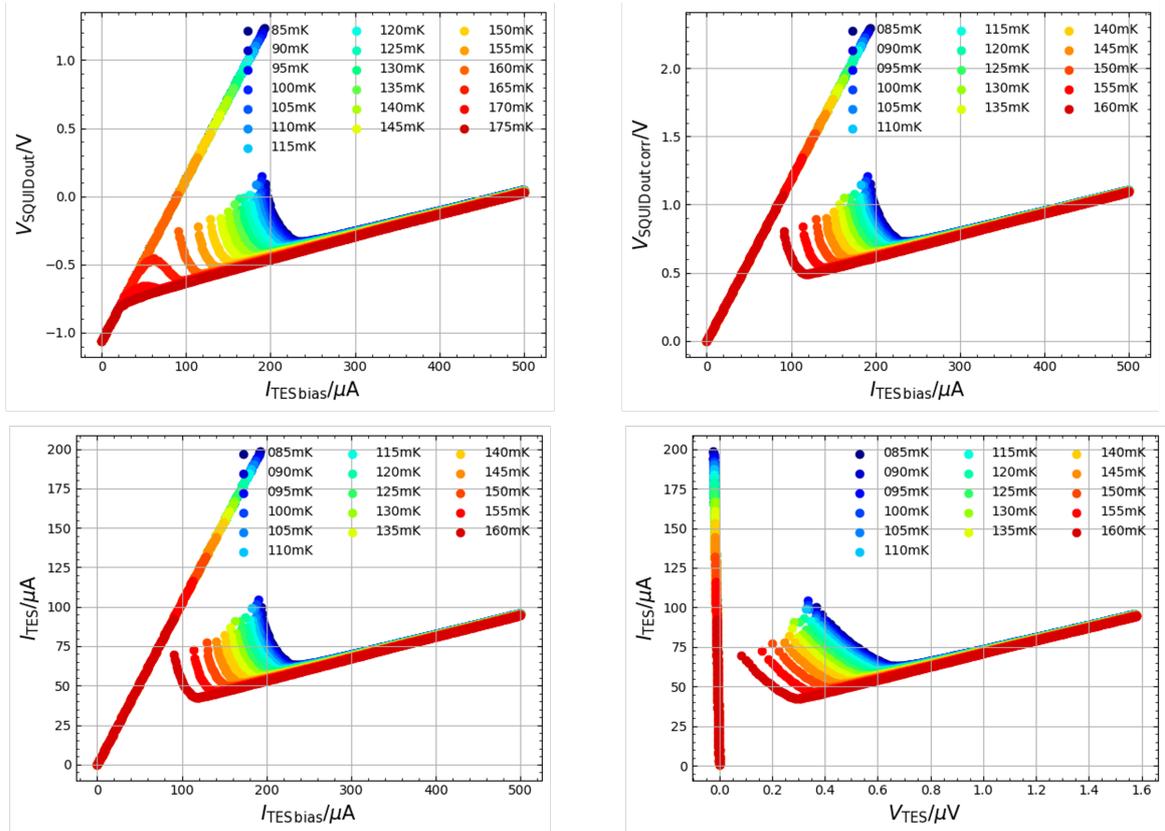


図 6.18. JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果。

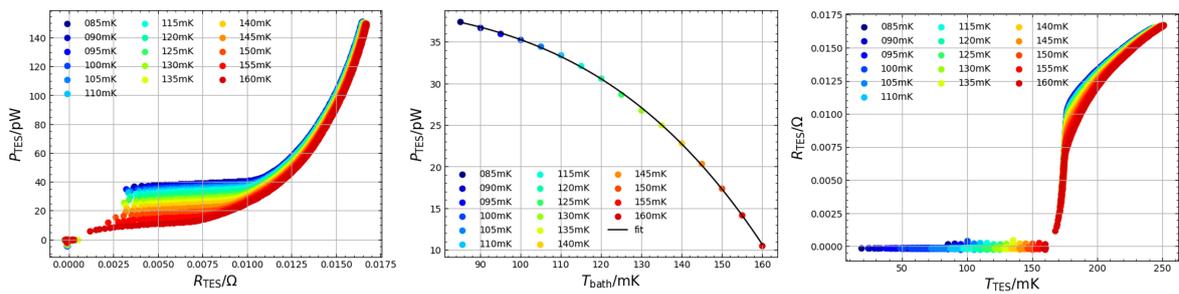


図 6.19. JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果。

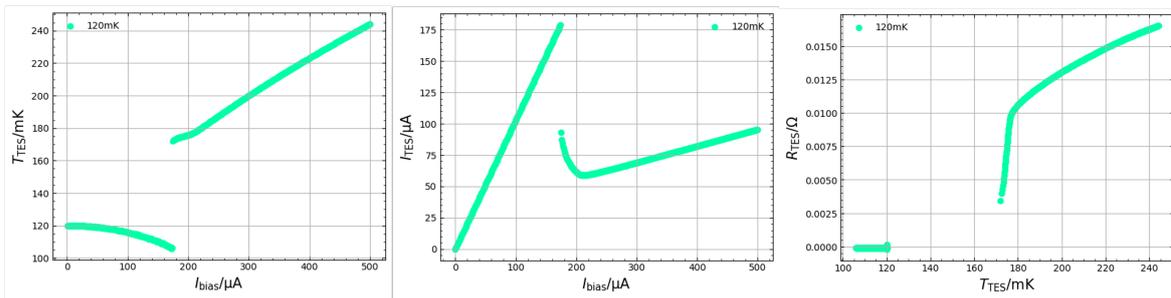


図 6.20. JAXA120 Ea4 D3 の I - V 測定結果.

JAXA120 Ea4 E1

JAXA120 Ea4 E1 の I - V 測定結果を図 6.21–6.23 に示す.

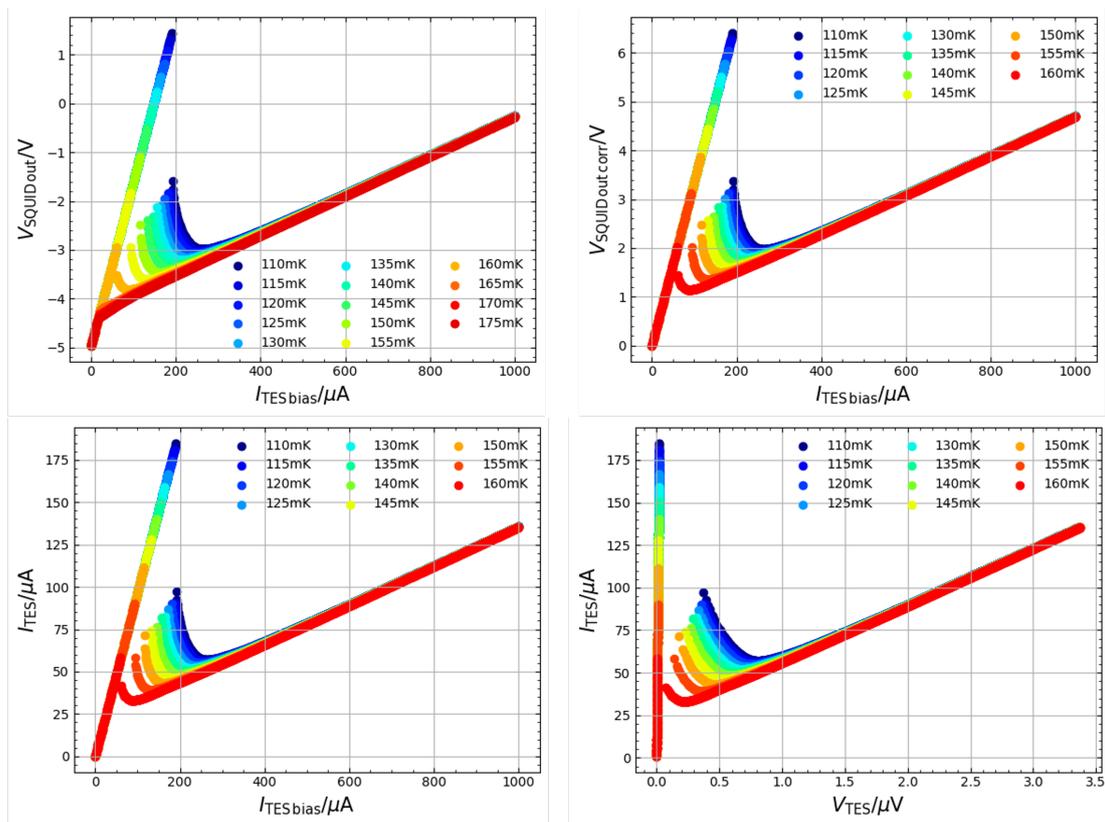


図 6.21. JAXA120 Ea4 E1 の I - V 測定結果.

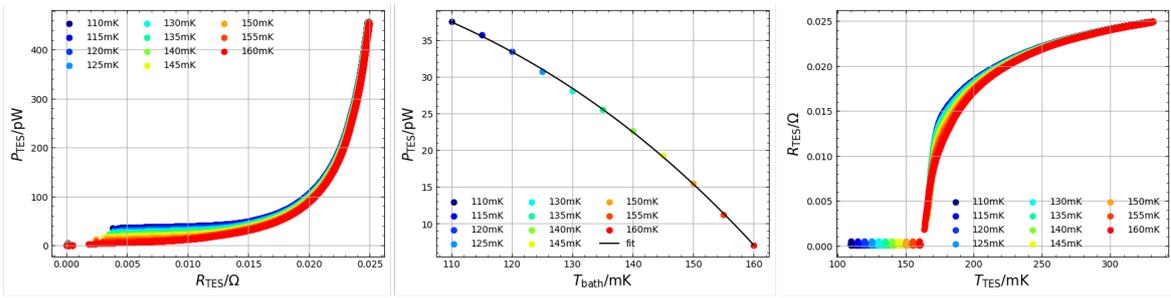


図 6.22. JAXA120 Ea4 E1 の I - V 測定結果.

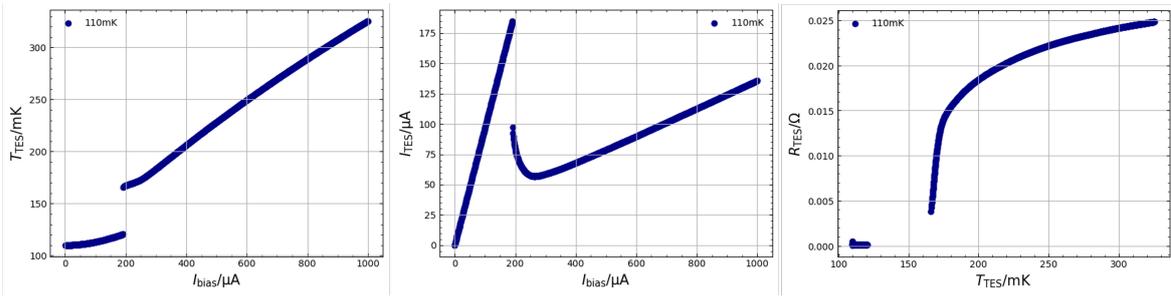


図 6.23. JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.

JAXA120 Ea4 E3

JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果を図 6.24–6.26 に示す.

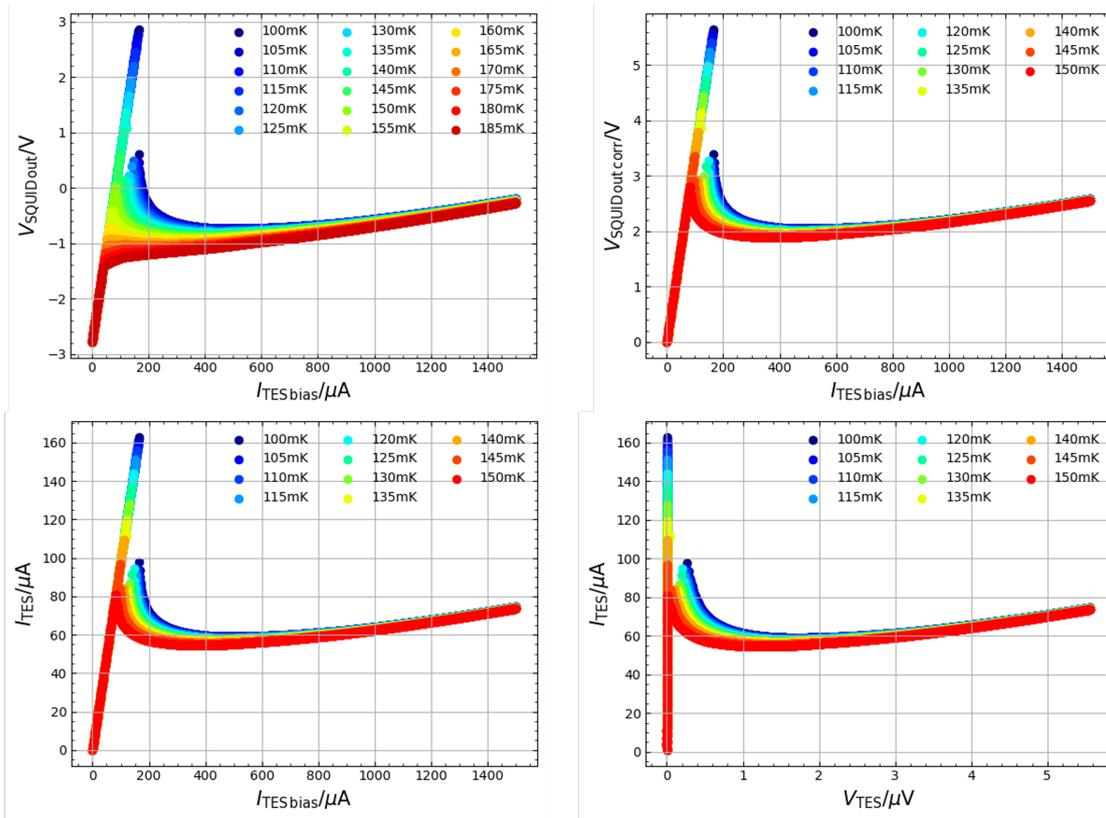


図 6.24. JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.

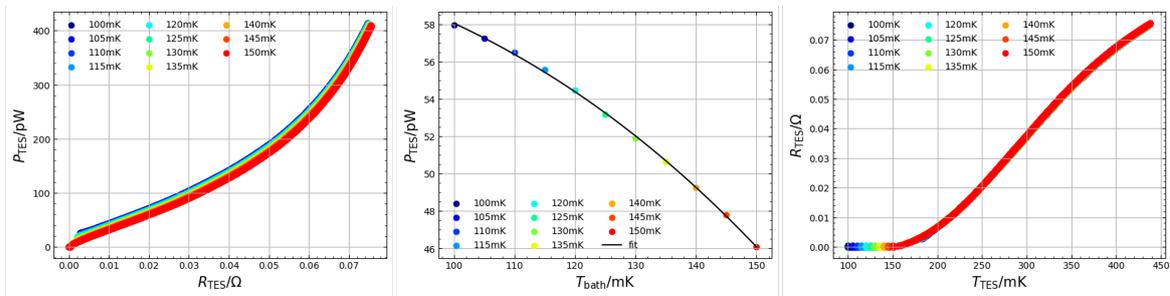


図 6.25. JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.

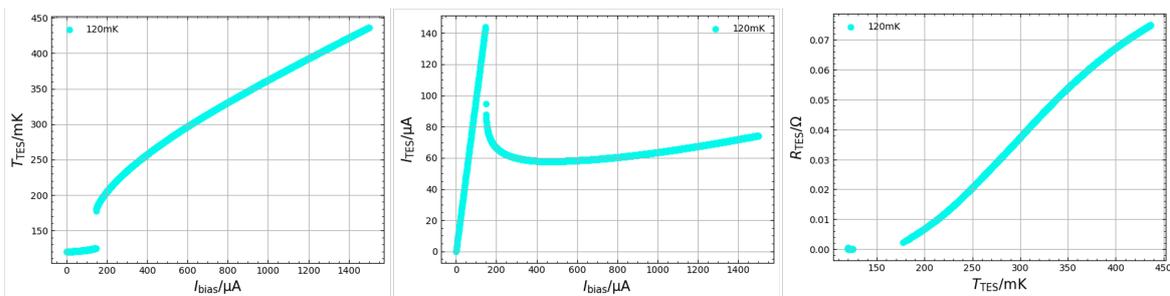


図 6.26. JAXA120 Ea4 E3 の I - V 測定結果.

JAXA120 Ea4 E4

JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果を図 6.27-6.29 に示す。

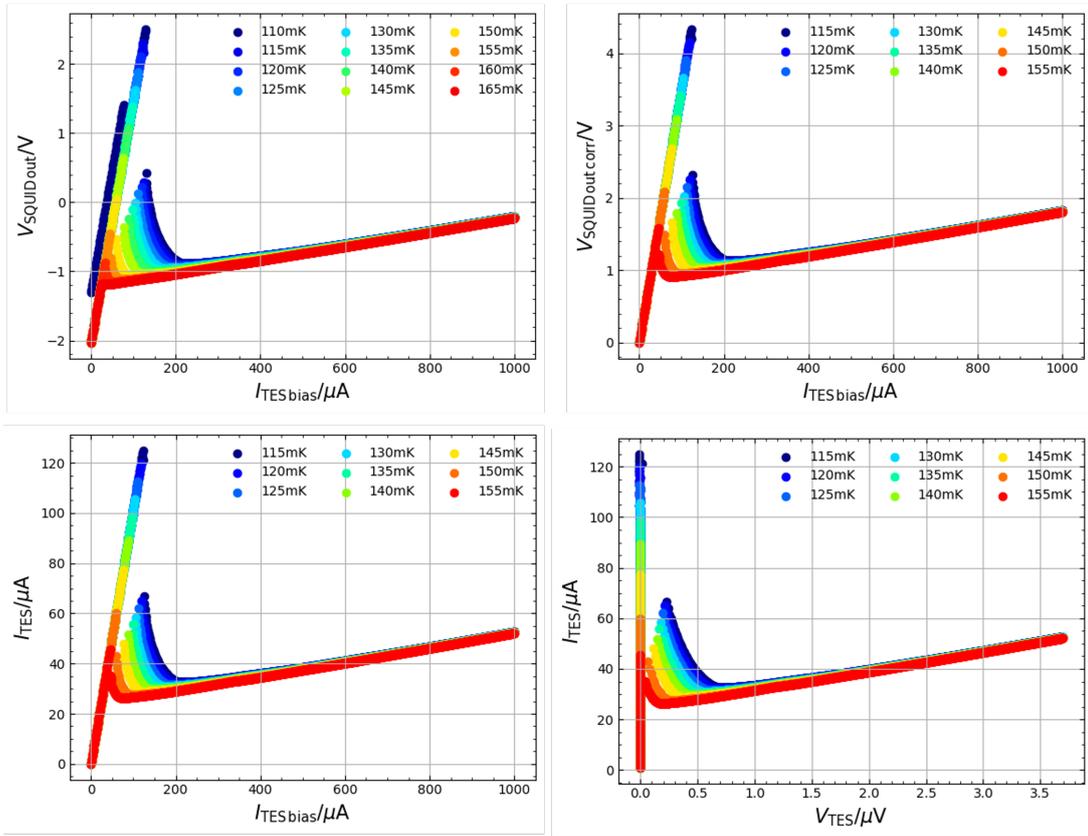


図 6.27. JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果。

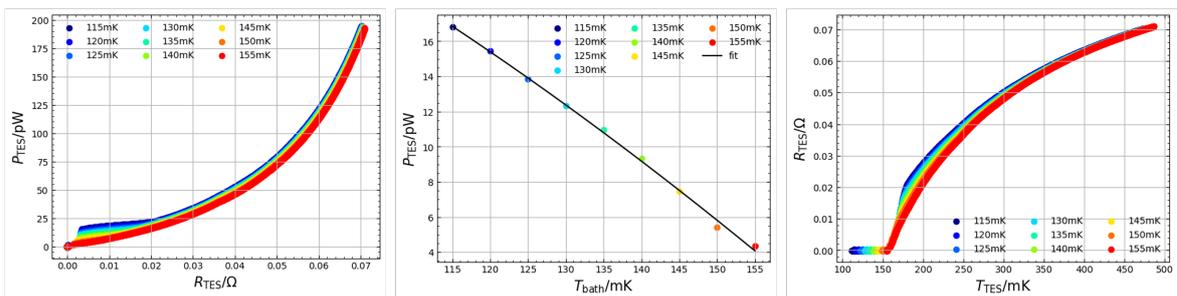


図 6.28. JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果。

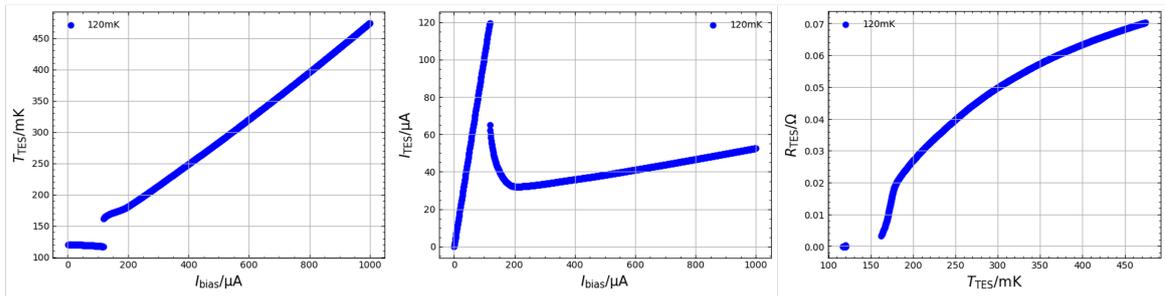


図 6.29. JAXA120 Ea4 E4 の I - V 測定結果.

JAXA120 Ea4 E5

JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果を図 6.30–6.32 に示す.

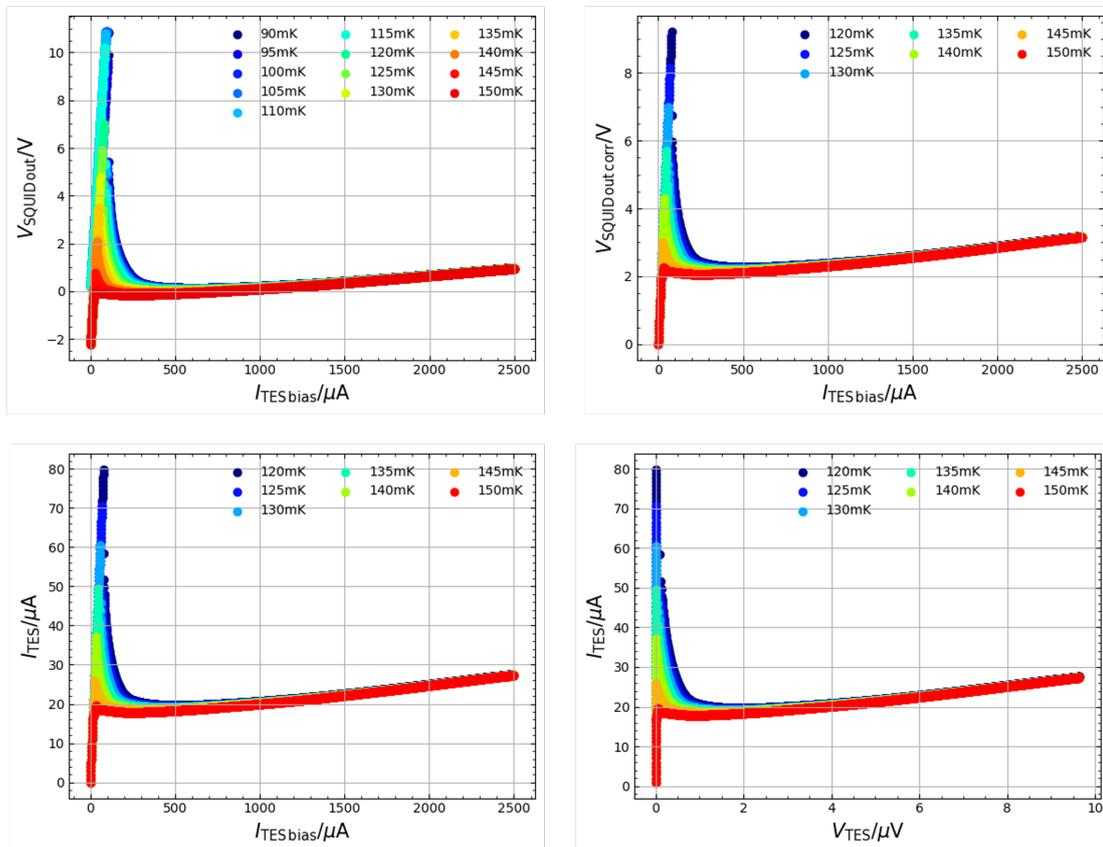


図 6.30. JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果.

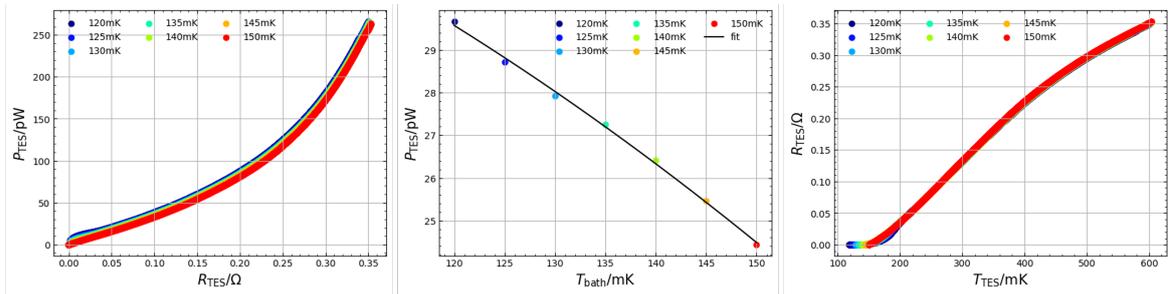


図 6.31. JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果.

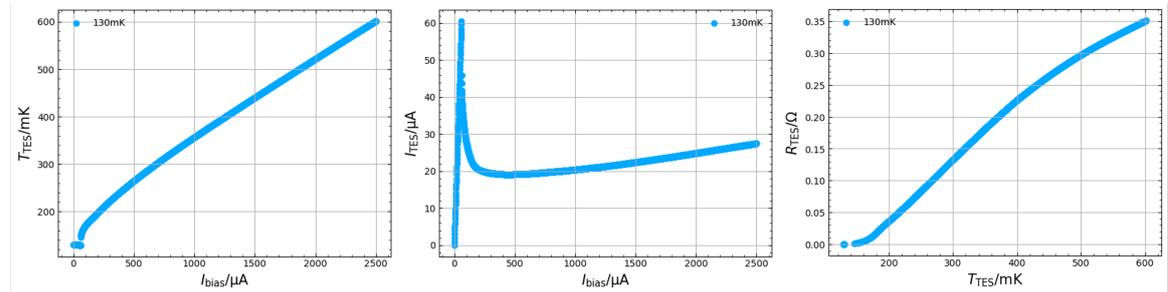


図 6.32. JAXA120 Ea4 E5 の I - V 測定結果.

表 6.5. I - V 測定結果. ただしここでの G は各動作点における値.

Type	G_0 /(nW/K)	T_{TES} /mK	n	G /(nW/K)
A5	25.8 ± 9.1	155.3 ± 0.3	2.922 ± 0.174	0.72 ± 0.35
C5	131.5 ± 38.6	160.3 ± 0.3	3.613 ± 0.146	1.10 ± 0.43
D3	193.9 ± 29.5	172.9 ± 0.3	4.045 ± 0.075	0.93 ± 0.19
E1	71.6 ± 19.1	167.5 ± 0.3	3.390 ± 0.135	1.00 ± 0.36
E3	15.32 ± 4.66	232.0 ± 3.6	3.006 ± 0.148	0.82 ± 0.30
E4	1.30 ± 1.13	166.3 ± 1.3	1.702 ± 0.432	0.37 ± 0.43
E5	1.82 ± 2.50	242.6 ± 19.2	2.186 ± 0.685	0.34 ± 0.57

表 6.6. I - V 測定から求めた定常状態での TES のパラメータ.

Type	I_{bias} /μA	T_{TES} /mK	I_{TES} /μA	R_{TES} /mΩ
A5	200.11	158.90	35.76	17.91
C5	200.11	160.86	58.46	9.44
D3	185.03	174.14	71.84	6.14
E1	215.20	168.84	67.60	8.50
E3	180.01	197.10	69.48	6.20
E4	160.03	172.71	37.15	12.90
E5	120.07	176.74	24.88	14.91

図 6.33 にフィッティングから求めた n と G_0 の関係を示す. また, 図 6.34 に n と 170 mK における熱伝導度 G の関係を示す. A5 が 0.86 pW/K, C5 が 1.38 pW/K, D3 が 0.88 pW/K, E1 が 1.23 pW/K と, TES を動作させ

ている温度での熱伝導度には大きな差がないことがわかる。しかし、A, C, D, E1タイプを比較したときに温度のべき n がAとE1は ~ 3 , CとDは ~ 4 となっている。電子が熱伝導を担う場合は $n=2$, 格子振動が熱伝導を担う場合には $n=4$ と言われているため、CとDは後者に相当する。また、AとE1は電子と格子振動の両方が熱伝導を担っているため $n=3$ となつてるとこの結果からは推測できる。E3, E4, E5は R_{TES} に対する P_{TES} の図を見てわかるように P_{TES} が一定となっている箇所がない。これは、超伝導抵抗のオフセットは0になるように補正したが、常伝導抵抗が外挿したときに0にならないことが原因であると考えられる。そのため n の不定性が大きい。これは測定上の問題なのか、TESカロリメータ自体の問題なのかは判別できていない。

同じ基板上でTESを成膜しメンブレンを形成したため、物性が共通であれば n はチップにより共通で、ある温度における熱伝導度はTESとメンブレンの接触面積、あるいは周囲長に比例すると考えられている。しかしTESの形状は同じで、吸収体の構造のみが異なる素子において n が変化する理由は分かっていない。ここまでの値は誤差を求めたいパラメータ以外は固定し、パラメータ1個ずつについて誤差を計算しているため自由度1の χ^2 分布である。次に G_0 と n の2つのパラメータを考え、自由度2の χ^2 分布から計算し、99%信頼度でのconfidence contourを描く。図6.35に各素子の G_0 と n のcontourを示す。 G_0 と n が取りうる値の範囲が自由度1の χ^2 分布から求めたときより広いことがわかる。さらに P_{TES} を計算する動作点の範囲を変えたときのcontourを図6.36に示す。動作点の範囲を変えても G_0 と n の取りうる値の範囲が変化する。以上より、 G_0 と n 不定性が大きくベストフィットだけでは評価が難しい。 n は2 \sim 4の値であり、先述したように同じ基板上で成膜しており n が素子間で大きくばらつかないと考えると、 $n \sim 3.5$ であると思いを付けることもできる。

以上これらの結果をもとに§7でシミュレーションを行う。ただし今回は n はベストフィット値を用いる。

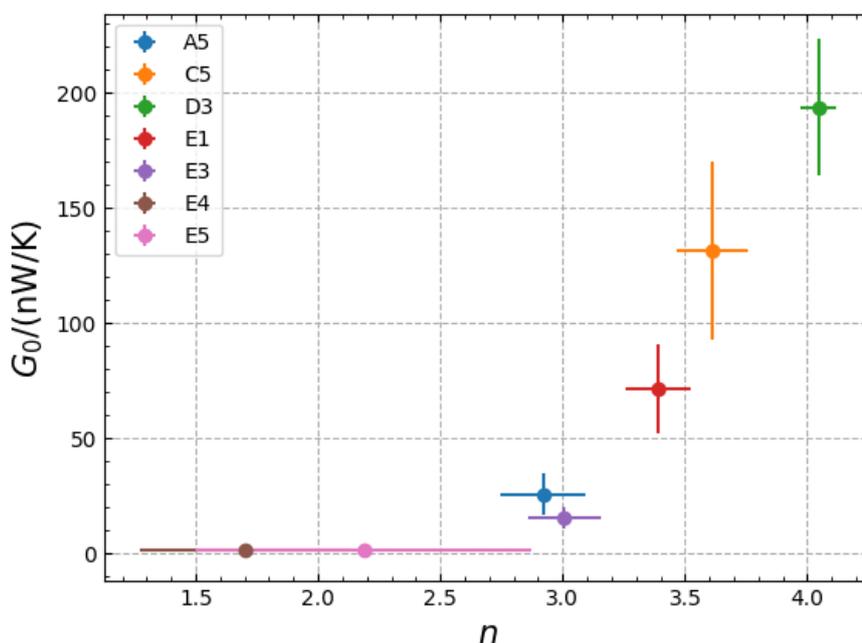


図 6.33. n と G_0 の関係.

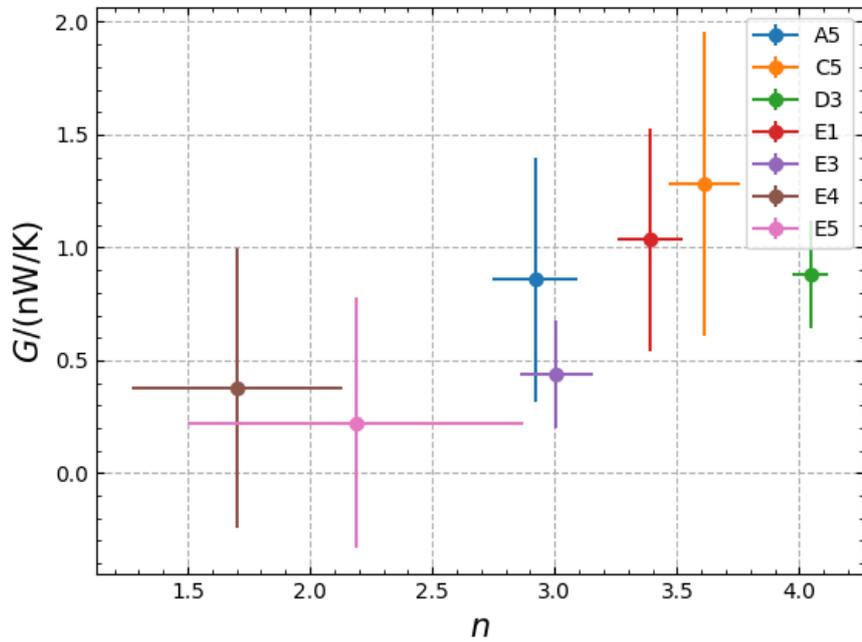


図 6.34. n と 170 mK における熱伝導度 G の関係.

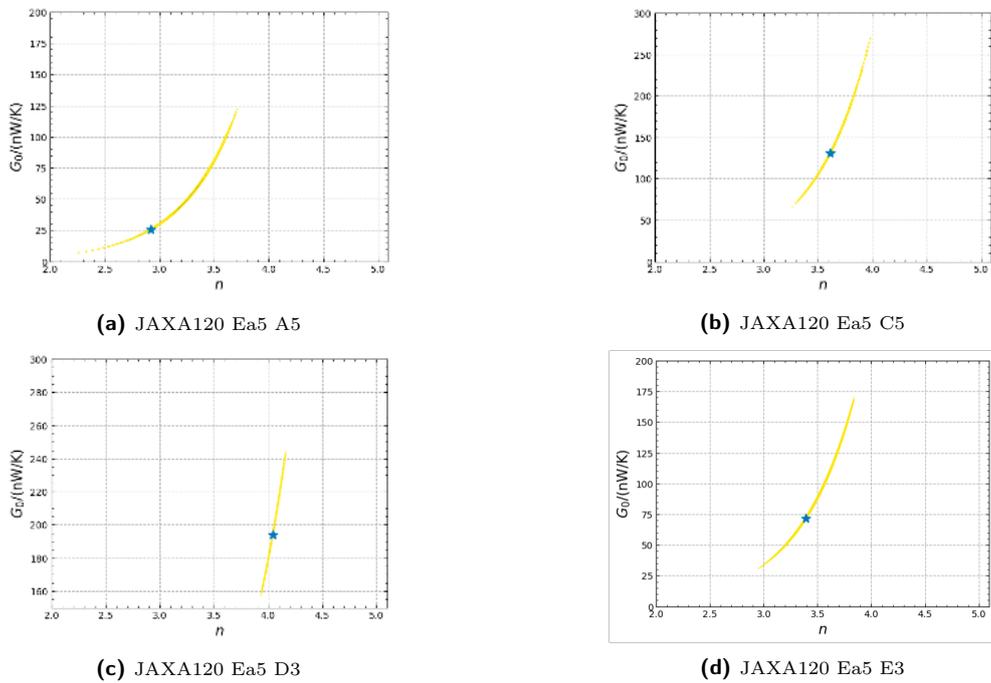


図 6.35. 各素子の G_0 と n の Contour.

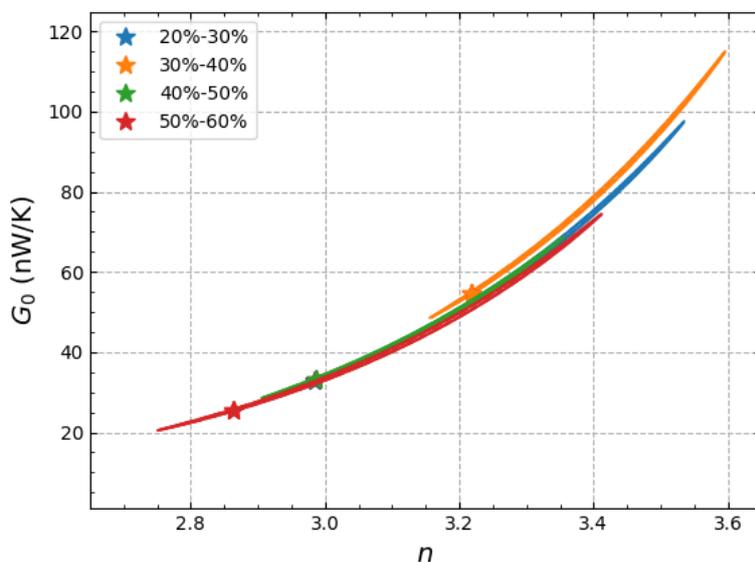


図 6.36. 動作点を変えた場合の G_0 と n の Contour. 動作点によって G_0 及び n の取りうる値の範囲は変化する.

6.6 インピーダンス測定

6.6.1 測定方法

インピーダンス測定の測定回路を図 6.37 に、測定セットアップを図 6.38 に示す. 測定セットアップは I - V 測定時に加え, Magnicon I-BOX, LOCK-IN AMPLIFIER (NF LI5660), Function Generator (NF WF1974) を必要とする. TES に印加する DC バイアスと SQUID の制御は Magnicon で行い, Function Generator を AC バイアスとして用いた. 交流電圧の印加経路には Magnicon I-BOX を用いており, 内部にはローパスフィルタとコモンコイルが含まれている. また, 交流電圧の読み出しには, 特定の周波数に対して高い感度を持つ LOCK-IN AMPLIFIER を用いた. SQUID の設定を I - V 測定や X 線照射試験時と同じにし, Function Generator で周波数を 1 Hz から 1×10^5 Hz まで変えながら AC バイアスをかけ, 電圧と位相を読み取る. また, I_{bias} を変えながら同様に測定することで動作点ごとの温度感度, 電流感度, 熱容量などを求めることができる. 輸送関数を求めるためには超伝導状態と常伝導状態のデータが必要である. 超伝導状態のデータは設定した T_{bath} において $I_{\text{TES}} = 0 \mu\text{A}$ としたデータを取得する. また, 常伝導状態のデータは 400 mK で I_{TES} を $0 \mu\text{A}$ もしくは $1500 \mu\text{A}$ としたデータを取得する.

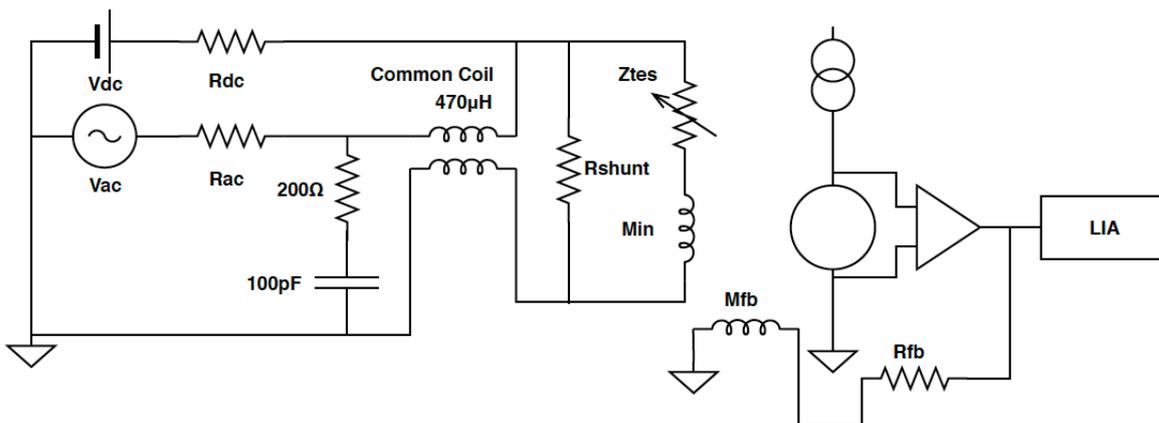


図 6.37. インピーダンス測定回路系.



図 6.38. インピーダンス測定セットアップ.

表 6.7. インピーダンス測定条件.

素子 ID	$T_{\text{bath}}/\text{mK}$	$I_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$V_{\text{bias}}/\mu\text{V}$	$\phi_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$I_{\text{TES}}/\mu\text{A}$	G.B.P./GHz	$R_{\text{FB}}/\text{k}\Omega$
A5	120	13.002	499.91	0	0,180,185,190,195,200,205,210,215,230,250,300,400	0.82	100
C5	120	10.002	200.13	-11.68	0,10,180,190,200,210,220,230,240,250,300	0.82	100
D3	120	16.003	999.81	35.28	0,175,180,185,190,195,200,205,210,215,220,230	0.82	100
E1	110	12.002	700.04	0	0,195,200,215,230,250,300,500	0.82	100
E3	110	12.002	499.91	0	0,150,160,170,180,190,200,210,220,240,260,300,400	0.82	100

6.6.2 測定と解析結果

TESの回路にはシャント抵抗、インプットコイルのインダクタンスに加えて寄生抵抗が存在する。また、TESの信号は、インプットコイルを介して読み出し系に伝わり、読み出し回路にはSQUIDからの信号を増幅するための積分回路（オペアンプ）が含まれている。上記の寄生抵抗と積分回路は、特に高周波において周波数特性を持っており、測定により得られるインピーダンスはこの影響を含めたものとなる。したがってTESの複素インピーダンスを求めるためには、この影響を差し引く必要がある。

TESのインピーダンスを Z_{TES} 、インプットコイルのインダクタンスを L_{in} 、シャント抵抗 R_{sh} と寄生抵抗 R_{par} の和を R_{th} とする。測定により得られるインピーダンス Z_{obs} は、周波数 f に関する補正関数を $\text{Tr}(f)$ とすると、

$$Z_{\text{obs}} = (Z_{\text{TES}} + 2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}) \times \text{Tr}(f) \quad (6.6.2.1)$$

と表される。ここで、常伝導状態と超伝導状態のインピーダンスをそれぞれ Z_{normal} 、 Z_{super} とすると、

$$Z_{\text{normal}} = (Z_{\text{n}} + 2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}) \times \text{Tr}(f) \quad (6.6.2.2)$$

$$Z_{\text{super}} = (2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}) \times \text{Tr}(f) \quad (6.6.2.3)$$

とかける。ただし、 R_{n} はTESの常伝導抵抗である。 Z_{normal} と Z_{super} の比を取ると、

$$\frac{Z_{\text{normal}}}{Z_{\text{super}}} = \frac{R_{\text{n}} + 2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}}{2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}} \quad (6.6.2.4)$$

となる。そのため、 $a + ib$ の形式でフィッティングすることで、 R_{n} 、 L_{in} 、 R_{th} が求まる。また、式(6.6.2.3)から逆に

$$\text{Tr}(f) = \frac{Z_{\text{super}}}{2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}} \quad (6.6.2.5)$$

であるため、 $\text{Tr}(f)$ が求まる。よって、これらより

$$Z_{\text{obs}} = (Z_{\text{TES}} + 2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}) \times \frac{Z_{\text{super}}}{2\pi ifL_{\text{in}} + R_{\text{th}}} \quad (6.6.2.6)$$

と補正できる。

各素子で補正をしたあと、§5.1.5で述べたOneblock Model、Twoblock Model (Hanging)、Twoblock Model (Parallel)でフィッティングしてパラメータを求めた。ただし輸送関数 $\text{Tr}(f)$ を補正する際に高周波の5点は合わないため除外している。

フィッティングの初期値のために設計値から計算される各Typeの熱容量を計算した。吸収体には、熱リンクであるステムも含めている。 C_{total} はOneblock Modelにおける初期値に用いる。表6.8に示す。

表 6.8. 設計値から計算される吸収体と TES の熱容量.

Type	$C_{\text{TES}}/\text{pJ/K}$	$C_{\text{Abs}}/\text{pJ/K}$	$C_{\text{total}}/\text{pJ/K}$
A	3.647×10^{-2}	1.559	1.596
C	3.647×10^{-2}	1.578	1.614
D	3.647×10^{-2}	1.559	1.596
E1	1.641×10^{-2}	7.758×10^{-1}	7.922×10^{-1}
E3	1.860×10^{-2}	1.576	1.595
E4	6.56×10^{-3}	1.576	1.582
E5	6.966×10^{-3}	1.576	1.583

JAXA120 Ea4 A5

JAXA120 Ea4 A5 のインピーダンス測定結果を図 6.39–6.43 に示す。

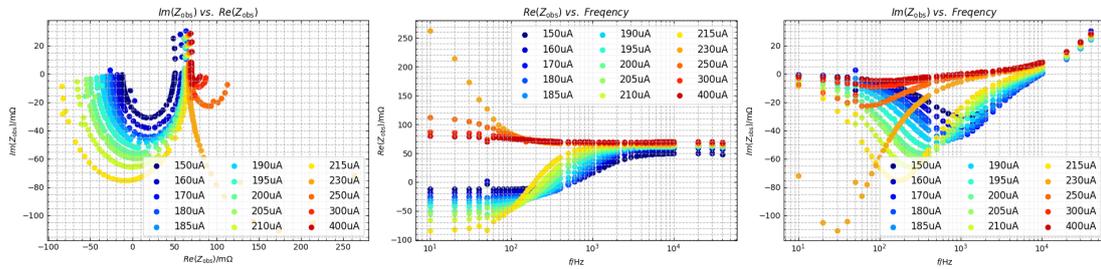


図 6.39. JAXA120 Ea4 A5 のインピーダンス測定結果。

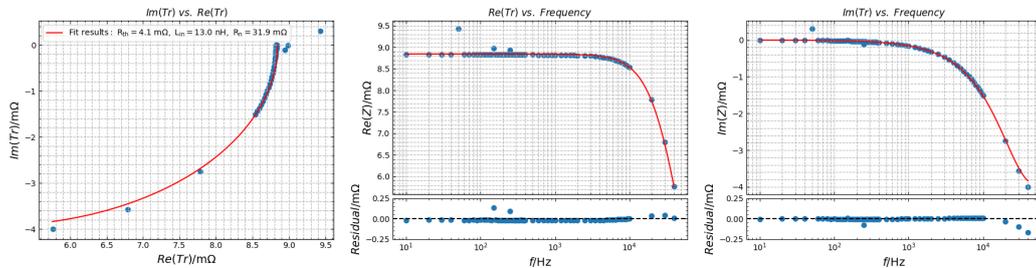


図 6.40. JAXA120 Ea4 A5 のインピーダンス補正結果。

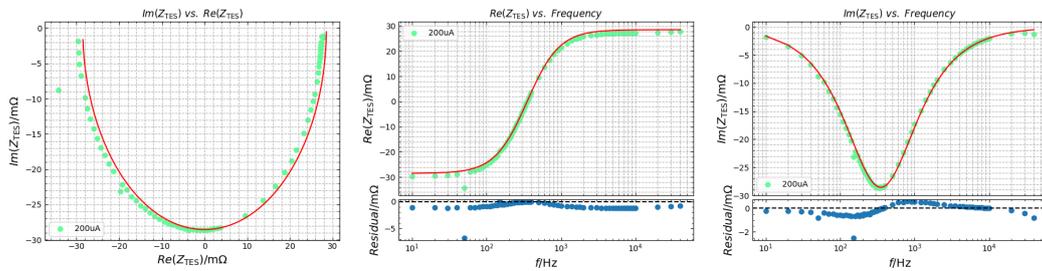


図 6.41. JAXA120 Ea4 A5 を One Block Model でフィッティングした結果。

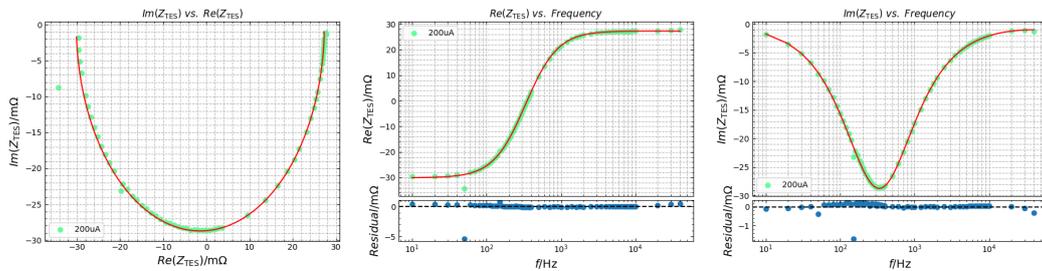


図 6.42. JAXA120 Ea4 A5 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果。

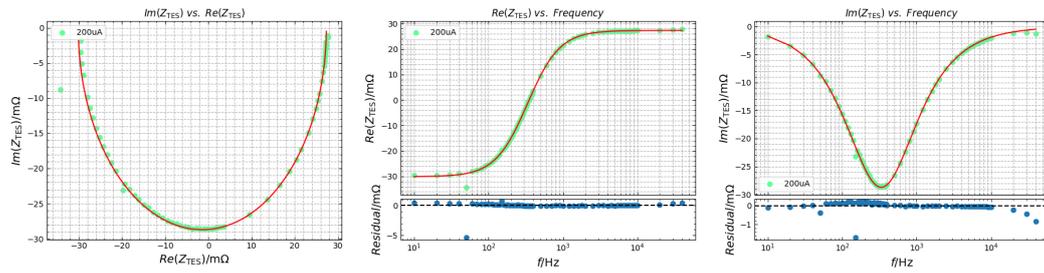


図 6.43. JAXA120 Ea4 A5 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.

JAXA120 Ea4 C5

JAXA120 Ea4 C5 のインピーダンス結果を図 6.44–6.48 に示す. この素子は $\text{Tr}(f)$ が高周波で合わないため, 高周波の 8 点のデータを除外した.

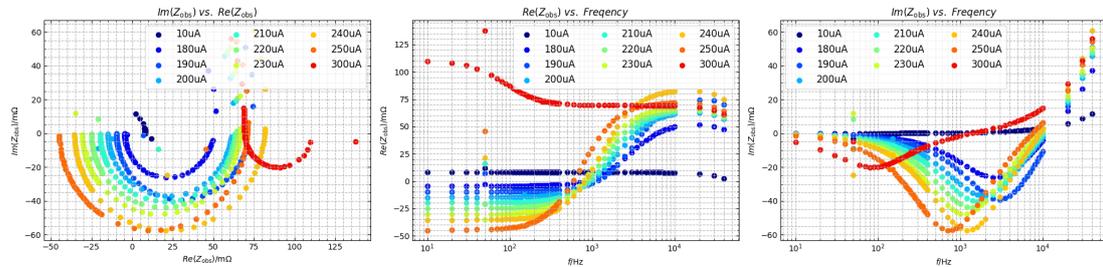


図 6.44. JAXA120 Ea4 C5 のインピーダンス測定結果.

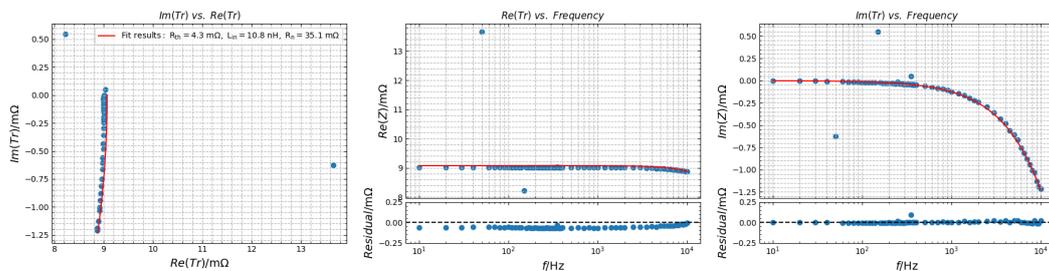


図 6.45. JAXA120 Ea4 C5 のインピーダンス補正結果.

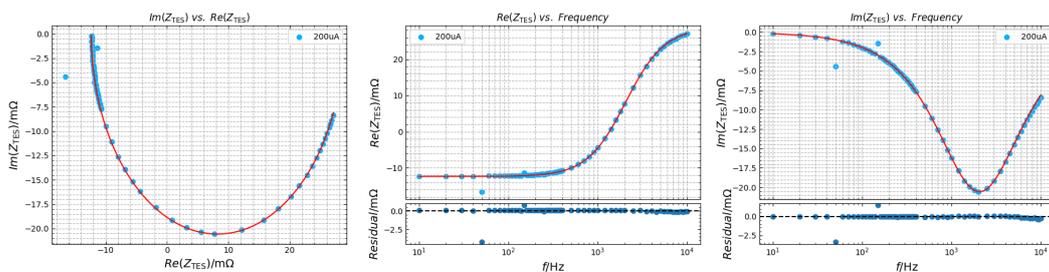


図 6.46. JAXA120 Ea4 C5 を One Block Model でフィッティングした結果.

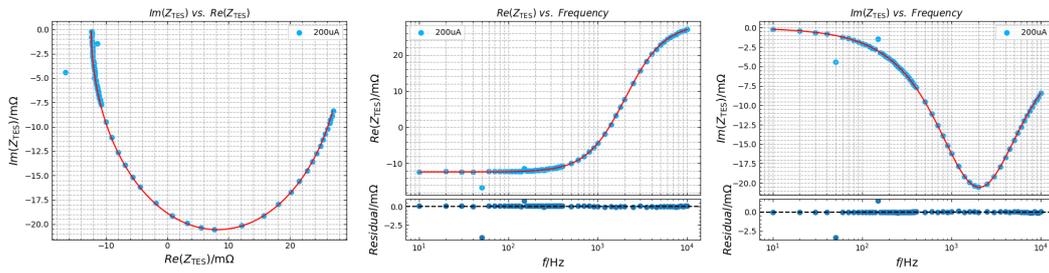


図 6.47. JAXA120 Ea4 C5 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.

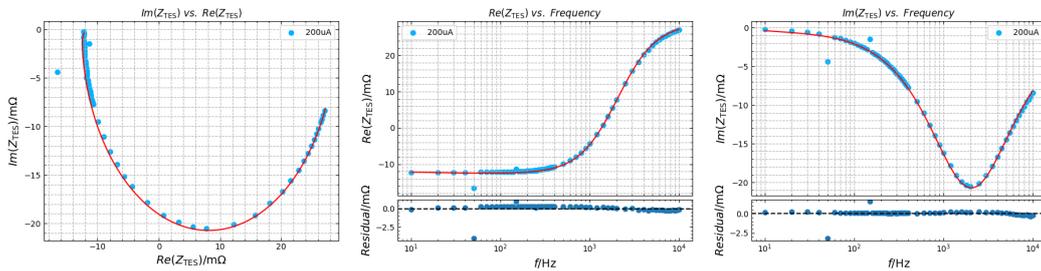


図 6.48. JAXA120 Ea4 C5 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.

JAXA120 Ea4 D3

JAXA120 Ea3 D3 のインピーダンス測定結果を図 6.49–6.53 に示す. フィッティングの残差から Hanging モデルが適切であると考えられる.

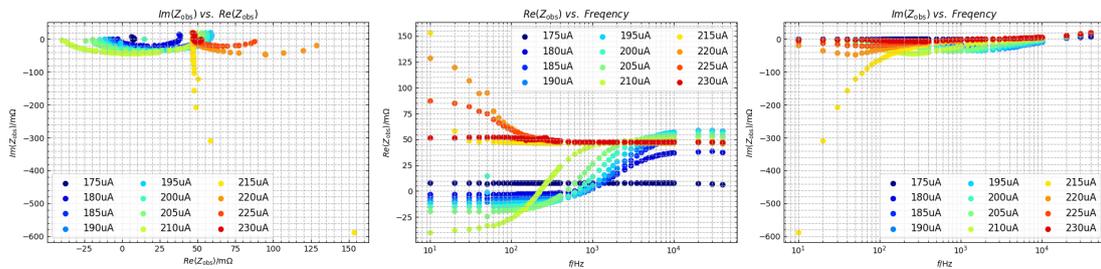


図 6.49. JAXA120 Ea4 D3 のインピーダンス測定結果.

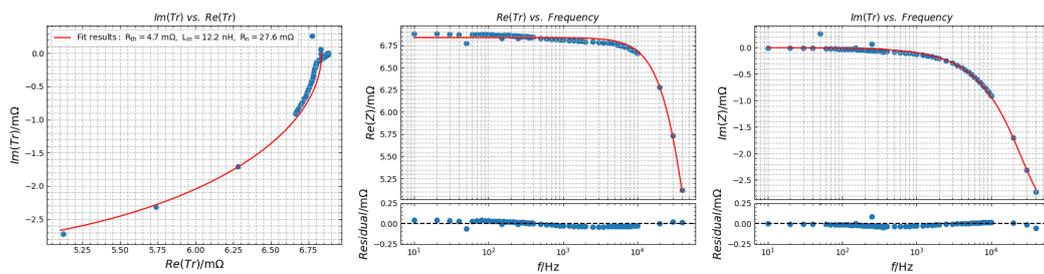


図 6.50. JAXA120 Ea4 D3 のインピーダンス補正結果.

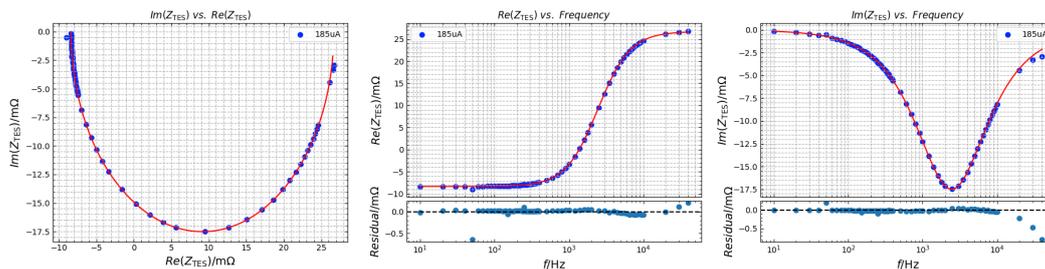


図 6.51. JAXA120 Ea4 D3 を One Block Model でフィッティングした結果.

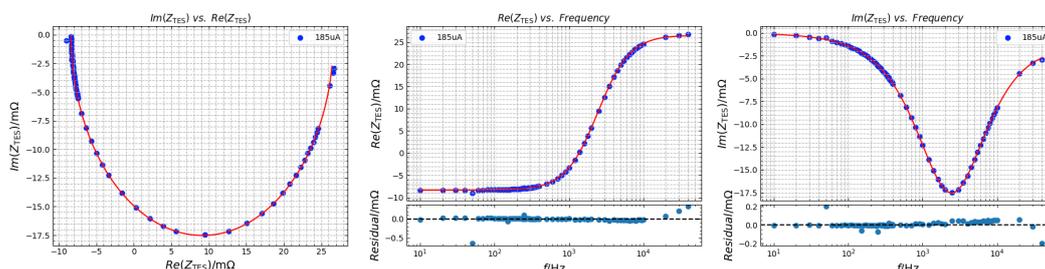


図 6.52. JAXA120 Ea4 D3 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.

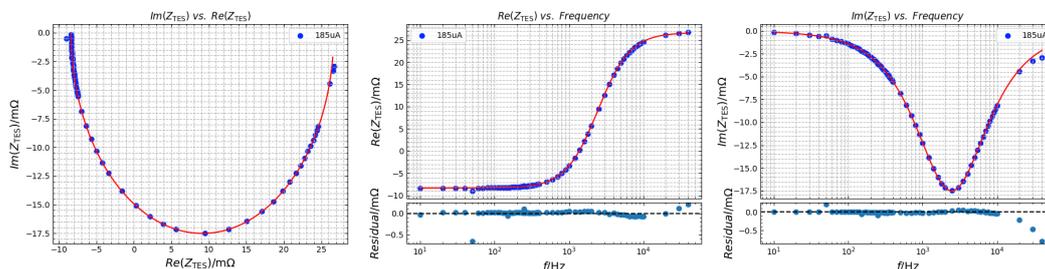


図 6.53. JAXA120 Ea4 D3 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.

JAXA120 Ea4 E1

JAXA120 Ea4 E1 のインピーダンス測定結果を図 6.54–6.58 に示す。この素子は Hydra 型 TES であり、Oneblock Model 及び Twoblock (Hanging) ではフィッティングが合わない。しかし Twoblock (Parallel) ではフィッティングができるため、Hydra では吸収体と熱浴間に有限の熱伝導度があり、Parallel モデルが合うと考えられる。

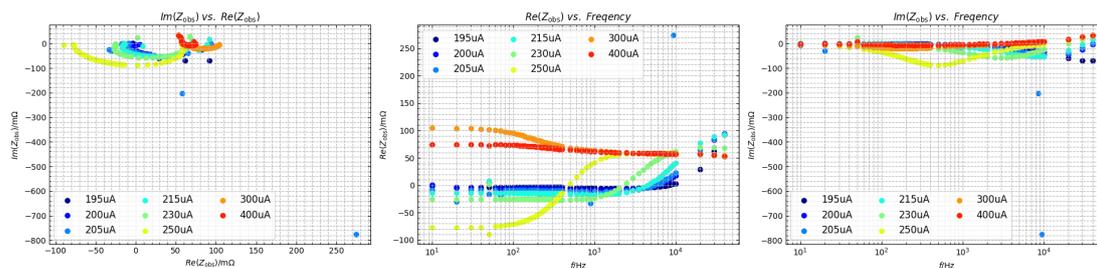


図 6.54. JAXA120 Ea4 E1 のインピーダンス測定結果.

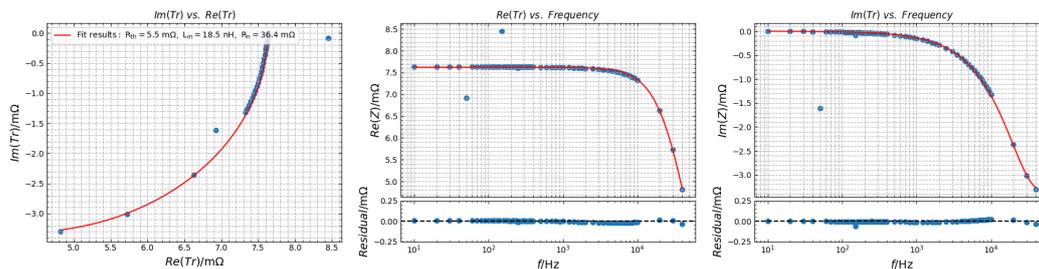


図 6.55. JAXA120 Ea4 E1 のインピーダンス補正結果.

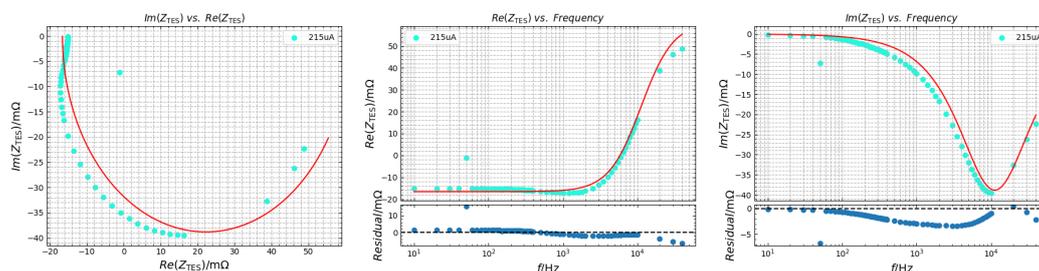


図 6.56. JAXA120 Ea4 E1 を One Block Model でフィッティングした結果.

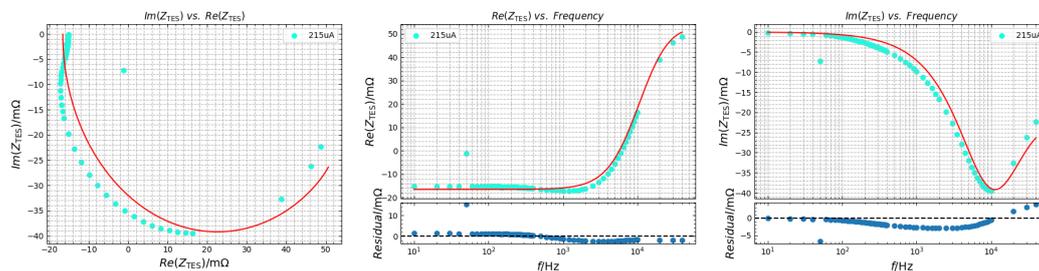


図 6.57. JAXA120 Ea4 E1 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.

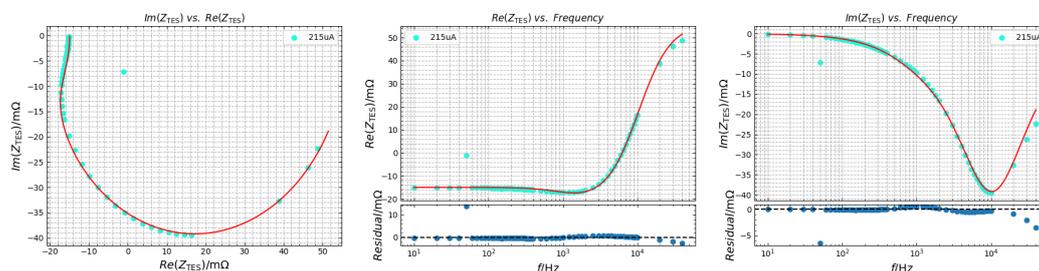


図 6.58. JAXA120 Ea4 E1 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.

JAXA120 Ea4 E3

JAXA120 Ea4 E3 のインピーダンス測定結果を図 6.59–6.63 に示す。低周波側で常伝導状態と超伝導状態のデータがばらついており、輸送関数の補正が正しくできていない、

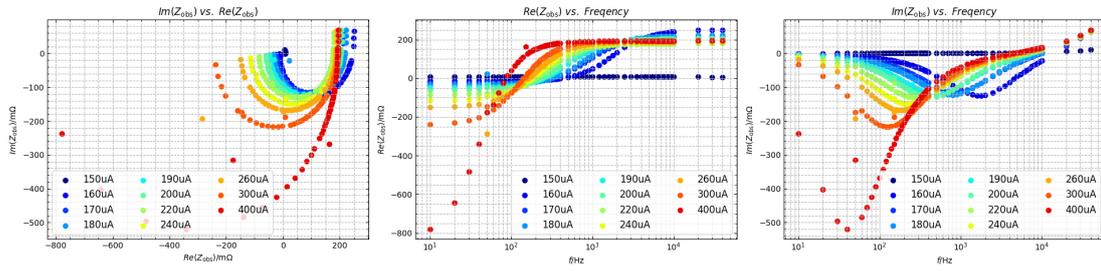


図 6.59. JAXA120 Ea4 E3 のインピーダンス測定結果.

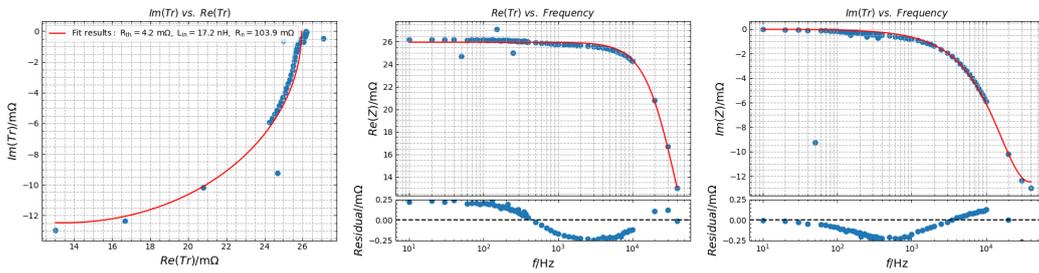


図 6.60. JAXA120 Ea4 E3 のインピーダンス補正結果.

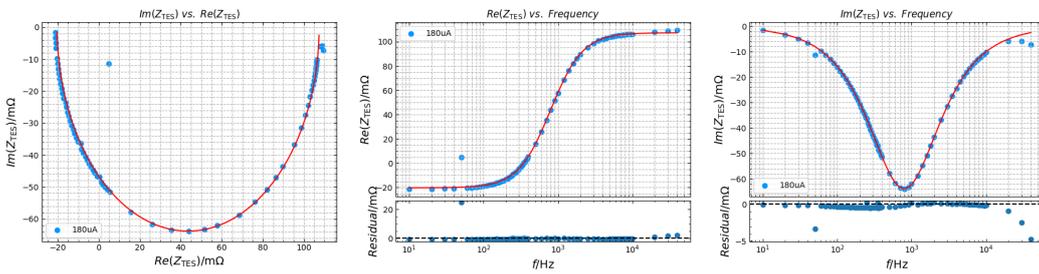


図 6.61. JAXA120 Ea4 E3 を One Block Model でフィッティングした結果.

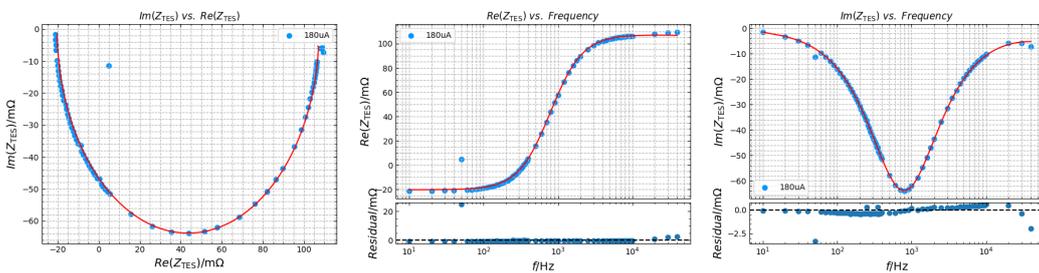


図 6.62. JAXA120 Ea4 E3 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.

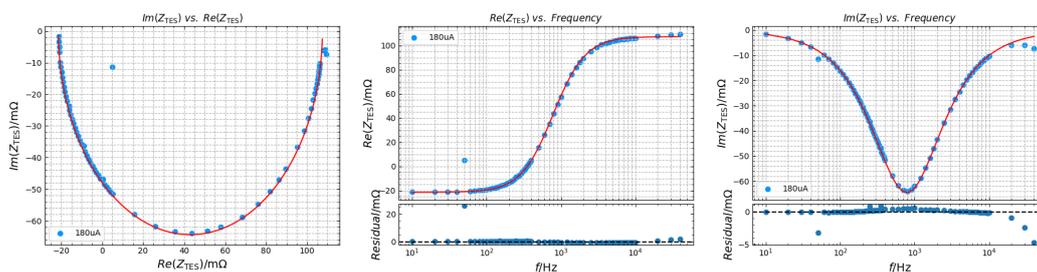


図 6.63. JAXA120 Ea4 E3 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.

JAXA120 Ea4 E4

JAXA120 Ea4 E4 のインピーダンス測定を図 6.64–6.65 に示す. 図 6.65 を見てわかるように常伝導状態と超伝導状態のデータに問題がある. そのため $Tr(f)$ の補正ができず, またその後のフィッティングもできない.

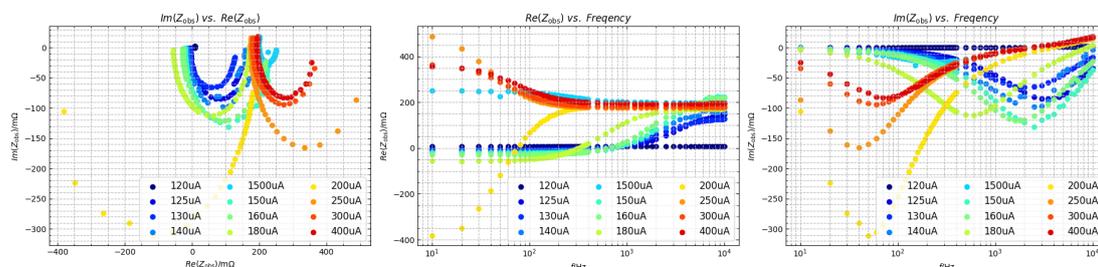


図 6.64. JAXA120 Ea4 E4 のインピーダンス測定結果.

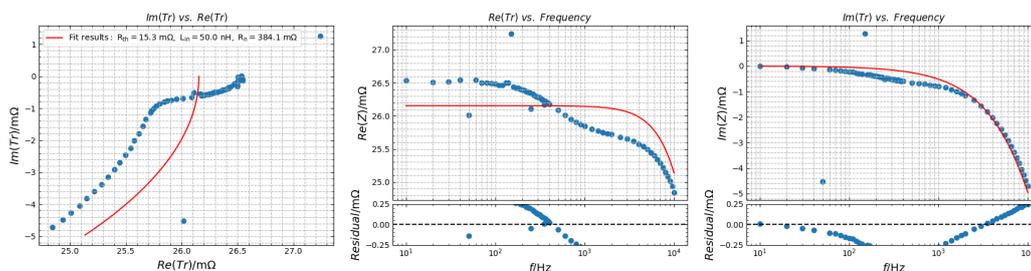


図 6.65. JAXA120 Ea4 E4 のインピーダンス補正結果.

JAXA120 Ea4 E5

JAXA120 Ea4 E5 のインピーダンス測定結果を図 6.66–6.70 に示す. 常伝導状態と超伝導状態のデータがばらばらになっているため輸送関数の補正が正しくできていないと考えられる.

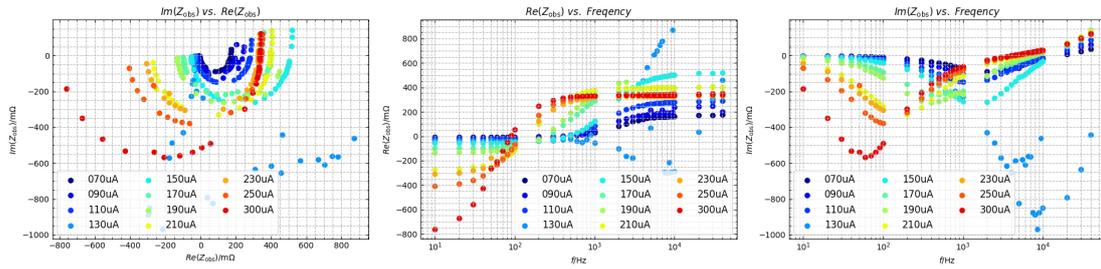


図 6.66. JAXA120 Ea4 E5 のインピーダンス測定結果.

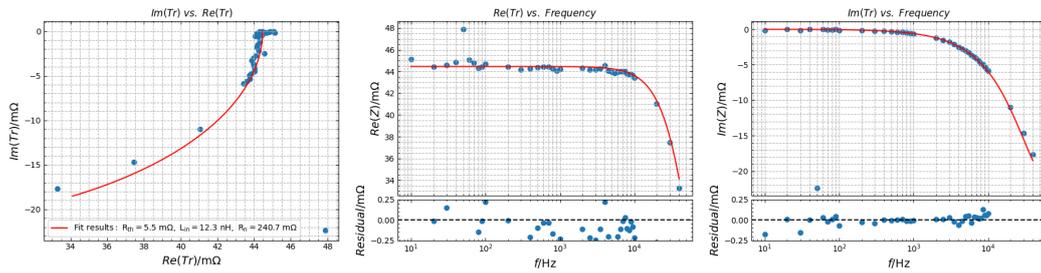


図 6.67. JAXA120 Ea4 E5 のインピーダンス補正結果.

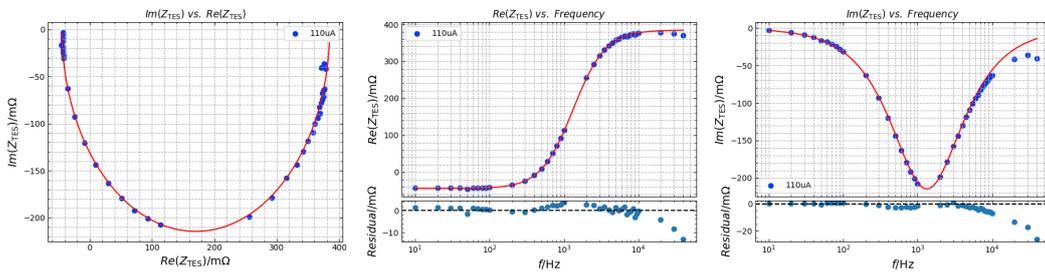


図 6.68. JAXA120 Ea4 E5 を One Block Model でフィッティングした結果.

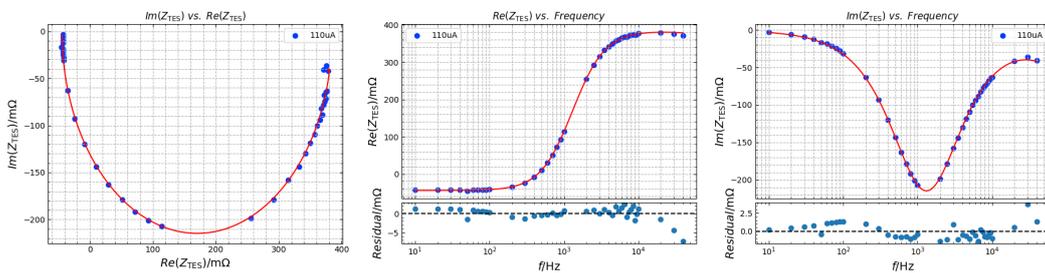


図 6.69. JAXA120 Ea4 E5 を Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果.

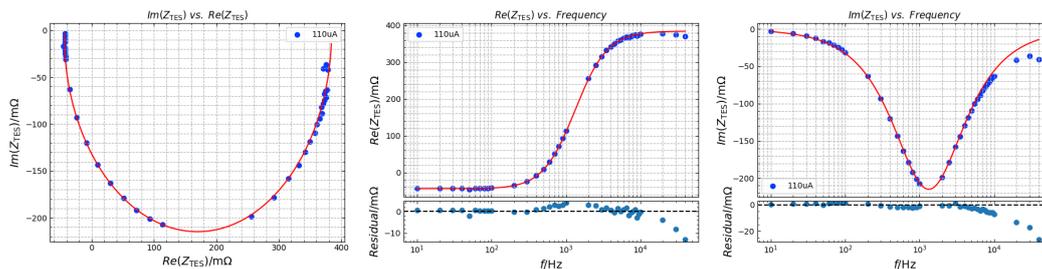


図 6.70. JAXA120 Ea4 E5 を Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果.

表 6.9. 補正結果から求められるパラメータ.

Type	$R_{th}/m\Omega$	$R_n/m\Omega$	L_{in}/nH
A5	4.1	32.3	13.2
C5	4.3	35.1	10.8
D3	4.7	27.6	12.2
E1	5.5	36.4	18.5
E3	4.2	104	17.2
E5	5.5	12.3	240.7

以上 3 つのモデルでフィッティングした結果を表 6.10–6.11 にまとめる. Type A, C, D は 3 つのどのモデルでも大きな違いがなかったが, 測定データとモデルの残差の絶対値で評価すると Twoblock Model (Hanging) がモデルとして適切であると考えられる. Au 吸収体の外側に四本のステムがあるが, もし熱の大半が TES と繋がっている中心のステムから流入するならば Hanging モデルになるであろう. Hydra 型 TES カロリメータである Type E1 は Twoblock Model (Parallel) が適しているといえる. 熱浴と繋がっているステムの本数が多いため, 熱浴と吸収体間の熱伝導度が無視できなくなったと考えられる. Type E3, E4, E5 は常伝導状態と超伝導状態の測定データが大きくばらついていたため輸送関数の補正が上手くできなかった. TES の形を変えたことで常伝導状態の特性に影響を与えている可能性がある. また, 今回はパラメータの誤差が大きく推定することができなかった. 今後は測定誤差をフィッティングパラメータに伝播させてパラメータの誤差を求め, 定量的にどのモデルが最適か判断する.

表 6.10. One Block Model でフィッティングした結果

Type	α	β	$C/(pJ/K)$	$R_0/m\Omega$
A5	18.6	1.39×10^{-12}	1.56	2.71
C5	89.1	1.49	1.61	11.5
D3	110	2.49	1.56	7.65
E1	133	2.87	0.792	15.8
E3	20.6	11.0	0.786	8.94
E5	100	9.00	1.58	38.4

表 6.11. Two Block Model (Hanging) でフィッティングした結果

Type	α	β	$C_{\text{Abs}}/(\text{pJ/K})$	$C_{\text{TES}}/(\text{pJ/K})$	$G_{\text{TES-Abs}}/(\text{nW/K})$	$R_0/\text{m}\Omega$
A5	24.9	0.208	1.56	3.64×10^{-2}	56.2	19.0
C5	77.0	0.856	1.58	3.64×10^{-2}	64.9	10.3
D3	101	1.90	1.56	3.64×10^{-2}	108	7.05
E1	61.3	0.194	0.776	1.64×10^{-2}	41.3	15.1
E3	41.1	21.83	0.773	1.38×10^{-2}	23.9	3.94
E5	60.8	4.56	1.58	6.88×10^{-3}	18.1	36.8

表 6.12. Two Block Model (Parallel) でフィッティングした結果

Type	α	β	$C_{\text{Abs}}/(\text{pJ/K})$	$C_{\text{TES}}/(\text{pJ/K})$	$G_{\text{Abs-bath}}/(\text{pW/K})$	$G_{\text{TES-bath}}/(\text{pW/K})$	$G_{\text{TES-Abs}}(T_0)/(\text{pW/K})$	$G_{\text{TES-Abs}}(T_1)/(\text{pW/K})$	$R_0/\text{m}\Omega$
A5	1.00	1.07	1.56	3.64×10^{-2}	17.9	988	14.1	0.100	13.2
C5	1.90	1.44	1.58	3.64×10^{-2}	3.03	5.04	5.30	188	11.8
D3	20.8	22.2	1.56	3.64×10^{-2}	49.2	952	96.5	4.02	1.15
E1	16.2	16.7	0.776	1.64×10^{-2}	107	2.55×10^3	232	2.21×10^3	3.19
E3	0.263	8.29	0.772	1.39×10^{-2}	1.20×10^{-2}	8.32×10^4	11.2	8.19×10^4	11.6
E5	0.46	9.45	1.58	6.97×10^{-3}	0.93	1.01×10^{-2}	0.234	1.00×10^3	36.8

6.7 X線照射試験

X線照射試験を行うことで TES カロリメータの特性で最も重要なエネルギー分解能を求める。

6.7.1 原理的なエネルギー分解能

I - V 測定結果から TES カロリメータの原理的な分解能を計算する。式 (2.7.0.13) より JAXA120 Ea4 A5 において Mn $K\alpha$ の原理的な分解能は $T_{\text{TES}} = 158.9 \text{ mK}$, $T_{\text{bath}} = 120 \text{ mK}$ で $\Delta E = 3.33 \text{ eV}$ である。同様に動作点での原理的な分解能は C5 が 3.76 eV , D3 が $\Delta E = 4.84 \text{ eV}$, E3 が $\Delta E = 13.03 \text{ eV}$ である。E3 は I - V カーブに問題があり R - T カーブがなだらかになっているため温度感度 α が小さく原理的な分解能も悪くなっている。図 6.71 に各素子の原理的な分解能を示す。エネルギー分解能を向上させるにはより低い温度で転移する素子を製作し、転移温度より十分低い熱浴温度で測定すればよい。転移温度の調整のためには TES 二層薄膜の膜厚制御が鍵となるため、条件出しを重ねる必要がある。また、エネルギー分解能を向上させるためには温度感度 α を大きくする必要があるが、現状どのようにすれば急峻に転移する素子が製作できるかは分かっていない。温度感度の制御も今後の課題である。

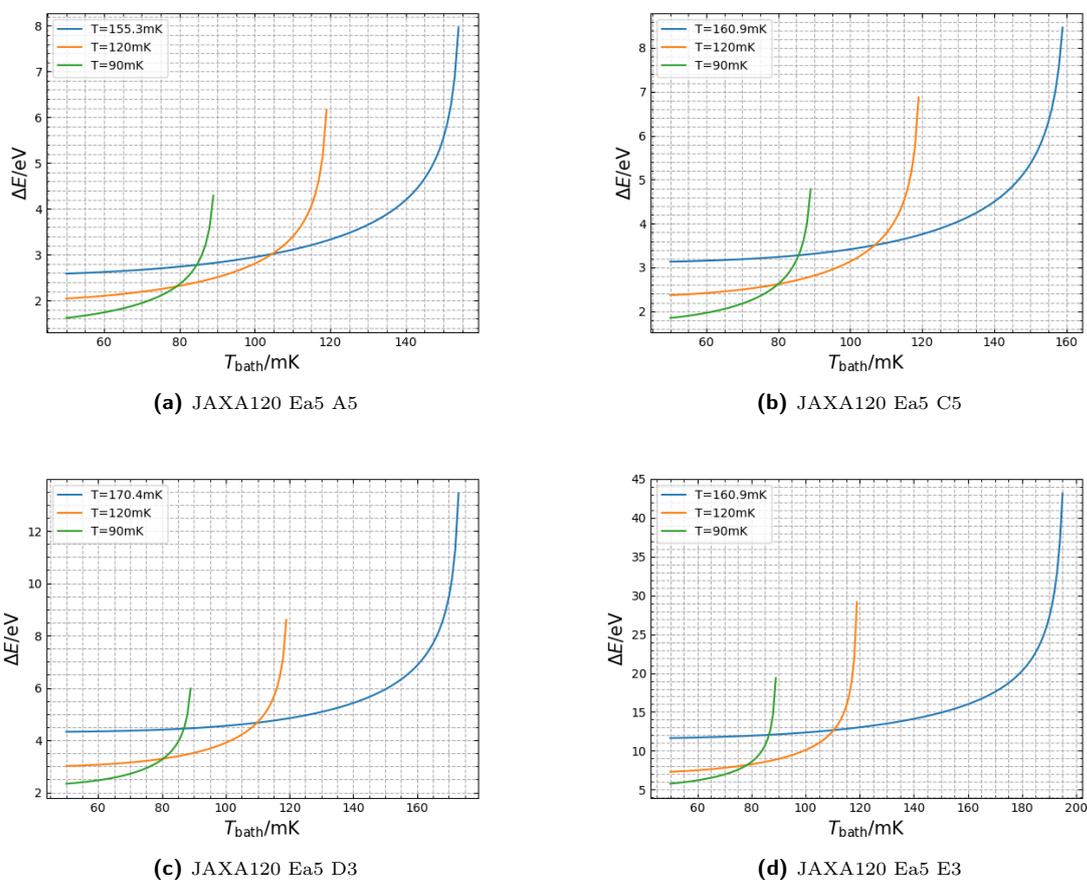


図 6.71. 各素子の原理的なエネルギー分解能.

6.7.2 実験手順

PicoScope は SQUID の出力電圧の時間変化を読み取ることができ、これを用いて X 線パルスを取得する。PicoScope でトリガーを設定することでパルスだけを取得できるようにする。トリガーのオフセットは適切な値に、トリガーの向きは立ち下がりに、プレトリガーは 55% に設定した。収集時間（分割当たりの時間）やサンプル数、ビット数の設定値は表 6.13 に示す。SQUID の設定値は I - V 測定から動作点を決めて設定する。なるべくパルスハイトが大きくなる動作点が望ましいが、FLL が飛びやすくなるため注意が必要である。パルスを取得開始すると同時に熱浴の温度ログも取得した。X 線照射試験のセットアップを図 6.72 に示す。



図 6.72. X 線照射試験セットアップ.

6.7.3 実験データセット

表 6.13. 本節で解析するデータセットの測定条件.

測定 ID	素子 ID	$T_{\text{bath}}/\text{mK}$	$I_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$V_{\text{bias}}/\mu\text{V}$	$\phi_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$I_{\text{TES}}/\mu\text{A}$	G.B.P./GHz	$R_{\text{FB}}/\text{k}\Omega$	Sampling Rate/MHz	ADC 分解能/bit	イベント数
run051	A5	120	12.002	700.04	-15.06	170.25	1.5	100	41.67	15	32032
run061	C5	120	10.002	200.13	-18.49	200.11	1.5	100	41.67	15	6697
run012	D3	120	16.003	999.81	12.41	185.03	1.5	100	41.67	15	5884
run057	E3	120	10.002	200.13	-18.49	200.11	1.5	100	41.67	15	3194

6.7.4 前処理

まずダブルパルスを除去する．図 6.73 (左) に例として JAXA120 Ea4 A5 で X 線照射試験を行った結果 (run061) の全パルスデータを示す．多くのダブルパルスが混在していることがわかる．ダブルパルス除去の手順としては，まず全パルスデータの電圧を時間微分する．そして，時間に対してプロットを行い， $t > 1.026 \text{ ms}$ において $dV/dt < -5000$ の条件を満たすパルスを除くことで行った．除いたパルスが図 6.73 (右) である．これにより，32032 イベントが 31912 イベントになった，

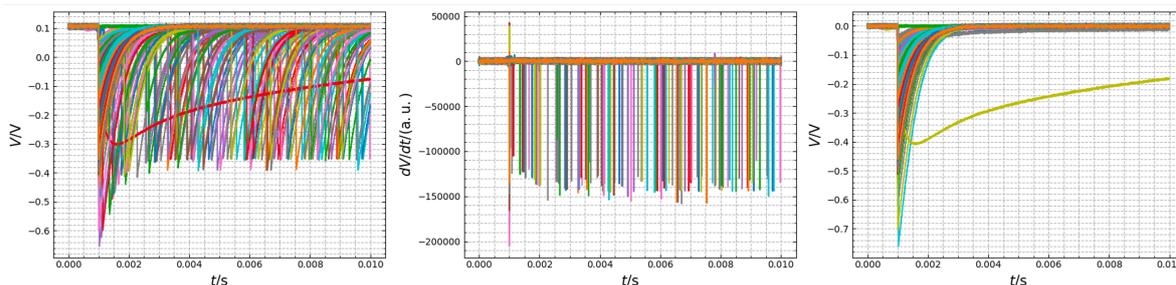


図 6.73. ダブルパルスの除去. 左: 全パルスデータ. 中央: 全パルスの電圧を時間微分し, 時間に対してプロットした. 右: ダブルパルスを除去したパルス,

6.7.5 最適フィルタ処理

次に前処理を行ったデータに対して最適フィルタ処理を行うことでパルスデータからエネルギースペクトルに変換する. 最適フィルタ処理の原理は §2.7 を参照. TES カロリメータでは外的要因ノイズによってパルス波形が変形してしまうため, パルスハイトを単にエネルギー分解能に変換するだけでは良いエネルギー分解能を得られない. そこで最適フィルタ処理を行いパルス波形全体を処理する. 以下に手順を示す.

1. パルスハイトの計算

ベースラインから電圧の最小値を引いたものをパルスハイトと定義した.

2. 平均パルスの作成

パルスハイトのヒストグラムから Mn K α (又は Mn K β) の輝線を選択し, 全てを足し合わせてパルスの個数で割ったものが平均パルスである. 平均パルスを周波数空間へ Fourier 変換したものをパルススペクトルという.

3. 平均ノイズスペクトルの作成

全ノイズを周波数空間に Fourier 変換したのち, ノイズスペクトルの平均を計算する.

4. テンプレートの作成

パルススペクトルとノイズスペクトルの比から SN 比のスペクトルを作成する. さらに, SN 比のスペクトルを Fourier 変換し, テンプレートを作成する.

5. 最適フィルタ処理

作成したテンプレートとパルスデータの相関を取り, PHA に変換する. この操作を最適フィルタ処理という.

6. 応答非線形性の補正

入射エネルギースペクトルに対する PHA (パルスハイト) の関係は線形であるのが理想だが, 実際には X 線の入射によって生じる変化が TES の超伝導転移端を超えてしまい, パルスが飽和してしまう. この非線形応答を補正するために, エネルギー E を原点を通る二次曲線

$$E = a \times \text{PHA}^2 + b \times \text{PHA} \quad (6.7.5.1)$$

でフィットし, a , b を求める. PHA スペクトルの中央値と Mn K α , Mn K β の輝線エネルギーを対応させ, 二次曲線を描く. そしてこの換算式を用いて PHA からエネルギーへと較正する. これを較正曲線と呼ぶ.

7. エネルギー分解能の計算

エネルギー較正したあとのエネルギースペクトルに対して Voigt 関数を用いてフィッティングを行う. §6.3.4 で述べたように K α は 8 本の Voigt 関数で, K β は 5 本の Voigt 関数でフィッティングする.

以上のようにしてパルスデータをエネルギーに換算する。§8.1.2でも同様に各パルスのエネルギーを求めている。図 6.74 に最適フィルタ処理の一連の流れを示す。

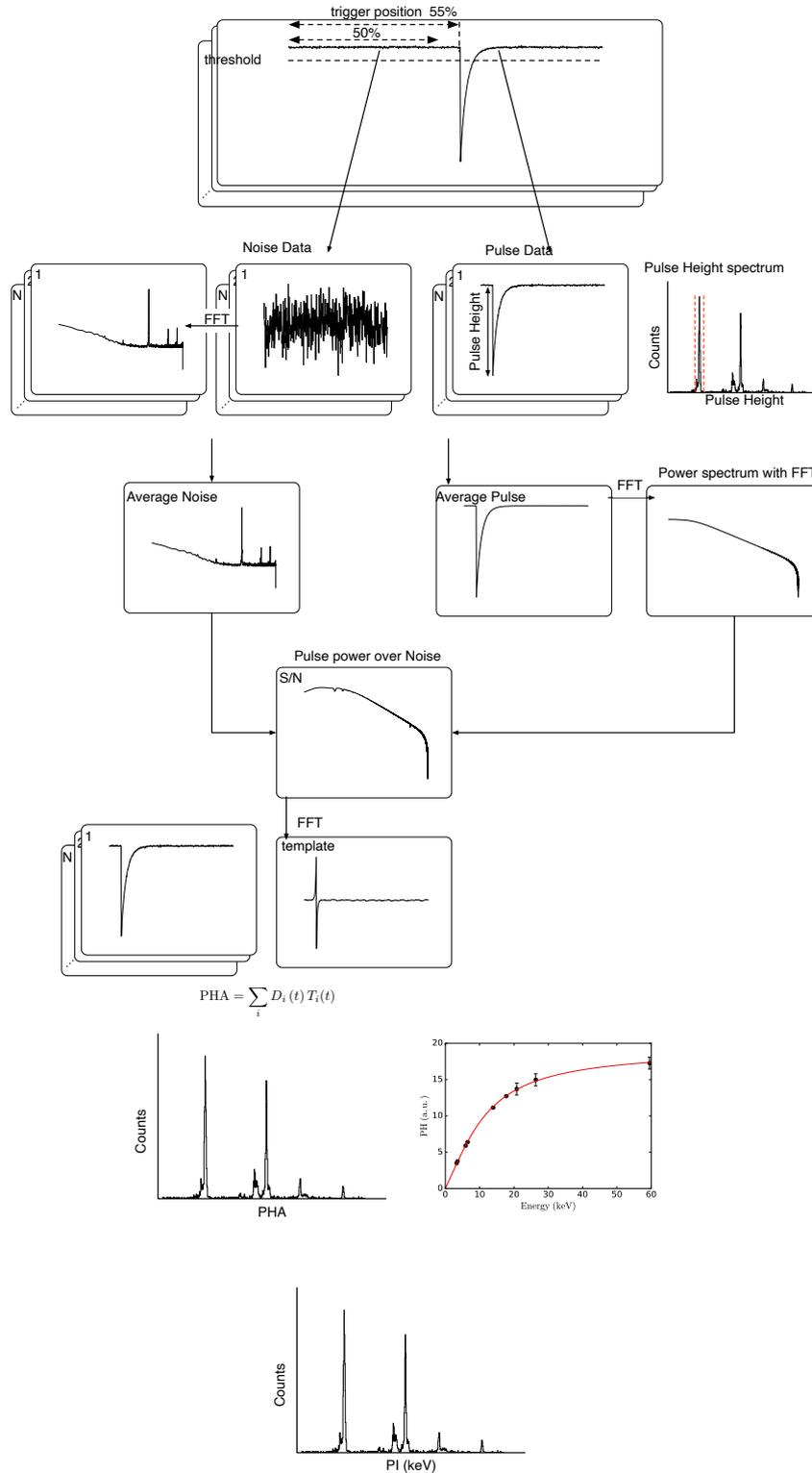


図 6.74. 最適フィルタ処理のフロー。

6.7.6 X線照射試験結果

JAXA120 Ea4 A5 (run051)

図 6.75–6.75 に JAXA 120 Ea4 A5 において X 線照射試験を行った結果を示す。Mn K α エネルギー分解能は 13.94 eV, Mn K β のエネルギー分解能は 14.73 eV であった。また、ベースライン分解能も計算する。ベースライン分解能が X 線のエネルギーが 0 eV のときの揺らぎを表している。パルスと同様に、ノイズデータに対して最適フィルタ処理を適用することでノイズデータの PHA のヒストグラムを計算できる。これをパルスデータにおいて導出した PHA とエネルギーの較正曲線によってエネルギーに変換することで、ベースラインのエネルギースペクトルが求められる。これを Gauss 関数でフィッティングしたときの半値全幅をベースライン分解能 ΔE_{bl} とする。以上より計算したベースライン分解能は $E_{bl} = 8.02$ eV である。ベースライン以外の揺らぎ ΔE_{diff} は、

$$\Delta E_{diff} = \sqrt{\Delta E_{FWHM}^2 - \Delta E_{bl}^2} \tag{6.7.6.1}$$

と表され、 $\Delta E_{diff} = 11.4$ eV と計算できる。

また、図 6.80 より熱浴温度の温度揺らぎは 120.005 ± 0.010 mK であった。温度揺らぎが引き起こす X 線パルスハイトのばらつきによるエネルギー分解能は、

$$\Delta E_{bath} = 2\sqrt{2\log 2n} \frac{\theta^{n-1}}{1-\theta^n} \frac{\Delta T_{bath}}{T} E \tag{6.7.6.2}$$

で表される [29]。ただし、 $\theta = T_{bath}/T$ である。これより $\Delta E_{bath} = 2.66$ eV と求まる。以下、他素子も同様に解析を行う。

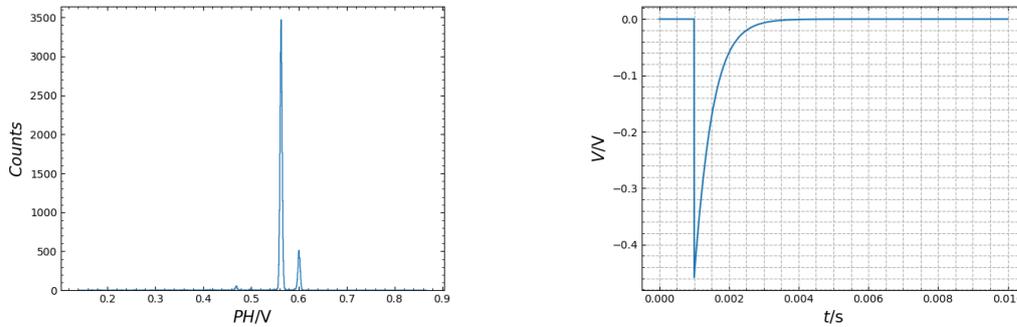


図 6.75. 左: パルスハイトのヒストグラム。右: Mn K α の平均パルス。

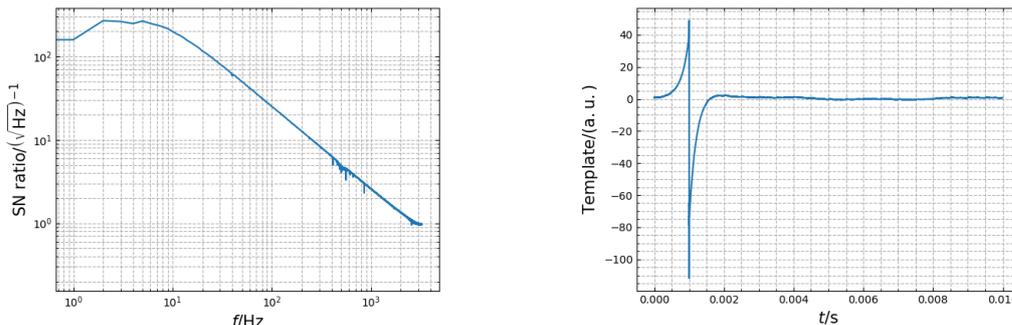


図 6.76. 左: SN 比。右: パルススペクトルとノイズスペクトルから作成したテンプレート。

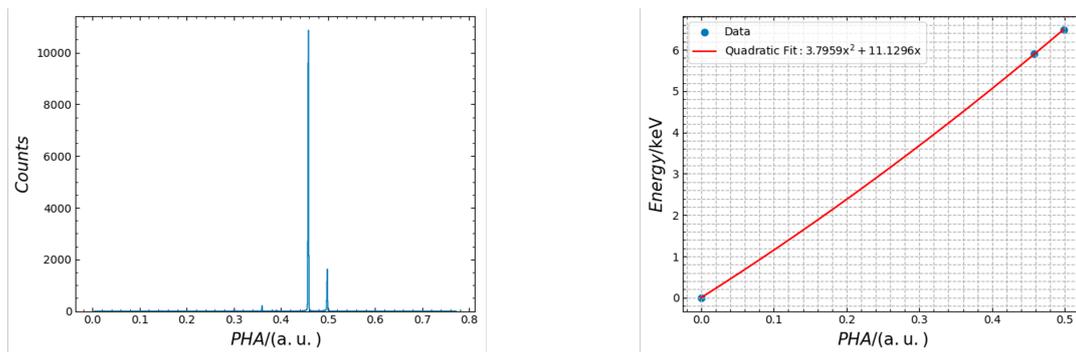


図 6.77. 左: PHA のヒストグラム. 右: PHA からエネルギーへ変換する較正曲線.

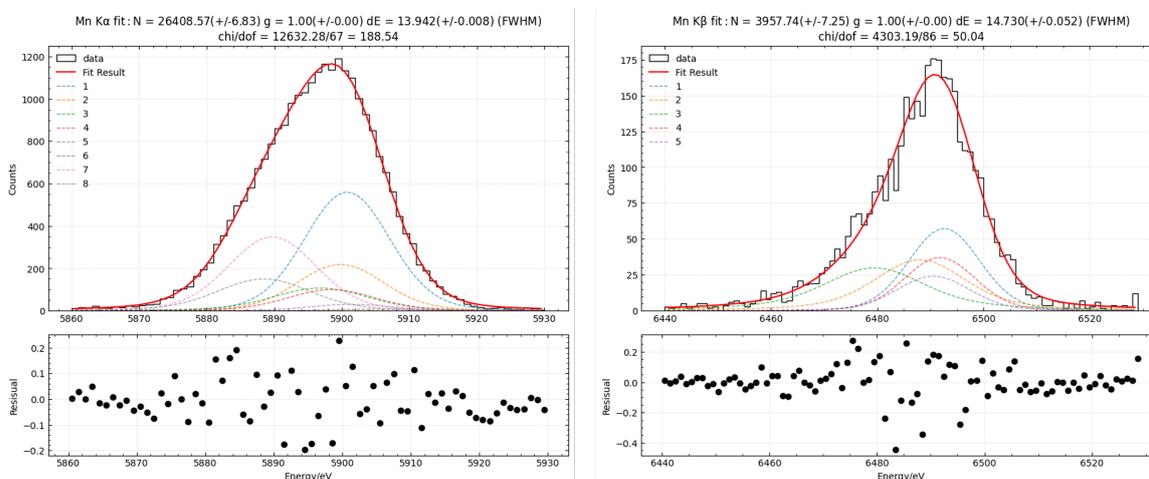


図 6.78. 左: Mn K α のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 13.94 eV. 右: Mn K β のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 14.73 eV.

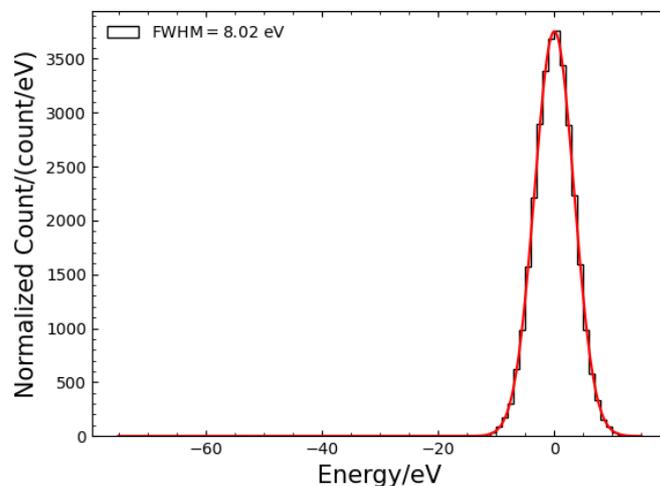


図 6.79. run051 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 8.02 eV.

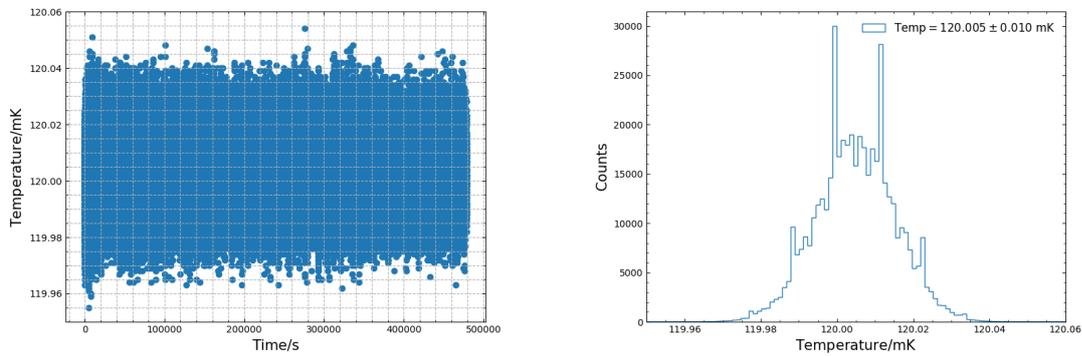


図 6.80. 左: 熱浴温度ログ. 右: X線照射試験時の熱浴温度のヒストグラム. 熱浴温度は 120.005 ± 0.010 mK であった.

JAXA120 Ea4 C5 (run061)

JAXA120 Ea4 C5 (run061) の X 線照射試験結果を図 6.81, 6.82 に示す. Mn $K\alpha$ エネルギー分解能は 19.42 eV, Mn $K\beta$ のエネルギー分解能は 21.23 eV であった. また, ベースライン分解能は 8.78 eV, 熱浴の温度揺らぎによる分解能は 14.90 eV であった.

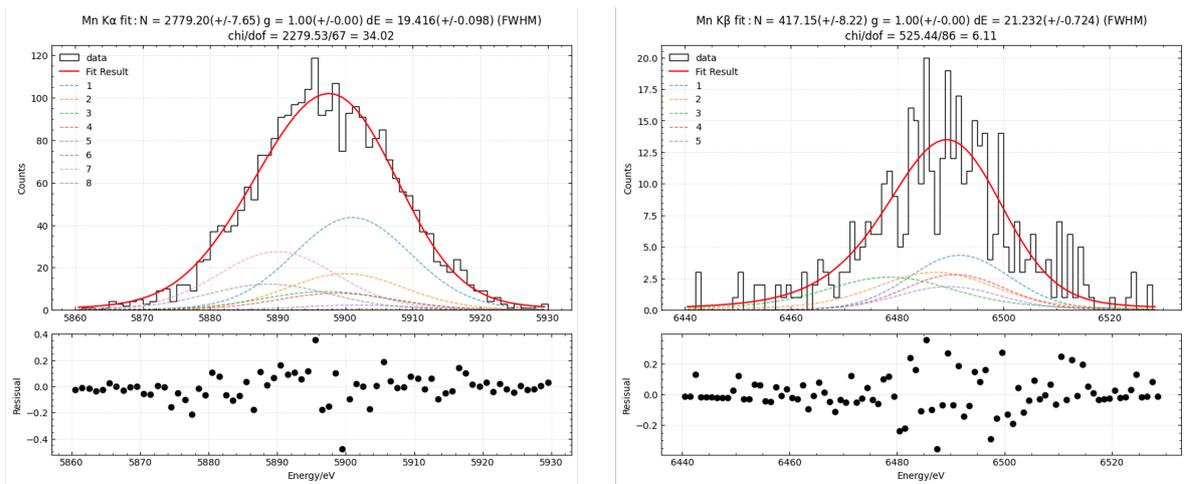


図 6.81. 左: Mn $K\alpha$ のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 19.416 eV. 右: Mn $K\beta$ のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 21.232 eV.

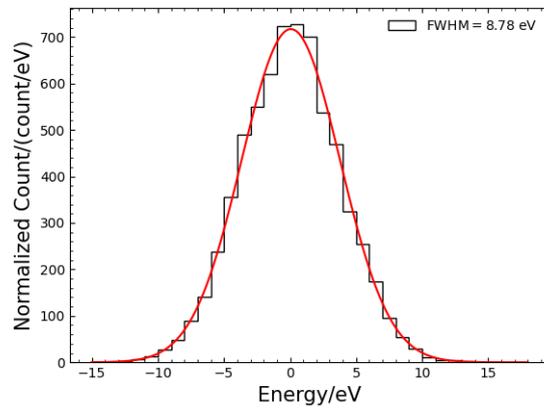


図 6.82. run061 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 8.78 eV.

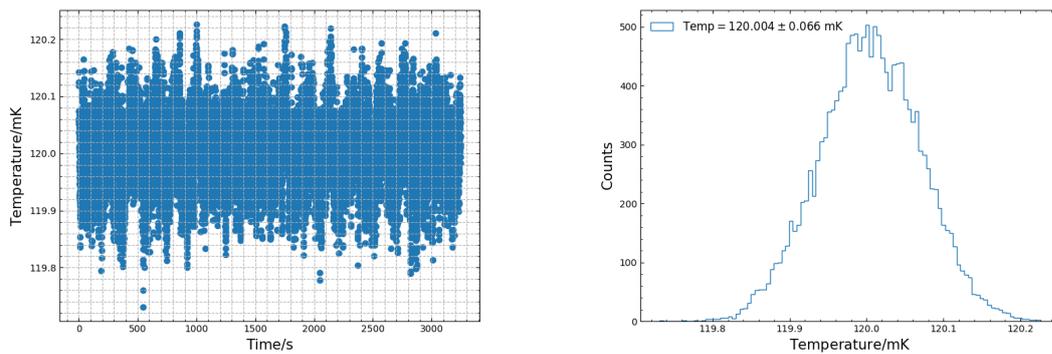


図 6.83. 左: 熱浴温度ログ. 右: X 線照射試験時の熱浴温度のヒストグラム. 熱浴温度は 120.004 ± 0.066 mK であった.

JAXA120 Ea4 D3 (run012)

JAXA120 Ea4 D3 (run012) の X 線照射試験結果を図 6.84, 6.85 に示す. Mn $K\alpha$ エネルギー分解能は 11.63 eV, Mn $K\beta$ のエネルギー分解能は 14.94 eV であった. また, ベースライン分解能は 9.86 eV, 熱浴の温度揺らぎによる分解能は 6.6 eV であった.

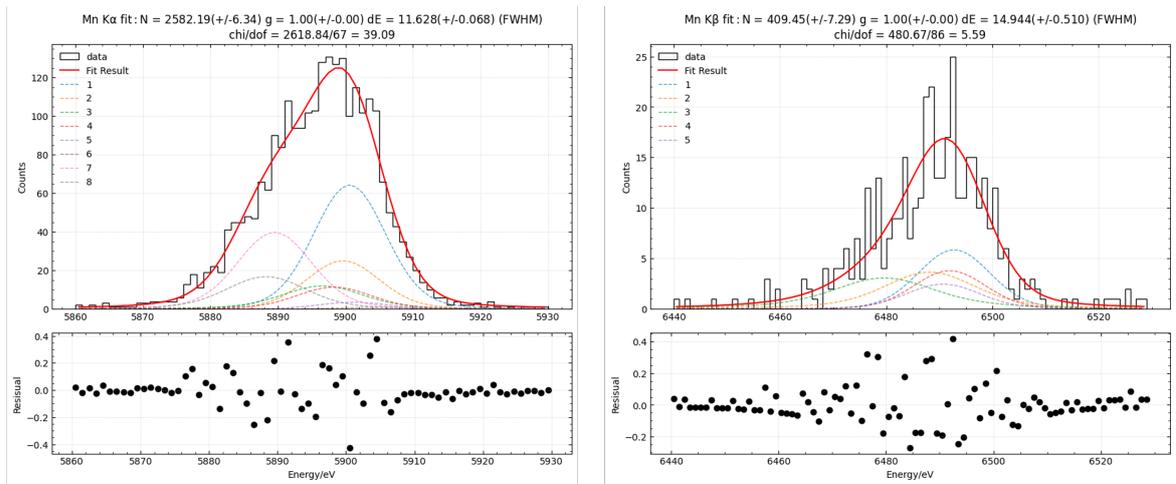


図 6.84. 左: Mn K α のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 11.63 eV. 右: Mn K β のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 14.95 eV.

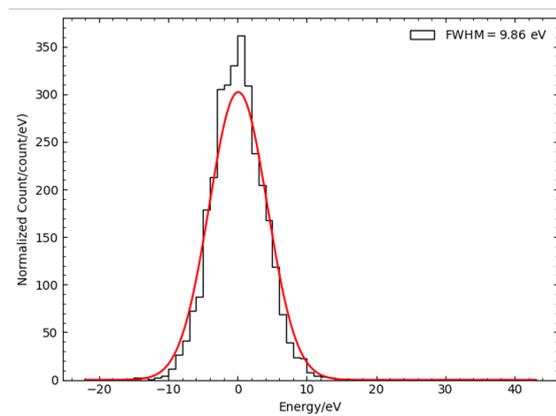


図 6.85. run012 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 9.86 eV.

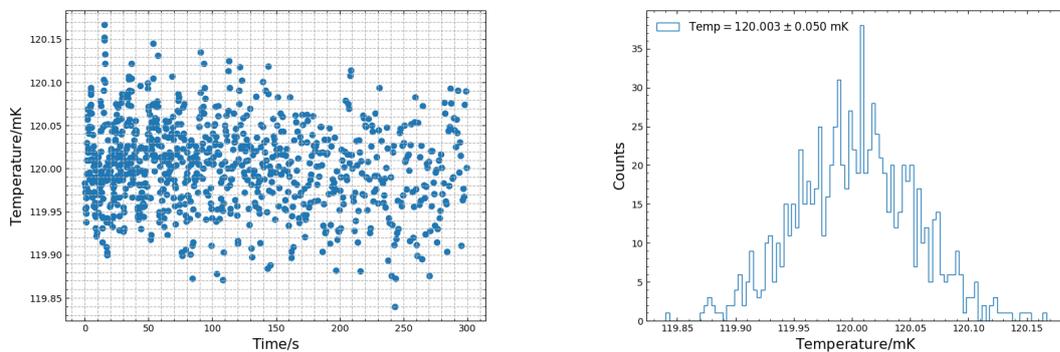


図 6.86. 左: 熱浴温度ログ. 右: X線照射試験時の熱浴温度のヒストグラム. 熱浴温度は 120.003 ± 0.050 mK であった.

JAXA120 Ea4 E1 (run041)

この素子は Hydra 型 TES カロリメータであり, 詳細な解析は §8 で行う.

JAXA120 Ea4 E3

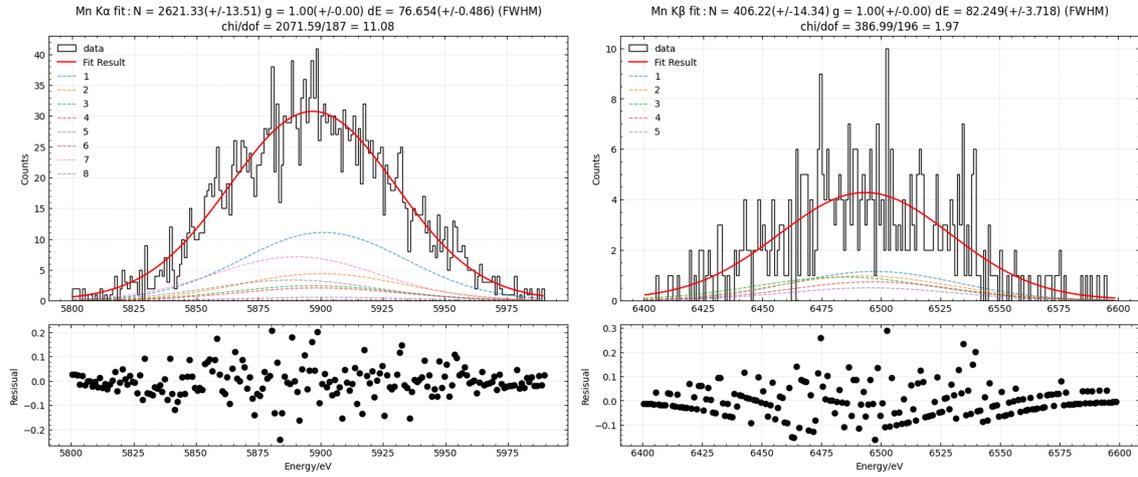


図 6.87. 左: Mn K α のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 76.65 eV. 右: Mn K β のエネルギースペクトル. エネルギー分解能は 85.25 eV.

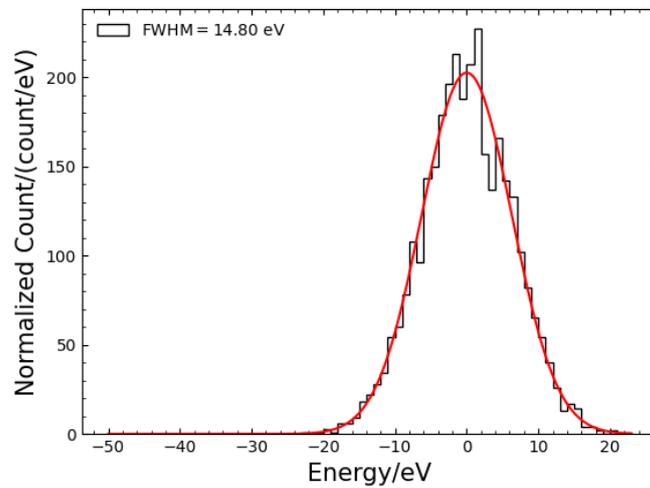


図 6.88. run057 のベースラインのスペクトル. ベースライン分解能は 22.29 eV.

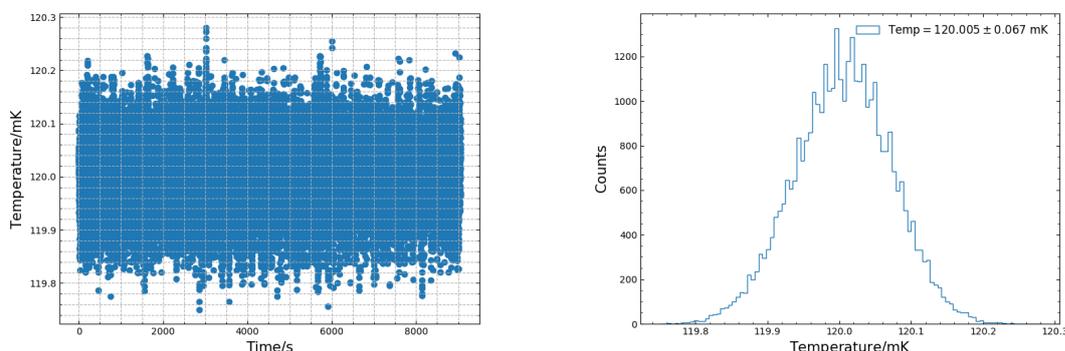


図 6.89. 左: 熱浴温度ログ. 右: X 線照射試験時の熱浴温度のヒストグラム. 熱浴温度は 120.005 ± 0.067 mK であった.

以上より X 線照射試験から得られたエネルギー分解能を表に示す. Type C は Type A や Type D に比べてエネルギー分解能が劣化していたが, これは熱浴の温度揺らぎによるエネルギー分解能の劣化が主な原因であると考えられる. また, Type E3 は熱浴の温度揺らぎでは説明できないほどエネルギー分解能が劣化していた. これは TES の形状の問題が考えられる. TES が正方形ではなく複雑な形をしていることが影響していると考えられる. さらに全素子において測定したエネルギー分解能と原理的なエネルギー分解能の間には大きな乖離がある. §6.8 でノイズを測定し物理的考察を行う.

表 6.14. 各素子のエネルギー分解能.

Type	Principle/eV	Measure/eV	Baseline/eV	Heatbath/eV	$\Delta E_{\text{diff}}/\text{eV}$
A5	3.33	13.94	8.02	2.66	11.4
C5	3.76	21.23	8.78	14.90	19.33
D3	4.84	11.63	9.86	6.66	6.16
E3	13.03	76.65	14.80	14.86	75.20

6.8 ノイズ測定

ノイズ測定を行うことでノイズのどの成分がエネルギー分解能に寄与しているかを考察する.

6.8.1 ノイズ測定方法

X 線照射試験を行ったデータにおいて前 50% をノイズとし, §6.7.5 で述べたように平均ノイズスペクトルを計算する. ただしパルスは時間に対する SQUID の電圧のデータとなっている. これを SQUID の電圧電流変換係数 $\Xi = \frac{M_{\text{in}}}{M_{\text{FB}}} R_{\text{FB}}$ を用いて SQUID への入力電流に換算する. そして換算したのちに Fourier 変換しノイズスペクトルを計算する. また, 読み出しノイズは $T_{\text{bath}} = 400$ mK において $I_{\text{bias}} = 0 \mu\text{A}$ としたときのベースラインのデータをトリガーをかけずにスルーモードで 200 個取得した. 1window の保存時間が 20 ms であり, これを連続に 200 個取得するため $20 \text{ ms} \times 200 = 4 \text{ s}$ 間のノイズを測定できる.

6.8.2 ノイズ解析

JAXA120 Ea4 A5

図 6.90 に A5 のノイズ測定結果を示す。Phonon Noise と Johnson Noise は §2.6 で導出した式 (2.6.0.9) を用いて計算した。その結果、Readout noise が全体のノイズの大半を占めていることがわかった。エネルギー分解能を向上させるためには、SQUID を変えて Readout noise を減らすことが不可欠であると言える。

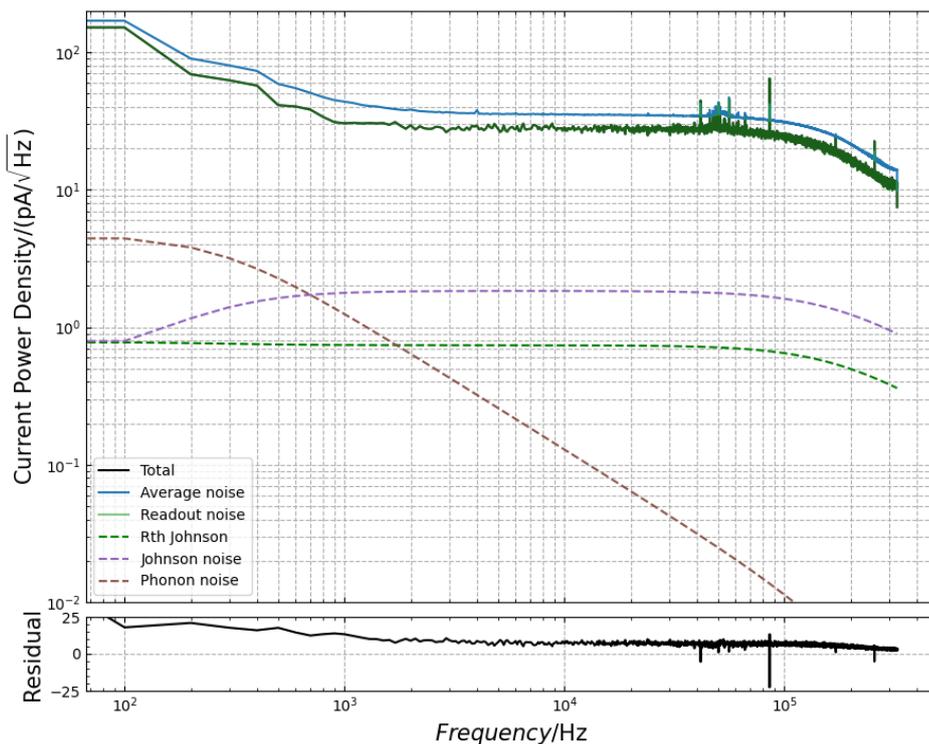


図 6.90. A5 のノイズスペクトル。ジョンソンノイズとフォノンノイズと読み出しノイズの総和と平均ノイズには差がある。また、読み出しノイズがノイズの大半を占めている。

JAXA120 Ea4 C5

図 6.91 に D3 のノイズ測定結果を示す。

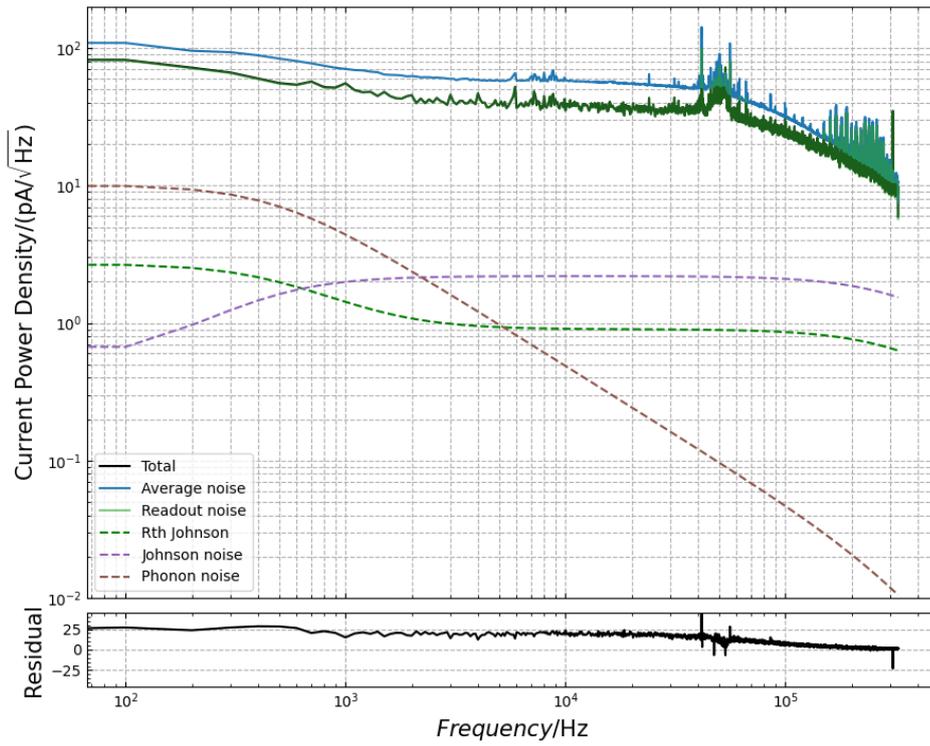


図 6.91. C5 のノイズスペクトル.

JAXA120 Ea4 D3

図 6.92 に D3 のノイズ測定結果を示す.

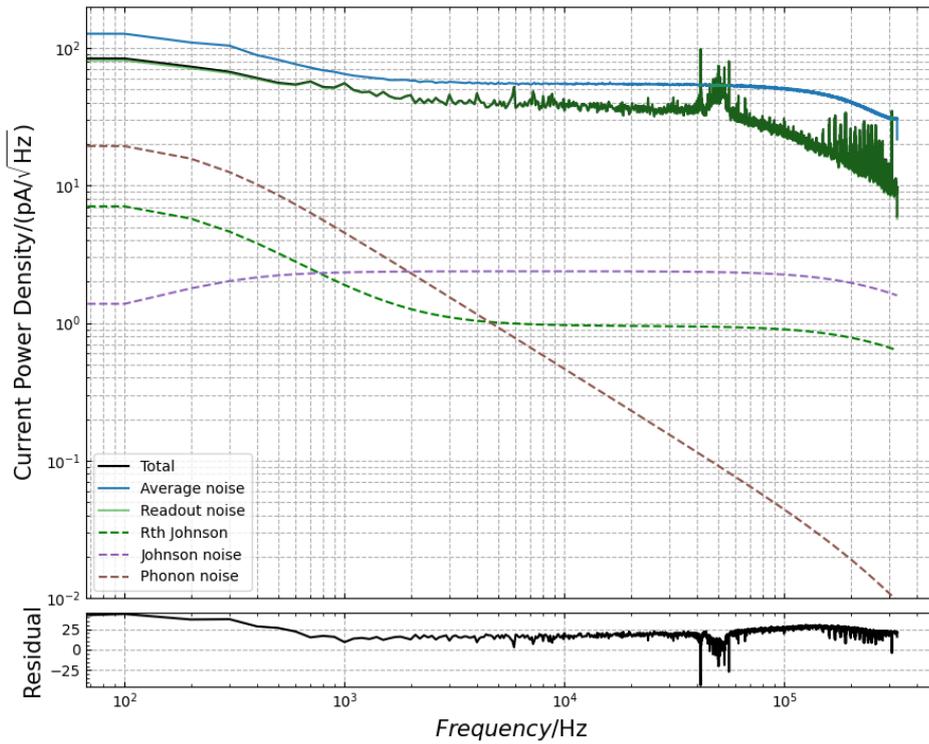


図 6.92. D3 のノイズスペクトル.

JAXA120 Ea4 E3

図 6.93 に E3 のノイズ測定結果を示す.

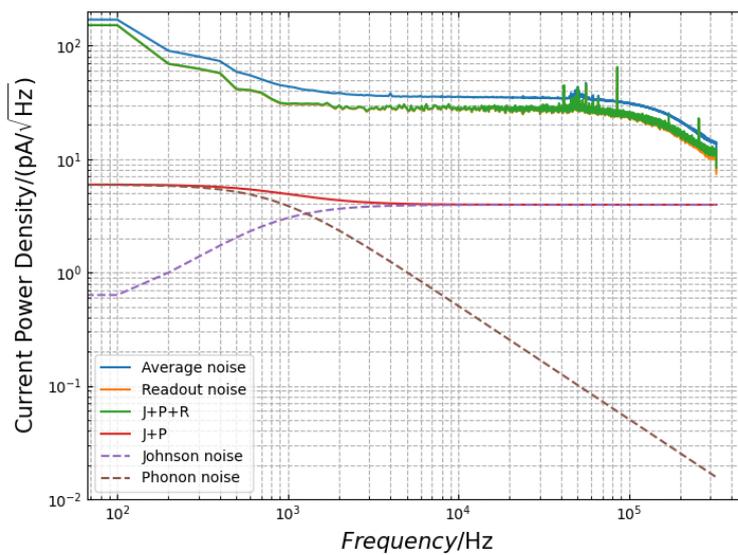


図 6.93. E3 のノイズスペクトル.

ノイズスペクトルから、どのタイプの素子においても Readout noise が大半を占めており、Johnson noise と

Phonon noise はほとんど寄与していないことがわかる。また、Readout noise と Johnson noise と Phonon noise を合計しても平均パルスには及ばず、これが Excess noise と呼ばれる原因不明のノイズである。Phonon noise は熱浴と TES の間の熱揺らぎであるが、インピーダンス測定で計算したように TES と吸収体の間や吸収体と熱浴の間にも有限の熱伝導度があるため、その結果熱揺らぎが発生する。Phonon noise 以外の熱揺らぎによるノイズを熱揺らぎノイズと呼び、これが Excess noise の主な原因と考えられる。Excess noise は Johnson noise と Phonon noise の定数倍で表されると言われている。残差を (Average noise)-(Johnson noise+Phonon noise+Readout noise) と定義する。この残差を Johnson noise と Phonon noise の定数倍でフィッティングした結果を図 6.94 に示す。これより Excess noise が読み出しノイズと同程度占めており、分解能劣化の大きな要因であることがわかる。また表 6.15 にそれぞれのノイズ成分のエネルギー分解能寄与を示す。各ノイズ成分 $S_{I_{\text{noise}}}$ からエネルギー分解能 ΔE_{noise} を計算するには以下の式を用いた。まず、電流応答性は、

$$s_I(\omega) = -\frac{1}{I_{\text{TES}}R_{\text{TES}}} \left[\frac{L_{\text{in}}}{\tau_{\text{el}}R_{\text{TES}}\mathcal{L}_I} + \left(1 - \frac{R_L}{R_0}\right) + i\omega \frac{L_{\text{in}}\tau}{R_{\text{TES}}\mathcal{L}_I} \left(\frac{1}{\tau_I} + \frac{1}{\tau_{\text{el}}} \right) - \frac{\omega^2\tau}{\mathcal{L}_I} \frac{L_{r\text{min}}}{R_{\text{TES}}} \right]^{-1} \quad (6.8.2.1)$$

である。次に TES 内の Johnson ノイズによる電流パワースペクトル密度は

$$S_{I_{\text{TES}}}(\omega) = 4k_{\text{B}}T_{\text{TES}}R_{\text{TES}}\frac{\xi(I)}{\mathcal{L}_I^2}(1 + \omega^2\tau^2)|s_I(\omega)|^2 \quad (6.8.2.2)$$

である。負荷抵抗に生じる Johnson ノイズによる電流パワースペクトル密度は

$$S_{I_{\text{th}}}(\omega) = 4k_{\text{B}}T_{\text{th}}I_{\text{TES}}^2R_{\text{th}}\frac{\mathcal{L}_I - 1}{\mathcal{L}_I^2}(1 + \omega^2\tau_I^2)|s_I(\omega)|^2 \quad (6.8.2.3)$$

である。そして熱揺らぎノイズによる電流パワースペクトル密度は

$$S_{I_{\text{Ph}}}(\omega) = 4k_{\text{B}}T_{\text{th}}^2G \times F(T_0, T_{\text{bath}})|s_I(\omega)|^2 \quad (6.8.2.4)$$

である。

これらより、各ノイズ成分をエネルギー分解能に換算すると

$$\Delta E_{\text{noise}} = 2\sqrt{2\ln 2} \left(\int_0^\infty \frac{4}{S_{P_{\text{noise}}}(f)} \right)^{-1/2} \quad (6.8.2.5)$$

となる。ただし、 $S_{P_{\text{noise}}}(f)$ は電流応答性 $s_I(\omega)$ を用いて

$$S_{P_{\text{noise}}}(f) = \frac{S_{I_{\text{noise}}}(f)}{|s_I(\omega)|^2} \quad (6.8.2.6)$$

と表される電力換算密度パワースペクトルである。電流応答性と各電流ノイズパワースペクトル密度の導出は Appendix §B 参照。

以上よりエネルギー分解能を大幅に劣化させている原因は Readout noise と、吸収体-TES 間もしくは吸収体-熱浴間の熱揺らぎによるものと考えられる。Readout noise がこれほど大きくなっている原因として、SQUID noise に対してパルスハイトが小さいことが考えられる。読み出し回路においてインプットコイルのインダクタンスを大きくするか、SQUID 自体を新しくする必要がある。

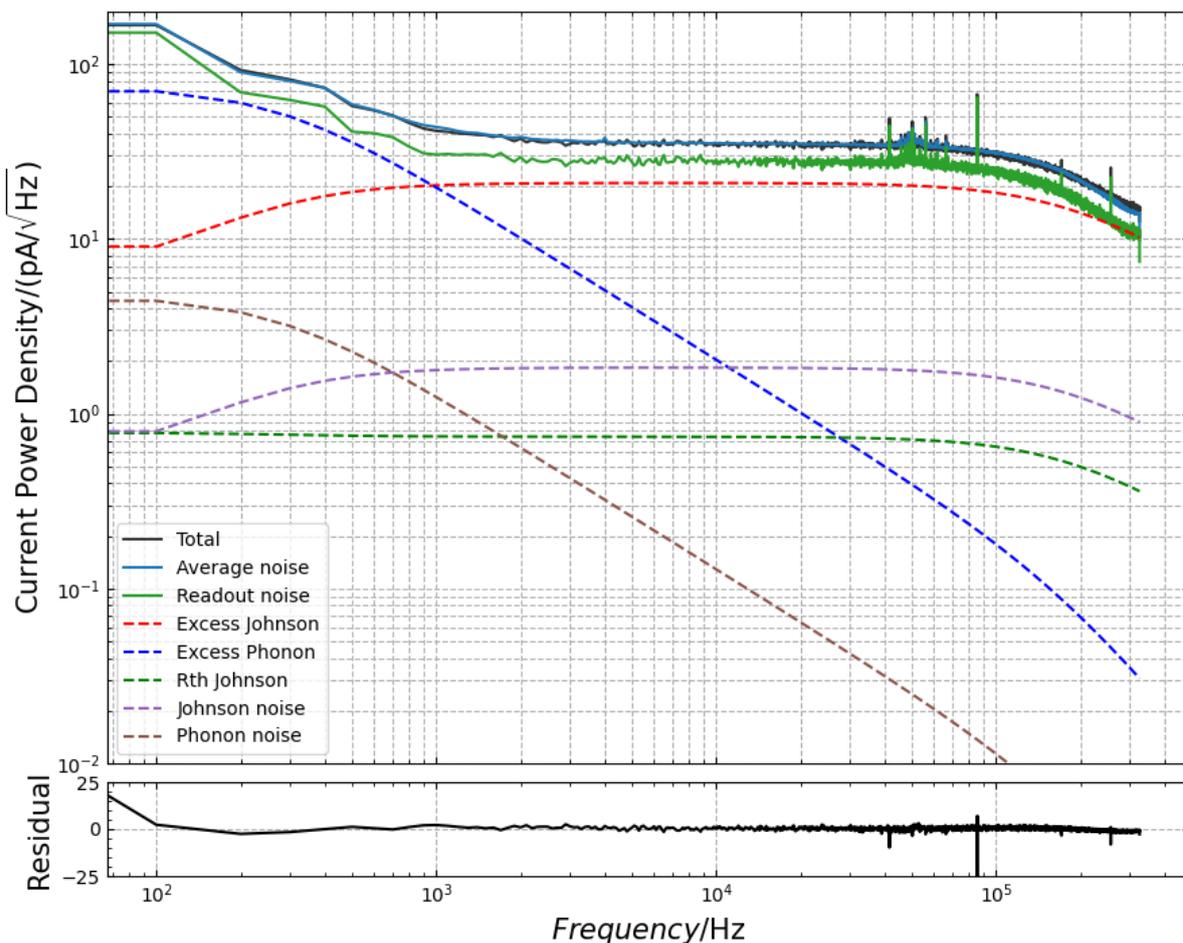


図 6.94. A5 の Excess ノイズも考慮したノイズスペクトル.

表 6.15. 各ノイズ成分のエネルギー分解能寄与.

Readout/eV	Johanson(TES)/eV	Johanson(Shunt)/eV	Phonon/eV	Excess Johnson/eV	Excess Phonon/eV
10.46	0.21	0.16	0.04	2.42	0.58

時系列ノイズ生成

ノイズスペクトルを逆に時系列ノイズデータに変換することができる。読み出しノイズを無視した、Phonon Noise と Johnson Noise だけのノイズをシミュレーション等に組み込むことを考える。パワースペクトルを $\sqrt{S(\omega)}$ としたとき、時間空間におけるノイズは逆フーリエ変換を行うことで

$$\sum_{k=0}^{N-1} 2\sqrt{\frac{S(\omega)\Delta\omega}{2\pi}} \cos(\omega_k t + \phi_k) \tag{6.8.2.7}$$

と書ける。ここで、 $\Delta\omega$ は考慮する各周波数の上限を ω_u としたときに $\Delta\omega = \omega_u/N$ で定義される値である。 $\omega_k = (k + 1/2)\Delta\omega$ であり、 ϕ_k は区間 $[0, 2\pi)$ で一様に分布する互いに独立な乱数である。つまり、測定結果から計算した Phonon Noise と Johnson Noise の和を上式を用いて時系列データに変換し、時間空間でノイズの入っていないシミュレーションデータに加えることができる。シミュレーションにおいて、ノイズを入れたパルスを多く生成することは現状時間的制約からできない。この方法を用いることで乱数を任意の数用意すれば多くのノイズを

加えたシミュレーションデータが生成できる．このようにしてシミュレーションデータでエネルギー分解能を評価することができる [30, 31]．図 6.95 に生成した時系列ノイズを示す．

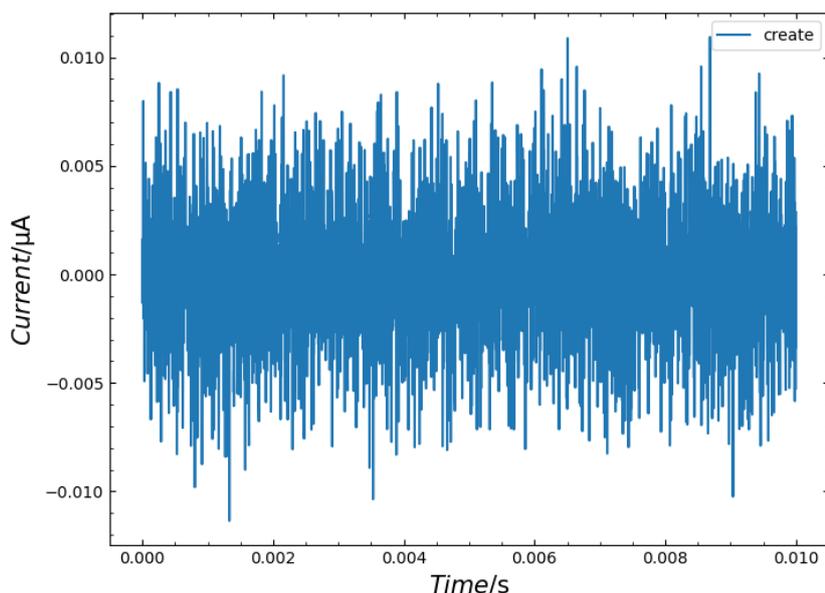


図 6.95. Phonon Noise と Johnson Noise を時系列データに直したもの．

6.9 性能評価のまとめ

R - T 測定より，TES のアスペクト比と転移温度には関係があることがわかった．アスペクト比を大きくすれば転移温度を下げられるうえ，TES の面積を減らして原理的なエネルギー分解能も向上させることができると考えられる．また，アスペクト比が大きいほど常伝導抵抗が大きいという関係があることがわかった．常伝導抵抗が大きいほど TES の動作が安定し飽和しにくくなる．転移温度と常伝導抵抗双方の観点から，アスペクト比が大きい TES を製作するのがよいと考えられる．

I - V 測定より，シミュレーションに用いるための諸パラメータと R - T カーブを計算した．これらを §7 で用いる．同じ基板上で製作しているのにも関わらず G_0 と n が異なる原因を考えるために，confidence contour を計算した．パラメータの不定性が大きいことがわかったが，同一基板上で n が大きく変わらないことを仮定すると $n \simeq 3.5$ と見当を付けることができた．また，主に常伝導状態の測定データが Ohm の法則を満たしていない素子があり，フィッティングができなかったり急峻に転移しない R - T カーブが得られたりした．もし I - V 測定結果は正しいと仮定すると，TES の形を変えることが急峻に転移なくなる原因の一つと考えられるが， R - T 測定で四端子測定法から求めた R - T カーブでは TES の形を変えた場合でも急峻に転移していた．そのため吸収体やメンブレンを形成するプロセスを経たことで熱負荷により特性に変化が生じたか，もしくは I - V 測定自体に問題がある可能性がある．これは吸収体及びメンブレンを形成した TES カロリメータにおいて四端子測定法による R - T 測定を行うことで， I - V 測定か TES カロリメータどちらに問題があるか確かめられる．

インピーダンス測定では，Oneblock, Twoblock (Hanging), Twoblock (Parallel) の三種類のモデルでフィッティングを行った．フィッティング結果から，Type A, C, D は Hanging モデルが適しているのではないかと考えられる．構造としては吸収体と熱浴が繋がっており Parallel モデルとなるが，熱が外側のステムから逃げずに中心

の TES と繋がっているステムから流出する場合は Hanging モデルに相当すると考えられる。また、Hydra 型 TES カロリメータである Type E1 では Parallel モデルが適しているといえた。これは先述した Type A, C, D とは異なり熱浴と吸収体間を繋ぐステムの本数が 4 倍になっていることで、熱浴と吸収体間の熱伝導度が無視できないためであると考えられる。TES の形を変えた Type E3, E4, E5 は常伝導状態と超伝導状態の測定データがばらついていたためフィッティングも正しく行うことができずパラメータが信頼できない。これは測定上の問題なのか TES の形を変えたことが影響しているのかはわかっていない。今後シミュレーションに温度感度と電流感度を組み込むことも考慮すると、パラメータの誤差を付け、定量的にどのモデルが最適か推定することが必要であると考えられる。また、輸送関数の補正が正しく行われないとどのモデル関数でフィッティングしても意味を持たないため、常伝導状態と超伝導状態のデータがばらつかないように測定することが求められる。

X 線照射試験を行った結果、どのタイプの素子でも目標値である $< 5\text{eV}$ には及んでいないことがわかった。これは、そもそもベースライン分解能が 8eV あるためである。ベースライン分解能を劣化させている原因を調べるためにノイズ解析を行った結果、Readout noise と Excess noise が大半を占めていることがわかった。そのため、エネルギー分解能を向上させるためには SQUID を変え、Readout noise を低減させる必要がある。また、熱浴の温度揺らぎがベースライン分解能を劣化させるため、測定時には GM 冷凍機を一時停止することでより熱浴温度を安定させる必要がある。また、TES の形が正方形ではない Type E3 では読み出しノイズや熱浴の温度揺らぎでは説明できないほどにエネルギー分解能が劣化していた。 $I-V$ 測定から求められる $R-V$ カーブは急峻に転移していないため温度感度 α が小さく、計算される原理的な分解能も $\sim 13\text{eV}$ となる。しかし実測の分解能は $\sim 76\text{eV}$ と原理的な分解能よりもはるかに劣化している。これは TES の形を変えたことが影響していると考えられる。TES が正方形でないために TES に流れる電流が複雑になりノイズが増加していることも考えられるが、Type E3 のノイズレベルは正方形の TES である Type A と同程度である。今後は他の TES の形を変えた素子も測定することで TES の形状変化がエネルギー分解能に及ぼす影響を調べる必要がある。

以上より、エネルギー分解能を向上させるにはさらに低い温度で転移する TES を製作することが求められる。TES のアスペクト比を大きくすることで転移温度を下げられ、熱容量も小さくできて分解能が向上させられると考えられるが、TES の形状を変化させることで TES カロリメータの特性に影響を与えることが示唆されたため、影響が出ない TES の形を調べることを求められる。さらに SQUID を変え、測定環境を改善することでノイズの大半を占めている Readout noise を低減する必要がある。

第7章

TES カロリメータの電熱シミュレーション

Contents

7.1	シミュレーションの目的	129
7.2	シミュレーションの方法	129
7.2.1	シミュレーションの条件	130
7.2.2	シミュレーションパラメータ	136
7.3	結果と考察	137
7.3.1	X線パルスの再現	137
7.3.2	飽和エネルギー	140
7.3.3	位置依存性考察	142
7.3.4	吸収体面積の変更	144
7.3.5	Bi/Au 二層吸収体	145
7.4	まとめ	147

本章では電熱シミュレーションを行うことでマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの吸収体構造が性能に与える影響を考察する。また、将来的に製作を考えているマッシュルーム型吸収体の構造をシミュレーションし、実現可能な熱伝導率を評価する。

7.1 シミュレーションの目的

§6 で述べたように、原理的なエネルギー分解能と測定より求めたエネルギー分解能には乖離がある。シミュレーションを行うことでエネルギー分解能劣化の原因を考察する。さらに、今後製作したいと考えている構造をシミュレーションし、実現可能性を評価する。

7.2 シミュレーションの方法

COMSOL AB (スウェーデン) 社が開発している COMSOL Multiphysics (COMSOL)^{*1}を用いて TES カロリメータの電熱応答をシミュレーションした。COMSOL は有限要素法ベースのソフトウェアであり、電気回路方程式と熱伝導方程式を同時に解くことが可能である。有限要素法とは物体を小さな領域(メッシュ)に分割し、一つの要素内で支配方程式を満たす解を計算して、全ての領域で解を足し合わせることで最終的な解を求める数値解析の一つである。

次に熱の伝導について仮定している支配方程式について述べる。熱伝導とは、物質内の高温から低温側に物質が熱を運ぶ現象である。個体においては、自由電子や格子振動に伴うフォノンが熱伝導を担う物質となる。熱エネルギー

^{*1} <https://www.comsol.jp/>

ギーの移動は Fourier の熱伝導法則にしたがい、以下の式で表される。

$$q = -\kappa \nabla T \quad (7.2.0.1)$$

ここで、 q は熱流束、 κ は熱伝導率である。また、非圧縮流体で熱伝導率が一定のとき、3次元 Descartes 座標におけるエネルギー保存則は、

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c u \cdot \nabla T + \nabla \cdot q = Q \quad (7.2.0.2)$$

ここで、 ρ は密度、 c は比熱、 u は流体の速度。 Q は単位体積あたりの発熱量である。個体内部では流体の速度が0であり、式 (7.2.0.1) と用いると式 (7.2.0.2) は

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \nabla^2 T = Q \quad (7.2.0.3)$$

と書ける。本章では、熱伝導について式 (7.2.0.3) を支配方程式としてシミュレーションした [23, 32].

シミュレーションの手順は以下である。

1. TES カロリメータの三次元ジオメトリを構築する。
2. 物理条件と各測定で求めた物理パラメータを設定する。
3. 電気回路を構築する。
4. ジオメトリをメッシュに分割する。
5. 定常ステップで計算した後、時間依存ステップで計算する。

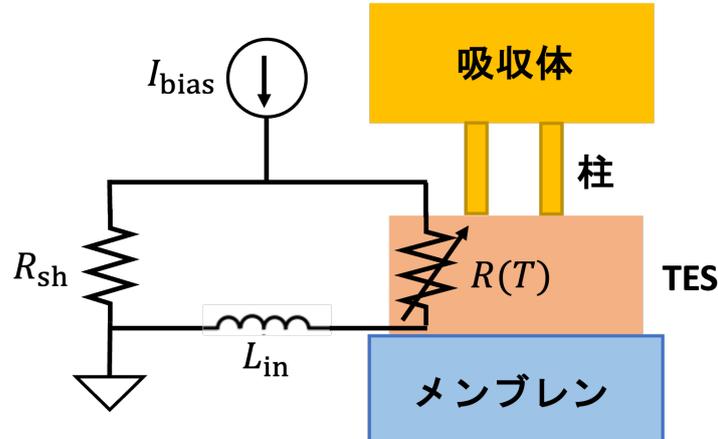


図 7.1. TES カロリメータのモデル化。ジオメトリと電気回路を組み合わせてシミュレーションする。

7.2.1 シミュレーションの条件

シミュレーションの詳細な条件を述べる。

本修士論文では TES, 吸収体, メンブレン, 熱源をモデル化した。図 7.2 に構築したジオメトリを示す。また、表 7.1 にジオメトリパラメータを示す。

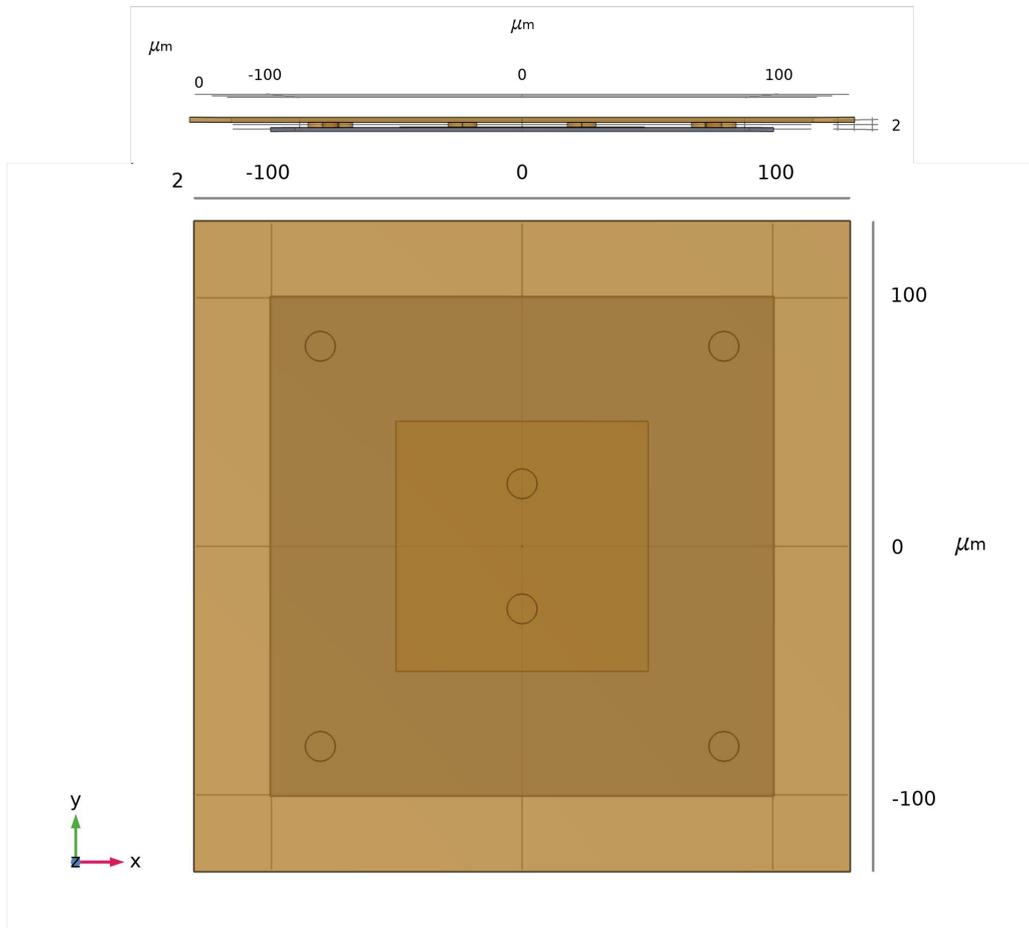


図 7.2. Type A のジオメトリ．横から見た図と上から見た図．

各ジオメトリの材料とその物性値について説明する．吸収体と熱源の材料は Au に設定し，比熱，密度，熱伝導率を定義した．比熱は式 (4.2.1.2) から 165 mK における値を使用した．熱伝導率は Yagi(2023)[33] の成膜条件である 4 K と 300 K の電気抵抗率から 165 mK における値を算出した．

TES は比熱，密度，熱伝導率，比抵抗率，電気伝導率を設定した．比熱は Au と同様に式 (4.2.1.2) から 165 mK における値を使用した．密度は Au と Ti の密度をそれぞれの厚みで加重平均を取り求めた．電気伝導率 $\sigma[1/(\Omega \cdot \text{m})]$ は以下の式で表される．

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{L_{\text{TES}}}{R_{\text{TES}} \cdot S} = \frac{1}{R_{\text{TES}} \cdot d_{\text{TES}}} \quad (7.2.1.1)$$

である．ここで， $\rho[\Omega \cdot \text{m}]$ は抵抗率， L_{TES} は TES の一辺の長さ， $S[\text{m}^2]$ は TES の面積， d_{TES} は TES の厚みである．TES の面積は $S = L_{\text{TES}}^2$ であるためこのような式となる．そして， R_{TES} に I - V 測定から求めた R - T カーブを入れることで TES の超伝導転移を再現している．ただし，式 (7.2.1.2) で表される empirical なモデルでフィッティングしたものを使用した．例として D3 の素子で I - V 測定から求めた R - T カーブをフィッティングした結果を図 7.3 に示す．

$$R(T) = \frac{R_1}{1 + \exp\left(-\frac{T-T_c}{T_1}\right)} \times \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{T-T_c}{T_2}\right)} + R_2 \quad (7.2.1.2)$$

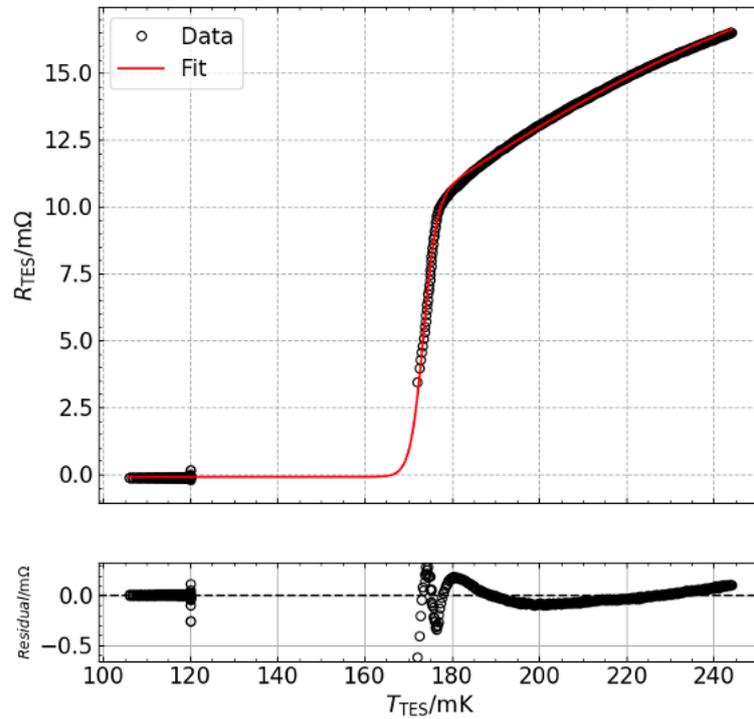


図 7.3. empirical なモデルでフィッティングした R - T カーブ.

また, TES の熱伝導率は I - V 測定から求めた R - T カーブから Wiedemann–Franz 則を用いて 165 mK における値を算出した. 即ち,

$$\kappa_{\text{TES}} = \frac{L_n T}{\rho} = \frac{L_n T}{R_{\text{TES}} \cdot d_{\text{TES}}} \tag{7.2.1.3}$$

から求めた. 例として D3 の素子における TES の温度に対する TES の熱伝導率の関係を図 7.4 に示す.

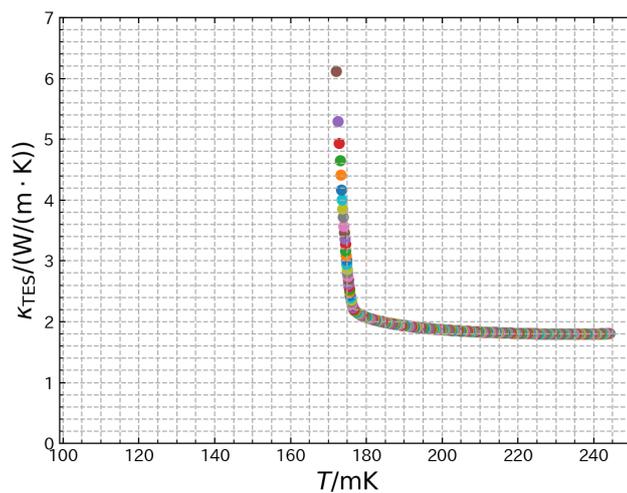


図 7.4. TES の温度に対する TES の熱伝導率の関係.

メンブレンは比熱, 密度, 熱伝導率を定義した. 比熱と密度は $\text{SiO}_2/\text{SiN}_x$ と同じものを, メンブレンの熱伝導率 κ_{Mem} は以下の式から計算した.

$$\kappa_{\text{Mem}} = G_{\text{TES-bath}} \frac{(L_{\text{Mem}} - L_{\text{TES}})/2}{4 \times L_{\text{TES}} \times d_{\text{Mem}} \times \kappa_{\text{fac}}} \quad (7.2.1.4)$$

ここで、 $G_{\text{TES-bath}} = G_0 T^{n-1}$ は I - V 測定から求めた TES と熱浴間の熱伝導度で、 L_{Mem} はメンブレンの一辺の長さ、 L_{TES} は TES の一辺の長さ、 d_{Mem} はメンブレンの厚み、 κ_{fac} は実測とシミュレーションのパルスを合わせるためのファクターである。図 7.5 のように長さ x の方向に $T_{\text{bath}} < T$ の温度勾配があるとき、二つの物体間の熱伝導度は断面積を A とすると $G = \kappa A/x$ と表せる。逆に熱伝導率について解くと、 $\kappa = Gx/A$ である。ここで図 7.6 より TES とメンブレンにおいては $x = (L_{\text{Mem}} - L_{\text{TES}})/2$ 、 $A = 4 \times L_{\text{TES}} \times d_{\text{Mem}}$ であるため、代入すると式 (7.2.1.4) となる。 κ_{fac} は TES からメンブレンのに流れる熱量を調節するためのパラメータで、大きくするほど熱伝導率が悪くなるようにファクターで入れた。また、熱浴はメンブレンの周囲の四面を $T_{\text{bath}} = 120 \text{ mK}$ に設定することで再現した。

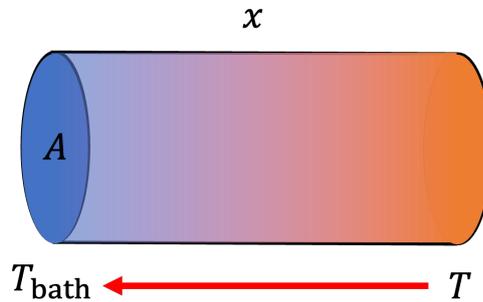


図 7.5. 熱伝導度のモデル.

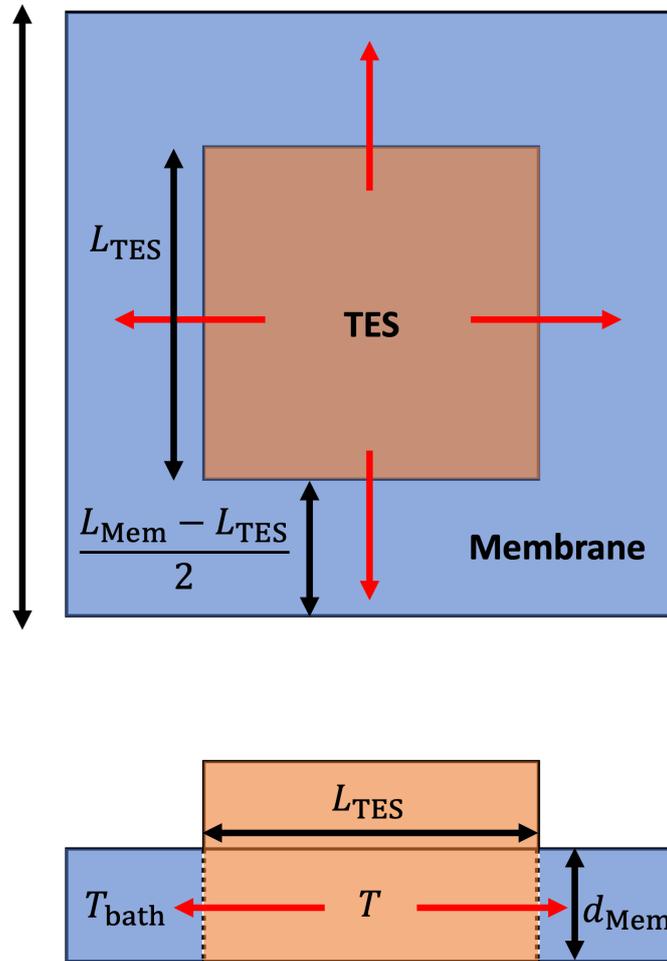


図 7.6. TES とメンブレン間の熱伝導,

電気回路は図 7.7 のように定電流源, TES, シャント抵抗, インพุットコイル, アンペアメータを含む回路を構築した. TES の可変抵抗値は上で述べた値. シャント抵抗値とインพุットコイルのインダクタンスは表 7.3 を参照.

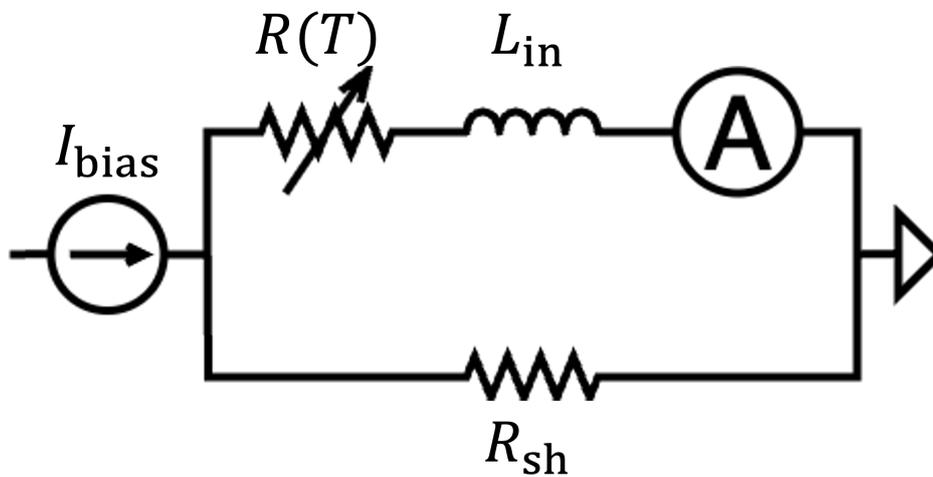


図 7.7. シミュレーションで構築した電気回路.

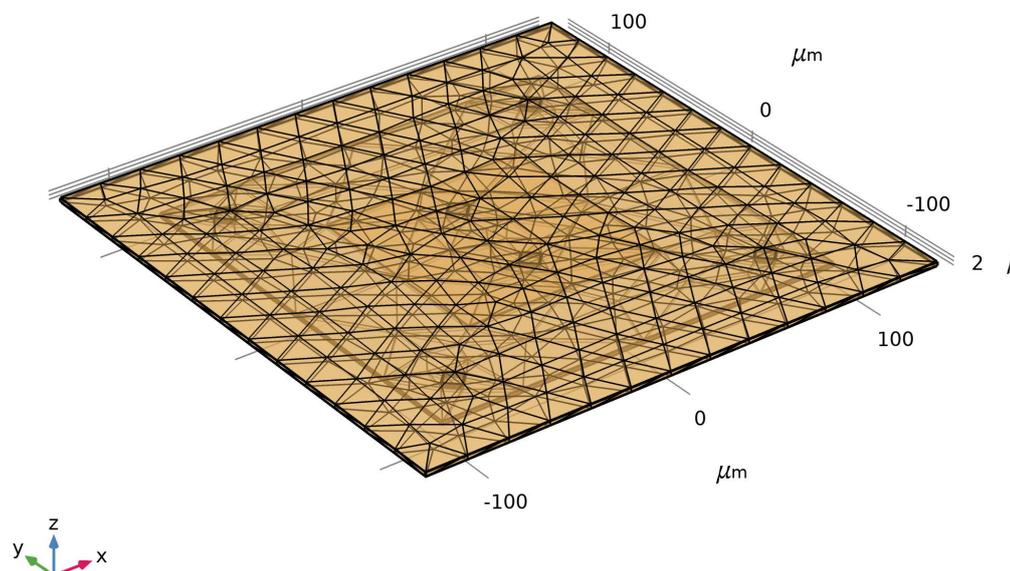


図 7.8. Type A の構築したジオメトリをメッシュ分割した図。ただし見やすさのためメッシュは粗くしてある。実際に計算を行う際は約 64000 分割されている。

ジオメトリのメッシュ分割は基本的に四面体で分割した。ただし、TES のような厚みが小さいジオメトリでは四面体で分割すると、スタディにおいてしばしばエラーが起きる。そのため表面と三角形に分割してから厚み方向にスイープした。メッシュ数は約 64000 である。図 7.8 にメッシュ分割した図を示す。

最後に物理演算を行うスタディについて述べる。まず初めに 0 ms から 1 ms において定常状態を計算し、その後 1 ms から 4 ms までを時間依存ステップで計算させた。また線型方程式系を解くアルゴリズムとしては反復法ではなく直接法を用いた。直接法は最もロバストで汎用的であるという利点がある。しかし比較的多くのメモリと時間を必要とするという欠点があり、消費メモリと計算時間は問題のサイズが大きくなるにつれて急激に増加する。反復法は必要とするメモリと時間が少なく、モデルサイズが大きくなるにつれてスケールが緩やかになる。しかし反復法はロバスト性に劣り、いわゆる "ill-conditioned problem" では収束が遅くなると言われている。電熱フィードバックにおいては反復法では収束しないため直接法を用いた。シミュレーションで解を求める方法 (ソルバー) は分離アプローチを用いた。方程式の行列をいくつかの小さい行列に分割 (または分離) する方法で、一般的に計算コストが低く収束が早いとされている。計算が収束する条件である相対トレランスは 1×10^{-6} に設定した。また、 $t_s = 1.025$ ms に熱源を入射させることで X 線が入射したときの電流変化をプローブする。TES カロリメータに入射した光子は光電吸収によって電子に変化し、電子が吸収体内でフォノンを生成することで熱に変換される。この反応プロセスを COMSOL 上で再現することは難しいため、球体にフォノンのエネルギー分の熱量を与えることで、X 線の入射を再現する。熱源の半径は $0.1 \mu\text{m}$ とし、この球体に $\Delta t = 10$ ns の間に 5.9 keV の熱を放出するように設定した。実測の立ち上がり時定数が $\sim 1 \mu\text{s}$ であるため、それより十分に短い時間幅にしてある。Ullom によると X 線が入射し緩和する過程の時間スケールは ~ 10 ns であるためシミュレーションにおいてもこの仮定が妥当であると考えられる [34]。ただし遷移スムージングを 1 ps に設定し、これにより矩形波の立ち上がり立ち下がりデルタ関数的ではなく滑らかにしている。図 7.9 に関数形を示す。

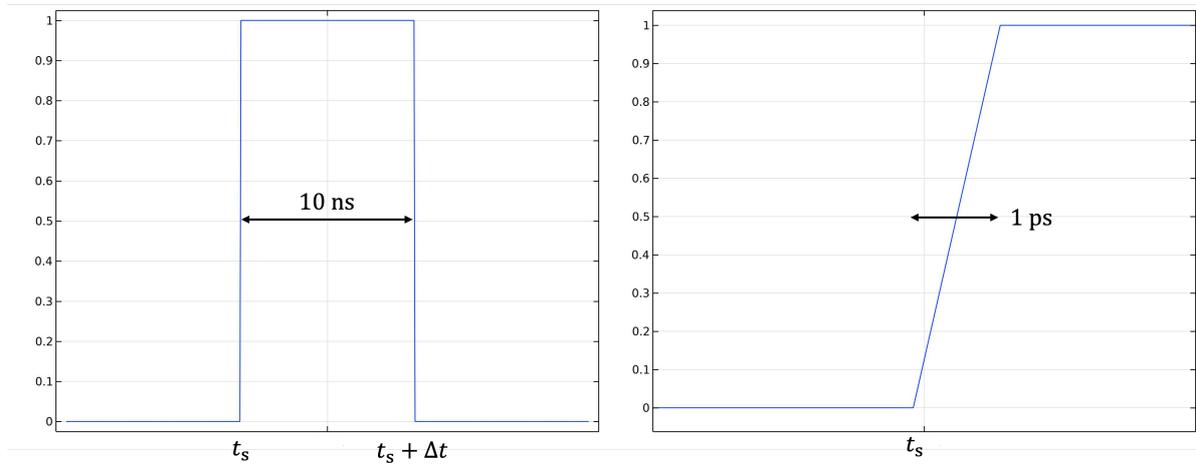


図 7.9. 熱源を入射させる関数.

7.2.2 シミュレーションパラメータ

シミュレーションパラメータを表に示す.

表 7.1. ジオメトリパラメータ.

ジオメトリ	パラメータ	値
TES	厚み	Au/Ti= 153.3 nm/46.3 nm
	サイズ	100 μm 角
熱リンク (ステム)	厚み	2 μm
	直径	Type A: 12 μm × 6 Type D: 10 μm × 6
吸収体	厚み	2 μm × 6
	サイズ	260 μm 角
メンブレン	厚み	1.5 μm
	サイズ	200 μm 角

表 7.2. TES カロリメータの物理パラメータ.

ジオメトリ	パラメータ	値
TES	比熱	$1.27 \times 10^{-3} \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
	密度	$14.387 \text{ g}/\text{cm}^3$
	熱伝導率	Type A: $1.66 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ Type D: $3.47 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
Au	比熱	$5.91 \times 10^{-4} \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
	密度	$19.32 \text{ g}/\text{cm}^3$
	熱伝導率	$4.57 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
メンブレン	比熱	$5.82 \times 10^{-5} \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
	密度	$3.0 \text{ g}/\text{cm}^3$
	熱伝導率	Type A: $6.91 \times 10^{-6} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ Type D: $1.07 \times 10^{-5} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

表 7.3. オペレーション条件

パラメータ	値
計算時間範囲	定常スタディ: $0 \text{ ms} \sim 1 \text{ ms}$ 時間依存スタディ: $1 \text{ ms} \sim 4 \text{ ms}$
熱源半径	$0.1 \mu\text{m}$
熱源入射開始時間 t_s	1.025 ms
矩形波の幅 Δt	10 ns
遷移スムージング	1 ps
入射エネルギー E	5.89398 keV
バイアス電流	Type A: $200.11 \mu\text{A}$ Type D: $185.03 \mu\text{A}$
初期温度	Type A: 158.9 mK Type D: 174.1 mK
熱浴温度	120 mK
シャント抵抗値	$3.9 \text{ m}\Omega$
インプットコイルのインダクタンス	12.8 nH

7.3 結果と考察

7.3.1 X線パルスの再現

I - V 測定から求めたパラメータを用いて, X線照射試験で取得したパルスをシミュレーション上で再現する. これによりシミュレーション結果でより正しい物理的考察が行えるようにする.

まず κ_{fac} を調節することで, 定常状態における TES の温度を I - V 測定から求めた値と同程度になるように調節した. Type A は $\kappa_{\text{fac}} = 2.91$, Type D は $\kappa_{\text{fac}} = 2.68$ であった. 式 (7.2.1.4) にこれらを代入した値が表 7.2 におけるメンブレンの熱伝導率である. 次に, 吸収体の比熱 c_{Au} を調節することでパルスハイトを実測と一致させ

た. Type A は c_{Au} を 0.795 倍, Type D は 1.048 倍することで実測と一致した. 比熱を調節する必要がある理由として, 比熱の温度依存性と Au 吸収体の膜厚の不定性が挙げられる. Type A と Type D の動作温度はそれぞれ 155 mK, 174 mK であり, 今回のシミュレーションでは 165 mK に固定している. そこで 165 mK における比熱との比を取って考える. $c_{Au}@155\text{ mK}/c_{Au}@165\text{ mK} = 0.93$, $c_{Au}@174\text{ mK}/c_{Au}@165\text{ mK} = 1.05$ となり, Type D においては比熱の温度依存性で説明ができる. 次に Au 吸収体の膜厚の不定性について考える. $\sim 2.0\ \mu\text{m}$ の Au 電解析出法の膜の誤差は測定できていないが, $\sim 1.0\ \mu\text{m}$ と $\sim 3.6\ \mu\text{m}$ の膜厚から推定する. 電解析出法で現れるトゲは無視すると, $\sim 1.043\ \mu\text{m}$ の Au に対して膜上の最大最小差は $\sim 0.071\ \mu\text{m}$, $\sim 3.626\ \mu\text{m}$ の Au に対しては $\sim 0.076\ \mu\text{m}$ であった. つまり膜厚に関わらず $0.07\ \mu\text{m} \sim 0.08\ \mu\text{m}$ のばらつきがあると考えられる. そのため $2\ \mu\text{m}$ の膜に対しても約 4% の膜厚のばらつきはあり得る. しかし, Type A に対して比熱の温度依存性と膜厚の不定性両方を加味しても, 比熱は最大 0.89 倍しか変わらない. 今回のシミュレーションでは, まず定常状態の値と同じになるようにメンブレンの熱伝導度を調節し, 次にパルスハイトを合わせるといった手順で行った. しかしメンブレンの熱伝導度を変えるとパルスハイトも変化する. そのため両者を同時に変えて条件を満たすパラメータの組み合わせを見つけることができれば調節したファクターについて説明が可能になると考えられる.

図 7.10, 7.11 に X 線照射試験結果から求めた Mn K α の平均パルスとシミュレーションで計算したパルスの比較を示す. ただし時定数は 20% と 80% 点で定義した.

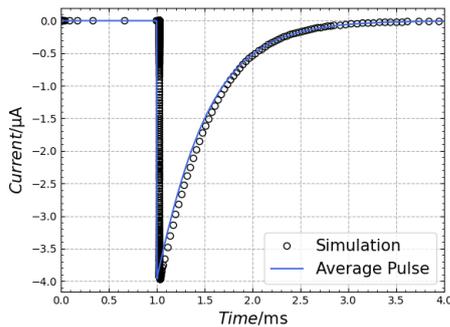


図 7.10. A5 の実測とシミュレーションのパルスの比較.

表 7.4. A5 の実測とシミュレーションの物理パラメータの比較.

	Measure	Simulation
PH/ μA	3.97	3.97
$\tau_{\text{rise}}/\mu\text{s}$	1.33	1.47
$\tau_{\text{fall}}/\mu\text{s}$	677	664

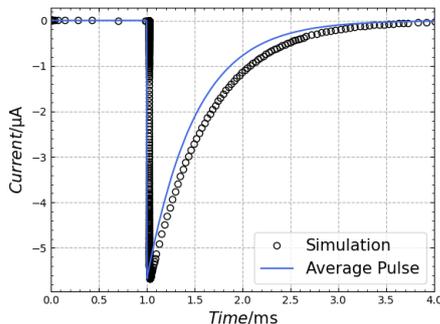


図 7.11. D3 の実測とシミュレーションのパルスの比較.

表 7.5. D3 の実測とシミュレーションの物理パラメータの比較

	Measure	Simulation
PH/ μA	5.67	5.67
$\tau_{\text{rise}}/\mu\text{s}$	1.62	0.98
$\tau_{\text{fall}}/\mu\text{s}$	692	824

立ち上がり時定数は測定回路が理論的な電気回路時定数 τ_{el} と異なるためシミュレーションで再現するのは難しいと考えられる. エネルギー分解能を評価する上で最も重要となるパルスハイトをパラメータを調節することで合わせた. 立ち下がり時定数は Type A が 2%, Type D が 20% の差異であった. 両 Type ともパルスハイトは一致させることができたが Type D の立ち上がり時定数は完全に再現できていない. これは §6.5 で I - V 測定から

G_0 , n , T_{TES} を求めたが、パラメータに不定性があることが影響していると考えられる。そのため、より最適な G_0 , n の組み合わせでシミュレーションすればパルスの時定数まで再現できる可能性がある。立ち下がり時定数は $\tau_{\text{fall}} \propto nC/\alpha G$ である。ただし C は TES カロリメータ全体の熱容量である。温度感度 α の動作点依存性を無視すると、例えば $(n, G_0) = (3.5, 50) \rightarrow (3.1, 20)$ に変化すると時定数は 45% 変化する (G_0 の単位は nW/K)。そのため適切な n と G_0 を選べば時定数は一致すると考えられる。もう一つ実測の立ち下がり時定数と合わない理由として、立ち下がり成分が一つではないということが考えられる。電流の正負を反転させ、さらに対数を取ったものを図 7.12 に示す。この図から、対数を取り一直線になっているため立ち下がり成分が一つであると考えられる。

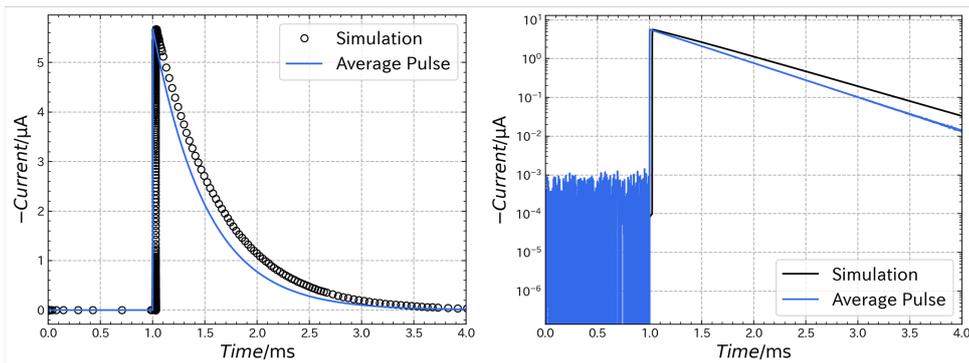


図 7.12. D3 において電流の正負を反転させ対数を取った図。立ち下がり成分は一つであることがわかる。

また、シミュレーションするにあたって簡素化したことで差異が生じていることも考えられる。改善点は三点ある。一点目は、実際には熱伝導度と熱伝導率は温度依存性があるが、今回のシミュレーションでは TES の定常状態の温度で固定して計算したことだ。計算量は増えるが、これらの温度依存性も考慮する必要があるかもしれない。二点目は TES の抵抗を温度のみの関数としてシミュレーションに組み込んだが、温度と電流の関数で表すことである。TES の抵抗は本来は電流と温度の二変数で表されるが、温度のみの関数で表すのは近似していることになる。インピーダンス測定から求めた各動作点の α , β を用いることで $R(T, I)$ 曲面を求められる。そのため最適なモデルでインピーダンス測定結果をフィッティングする必要がある。三点目は、熱浴のモデル化の影響である。今回はメンブレンの周囲四面を熱浴温度に固定することで熱浴を設定した。そのためこのモデルが現実には即していない場合、TES からメンブレンへの熱の逃げ方が大きく変わってしまい立ち下がり時定数が異なる。I-V 測定から求めた $n = 2$ であれば電子が熱伝導を担い、 $n = 4$ であればフォノンが熱伝導を担う。§6.5 の結果では $2 < n < 4$ であったため、伝導電子とフォノンの両方が熱輸送を担うモデルをシミュレーション上で構築ことも考えられる。またメンブレンの熱伝導率を式 (7.2.1.4) で計算したが、実際にはメンブレンと接している面付近のみ TES の温度に近いと考えるのが妥当である。逆にこの式で上手くモデル化できていないメンブレンの熱伝導率を κ_{fac} が補正しているとも考えることもできる。以上のようにこのシミュレーション方法にはまだ改善点がある。

また、温度もプローブすることができる、図 7.13 に TES の温度 T_{TES} , 吸収体の温度 T_{Abs} , メンブレンの温度を示す。定常状態では $T_{\text{TES}} \simeq T_{\text{Abs}} = 156.8 \text{ mK}$, $T_{\text{Mem}} = 144.1 \text{ mK}$ であった。熱浴の設定が正しいと仮定すると、TES と吸収体の温度はほぼ等しいことがわかり、逆にインピーダンス測定におけるモデルを考える際に Twoblock (Hanging) でよいと考えられる。

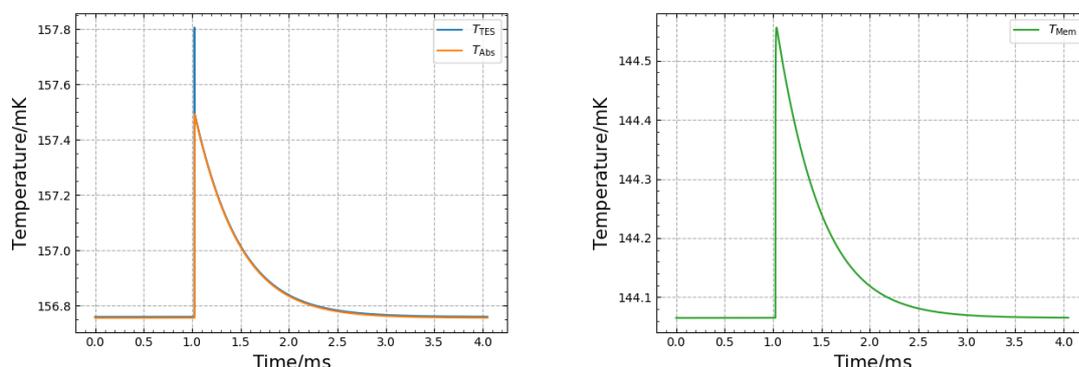


図 7.13. 左: TES と吸収体の温度変化. 右: メンブレンの温度変化.

7.3.2 飽和エネルギー

X 線照射試験では ^{55}Fe 線源を用いたため、主に 5.9 keV と 6.4 keV のエネルギーのみが検出できることしか確認できていない。エネルギーを変えてシミュレーションすることで 20 keV まで飽和することなく検出できるか確認する。7.14 に入射エネルギーを変えた際のパルスハイトと、そのフィッティング結果を示す。線形性を表す R^2 係数は 0 ~ 20 keV では 0.836, 0 ~ 6.4 keV まで 0.999 であった。つまり 0 ~ 6.4 keV までは線形である。しかし TES の応答は非線形であり、線形性だけでは飽和しているかを判断できない。そのため X 線が入射したときの TES の温度上昇 ΔT_{TES} が R - T カーブの転移端を超えないかを評価する。図 7.15 に R - T カーブと、温度に対する温度感度 α を示す。この図を見ると転移端を越えても常伝導抵抗が上昇しており温度感度 α が ~ 3 である。今回は $\alpha > 8$ である範囲を超伝導転移端と定義する。それに対応するのは点線の範囲の 168 mK から 177 mK である。図 7.16 に入射エネルギーに対する TES の温度変化を示す。20 keV のとき、TES の定常状態の温度 174.1 mK から最大で 2.0 mK 温度変化する。つまり、20 keV の X 線が入射しても 176.1 mK までしか温度は上昇せず、超伝導転移端を超えることはない。よって飽和エネルギーは少なくとも 20 keV と評価できた。

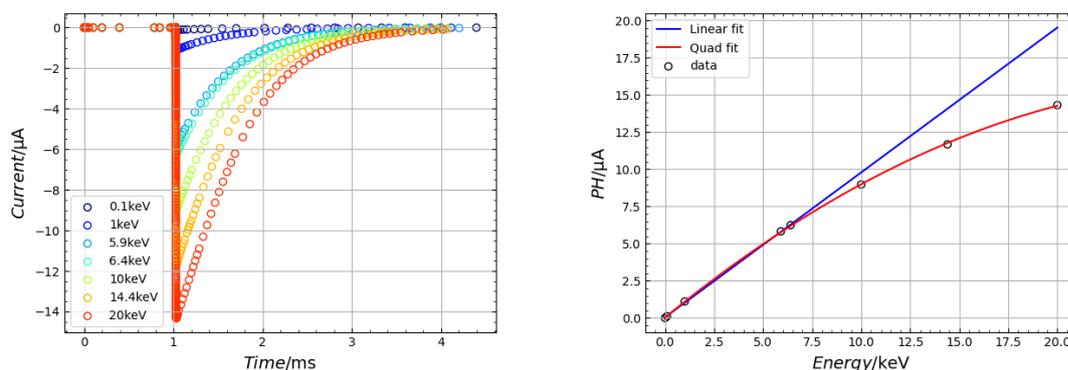


図 7.14. 入射エネルギーを変えた際のパルスハイトとそのフィッティング。赤線は 0 ~ 20 keV までを二次関数でフィッティングしたもの。青線は 0 ~ 6.4 keV までを一次関数でフィッティングしたもの。線形性を表す R^2 係数は 0 ~ 20 keV では 0.836, 0 ~ 6.4 keV まで 0.999 であった。

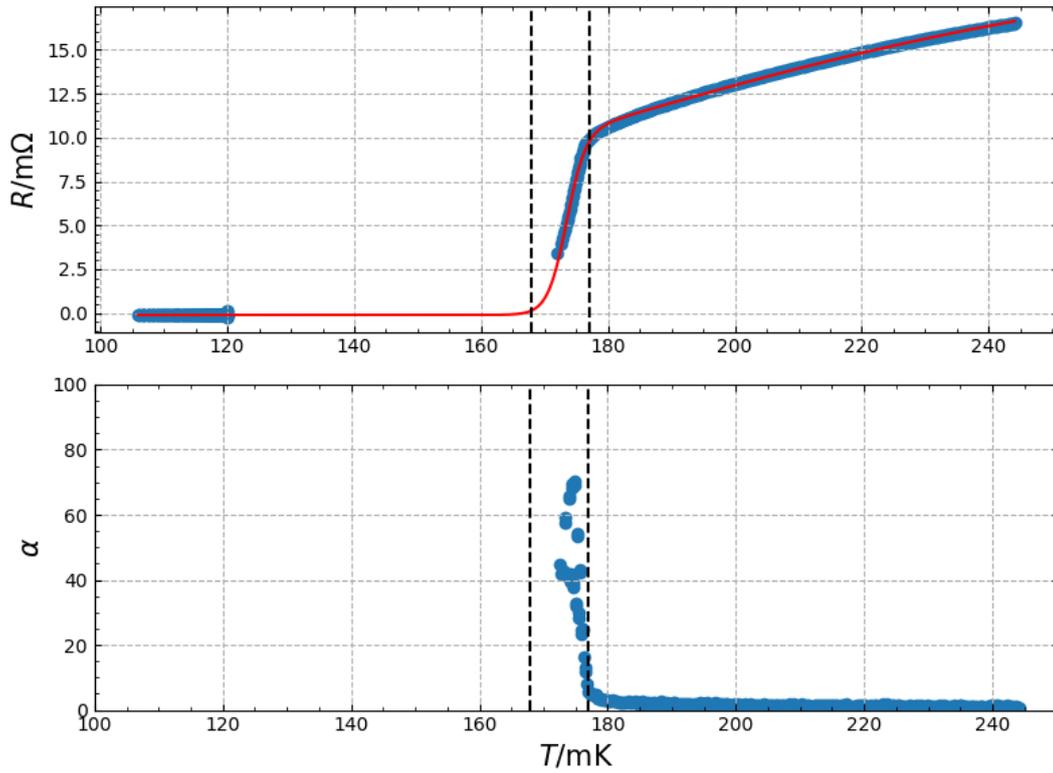


図 7.15. R - T カーブとその温度感度 α .

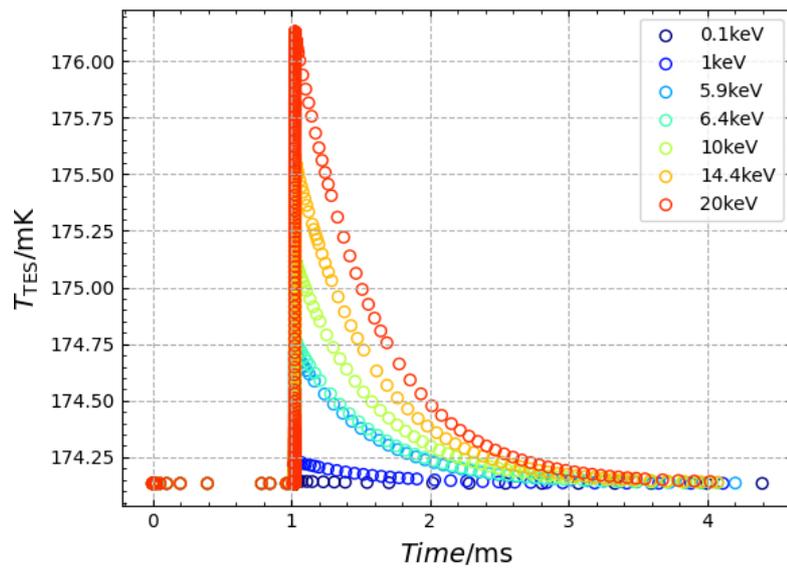


図 7.16. 入射エネルギーと TES の温度の関係. 最大でも 2.0 mK の温度変化である.

7.3.3 位置依存性考察

マッシュルーム型吸収体は吸収体面積が $260 \mu\text{m}$ 角と大きい。そのため X 線の入射位置によってエネルギー分解能が劣化している可能性がある。X 線入射位置を変えてシミュレーションすることで、入射位置依存性のエネルギー分解能への寄与を評価する。

入射位置は図 7.17 のように対称性を考慮して 9 箇所 (p_1 - p_{10}) とした。吸収体の中心を μm 単位で $(x, y) = (0, 0)$ としたときに、熱源の入射位置は $(x, y) = (0, 0), (55, 0), (110, 0), (0, 55), (55, 55), (110, 55), (0, 110), (55, 110), (110, 110)$ である。いま吸収体の $1/4$ にのみ入射させているが、対称性から全領域に入射したカウントは

$$\text{Counts} = p_1 + (p_2 + p_3 + p_4 + p_7) \times 2 + (p_5 + p_6 + p_8 + p_9) \times 4 \quad (7.3.3.1)$$

である。これにより 9 箇所に入射させることで 25 箇所に入射させるのと同等になる。

入射位置によるエネルギー分解能への影響を調べるために、パルスハイトをエネルギー相当に換算する。26 箇所に入射させたパルスハイトの平均値は $\text{PH}_{\text{Ave}} = \text{Counts}/25$ であり、パルスハイトの最大値と最小値の差を $\Delta\text{PH} = \max(\text{PH}) - \min(\text{PH})$ とする。そして ΔPH をエネルギーに直すと、 $\Delta E = \Delta\text{PH}/\text{PH}_{\text{Ave}} \times E$ となる。

図 7.18 に Type A と Type D で 9 箇所に入射させたときの位置依存性を示す。Type A は最大 0.05 eV 、Type D は最大 0.09 eV の位置依存性であった。これは原理的な分解能に対して数 % 程度であり、現在の電解析出法による Au 吸収体の成膜条件では位置依存性によるエネルギー分解能への影響は小さいと考えられる。

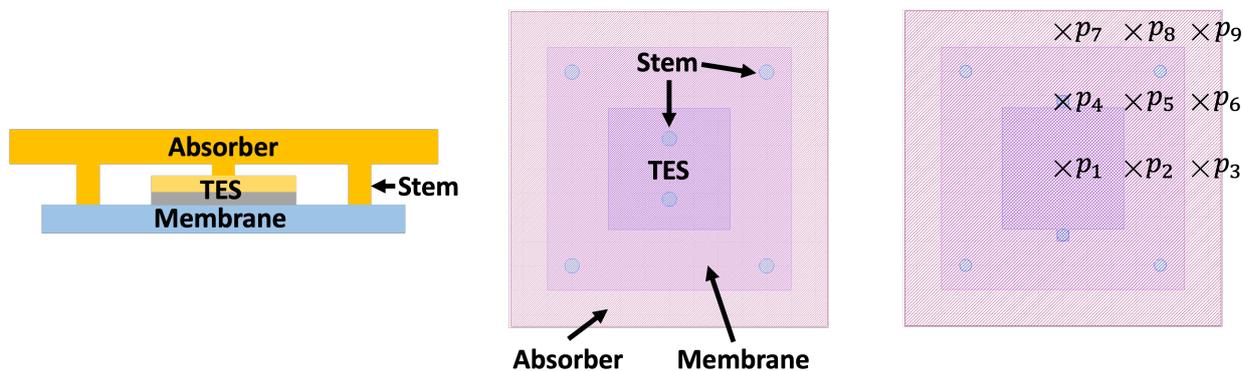


図 7.17. 熱源の入射位置.

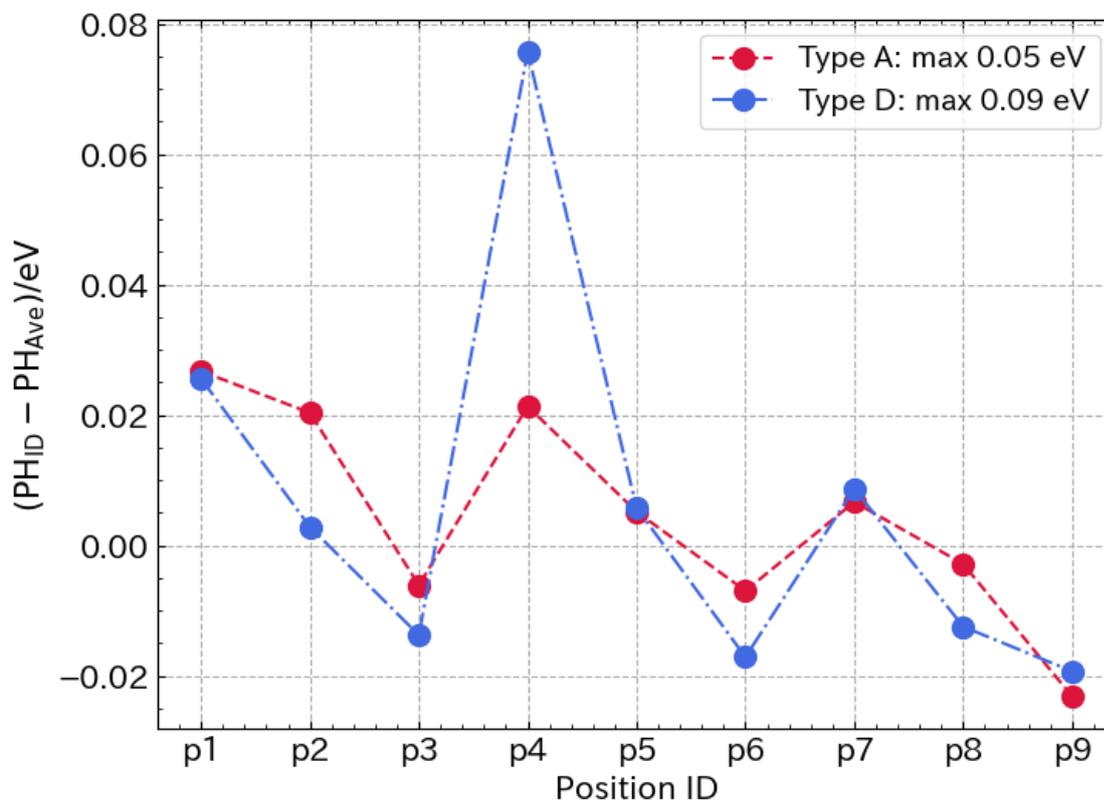


図 7.18. 熱源の入射位置を変えたときの位置依存性の影響.

次に, Au 吸収体の熱伝導率を変化させたときの位置依存性によるエネルギー分解能への影響を調べる. κ_{Au} を 10%, 20%, 50%, 100%, 200% と変化させたときの ΔE を図 7.19 に示す. 現在の成膜条件の 50% の熱伝導率で ~ 0.2 eV, 20% の熱伝導率で 0.3 eV から 0.4 eV 程度の位置依存性が生じる. 成膜した Au 吸収体の熱伝導率が想定より悪かった場合にも, 260 μm 角の吸収体においては位置依存性の影響は小さいと考えられる. また熱伝導率を良くすれば位置依存性の影響も小さくなる. そのため今後成膜条件をさらに向上させることができれば, 吸収体の面積を大きくすることへの懸念点を減らせるであろう. さらに吸収体を薄くすると熱伝導率が悪くなるが, そのような場合でも設計の自由度が上がる.

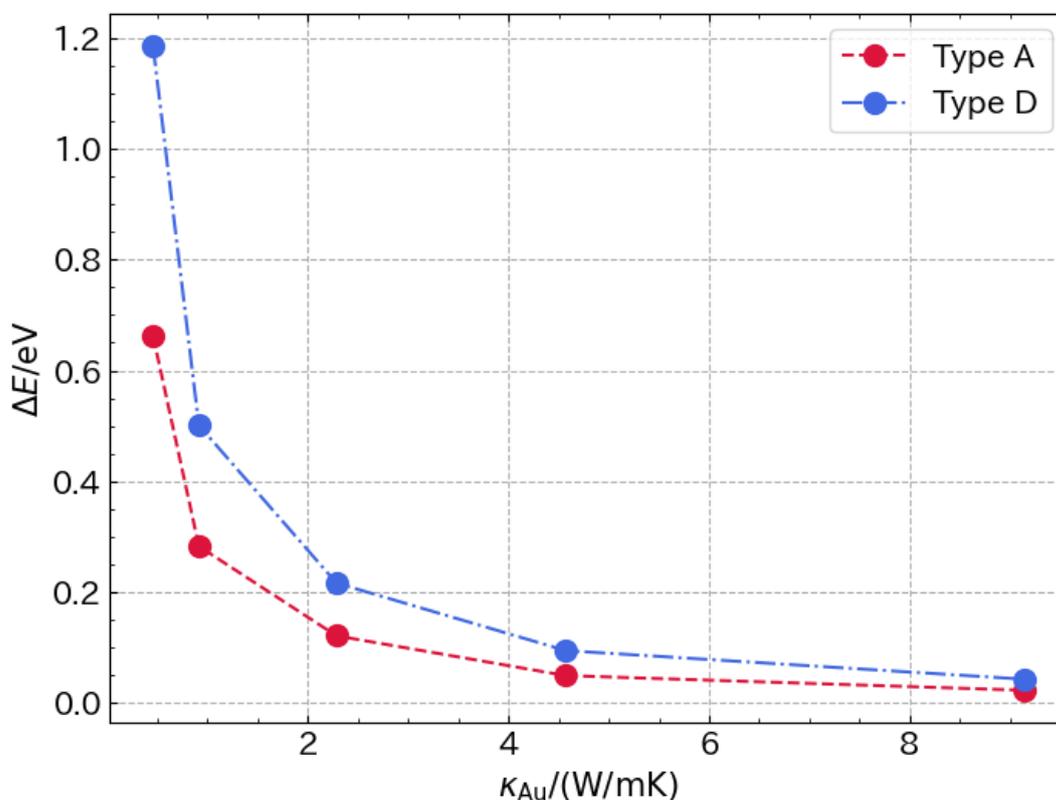


図 7.19. 吸収体の熱伝導率を変えたときの位置依存性によるエネルギー分解能への影響.

最後に熱リンクであるステムの構造の違いを考察する。TES はステムと接している部分は常伝導状態になっていると考えられている。TES の二層薄膜は Ti の上に Au が積まれており、TES の Au の上に Au でできたステムが接することで、TES の実効的な膜厚比が大きくなる。よって近接効果が働き転移温度が下がるため、TES の Au と Ti で決定される転移温度では常伝導状態になる。図 7.17 より、Type A はステムが TES の直上に置かれている。一方で Type D は正方形から飛び出た部分にステムが置かれている。そのため Type A はステムが乗っているために TES の一部が常伝導状態になり、TES に流れる電流に乱流を生み、ノイズが増加する可能性がある。Type D は TES の正方形部分にはステムが乗っていないため電流の流れが変わることはないと考えられる。今回のシミュレーションではステムを置くことによる近接効果をモデルに入れていない。今後、ステムと接している面またはステム下の TES を常伝導状態に設定することでステム構造による違いがシミュレーションできると考えられる。

7.3.4 吸収体面積の変更

将来的にはマッシュルーム型吸収体の面積を大きくしたい。そのため吸収体の面積を大きくしてシミュレーションを行い位置依存性の影響を受けない吸収体の熱伝導度を考察する。

吸収体の一辺の長さを 2 倍、つまり面積を 4 倍にしたときのシミュレーションを Type A で行う。現在の製作条件の Au の熱伝導率なら位置依存性は 0.40 eV、50% の熱伝導率で 1.6 eV であった。そのため、現在の製作条件の Au の熱伝導率ならば吸収体の面積を 4 倍にしても問題がないことがわかった。ただしこれは Au 吸収体の熱伝導率だけの問題で、実際には吸収体の面積を大きくすることでノイズが支配的になることが考えられる。また、ステ

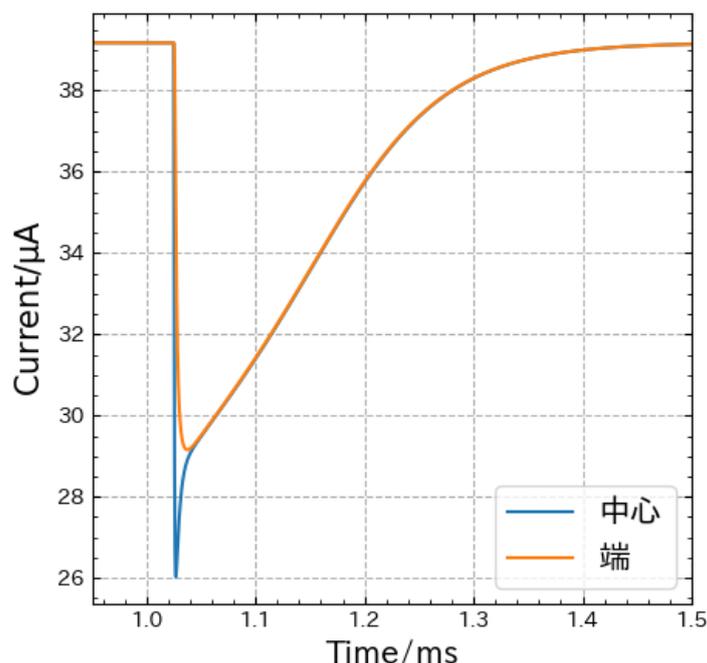


図 7.20. 5 μm の Bi 単体の吸収体でシミュレーションした図. 吸収体と吸収体の端に入射させた場合で波形がばらついている.

現在のステムの本数では吸収体の面積を大きくしたときに支えられない可能性もある. そのため今後はステムの本数を増やしたときに TES カロリメータの性能に影響が出ないことを検証し, その上で大面積吸収体の製作に取り組む必要がある.

7.3.5 Bi/Au 二層吸収体

衛星ミッションでは Bi/Au 二層吸収体を用いる. Bi は Au に比べ比熱が小さい ($c_{\text{Bi}} \simeq 0.1c_{\text{Au}}$) ため, 厚く積んで X 線吸収効率を向上させることができる. しかし, Bi は熱伝導率が悪く, Bi 単体の吸収体では波形にばらつきが生じてしまう. 5 μm の Bi 単体の吸収体でシミュレーションしたものを図 7.20 に示す. 吸収体と吸収体の端に入射させた場合で波形がばらついている. さらに吸収体の中心に入射させたときにパルス波形が"スパイク"状になっていることがわかる. これは熱伝導率が悪いために複数の熱拡散過程が起こっているからであると考えられる. 以上より, Bi 単体では比熱が小さいため熱容量があまり問題にならず厚く積むことができる一方, 熱伝導率が悪くパルス波形にばらつきが生じてしまいエネルギー分解能が劣化してしまう. そこで Bi と Au の二層吸収体にし, 熱容量と熱伝導率両方の問題を解決する.

本節では Bi/Au 二層吸収体でシミュレーションを行い, Bi の熱伝導度をどの程度にすれば位置依存性が生じないかを考察する.

まずは Bi の物性値を計算する. Bi の比熱の温度依存性は

$$c_{\text{Bi}} = 5.39 \times 10T^3 + 3.98 \times 10^{-1}T [\text{JK}^{-1}\text{m}^{-3}] \quad (7.3.5.1)$$

である. そのため動作温度では $c_{\text{Bi}} = 0.332 \text{ JK}^{-1}\text{m}^{-3}$ である. Bi の熱容量 C_{Bi} は 260 μm 角, 厚み 5 μm で

$$C_{\text{Bi}} = 0.332 \times (260 \times 10^{-6})^2 \times (5 \times 10^{-6}) \times 9.47 \times 10^3 = 0.14 \text{ pJ/K} \quad (7.3.5.2)$$

である。§4.2で計算したように、Au 吸収体のみの熱容量は $C_{Abs} = 1.88 \text{ pJ/K}$ であるから Bi を $5 \mu\text{m}$ 積んでも Au 吸収体の熱容量の 7% であり問題はない。図 7.21 に Bi の厚みを変えたときの吸収効率を示す。また、図 7.22 に Au が $2 \mu\text{m}$ 、Bi が $5 \mu\text{m}$ のときの全体の吸収効率を示す。10 keV での吸収効率は 2 倍程度向上することがわかる。Athena X-IFU を参考に、7 keV で 90% 以上の X 線吸収効率を達成するために Bi の厚みは $5 \mu\text{m}$ に設定する。

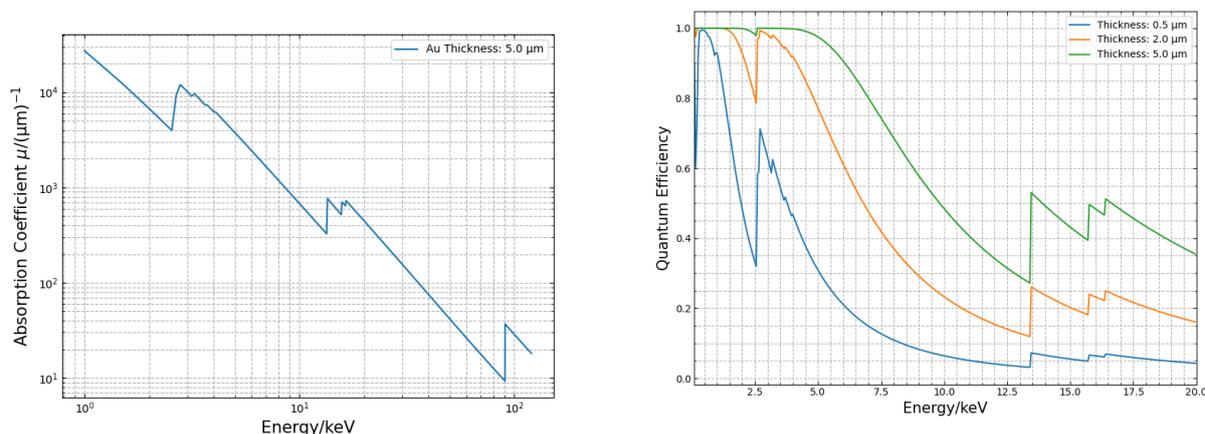


図 7.21. 左: Bi の線吸収率. 右: Bi の厚みを変えたときの吸収効率.

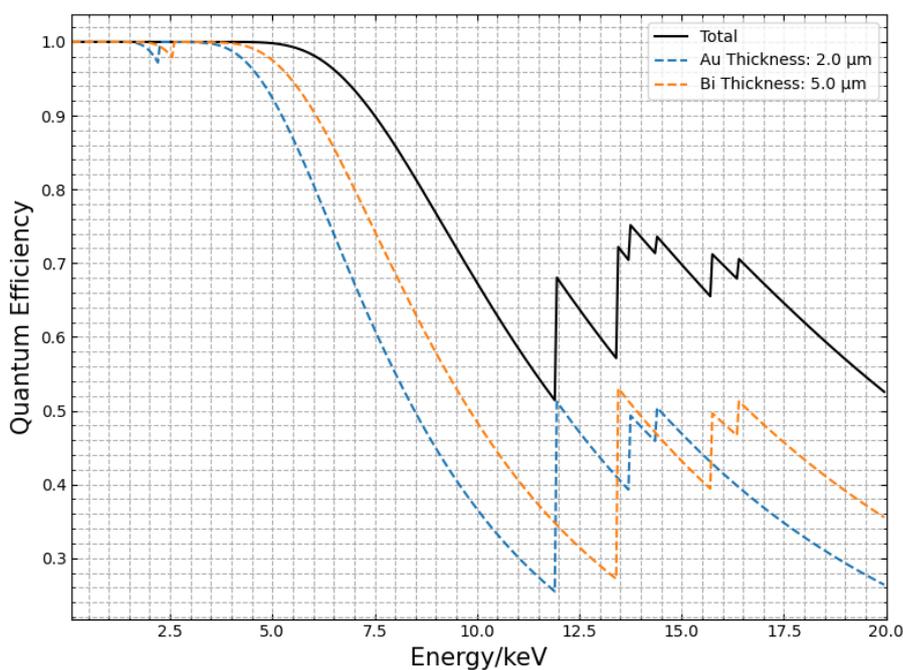


図 7.22. Au を $2 \mu\text{m}$ 、Bi を $5 \mu\text{m}$ としたときの吸収効率.

次に熱伝導度を見積もる。動作点における Bi の熱伝導度は過去の測定結果から、 $6.32 \times 10^{-4} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ である [17]。これは $\text{RRR} = 2.06$ に相当する。

以上から、 $260 \mu\text{m}$ 角 $5 \mu\text{m}$ の Bi を、 $260 \mu\text{m}$ 角 $2 \mu\text{m}$ の Au 吸収体の上につけてシミュレーションを行う。図に Bi/Au 吸収体の構造を示す。Bi の物性値は密度が $9.47 \text{ g}/\text{cm}^3$ である。表 7.6 に Bi 吸収体のシミュレーションパラメータを示す。

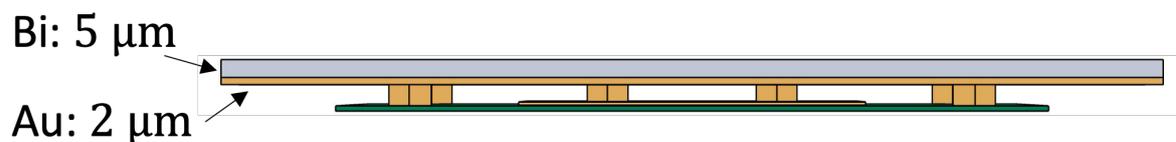


図 7.23. Bi/Au 吸収体 TES カロリメータの構造. $260\ \mu\text{m}$ 角 $2\ \mu\text{m}$ の Au 吸収体の上に $260\ \mu\text{m}$ 角 $5\ \mu\text{m}$ の Bi 吸収体を積んでいる. ただし縦軸のスケールは誇張している.

表 7.6. Bi 吸収体のシミュレーションパラメータ.

パラメータ	値
厚み	$5\ \mu\text{m}$
サイズ	$260\ \mu\text{m}$ 角
比熱	$0.332\ \text{JK}^{-1}\text{m}^{-3}$
密度	$9.47\ \text{g}/\text{cm}^3$
熱伝導率	$6.32 \times 10^{-4}\ \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Type A の素子に Bi 吸収体を付けてシミュレーションをした結果, Bi の RRR が ~ 2 で $0.16\ \text{eV}$ であった. そのため現在確立されている Bi の成膜条件でも十分に問題ないといえる. 今後, Bi/Au 吸収体のマッシュルーム型吸収体を製作していきたいと考える.

7.4 まとめ

マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの吸収体構造による位置依存性の影響と今後製作したい構造が実現可能か評価するために COMSOL を用いて電熱シミュレーションを行った.

まず初めに, 物理的特性をより正しく考察するために, 実測のパルスの再現に取り組んだ. X 線照射試験から得られた Mn $K\alpha$ の平均パルスと一致するように, I - V 測定から得られた諸パラメータ及び R - T カーブをシミュレーションに組み込んだ. パルスハイトや TES の温度が合うようにメンブレンの熱伝導率と Au 吸収体の比熱をファクターで調節する必要があった. パラメータの調節を行うことでパルスハイトは一致させられ, 立ち下がり時定数は最大 20% の差異であった. 比熱の調整については比熱の温度依存性と膜厚の不定性だけでは説明できなかった. メンブレンの熱伝導率を変えてもパルスハイトが変化するため, メンブレンの熱伝導率と Au 吸収体の両方を同時に変化させることで説明可能な値になると考えられる. また立ち下がり時定数をより合わせるためには比熱や熱伝導率の温度依存性の考慮, 適切な動作点の決定 (n と G_0 の組み合わせ), TES の抵抗を温度と電流の関数で表すといったことを行う必要があると考えられる.

次に Au 吸収体に X 線が入射した際の位置依存性によるエネルギー分解能劣化の影響を評価した. 熱源入射位置を変えたときのパルスハイトをエネルギー分解能に換算することで計算した. その結果, 現在の Au 吸収体の成膜条件では位置依存性の影響は最大 $0.09\ \text{eV}$ であり影響は小さいと考えられる. また, Au 吸収体の熱伝導率を変えたときの位置依存性もシミュレーションした. 20% の熱伝導率でも最大で $0.5\ \text{eV}$ のエネルギー分解能の劣化であった. そのため熱伝導率が想定より悪く成膜されていたとしても影響は小さいと言える.

最後に今後製作したい素子の構造についてシミュレーションを行い, 実現可能性を熱伝導率の観点から評価した. 吸収体面積を 4 倍にした場合においても現在の製作条件の熱伝導率であれば位置依存性は $0.40\ \text{eV}$ と影響が小さいと評価できる. また, Au 吸収体の上にさらに Bi 吸収体を $5\ \mu\text{m}$ 積んだ場合も, 現在の Bi の成膜条件であれば位置依存性は $0.16\ \text{eV}$ と影響が小さいと考えられる.

しかし吸収体の面積を大きくしたり、Bi を厚く積むことで現在のステムの本数では吸収体を支えられなくなる可能性がある。今後は構造シミュレーションをすることで応力を計算し支えられるか評価する必要がある。またステムの本数を増やして電熱シミュレーションをし、熱浴へのエネルギーの流れによるノイズ増加を調べ、ステムの本数を増やしても問題がないことを確かめる。その上で大面積吸収体や Bi/Au 吸収体の製作に取組んでいく。

第 8 章

機械学習を用いた X 線パルス処理

Contents

8.1	機械学習の概要	149
8.1.1	機械学習	149
8.1.2	Deep Learning	151
8.1.3	変分オートエンコーダ	153
8.2	データセット	154
8.3	X 線パルス波形からエネルギーを予測	157
8.3.1	目的	157
8.3.2	手法	157
8.3.3	計算時間と予測精度の比較	159
8.4	X 線パルス波形の自動良否判定	159
8.4.1	目的	159
8.4.2	手法	161
8.4.3	結果と議論	162
8.5	Hydra 型 TES カロリメータのイベントの分類	172
8.5.1	目的	172
8.5.2	用いるデータ	173
8.5.3	物理パラメータによるパルスの分類	173
8.5.4	機械学習を用いたパルスの分類	179
8.5.5	Deep Learning を用いたパルスの分類	185
8.6	まとめ	194

衛星運用などでは、限られたリソースで X 線パルスを高速に処理する必要がある。本章では機械学習を用いて X 線パルスの高速処理に取り組む。また、位置検出型 TES カロリメータである Hydra 型 TES カロリメータのイベントの自動分類を行う。

8.1 機械学習の概要

8.1.1 機械学習

機械学習 (Machine Learning; ML) はコンピュータシステムがデータから学習をし、パターンを抽出し、未知のデータに対する予測や意思決定を行うためのアプローチ方法の総称である。データから学び、経験から知識を獲得する能力を指す機械学習は主に三つに分類される。教師あり学習、教師なし学習、強化学習である。

まず教師あり学習とは、入力データと出力データが揃っており、入力データから出力データを推計するためのものである。入力と出力データの間関係を分析する方法として、単回帰、重回帰、回帰木などがある。例えば天候・価

格・販促などの要因から売上を予測することが挙げられる。

以下は、代表的な教師あり学習の手法である。

1. 回帰

- 線形回帰: 一つの目的変数（出力）を一つの説明変数（入力）で予測する。
- 重回帰: 一つの目的変数（出力）を複数の説明変数（入力）で予測する。

2. 分類・予測（回帰）の両方に利用できる手法

- 決定木 (Decision Tree) : データを分類または回帰するためのツリー構造モデル。ある観測値が与えられたとき、その観測値が属するクラスや値を特定するためのルールを階層的に構築する。分類木と回帰木がある。分類木はデータを異なるクラスに分類するためのツリー構造を構築する。回帰木は目的変数が連続の場合に使用される。また、複数の弱学習木（決定木）を組み合わせる強力なモデルを構築する手法をアンサンブル学習という。アンサンブル学習にはバギングとブースティングがあり、バギングは同じアルゴリズムを異なるサブセットのトレーニングデータに対して独立に学習させ、最終的な予測を組み合わせる手法である。また、ブースティングは決定木を逐次的に学習させ、前の決定木の誤差を修正していく手法である。
- ランダムフォレスト (Random Forest) : バギングの代表例で、複数の決定木を独立して学習する。分類の場合は多数決、回帰の場合は平均などで複数の決定木の結果を組み合わせる。各決定木が独立して学習するため、個々の決定木が過剰適合しにくい特徴がある。
- 勾配ブースティング (Gradient Boosting) : ブースティングの代表例で、決定木を逐次的に学習させる。前の決定木の誤差を次の決定木で修正していく iteration が行われる。各決定木の予測は学習率をかけて足し合わされる。学習率は新しい決定木が前の決定木の誤差をどれだけ修正するかを制御する。前の学習器の誤差を修正し、逐次的に学習していくため過剰適合に強い。代表的なアルゴリズムとして XGBoost (eXtreme Gradient Boosting) や LightGBM (Light Gradient Boosting Machine) がある。LightGBM は、通常の勾配ブースティングよりも高速で効率的に学習ができるように設計されており、特に大規模なデータセットや高い次元のデータに対して優れた性能を発揮する。
- ニューラルネットワーク (Neural Networks) : バックプロパゲーションといったアルゴリズムを用いて多層のニューロンから構成されるネットワークを学習させる手法。§8.1.2 で後述する Deep Learning の一種。

次に教師なし学習とは、一連の入力データから、データの背景にある隠れたパターンや構造を見つけ出すものである。教師あり学習と比べると、目的となる変数（出力データ）がないため、各データ間の近さや類似度などを計算して、データをグループに分けたり、データ間のつながりを推計する。統計学では使われないクラスタリング手法が使われることが多い。代表的な例としてはネットショッピングにおけるレコメンデーションを行うロジックなどが挙げられる。

以下は、代表的な教師なし学習の手法である。

1. クラスタリング

- k-means 法: データを指定したクラスタ数に分割し、各クラスタの中心のを計算する。
- 階層的クラスタリング: データを階層的な構造でクラスタに分け、ツリー状に可視化する。

2. 次元削減

- 主成分分析 (Principal Component Analysis; PCA) : 多次元データの主成分を見つけ、データを低次元空間に射影する。
- t-SNE (t-Distributed Stochastic Neighbor Embedding) : データの類似性を保ちながら低次元に射影

し、可視化に利用する。

3. 異常検知

- One-Class SVM (Support Vector Machine) : 正常なデータの領域を特定し、それ以外を異常とみなす。
- オートエンコーダ (AutoEncoder) : ニューラルネットワークを使用してデータの圧縮と再構築を行い、再構築誤差が大きいデータを異常とみなす。

最後に強化学習とは、教師あり・なし学習とは異なり、最初からデータがあるわけではなく、システム自身が試行錯誤しながら、精度を高めていくための学習方法である。例えば、ロボットの歩行距離を伸ばすためにどうすればよいかを考える際に入力データから歩行距離を推計するのではなく、ロボットが歩行距離を伸ばすために自ら新たな歩き方を試行錯誤しながら学んでいく。

8.1.2 Deep Learning

Deep Learning とは、機械学習の一種である。データの背景にあるルールやパターンを学習するために、多層的 (Deep) に構造で考える方法である。Deep Learning は脳の神経を模倣したニューラルネットワークにより構成されている。この構造は「入力層」「中間層」「出力層」の三種類から構成されている。Deep Learning は入力層と出力層の間に、中間層を設け、さらに中間層を多層化して学習する。層を増やすことで、情報の複雑さに対応できるようになり、データの分析精度が向上することが特徴である。

Deep Learning でできることには画像認識、音声認識、自然言語処理、異常検知などがある。つまり人間の手で特徴を指定することが難しい非構造化データの処理である。

複数のニューロンから、あるニューロンへの入力、全結合 (Fully Connected; FC) などの線形変換処理によって一つの数値にまとめられる。全結合層は全ての入力が全ての出力と結合される層である。各ノード (ニューロン) が前の層の全てのノードと結合されているため、入力の全ての情報が次の層に伝達される。全結合層以外にも画像認識に用いられる畳み込み層や、時系列データに用いられる再帰層がある。活性化関数は、その数値を次のニューロンにどのように出力するか、つまりどう活性化するか定義されたものである。線形変換を何度重ねても線形にしか変化せず意味を持たないため、この活性化の変換は非線形変換である必要がある。活性化関数としてはシグモイド関数、tanh 関数、ReLU (Rectified Linear Unit) 関数などが使われる。ReLU 関数は $f(x) = \max(0, x)$ で定義され、入力が正の場合はそのままの値を出力し、入力が負の場合はゼロを出力する。

Deep Learning を Python で実装するためには以下の要素が必要となる。

1. フレームワーク

Deep Learning のフレームワークには TensorFlow (Keras) や PyTorch がある。PyTorch は柔軟性があり、Keras はシンプルで可読性があるという特徴の違いがある。本章では Keras を用いる。

2. GPU サポート

大規模な Deep Learning のモデルやデータセットを扱う場合、GPU を使用することが一般的である。GPU は数値計算を並列に処理できるため、モデルのトレーニング時間を短縮することができる。

3. 損失関数

損失関数は、機械学習や Deep Learning のトレーニングにおいて、モデルが予測する値と実際の目標値 (ラベル) との差異を評価するための関数である。損失関数の目的は、モデルが予測を行う際の誤差を測定し、その誤差を最小化するように学習することである。以下は損失関数の例である。 n はデータポイントの数、 y_i は実際のラベル、 \hat{y}_i はモデルの予測である。

- 平均二乗誤差 (Mean Squared Error; MSE) :

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (8.1.2.1)$$

- 平均絶対誤差 (Mean Absolute Error; MAE) :

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (8.1.2.2)$$

- クロスエントロピー損失 (Cross-Entropy Loss) : 二値分類の場合は二項交差エントロピー (Binary Cross-Entropy), 多クラスの場合は多項交差エントロピー (Categorical Cross-Entropy) と呼ばれる. m はクラスの数である.

$$\text{Binary Cross - Entropy} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i \log(\hat{y}_i) + (1 - y_i) \log(1 - \hat{y}_i)] \quad (8.1.2.3)$$

$$\text{Categorical Cross - Entropy} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{i,j} \log(\hat{y}_{i,j}) \quad (8.1.2.4)$$

4. ネットワークオプティマイザ

ネットワークオプティマイザは Deep Learning のトレーニング時に使用されるアルゴリズムであり, モデルのパラメータを調整して目的関数 (損失関数) を最小化することを目指す. Deep Learning において, モデルは大量のパラメータを持ち, これらのパラメータを効果的に最適化することが学習の鍵となる. ネットワークオプティマイザは, この最適はプロセスを担当する. 代表的なネットワークオプティマイザには, Stochastic Gradient Descent (SGD), Adam (Adaptive Moment Estimation) などがある. 選択するアルゴリズムではタスクやデータに依存し, 実験的な評価が必要であるが, Adam は通常初期設定で良好な結果を得ることができるため広く使われている. 本章では Adam を用いる.

5. モデルアーキテクチャ

ニューラルネットワークの構造や層の配置などを指す. モデルアーキテクチャの選択はタスクやデータに依存し, 様々なアーキテクチャが提案されている.

- フィードフォワードニューラルネットワーク (Feedforward Neural Network) : 最も基本的な形のニューラルネットワーク. 層が直線的に繋がり, データが前から後に一方向に流れる.
- 畳み込みニューラルネットワーク (Convolutional Neural Network; CNN) : 主に画像認識タスクに使用されるアーキテクチャで, 畳み込み層とプーリング層から構成される. 畳み込み層は画像の特徴を抽出し, プーリング層は特徴のサイズを減らすことで計算効率を向上させる.
- リカレントニューラルネットワーク (Recurrent Neural Network; RNN) : 系列データに対するモデリングに使用される. 過去の情報を保持するために再帰的な構造を持ち, 系列データの長期的な依存関係を学習することができる.
- オートエンコーダ (Autoencoder) : オートエンコーダは非教師あり学習で使用され, 入力されたデータを一度圧縮し, 重要な特徴量だけを残したあと, 再度元の次元に復元処理をするアルゴリズムを意味する. 次元削減だけでなく, 生成モデルとしても用いられる. 異常検知や次元削減などに利用される. オートエンコーダの学習は, 入力データと一致するデータを出力することを目的とする教師なし学習である. オートエンコーダのネットワークは, 入力したデータの次元数を一旦下げ, 再び戻して出力するという構造になっているため, 入力から出力への単なるコピーは不可能である. オートエンコーダの学習過程では, 入出力が一致するように各エッジの重みを調整していく. この学習を通して, データの中

から復元のために必要となる情報だけを抽出し、それらから効率的に元のデータを生成するネットワークが形成される。こうしてオートエンコーダの前半部分は次元削減、特徴抽出の機能を獲得し、後半部分は低次元の情報をソースとするデータ生成機能を獲得する。前半部分をエンコーダ、後半部分をデコーダと呼ぶ。オートエンコーダの派生である変分オートエンコーダについては 8.1.3 で説明する。

また、Deep Learning ではニューラルネットワークにおいて逆誤差伝播 (Backpropagation) を行う。逆誤差伝播は重みやバイアスといったパラメータの更新を行うための最適化アルゴリズムの一つである。ニューラルネットワークは入力から出力までの間に複数の隠れ層が存在し、それぞれの層には重みやバイアスが関連付けられている。逆誤差伝播は、ネットワークの学習中に、与えられた入力に基づいて出力がどれだけ誤っているかを評価し、その誤差を最小化するように各層の重みを調整する。逆誤差伝播は以下の手順で行われる:

1. 順伝播 (Forward Propagation)

ニューラルネットワークに入力データを与え、出力を計算する。これは各ノード (ニューロン) での加重和と活性化関数を用いて行われる。

2. 誤差計算

出力値と目標値との誤差を計算する。これは、一般的に平均二乗誤差などの損失関数を用いて行われる。

3. 逆伝播 (Backward Propagation)

誤差を逆伝播させて、各層の重みやバイアスに対する偏微分を計算する。この際、連鎖律を用いて、各層のもみやバイアスに対する誤差の寄与度を求める。

4. 重みやバイアスの更新

勾配降下法やその他の最適化アルゴリズムを使用して、各層の重みやバイアスを更新する。目標は、誤差を最小化するように重みやバイアスを更新することである。

このプロセスを複数回繰り返すことで、ニューラルネットワークは訓練データに適応し、入力に対する適切な出力を生成できるようになる。また活性化関数や損失関数、それに伴う順伝播の計算すべてが微分可能でなければならない。微分可能性がないと、偏微分が定義されないため、逆伝播の勾配計算が行えず、最適化アルゴリズムによる重みやバイアスの更新が行えない。

8.1.3 変分オートエンコーダ

変分オートエンコーダ (Variational AutoEncoder; VAE) は通常のオートエンコーダと異なり、潜在変数を確率変数として表す。一般的には N 次元の潜在変数が、 N 次元正規分布にしたがうように学習する。オートエンコーダでは、次元削減後の特徴ベクトルには特に制約はなかった。そのため、特徴空間上でデータがどのように表現されているのかはわからない。しかし、VAE ではここに正規分布という制約を設けることでデータの潜在空間上での分布に連続性が生じ、似た潜在変数からは似たデータが生成されるようになる。しかし、このランダムサンプリングという操作は微分不能という問題がある。誤差逆伝播し、ネットワークを学習させるには、各ノードをつなぐエッジが微分可能な演算でなければならない。そこで Reparameterization trick という方法を用いる。標準正規分布からランダムにサンプリングして得る確率変数 ε を導入し、これを用いて潜在変数を決定する。このようにすることでエンコーダとデコーダは微分可能なエッジで繋がり、誤差逆伝播が可能となる。即ちエンコーダの出力として平均 μ と標準偏差 σ を推定し、それらで表される正規分布からランダムサンプリングによりデコーダに入力する潜在変数 z を決める:

$$z = \mu + \sigma \odot \varepsilon \quad (8.1.3.1)$$

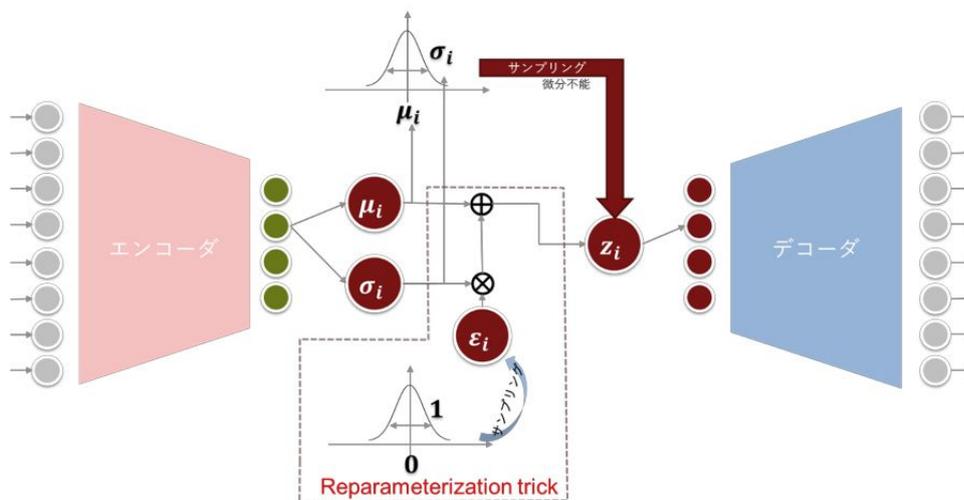


図 8.1. VAE のネットワーク構造.

8.2 データセット

以下の検証で用いるデータセットの X 線照射試験の測定条件を表 8.1 に示す. Type は三種類ある. 「Mushroom」は単ピクセルのマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータ, 「Hydra」は 2×2 ピクセルのマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータ, 「Norml」は吸収体が TES よりも小さく, TES の直上にある TES カロリメータを指す. それぞれ素子の写真を図 8.2, 8.3, 8.4 に示す.

§8.3 ではパルスデータからエネルギーを予測することを「Mushroom」Type の素子を用いて行う. §8.4 ではパルスの自動良否判定を基本的に「Mushroom」Type の素子で行い, 「Normal」Type の素子は比較のために用いる. §8.5 では「Hydra」Type の素子を用いて Hydra 型 TES カロリメータの分類を行う.

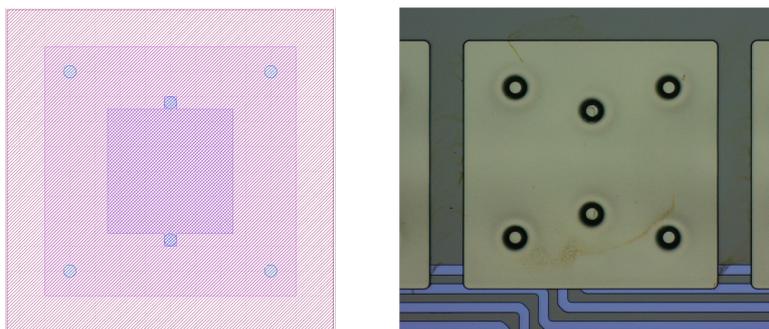


図 8.2. Mushroom 型吸収体 TES カロリメータの構造. 左: GDS ファイル画像. 右: 素子の写真.

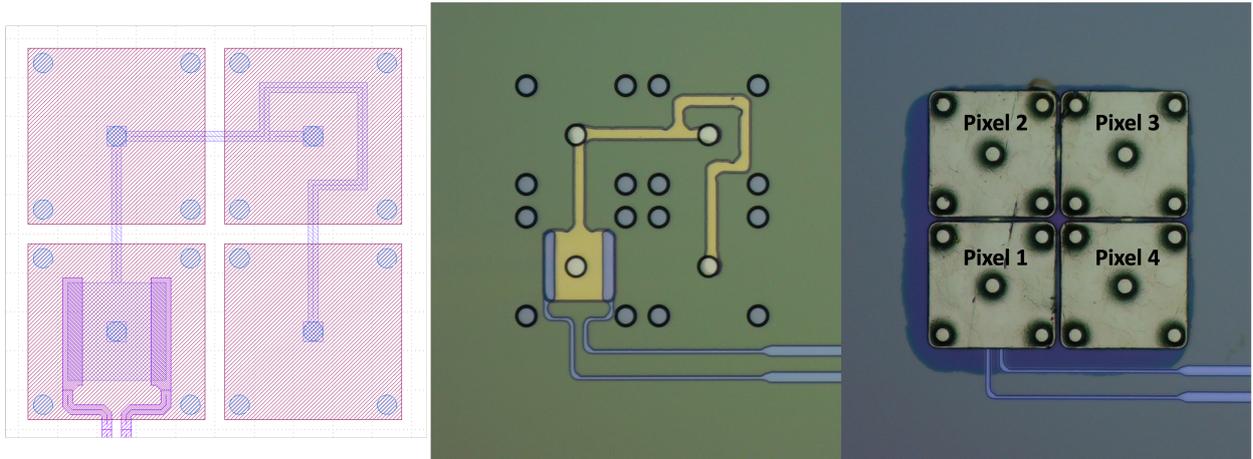


図 8.3. Hydra 型 TES カロリメータの構造. 左: GDS ファイル画像. 中央: マッシュルーム型吸収体の下にある Hydra の構造. TES から熱パスが伸びている. 右: マッシュルーム型吸収体を付けた Hydra 型 TES カロリメータ. 4つの吸収体があり, TES に近い吸収体から Pixel 1, 2, 3, 4 と定義する.

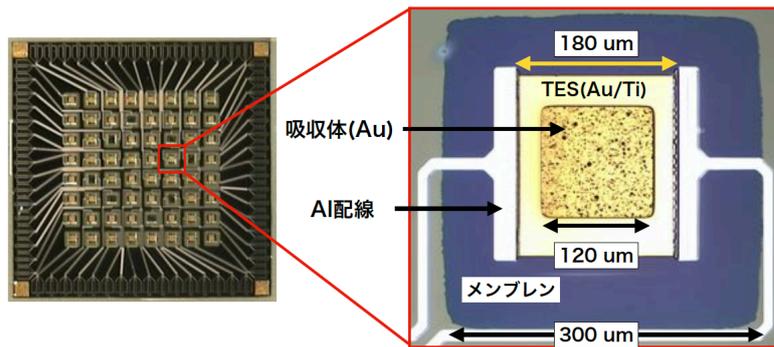


図 8.4. TMU425 の素子の写真. 吸収体は TES よりも小さく, TES の直上にある.

表 8.1. 本章で用いるデータセットの測定条件.

測定 ID	素子 ID	Type	$T_{\text{bath}}/\text{mK}$	$I_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$V_{\text{bias}}/\mu\text{V}$	$\phi_{\text{bias}}/\mu\text{A}$	$I_{\text{TES}}/\mu\text{A}$	G.B.P./GHz	$R_{\text{FB}}/\text{k}\Omega$	Sampling Rate/MHz	ADC 分解能/bit	照射線源	イベント数
run012	JAXA120 Ea4 D3	Mushroom	120	16.003	999.81	12.41	185.03	1.5	100	41.67	15	^{55}Fe	5884
run041	JAXA120 Ea4 E1	Hydra	110	12.002	700.04	-25.3	215.20	1.5	100	41.67	15	^{55}Fe	2141
run051	JAXA120 Ea4 A5	Mushroom	120	12.002	700.04	-15.06	170.25	1.5	100	41.67	15	^{55}Fe	32032
run088	JAXA120 Ea4 E1	Hydra	75	13.002	500.32	44.46	243.21	1.5	100	62.50	15	^{41}Ca & ^{55}Fe	7914
TMU	TMU425	Normal	90	13.002	599.97	-28.04	259.95	1.5	100	40.00	15	^{55}Fe	1449

8.3 X 線パルス波形からエネルギーを予測

8.3.1 目的

次世代の X 線天文衛星に搭載される TES カロリメータは大規模アレイ化が進んでおり、より高速で精度の良い X 線パルス処理手法が必須である。本節では X 線パルス処理において Deep Learning が有効であることを確認するために、X 線パルスからエネルギーを予測し、非 Deep な機械学習と Deep Learning を比較する。

8.3.2 手法

X 線パルスを説明変数、X 線パルスのパルスハイトに対して最適フィルタ処理を行いエネルギーに換算した値を目的変数に設定して教師あり学習を行う。X 線パルスのエネルギーは最適フィルタ処理を用いて算出する。非 Deep な機械学習のアルゴリズムとしては LightGBM (Light Gradient Boosting Machine) を用いる。一方、Deep Learning としては全結合層と ReLU (Rectified Linear Unit) 関数を組み合わせたモデルを用いる (図 8.5)。そして、テストデータの予測にかかった時間と平均二乗誤差 (Mean Squared Error; MSE) を比較する。

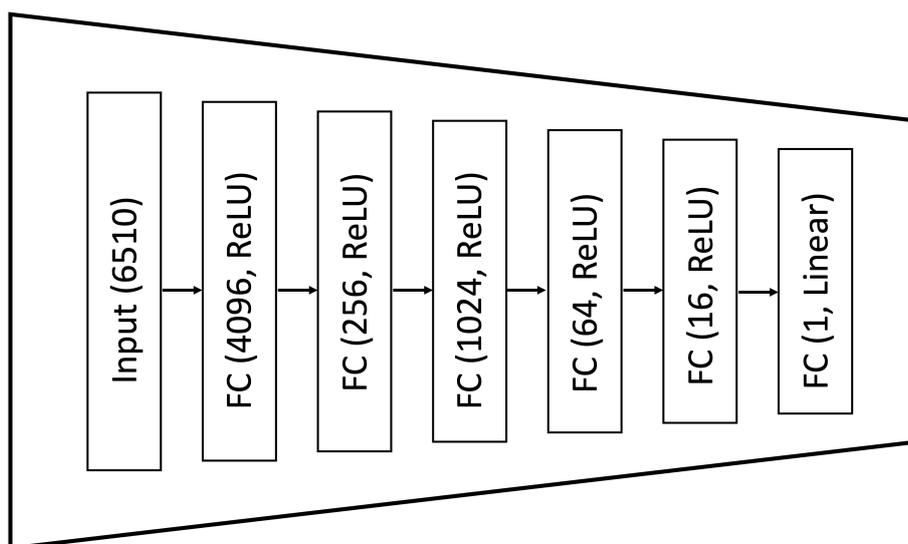


図 8.5. パルスからエネルギーを予測する Deep Learning のモデル。全結合層を 6 層にし、パルスの 6510 次元を入力させ 1 次元のエネルギーとして出力している。

用いるデータは JAXA120 Ea4 A1 で X 線照射試験をした結果 (run051) を 64bin でダウンサンプリングしたものである。パルスは 32032 個、それぞれの次元 (データ点数) は 6510 である。全パルスデータとエネルギースペクトルを図 8.6 に示す。全データは訓練データ 65% とテストデータ 35% に分割した。

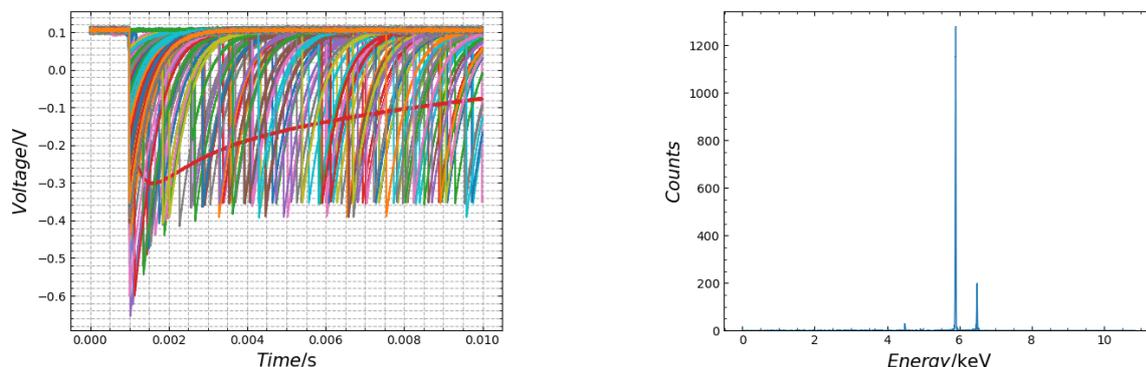


図 8.6. JAXA120 Ea4 A1 の X 線照射試験結果 (run051). ^{55}Fe 線源のみを当てている. 左: 全パルスデータ. 右: 最適フィルタ処理を用いて計算したエネルギースペクトル.

計算には立教大学山田研究室^{*1}の GPU サーバーを使用した. グラフィックカードは NVIDIA GeForce GTX 1080 Ti である. 以下の §8.4 や §8.5 でも同様の環境で計算を行う.

LightGBM のモデルパラメータは, 決定木の数を 20, 決定木の葉の数を 50, 学習率を 0.05 とした. トレーニングに要した時間は 40 秒である. 一方 Deep Learning の学習には Adam アルゴリズムをネットワークオプティマイザとして使用し, 100 エポックにわたって行った. バッチサイズ 32 でネットワークトレーニングに要した時間は 480 秒である. 図 8.7 に LightGBM と Deep Learning の学習曲線を示す.

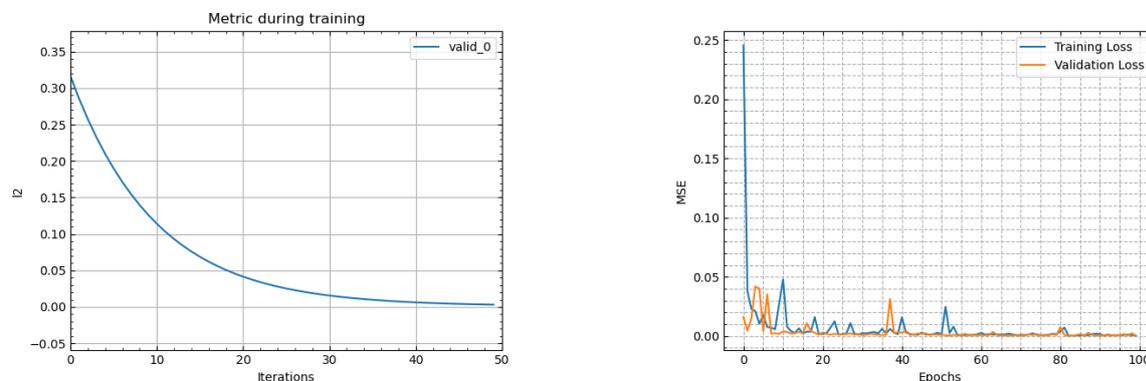


図 8.7. 左: LightGBM の学習曲線. 右: Deep Learning の学習曲線.

^{*1} <https://sites.google.com/rikkyo.ac.jp/syamada-lab/>

8.3.3 計算時間と予測精度の比較

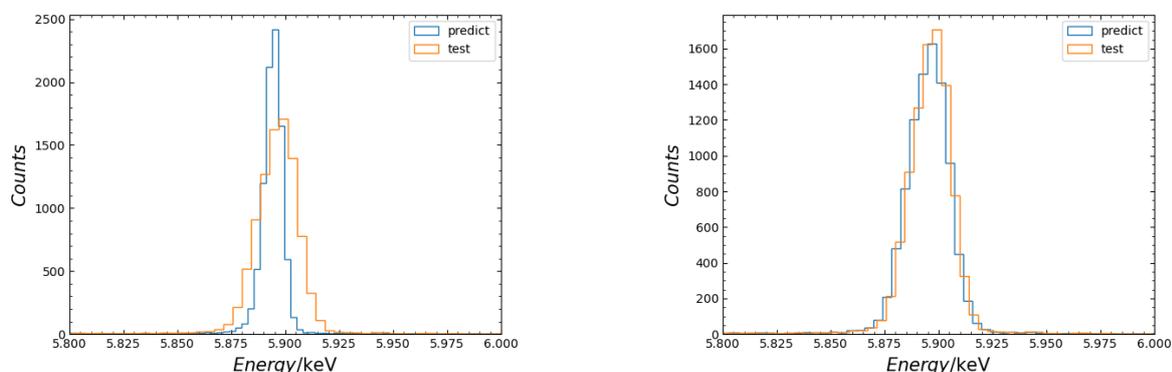


図 8.8. 左: Mn $K\alpha$ のテストデータと LightGBM で予測したエネルギースペクトル. 右: Mn $K\alpha$ のテストデータと Deep Learning で予測したエネルギースペクトル. テストデータとエネルギースペクトルが類似しているほど MSE が小さい. LightGBM より Deep Learning の方が MSE が精度良く予測できていることがわかる.

LightGBM の学習曲線とテストデータに対して予測した Mn $K\alpha$ のヒストグラムを図 8.8 に示す. 計算時間は 98.6 ms, MSE は 3.08×10^{-3} であった. また, Deep Learning の学習曲線とテストデータに対して予測した Mn $K\alpha$ のヒストグラムを図に示す. 100 エポックのニューラルネットワークでは計算時間は 744 ms, MSE は 3.45×10^{-4} であった. 100 エポックでは Deep Learning の方が計算時間は約 7.5 倍かかるが, 精度は一桁良いという結果になった. しかしどちらのモデルも約 3 万個のパルスに対して 1s 未満で計算を行うことができ, 十分に高速であると考えられる. モデルの変更やハイパーパラメータのチューニングを行うことで計算時間の削減や予測精度の向上が見込めるが, これは今後の課題である. 以上より, Deep Learning は X 線パルス処理において有効であるといえる.

表 8.2. LightGBM と Deep Learning の計算時間及び MSE の比較.

Model	計算時間/ms	MSE
LightGBM	98.9	3.08×10^{-3}
Deep Learning	744	3.45×10^{-4}

8.4 X 線パルス波形の自動良否判定

8.4.1 目的

TES カロリメータにおいて, 高いエネルギー分解能を実現するためには X 線パルスに対して最適フィルタ処理を行う. 最適フィルタ処理を行う際には, TES カロリメータの X 線パルスの解析形状が通常わからないため, 得られたデータ自体で計算された平均パルスが用いられる. 平均パルスを用いることで, 理想的なパルス形状を可能な限り表現していることが期待されるが, 平均値を取ったデータセットに理想的な形状から大きく外れた形状のパルスが存在すると, エネルギー分解能が劣化する原因となる. そのため, いわゆる「bad」パルスをフィルタリングすることがエネルギー分解能を向上させるためには重要となる (図 8.9). 「bad」パルスの要因としてはダブルパルス, トリガーに引っかかったノイズ, ベースラインが大きく揺らいでいるパルスなどが挙げられる. ダブル

パルスはテンプレートの時間を短くすることで個々のパルスとして処理できるが、エネルギー分解能が悪くなる。XRISM/*Resolve* などの PSP (Pulse Shape Processor) ではダブルパルスは除去せずに入射イベント前後の時間間隔によってイベントをグレード付けしている [8]。本研究では"Hp (High resolution Primary)"に相当する最もエネルギー分解能が良いイベントの分類を行う。

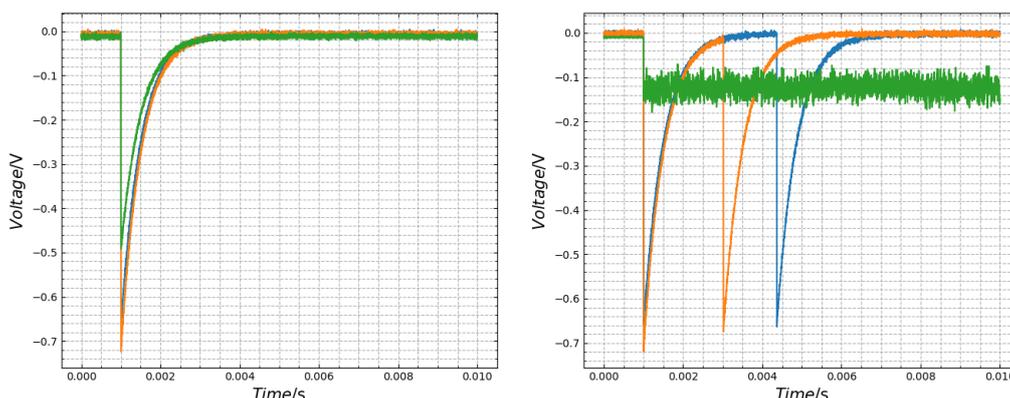


図 8.9. 左: good パルスの例. 右: bad パルスの例. ダブルパルスや FLL リセットの際にトリガーに引っかかったパルスである。

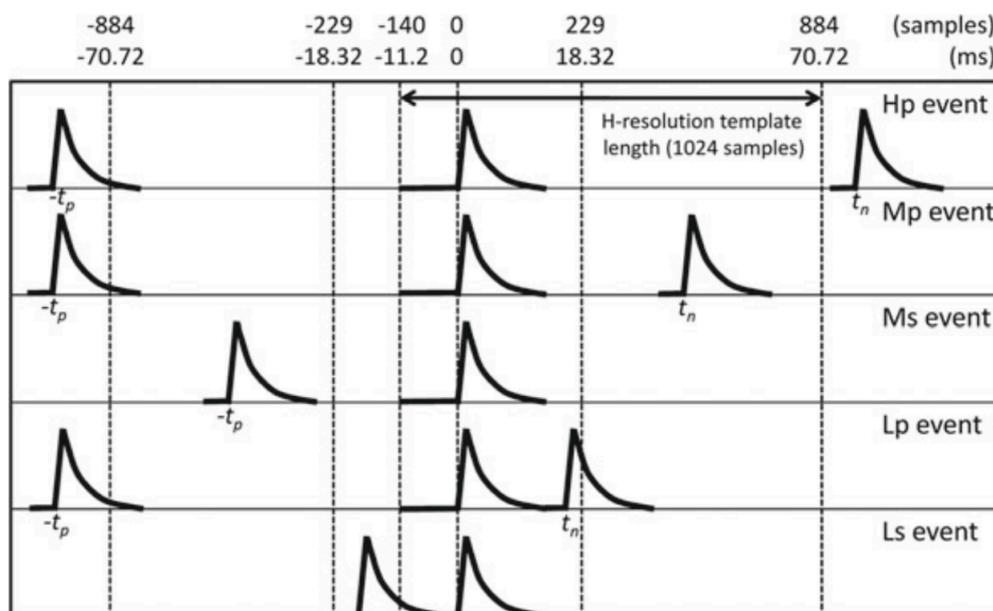


Fig. 5.7 Schematic view of grades for pulse arriving at $t = 0$ [24]. [Reproduced with permission from Ishisaki, Y., et al., Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 4(1), 011217 (2018). Copyright 2018 Author(s), licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License]

図 8.10. XRISM/*Resolve* におけるイベントのグレード付け。

しかし、個々のパルスの良し悪しを判断することは容易ではない。例えばベースラインレベルのゆらぎや立ち上がり/立ち下がり時間などを用いてパルスの形状をパラメータ化することが考えられる。これらの要素はパルスの形状をある程度反映しているが、パラメータのチューニングには試行錯誤を繰り返す必要があり、前処理にはオー

バーヘッドが発生する。さらに、パルスを何らかの解析関数でモデル化し、残差を評価する手法も考えられる。しかし、実際の波形は検出器の熱的、電氣的、機械的な複雑な反応に支配されているため、単純な解析モデルで表されることは少なく、そのような残差統計の分布も複雑になる。そのため複雑な残差統計を解析するのは本データを解析するのと同等に労力を要する。もしこれらの方法が確立されている場合でも、別の問題がある。これらの手法は基本的に「good」パルスと「bad」パルスの比較に基づいているため、学習データに存在しないような未知の「bad」パルスに対して機能しない可能性がある。そのため、高速かつ自動で未知の「bad」パルスに対しても機能する評価手法が必要となる。

本節では、「good」なパルスと「bad」なパルスを自動かつ高速に判定することを目的とする。また、この処理を行うことでエネルギー分解能を向上するか検証する。

8.4.2 手法

各波形の良否判定を行うために、ニューラルネットワークアーキテクチャである変分オートエンコーダ (VAE) を使用した。VAE の詳細な説明は §8.1.3 を参照。VAE は入力エンコーダネットワークと、エンコーダネットワークの直後に直列に接続されたデコーダネットワークから構成されるネットワークである。エンコーダネットワークの出力次元は通常入力次元よりも小さく、デコーダネットワークは小さい次元の潜在変数を用いて入力データを再現するように学習される。

VAE ネットワークが与えられたデータセットを用いて学習を行ったとき、そのエンコーダは入力ベクトルの圧縮表現を計算することを学習し、デコーダは圧縮表現から学習データの生成モデルを通じてベクトルを生成することを学習する。したがって、学習を行った VAE ネットワークに任意のデータを入力すると、結果として得られる出力は以下の二つになる。

1. 入力インスタンスがトレーニングデータセットと類似している場合
→ ニューラルネットワークはそのように学習されているため、対応する出力は入力と類似する
2. 入力インスタンスがトレーニングデータセットの典型的なインスタンスと大きく異なる場合
→ ニューラルネットワークはトレーニングデータセットに類似したインスタンスのみを再現する能力を持っているため、出力は入力と大きく異なる

以上より、入力とそれに対応する出力の違いを定量化することで、入力と訓練データの類似性を評価することができる。つまり、訓練データセットが clean なデータのみで構成されていれば、入力データを「good」データと「bad」データに分類することができる。

VAE ネットワークは、Python のニューラルネットワークライブラリ Tensorflow2.6.0 を使用して実装した。エンコーダとデコーダには全結合層を用いた。各々の全結合層には 64 個のニューロンがあり、出力は ReLU 活性化関数を用いて非線形変換される。さらにデコーダの最終層のみをシグモイド関数で活性化し、出力値が 0 ~ 1 の範囲になるようにした。さらに潜在変数は 2 次元とした。これは good なパルスは基本的に類似しており、good なパルスのバリエーションを表現する固有次元は大きくない方が良いからである [35]。ニューラルネットワークの概略図を図 8.11 に示す。

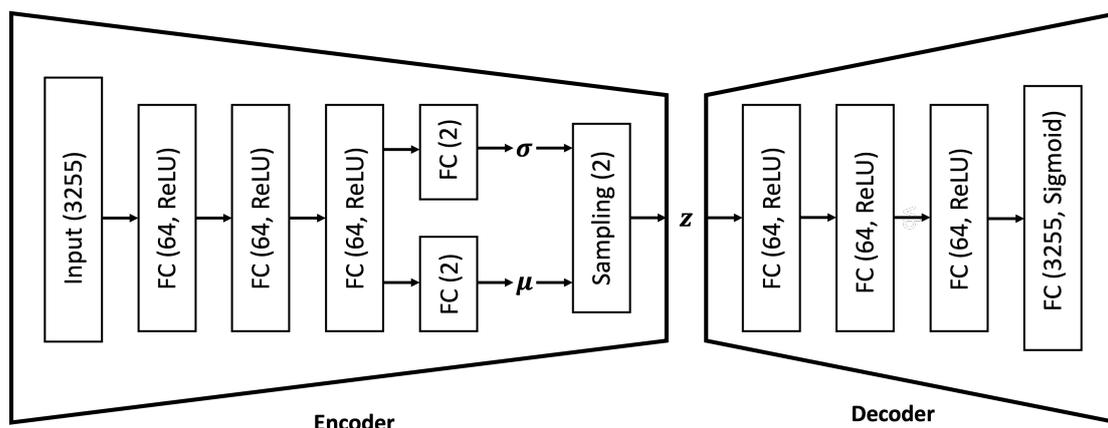


図 8.11. VAE のニューラルネットワークモデル. エンコーダとデコーダの両方に全結合層を用いた. 二次元の潜在ベクトル z は $z \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2 \mathbf{I})$ を用いて複数のガウス分布からランダムにサンプルされる. ここで, μ と $\sigma^2 \mathbf{I}$ はそれぞれ平均と対角共分散行列で, エンコーダの最後の全結合層において計算される.

学習に用いるデータは JAXA120 Ea4 D3 で X 線照射試験を行った結果 (run012) を 64bin でダウンサンプリングしたものである. パルスは 5884 個, それぞれの次元 (データ点数) は 6510 である. さらにこのデータセットからダブルパルスや FLL リセットの際の不要なデータを除去したものをクリーンデータセットとして学習させる. 図 8.12 に run012 の全データセットと, 手でダブルパルスをや FLL リセットしたデータを除去したデータセットを示す. 全てのパルスは, 各々の最大値と最小値を用いて縦軸 (電圧) 方向に規格化した. これは規格化しないと上手く学習が行えなかったためである. また, 全データをトレーニングデータ 80%, テストデータ 20% に分割した. バッチサイズ 64 で 20 エポックにわたってネットワークトレーニングに要した時間は 300 秒である.

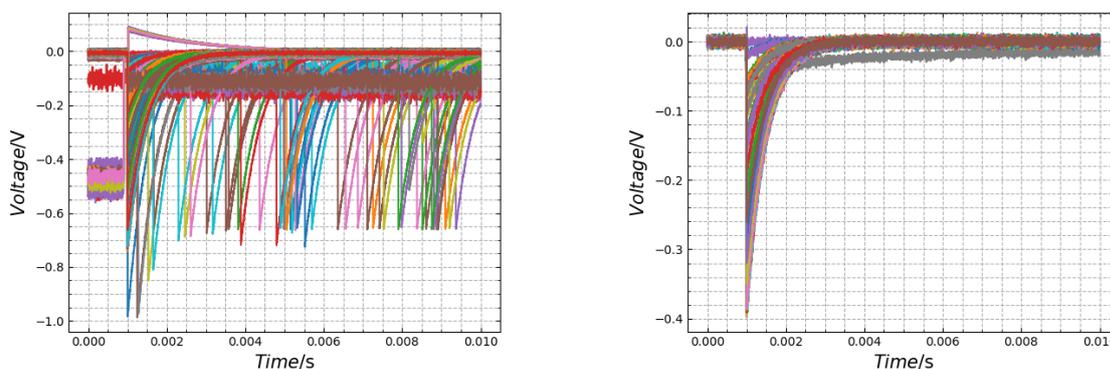


図 8.12. 左: run012 の全データセット. 右:run012 のダブルパルスや FLL リセットの際の不要なデータを除去したデータセット.

8.4.3 結果と議論

図 8.13 に訓練データとして run012 を学習させたときの入力と出力を示す. 学習曲線は図 8.15 である.

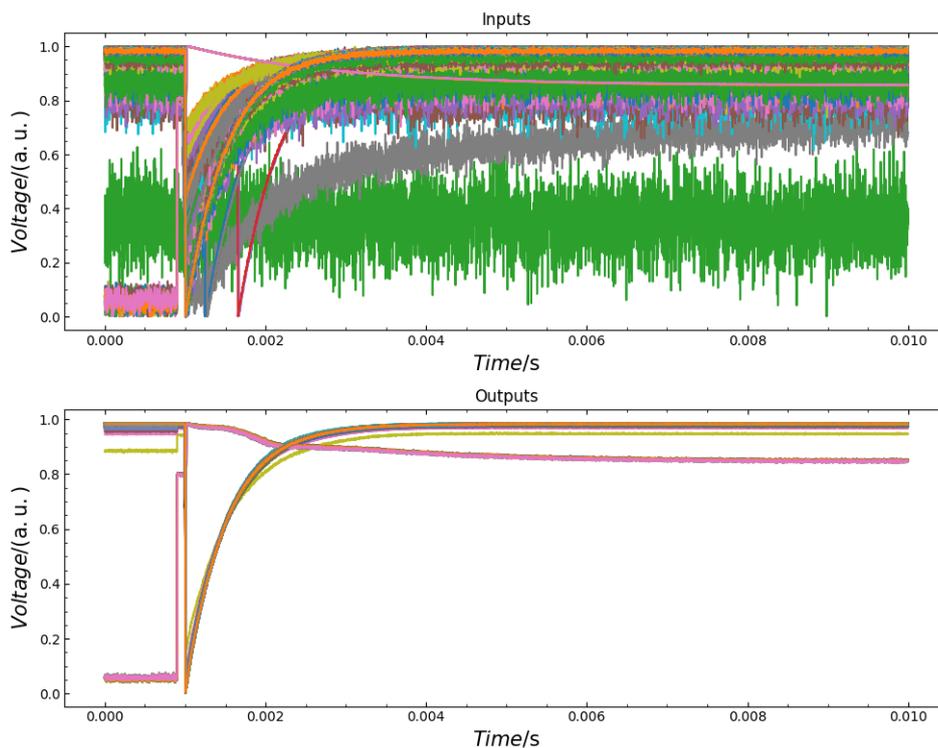


図 8.13. VAE に入力した run012 の全パルスと再構成された出力。入力は規格化している。

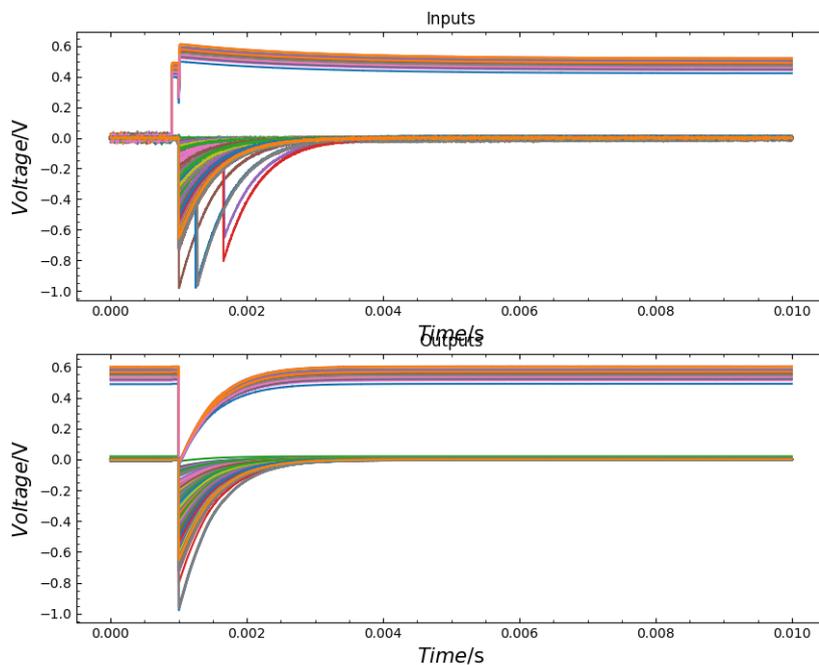


図 8.14. VAE に入力した run012 の全パルスと再構成された出力。図 8.13 で行った規格化を元に戻して表示した。

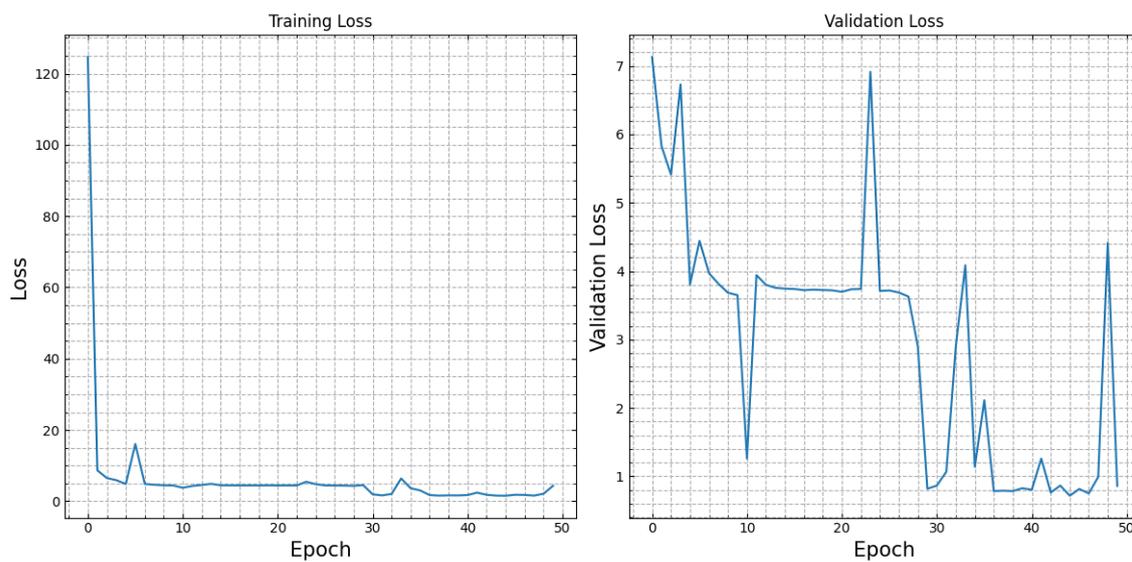


図 8.15. run012 を VAE に学習させたときの学習曲線.

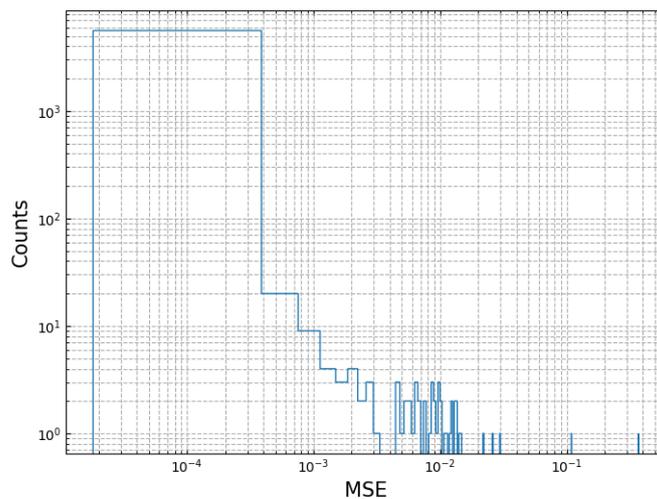


図 8.16. run012 の入力と出力の MSE のヒストグラム.

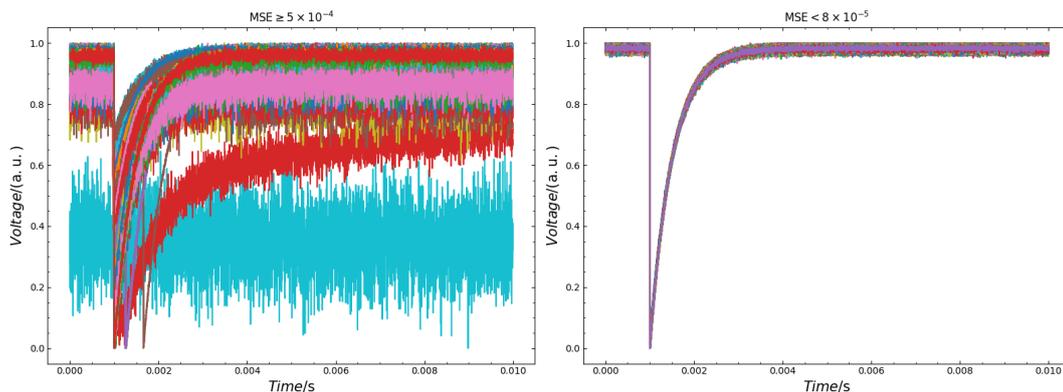


図 8.17. MSE のヒストグラムから選択したパルス. 左: $MSE \geq 5 \times 10^{-4}$ のパルス. 右: $MSE < 8 \times 10^{-5}$ のパルス. 選択する MSE を小さくすることで bad データを除去できていることがわかる.

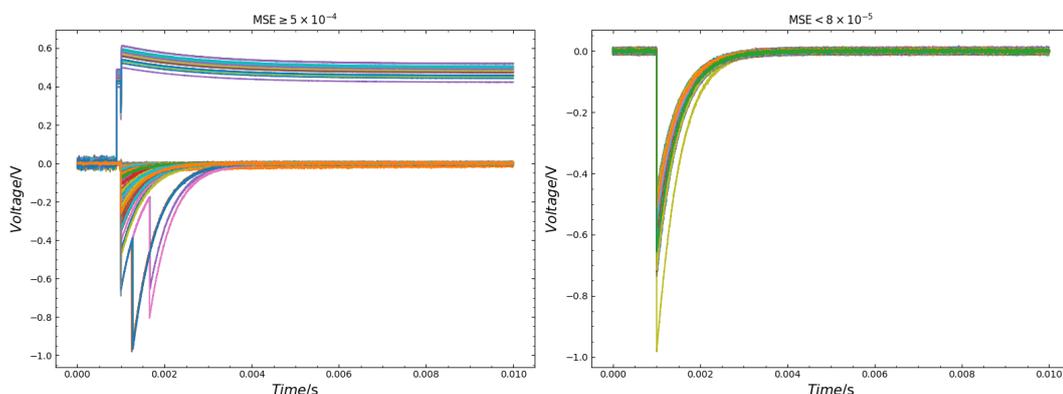


図 8.18. MSE のヒストグラムから選択したパルスを規格化から元に戻したもの. 左: $MSE \geq 5 \times 10^{-4}$ のパルス. ノイズが右: $MSE < 8 \times 10^{-5}$ のパルス.

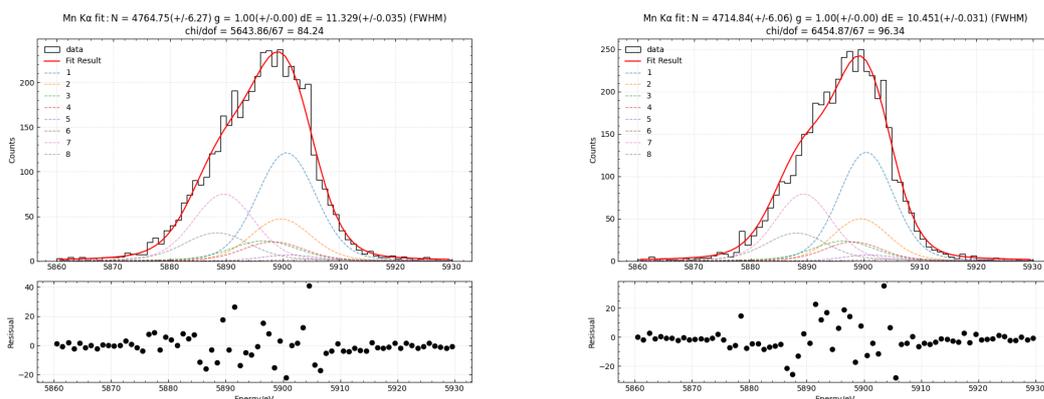


図 8.19. 右: 全てのデータセットで計算した Mn K α のエネルギー分解能. 左: clean なデータセットで計算した Mn K α のエネルギー分解能.

次に run012 を VAE に予測させたときの入力と出力を図 8.13 に示す. このとき, 入力データを X_{orig} , 出力データを X_{pred} とすると, MSE は $MSE = \langle (X_{pred} - X_{orig})^2 \rangle$ で定義される. 図 8.16 に MSE のヒストグラムを示す. このヒストグラムにおいて MSE の閾値を設定し, 閾値以上/未満の入力パルスを選択する. $MSE \geq 5 \times 10^{-4}$ と

MSE $< 8 \times 10^{-5}$ のデータを図 8.17 に示す。MSE $\geq 5 \times 10^{-4}$ のパルスはダブルパルスやノイズが多いデータであり、逆に MSE $< 8 \times 10^{-5}$ のパルスは clean であることが確かめられる。

比較として、run012 のデータにおいて、データリダクションを行ったデータと、VAE を用いて取得した good なデータのみでエネルギー分解能を評価する。全データセットの Mn K α のデータは 4645 個であったが、MSE $< 8 \times 10^{-5}$ の Mn K α のデータは 4508 個であった。MSE に閾値を設定することで約 3% データを除外した。その結果、全データセットで計算した Mn K α のエネルギー分解能は 11.33 eV なのに対して、MSE $< 8 \times 10^{-5}$ のデータセットで計算した Mn K α のエネルギー分解能は 10.45 eV であった。図 8.19 にそれぞれの Mn K α のエネルギースペクトルを示す。単純計算で 0.88 eV 向上させることができた。また、計算時間は 1 秒であった。

次に、この学習させたニューラルネットワークが他の素子においても同様に機能するかを検証する。計算に用いるデータは JAXA120 Ea4 A5 で X 線照射をした結果 (run051) である。図 8.20 に run051 の全パルスを示す。データ数は 32032、データ数は 6510 である。このデータを run012 を学習させたニューラルネットワークに入力させた。計算時間は 32032 \times 6510 のデータに対して 2.7 秒であった。入力と出力を図 8.21 に示す。入力は規格化している。また、この入力と出力の MSE のヒストグラムを図 8.22 に示す。図 8.23 からわかるように、MSE を選択することで good と bad なデータに分別できていることが確かめられる。全データの Mn K α のデータ数は 25742、good な Mn K α のデータ数は 19463 であった。それぞれ Mn K α の輝線に対してエネルギー分解能を計算すると全データが 13.95 eV、good なデータセットは 13.90 eV であった。約 24% データを除去することでエネルギー分解能が 0.05 eV 向上した。しかし、データ数を減らしすぎるとエネルギースペクトルとしての情報を失うため、適切な MSE の閾値を設定することが求められる。そのため、この手法はエネルギー分解能を向上させるという目的ではなく、前処理を自動かつ高速で行う目的に使用するのが適していると考えられる。

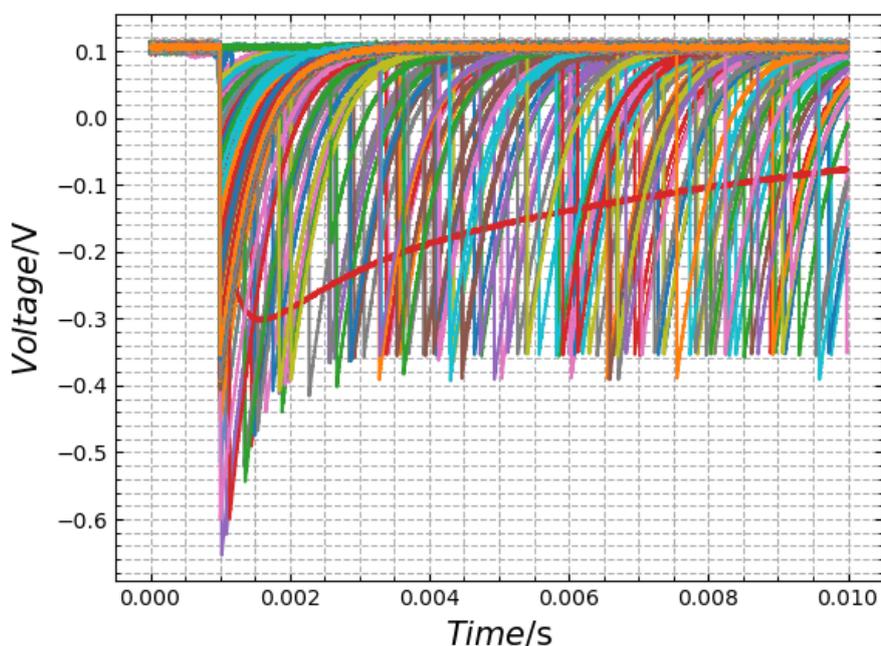


図 8.20. run051 の全パルス。ダブルパルスが多く混じっている。

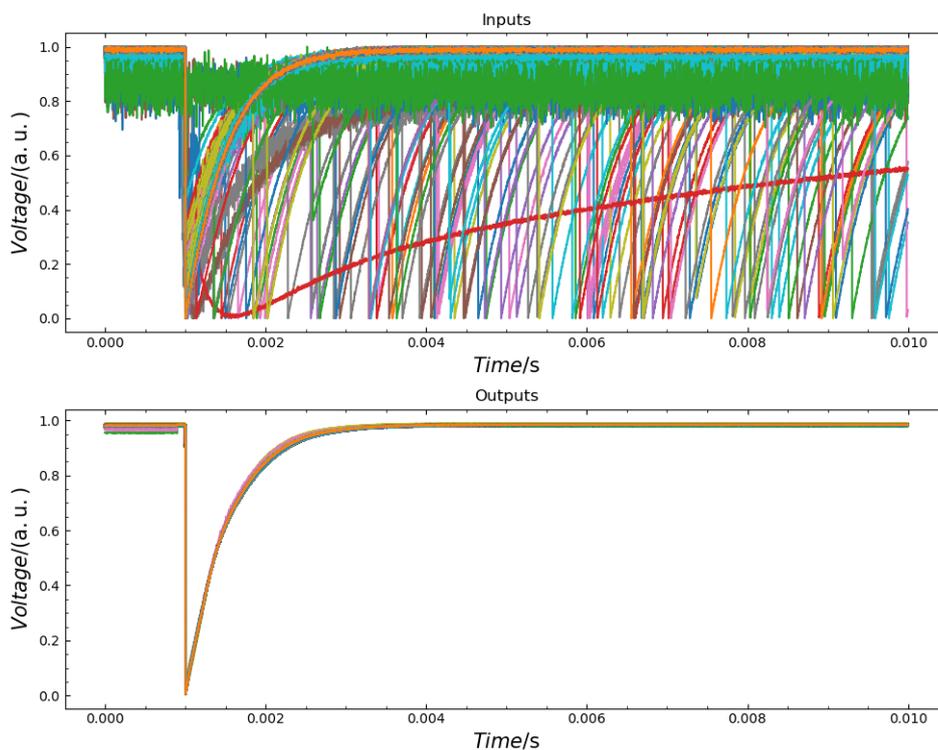


図 8.21. run051 の入力と出力. 入力は規格化している. 学習させたデータセットに類似するように出力されていることがわかる.

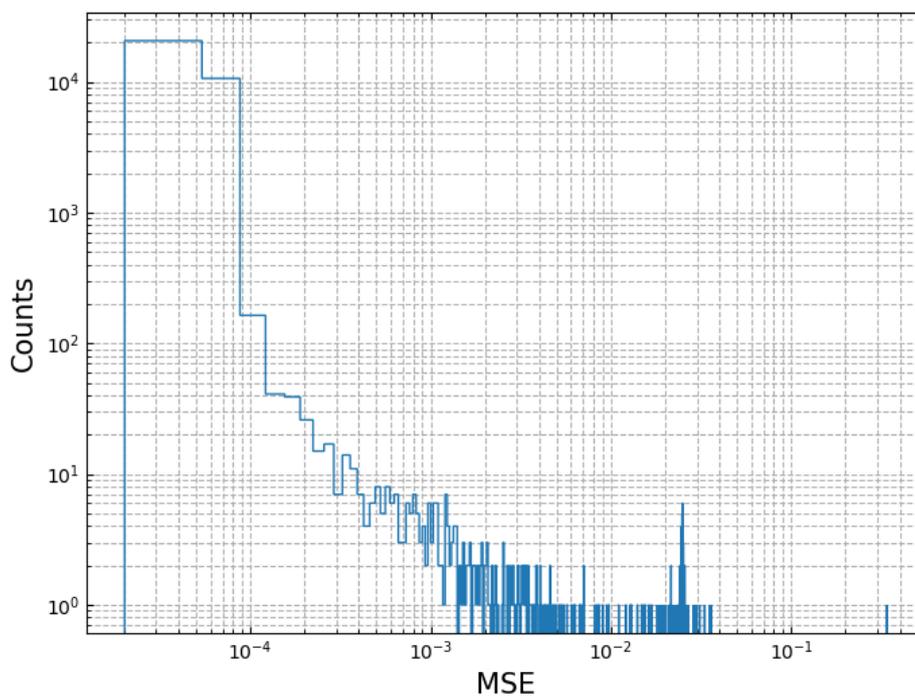


図 8.22. 図 8.21 における入力と出力の MSE のヒストグラム.

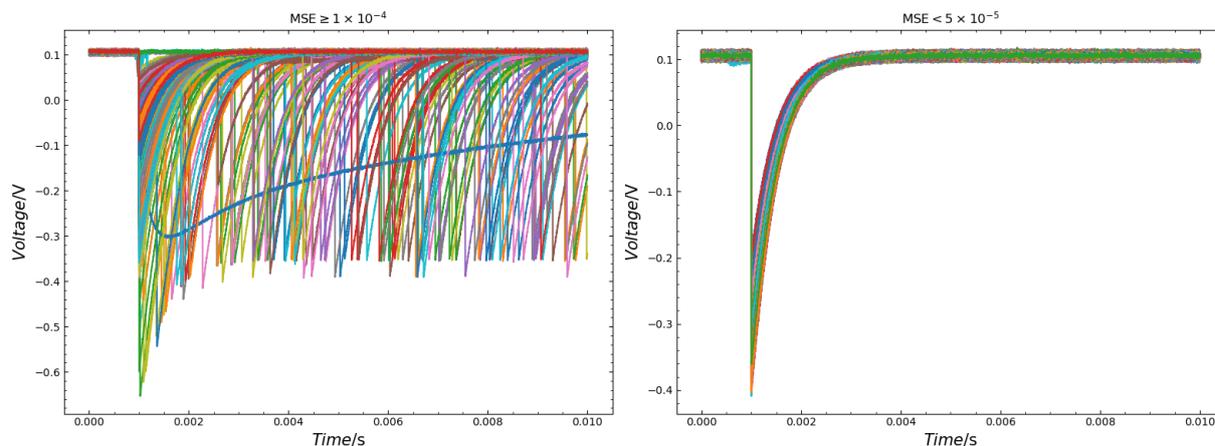


図 8.23. run051 の MSE のヒストグラムから選択したパルス. 左: $MSE \geq 1 \times 10^{-4}$ のパルス. ダブルパルスが多く混じっており, bad データが選択できている. 右: $MSE < 5 \times 10^{-5}$ のパルス. good なデータが選択できている.

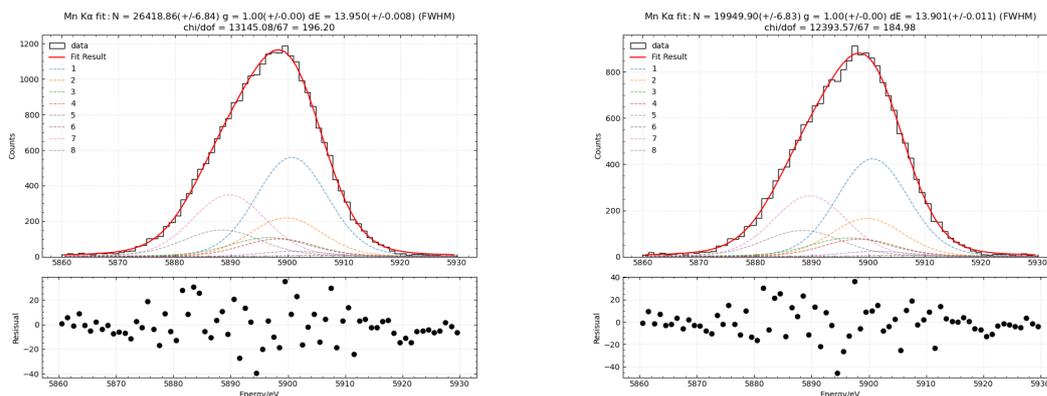


図 8.24. 左: 全てのデータセットの Mn K α のエネルギースペクトル. 右: good なデータセットの Mn K α のエネルギースペクトル. エネルギー分解能はそれぞれ 13.95 eV, 13.90 eV と計算された.

表 8.3. 選択する MSE と Mn K α のデータ数の関係.

MSE	Number of data for Mn K α
8×10^{-5}	25724
7×10^{-5}	24053
6×10^{-5}	20433
5×10^{-5}	19463

以上より, 同じマッシュルームタイプの TES であれば, 一度 VAE のニューラルネットワークに学習させてしまえば他の素子であっても good と bad データに分別できることがわかった. また, 32032×6510 のデータに対しても数秒で処理できるため, VAE を用いた手法は高速処理に適しているといえる.

最後に, 全く異なるタイプの TES カロリメータにおいてもマッシュルームを学習させたニューラルネットワークで同様に分別できるか確かめる. 用いるデータは TMU425 で X 線照射試験を行った結果 (TMU) である. この素子は吸収体の面積が TES よりも小さく, TES の直上に吸収体に乗っている. 図 8.25 に TMU の全パルスを示す. マッシュルームタイプの TES である run012 や run051 とパルスの形状が異なることがわかる. パルス数は

1449 個、時間長は 3126 である。このデータセットは学習をさせた run012 とデータ点数が異なるので、1 次元スプライン補間を行ったのち、時間長を 6510 点に分割した。run012 を学習させたニューラルネットワークで TMU の時間長を補正したデータセットを入力としたものを図 8.26 に示す。ただし入力規格化している。また、規格化を直してプロットしたものが図 8.27 である。出力は run012 のパルスに似た形状に再構成されていることがわかる。この入力と出力の MSE を図 8.28 に示す。前述の通り、全てのパルスが run012 の形状に類似するように再構成されているので、全体的に MSE が大きい。しかし、MSE の閾値を 1.0×10^{-2} に設定することで、図 8.29 のように good データと bad データに分別することができた。異なるタイプの TES であり、時定数が異なるパルスであっても good と bad データに分別することができることがわかった。これより good なパルスは基本的に類似しており、good なパルスのバリエーションを表現する固有次元は 2 次元で十分であることが確かめられた。当然、異なるタイプの TES であればその素子自体でニューラルネットワークに学習させることが分別精度を上げることに繋がるが、clean なデータセットを用意することができない場合でも一度構築した VAE を再利用できると確かめられた。

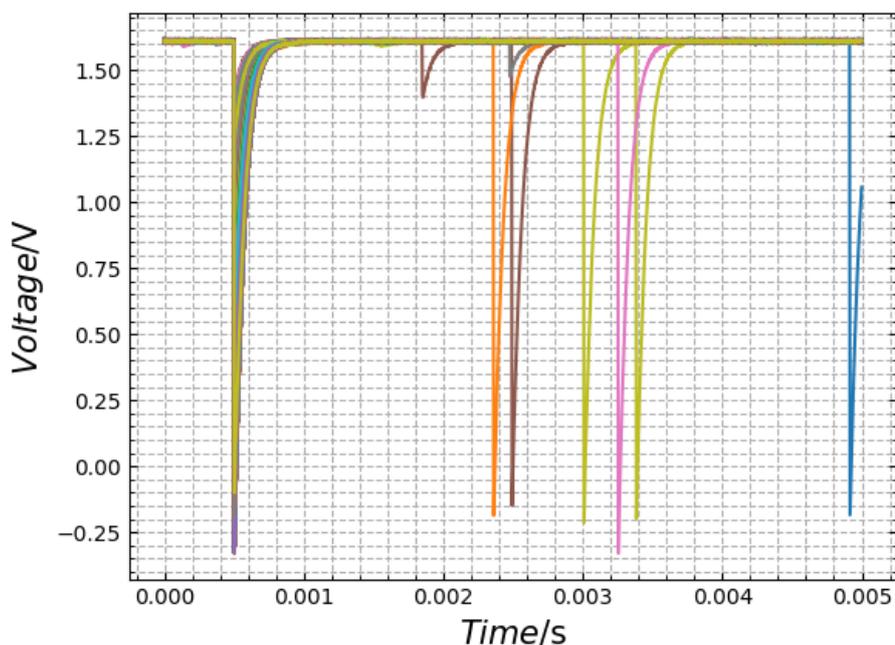
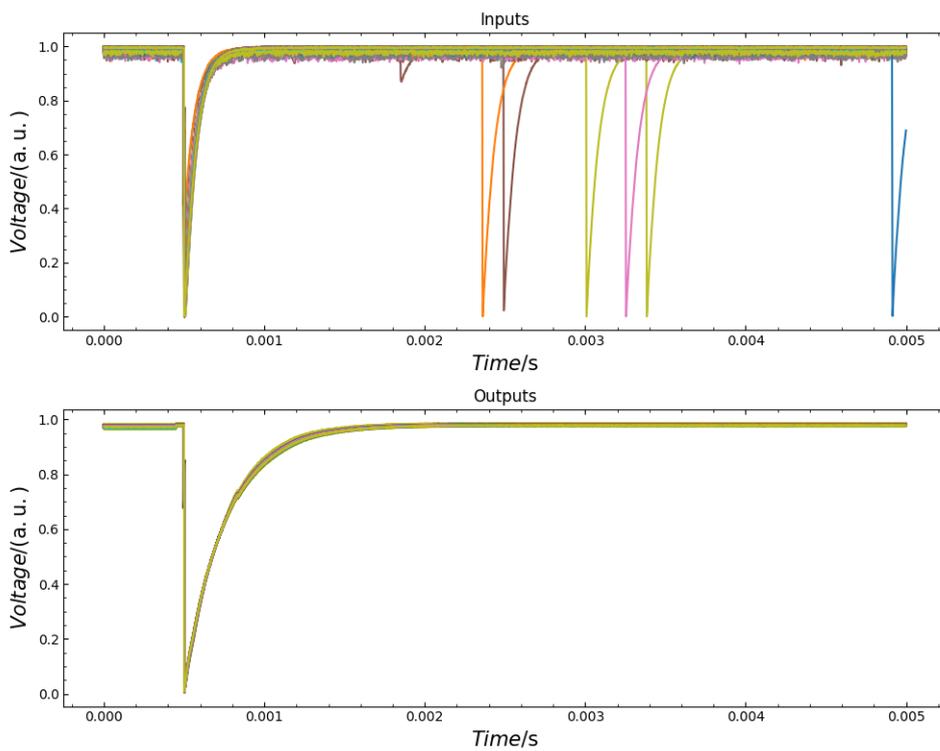


図 8.25. TMU の全パルス。マッシュルームタイプ TES である run012 や run051 とパルスの形状が異なることがわかる。



H

図 8.26. run012 を学習させたニューラルネットワークに入力させた TMU のデータセットとそのパルス出力。入力は規格化している。

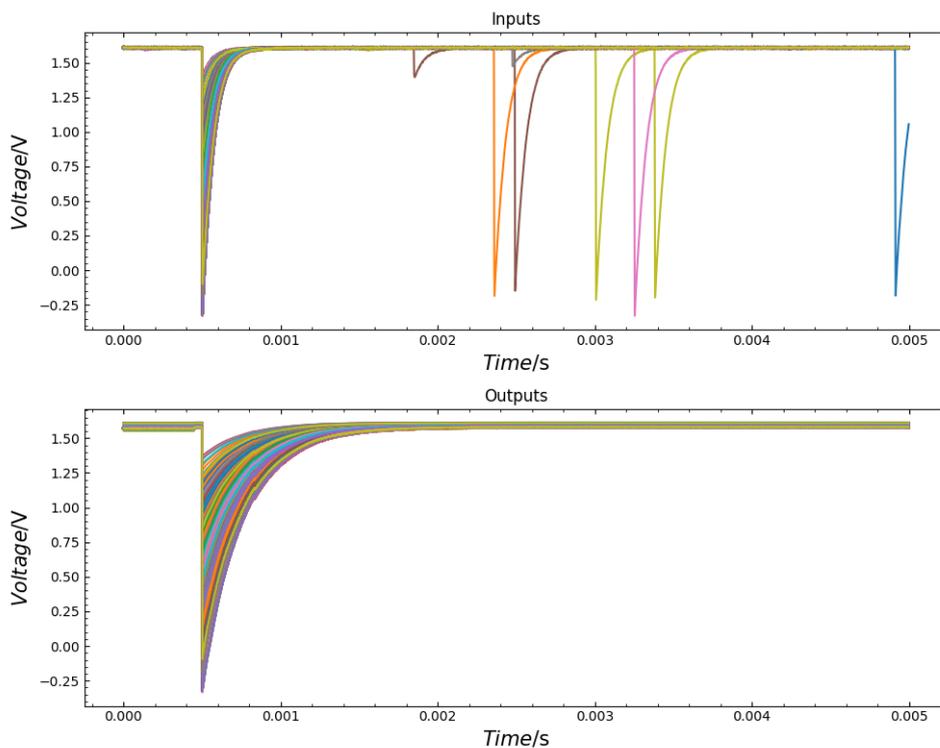


図 8.27. 図 8.26 における規格化を直してプロットしたパルス。

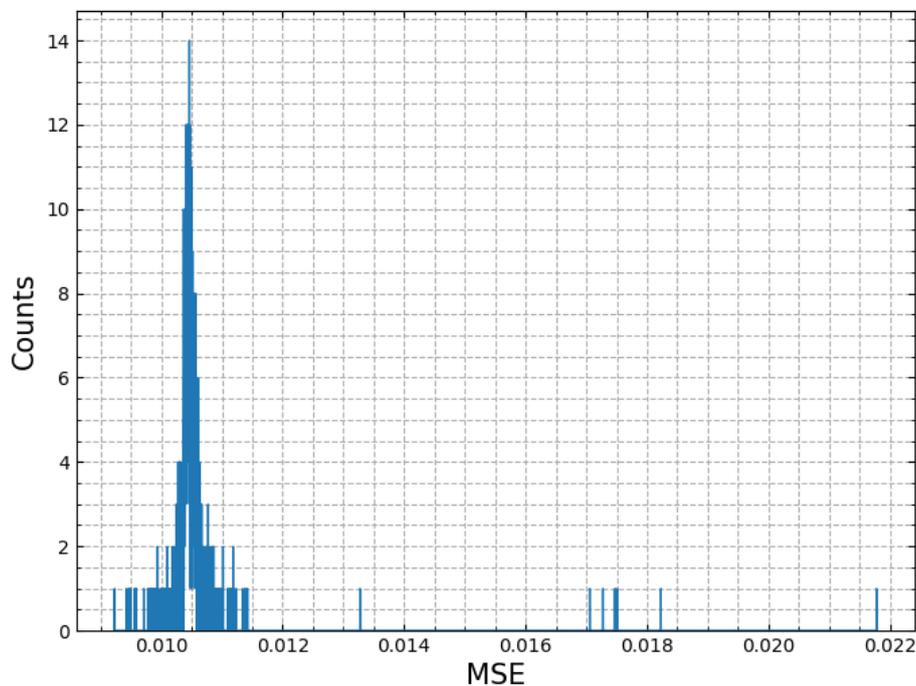


図 8.28. 図 8.26 における入力と出力の MSE.

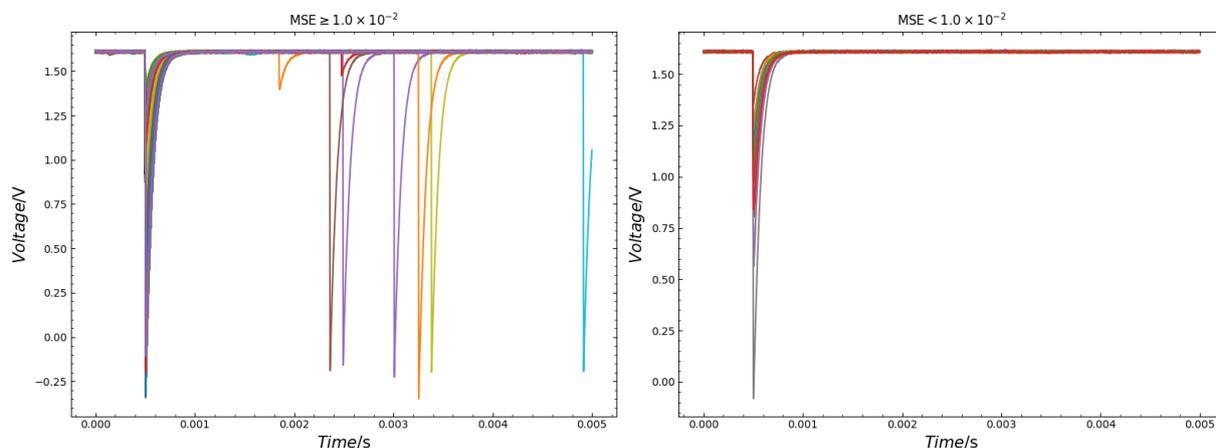


図 8.29. 左: $MSE \geq 1 \times 10^{-2}$ のパルス. 右: $MSE < 1 \times 10^{-2}$ のパルス. MSE で good と bad データを分別できている.

今回はエンコーダとデコーダに全結合層をそれぞれ 3 層ずつ用いた. 全結合層を増やしたり, ハイパーパラメータのチューニングを行うことでより精度を上げられると考えられる. また, その他の畳み込み層 (Convolutional Layer) や再起層 (Recurrent Layer) などを用いることで改善する可能性がある. 一度任意の TES カロリメータのデータでニューラルネットワークに学習させてしまえば, 他のタイプの TES カロリメータでも同様に自動で前処理を行えることが実証された. さらに, 学習させる clean なデータセットをシミュレーション等によって生成する方法も考えられる. パルスハイトの異なる複数のパルスを生成すれば実測の clean データセットを必要とせず学習が行える可能性がある.

8.5 Hydra 型 TES カロリメータのイベントの分類

8.5.1 目的

Hydra 型 TES カロリメータは、位置感応 TES (Position Sensitive TES; PoST) 型マイクロカロリメータの一つである [36]. TES カロリメータのアレイに用いられる最大ピクセル数は、多くの実用上の課題によって制約されている。PoST 型マイクロカロリメータは、性能がある程度妥協しても、読み出し部品、配線、電気接続の数を相応に増加させることなく、ピクセル数を増やすことができる。PoST 型マイクロカロリメータはさまざまな形で研究されてきたが、一般に Hydra と呼ばれるマルチ吸収体 TES カロリメータが注目されている。Hydra は、1 つの TES に対して異なる熱コンダクタンスまたは熱リンクを持つ複数の X 線吸収体で構成されている。これらのリンクはそれぞれ熱ローパスフィルターとして機能し、Hydra の各ピクセルに吸収された X 線に対して異なる特性パルス形状を生じさせる。したがって、この検出器は、独立したピクセルのアレイと比較した場合、性能 (エネルギー分解能や計数率) を多少犠牲にするものの、より大きな焦点面カバー率、または同じカバー率で改善された角度分解能を達成するために使用することができる。

Hydra は X 線天文学への応用が期待され、NASA の 2030 年代のミッションコンセプトである Line Emission Mapper (LEM) に採用されている。2 keV 以下の大視野のサイエンスを目標にしており、銀河周辺物質 (Circum-Galactic Medium; CGM) や銀河間物質 (InterGalactic Medium; IGM) の化学に焦点を当てている。LEM のマイクロカロリメータは 4 ピクセルの Hydra が 4000 個 (合計 16,000 ピクセル) で構成されている。さらに、1 eV のエネルギー分解能を持つ小さなサブアレイと Hydra のハイブリッドアレイ構成も検討されている。要求性能は $E < 2 \text{ keV}$ で $\Delta E_{\text{FWHM}} \sim 2 \text{ eV}$ である。

マイクロカロリメータでは、吸収された光子のエネルギー E は最適フィルタ処理を用いて決定される。Hydra は複数のピクセルがあるため、個々のピクセル毎に正しいフィルタを決定する必要がある。そのためにはまず正しいピクセルの位置を決定しなければならない。将来的に多ピクセル (3×3 以上) でマルチエネルギーを測定した際にも各ピクセルのパルスを正確に分別することを目指して、機械学習及びディープラーニングを用いた X 線パルス分類手法を検討する。図 8.3 に我々の研究グループで製作した Hydra の素子の構造を示す。Pixel 1 (の TES 直上の stem) から Pixel 2 (の TES 直上の stem) までの距離は $100 \mu\text{m}$, Pixel 1 から Pixel 3 の距離は $200 \mu\text{m}$, Pixel 1 から Pixel 4 の距離は $400 \mu\text{m}$ となっている。また Hydra の各ピクセルのイベントを図 8.30 に示す。パルスハイトと時定数が変化していることがわかる。図 8.31 に Hydra の構造を横から見た概略図を示す。まずパルスハイトが変化する理由としては見かけ上の熱容量がピクセル毎に異なるからである。Pixel i に X 線が入射すると、配線に熱が伝わる過程で Pixel j ($1 \leq j \leq i$) にも伝熱する。つまり Pixel j から Pixel i までが見かけ上の熱容量として働き、 $\text{PH} = E/C$ が変化する。次に時定数が変化する理由は熱拡散時間の違いである。時定数が熱リンクから配線までの距離に依存するため $\tau(\text{Pixel } i) < \tau(\text{Pixel } i + 1)$ となる。

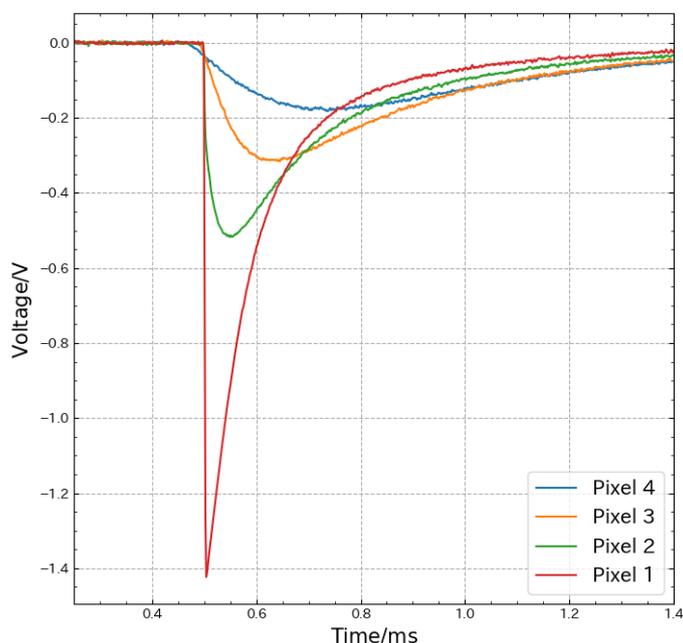


図 8.30. Hydra の各ピクセルのイベント．パルスハイトと時定数が変化している．



図 8.31. Hydra の構造を横から見た概略図．

8.5.2 用いるデータ

Hydra 型 TES カロリメータである JAXA120 Ea4 E1 に ^{55}Fe 線源を照射したデータ (run041) 及び, ^{41}Ca と ^{55}Fe 線源を照射したデータ (run088) を用いる．どちらも 64bin でデータリダクションを行った．run041 のパルス数は 2141 個, データ点数は 3255 である．run088 のパルス数は 7914 個, データ点数は 4883 である．

8.5.3 物理パラメータによるパルスの分類

非 Deep な機械学習や Deep Learning を用いて分類を行う前に, まずは一般的な手法として X 線パルスを物理パラメータを用いて分類する．

手法

パルスデータから計算できる物理パラメータのみで分類を行う．物理パラメータとしてはパルスハイト, 立ち上がり時定数, 立ち下がり時定数, ピークタイムを計算した．パルスハイトは電圧値の最小とベースラインとの差で定義している．また, 立ち上がり時定数はパルスハイトの 80% と 20% となる時間の差で, 立ち下がり時定数はパ

ルスハイトの 20% と 80% となる時間の差で定義している。さらにピークタイムは電圧値が最小となる時間そのものと定義した。物理量を組み合わせることで 1 次元プロット, 2 次元プロット, 3 次元プロットをし, 分類を行った。2 次元プロットは立ち上がり時定数に対するパルスハイト, 立ち下がり時定数に対するパルスハイト, ピークタイムに対するパルスハイト, 立ち上がり時定数に対する立ち下がり時定数を分類した。3 次元プロットは立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するパルスハイト, 立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するピークタイムで分類した。

結果

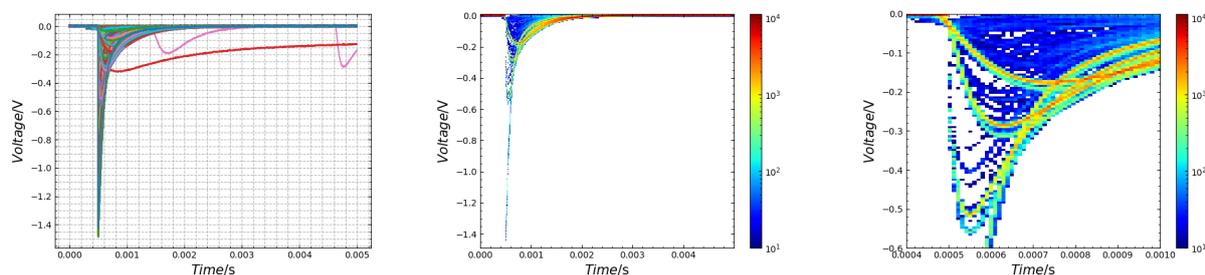


図 8.32. run041 のパルスデータプロット。左: 全パルスデータ, 中央: 全パルスデータの二次元ヒストグラム, 右: 全パルスデータの二次元ヒストグラムを拡大したもの。大きく分けて四種類のパルスがあることがわかる。

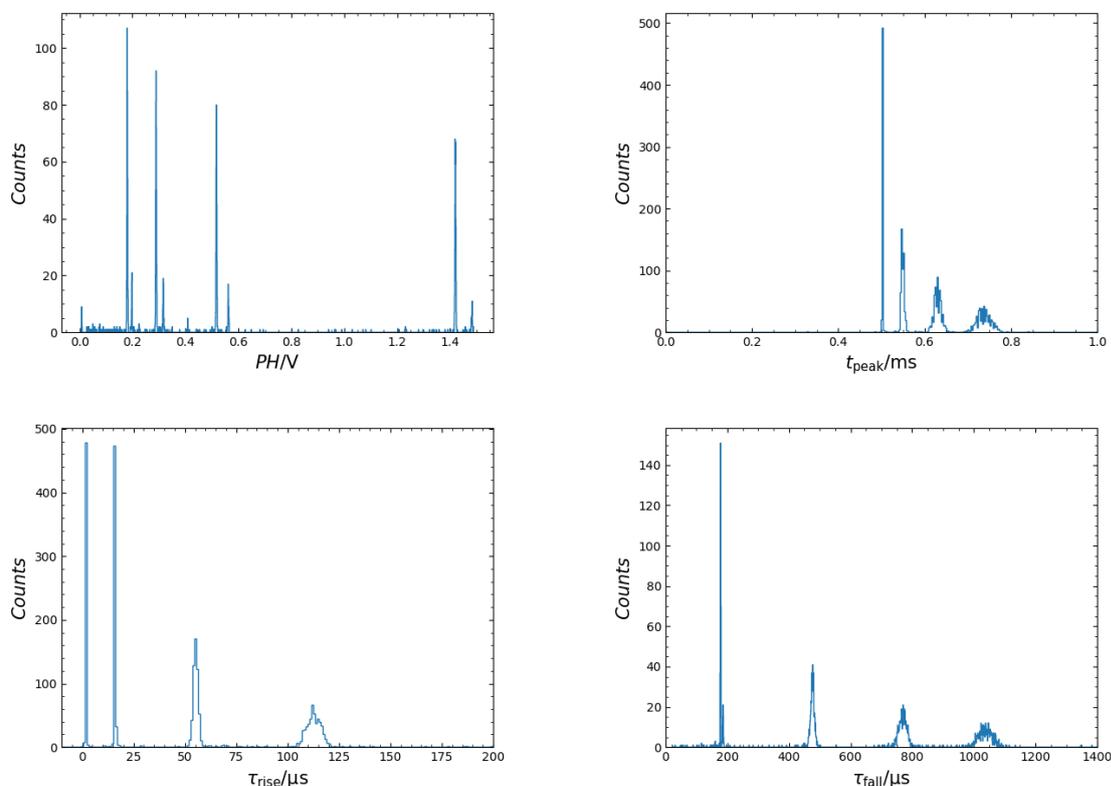


図 8.33. run041 の物理パラメータのヒストグラム。左上: パルスハイトのヒストグラム, 右上: ピークタイムのヒストグラム, 左下: 立ち上がり時定数のヒストグラム, 右下: 立ち下がり時定数のヒストグラム。

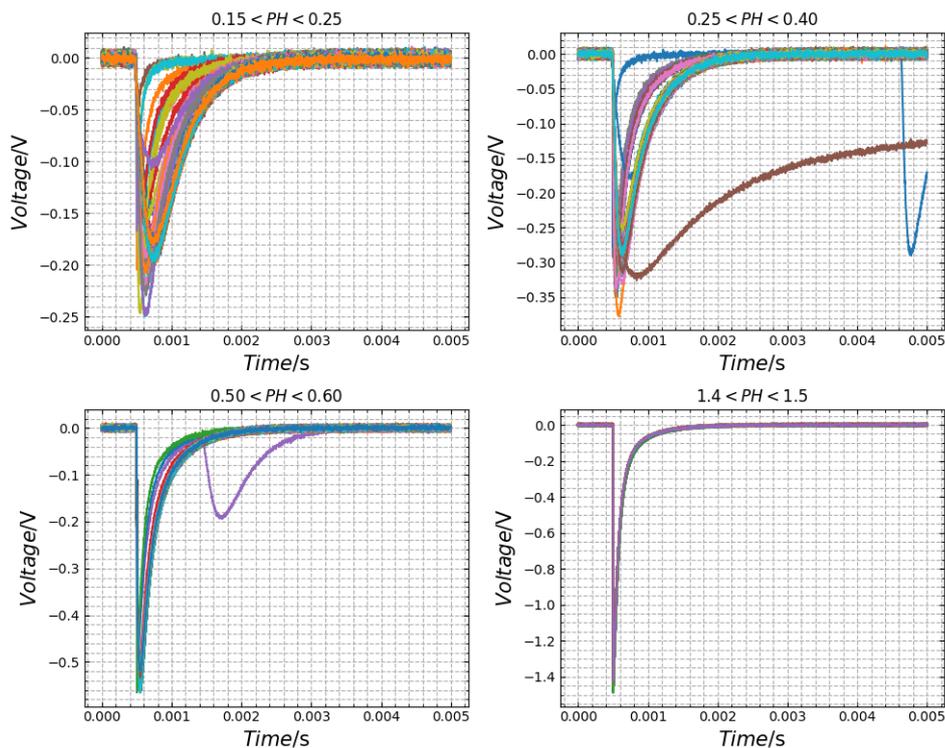


図 8.34. run041 をパルスハイトで 4 つに分類した結果. タイトルの単位は V.

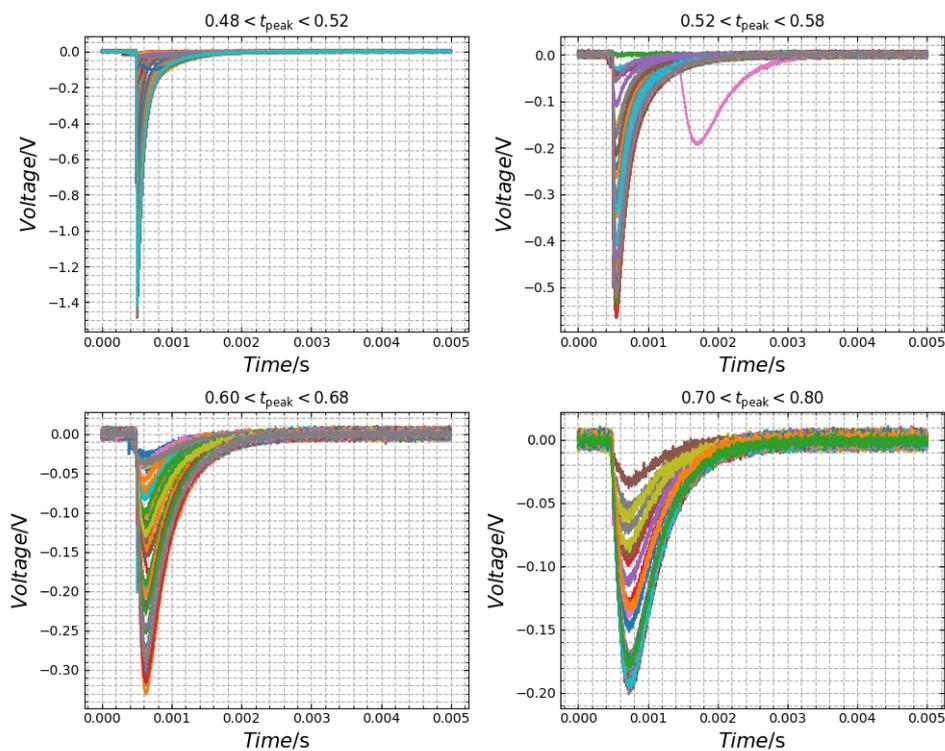


図 8.35. run041 をピークタイムで 4 つに分類した結果. タイトルの単位は ms.

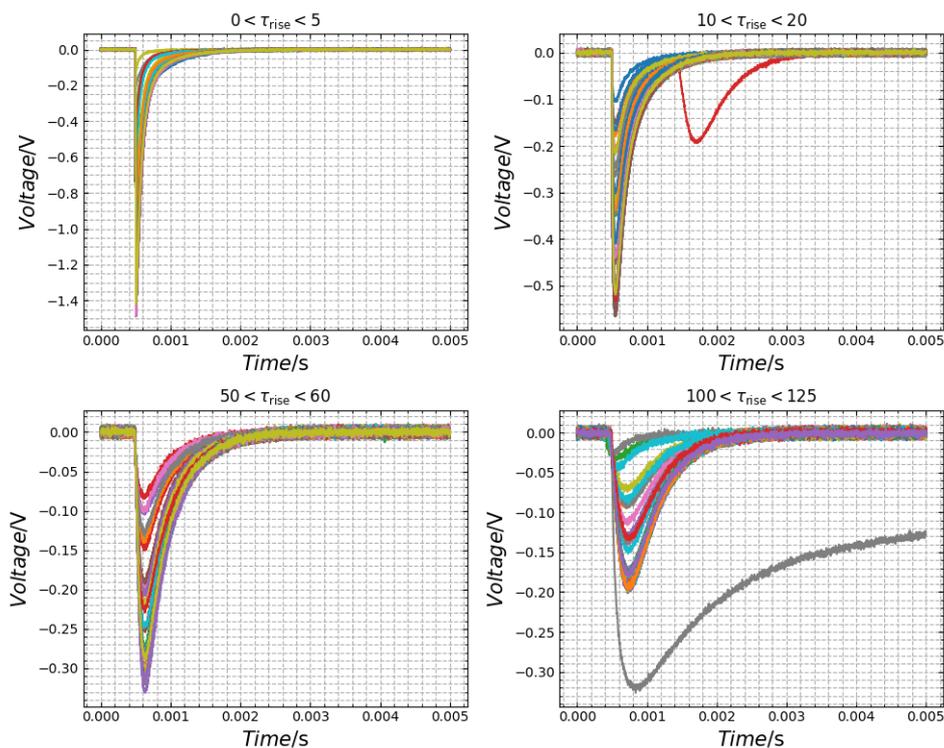


図 8.36. run041 を立ち上がり時定数で 4 つに分類した結果. タイトルの単位は μs .

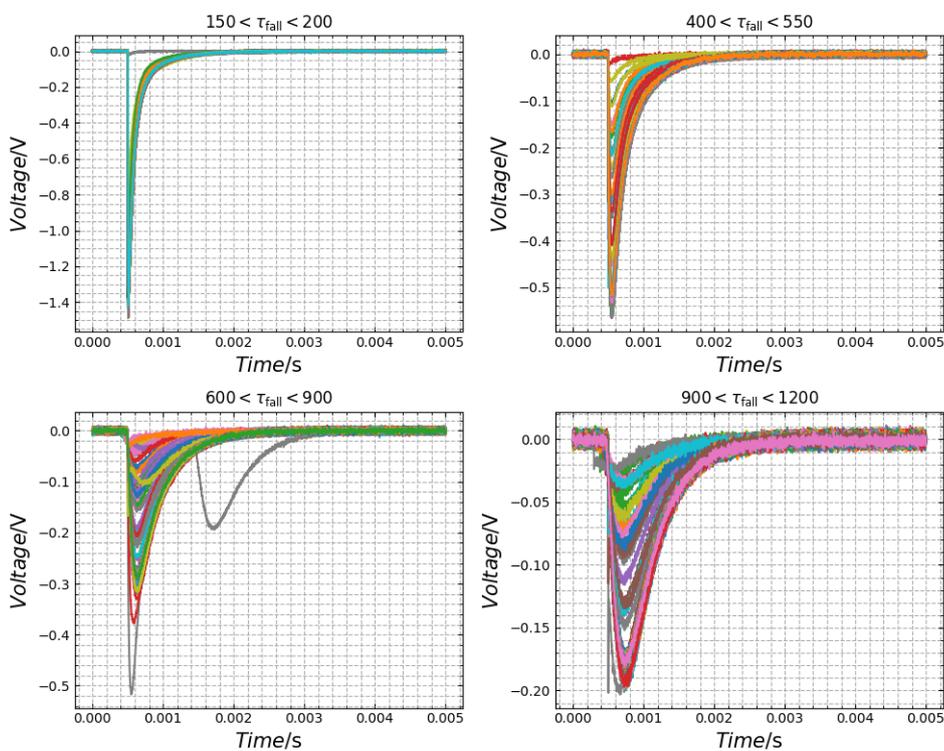


図 8.37. run041 を立ち下がり時定数で 4 つに分類した結果. タイトルの単位は μs .

物理パラメータの 1 次元プロットを図 8.33 に示す。図 8.33 においてそれぞれ範囲を設定してパルスを選択したものを図 8.34–8.37 に示す。範囲は各タイトルに記載してある。パルスハイト、ピークタイム、立ち上がり時定数、立ち下がり時定数の 4 つの中では立ち上がり時定数で分類するのが最適であることがわかる。

次に物理パラメータの 2 次元プロットの例を図 8.38 に示す。1 次元プロットと同様にパラメータに範囲を設定してパルスを選択すればよい。§8.5.4 で同様の分類を行うためここでは省略する。

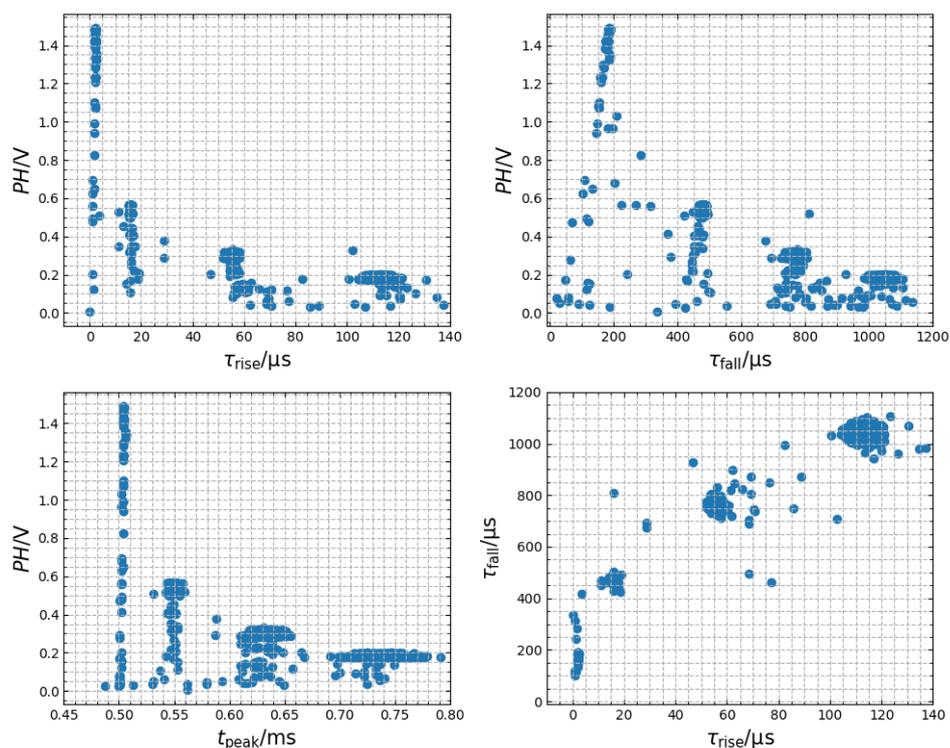


図 8.38. run041 のパルスの 2 次元プロット。左上: 立ち上がり時定数に対するパルスハイト。右上: 立ち下がり時定数に対するパルスハイト。左下: ピークタイムに対するパルスハイト。右下: 立ち上がり時定数に対する立ち下がり時定数。どの 2 次元プロットでも 4 つの島ができていることがわかる。

最後に物理パラメータの 3 次元プロットの例を図 8.39, 8.40 に示す。分類は §8.5.4 で行うためここでは省略する。

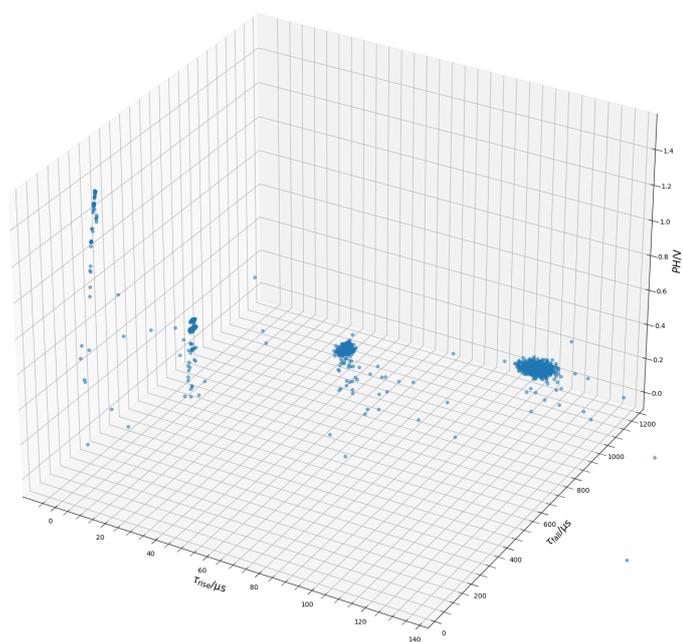


図 8.39. run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するパルス高のプロット.

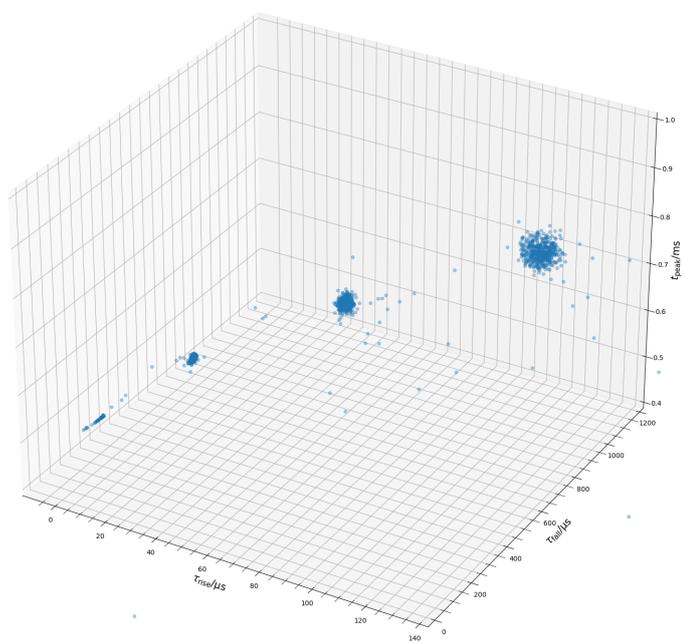


図 8.40. run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するピークタイムのプロット.

8.5.4 機械学習を用いたパルスの分類

§8.5.3 で行った物理パラメータのプロットは、次元が上がるにつれて手間が増える。また、ピクセル数が増えた際に手作業では労力を要する。本節では非 Deep な機械学習を用いて自動的に分類を行うことを目標とする。

手法

一つ目の手法として §8.5.3 で行った物理パラメータのプロットを、自ら範囲を設定するのではなくアルゴリズムを用いて分類させる。クラスタリング手法としては様々あるが、よく知られている k-means 法を用いる。k-means 法のステップは以下である。

1. クラスタ数 k の選択利用可能な情報や問題の性質に基づいて、クラスタの数 k を決定する。これは事前に与えられる必要がある。
2. 初期クラスタ中心の選択各クラスタの中心点をランダムに選択するか、データセット内のランダムな点を初期中心点として選択する。
3. 各データポイントの最近傍の中心点への割り当て各データポイントを最も近い中心点に割り当てる。これにより、各データポイントが所属するクラスタが定まる。
4. クラスタ中心の更新各クラスタに属するデータポイントを用いて新しいクラスタ中心（平均）を計算する。
5. 収束条件の確認クラスタ中心が収束するか、あるいは一定の反復回数を経過するまで、ステップ 3 とステップ 4 を繰り返す。

二つ目の手法としてパルスから直接計算できる物理パラメータ以外で分類することを考える。その方法として次元圧縮がある。パルスの時間長の 6510 次元を機械学習のアルゴリズムを用いて 3 次元以下に落とし込むことで、人間が直接見えていない側面からパルスを観察することができる。次元圧縮の手法としては主成分分析 (Principal Component Analysis; PCA) と t-SNE (t-Distributed Stochastic Neighbor Embedding) を用いる。そして、削減した次元をプロットし、k-means 法でクラスタリングを行う。

結果

一つ目の手法である物理パラメータのプロットをクラスタリングする。1次元プロットは単純であるためこの手法で分類は行わない。物理パラメータの 2次元プロットを k-means 法でクラスタリングする。図 8.41, 8.42, 8.43 に結果を示す。

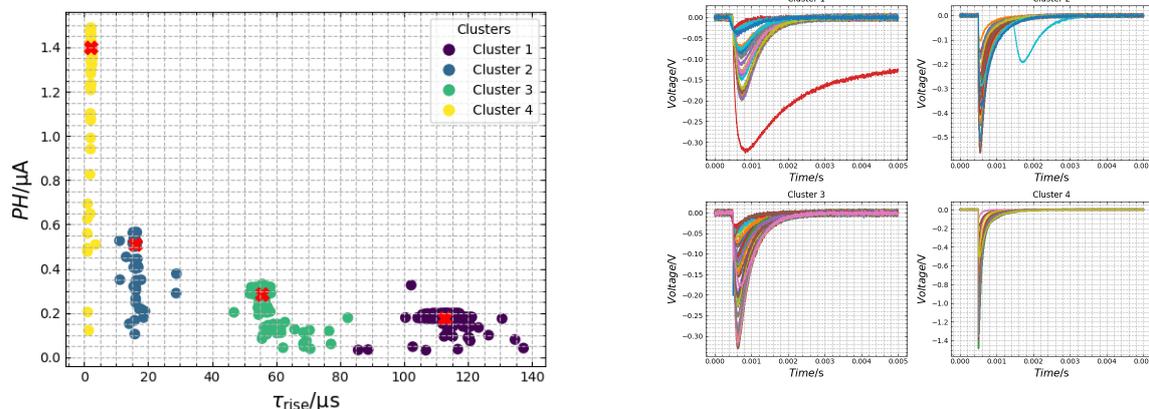


図 8.41. run041 の立ち上がり時定数に対するパルス高さを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果。Cluster 1 が Pixel 4, Cluster 2 が Pixel 3, Cluster 3 が Pixel 2, Cluster 4 が Pixel 1 である。

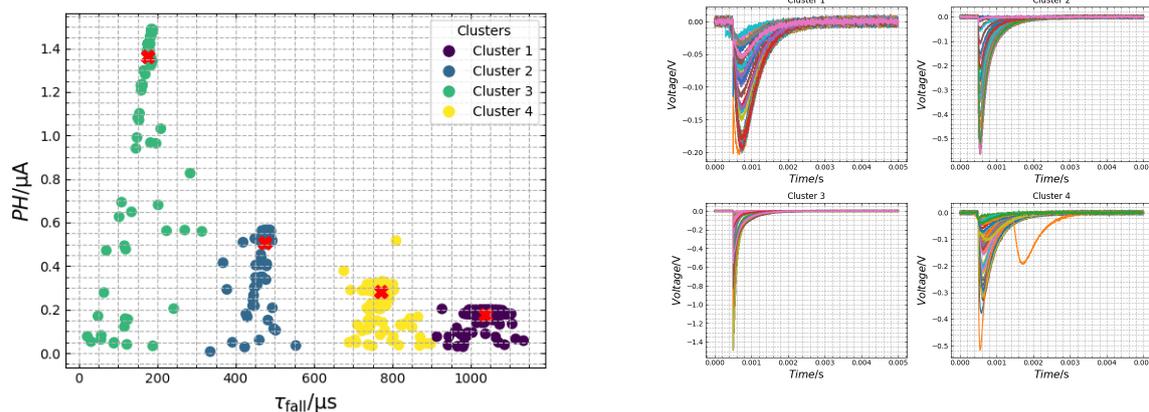


図 8.42. run041 の立ち下がり時定数に対するパルス高さを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果。Cluster 1 が Pixel 4, Cluster 2 が Pixel 2, Cluster 3 が Pixel 1, Cluster 4 が Pixel 3 である。

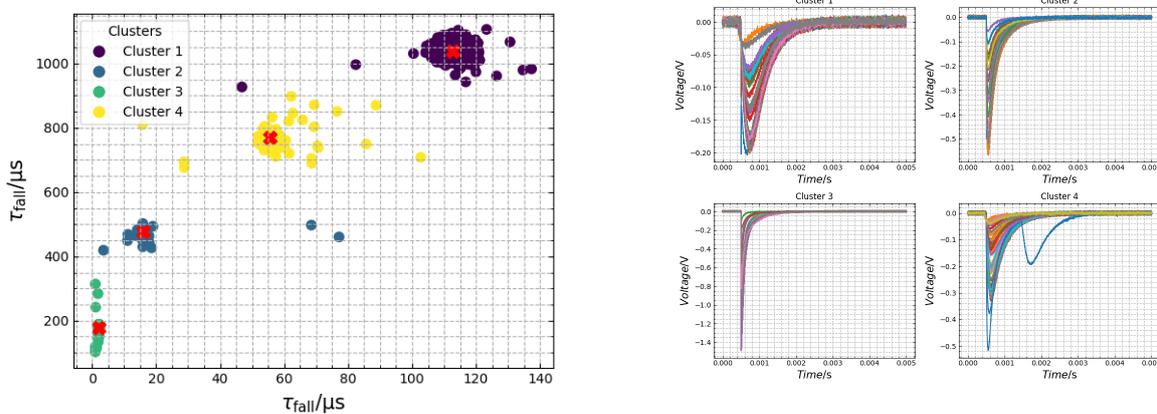


図 8.43. run041 の立ち上がり時定数に対する立ち下がり時定数を k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果。Cluster 1 が Pixel 4, Cluster 2 が Pixel 3, Cluster 3 が Pixel 2, Cluster 4 が Pixel 1 である。

また、このクラスタ数が適切であるか判断する手法としてエルボー法がある。図 8.44 にクラスタ数に対する k-means 法の分散を示す。エルボー法では分散が saturation を起こしているクラスタ数が適切であると判断できる。これによりクラスタ数 4 が適切であるといえる。

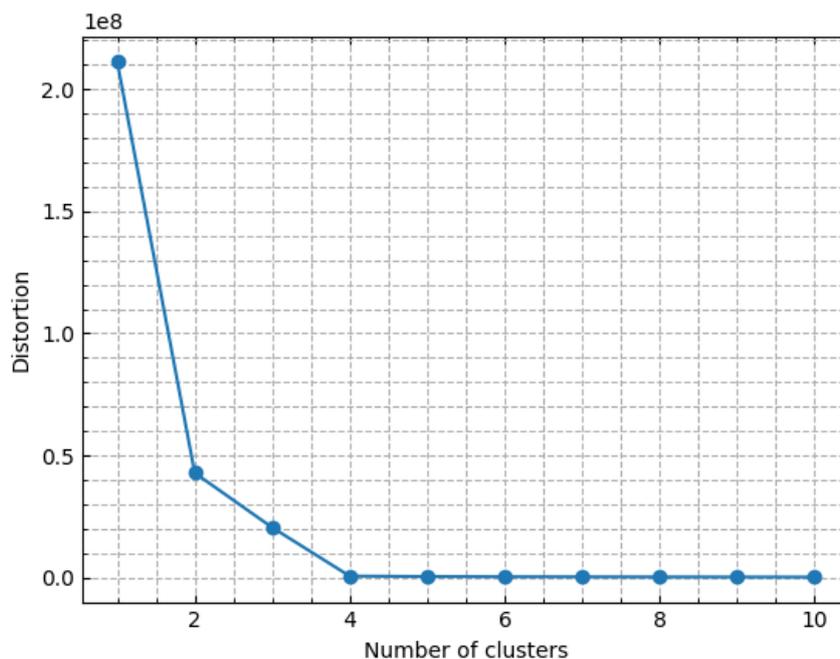


図 8.44. エルボー法を行った結果。クラスタ数に対する分散をプロットした。クラスタ数 4 が適切であることがわかる。

以上のように、立ち上がり時定数に対するパルスハイト、立ち下がり時定数に対するパルスハイト、立ち上がり時定数に対する立ち下がり時定数の関係は k-means 法でクラスタリングすることができた。密度が高い集団は適切にクラスタリングできていると考えられるが、クラスタとクラスタの間の点が正しく分類できているかは定かではない。

さらに、図 8.45 に示すようにクラスタリングが機能しない場合もある。立ち上がり時定数に対するパルスハイトのプロットは、人間の目で見ると 4 つの集団に分類できそうだが、アルゴリズムでは上手く分類することができなかった。これはデータセットを規格化しても正しく分類されなかったため、この手法の欠点であると言える。

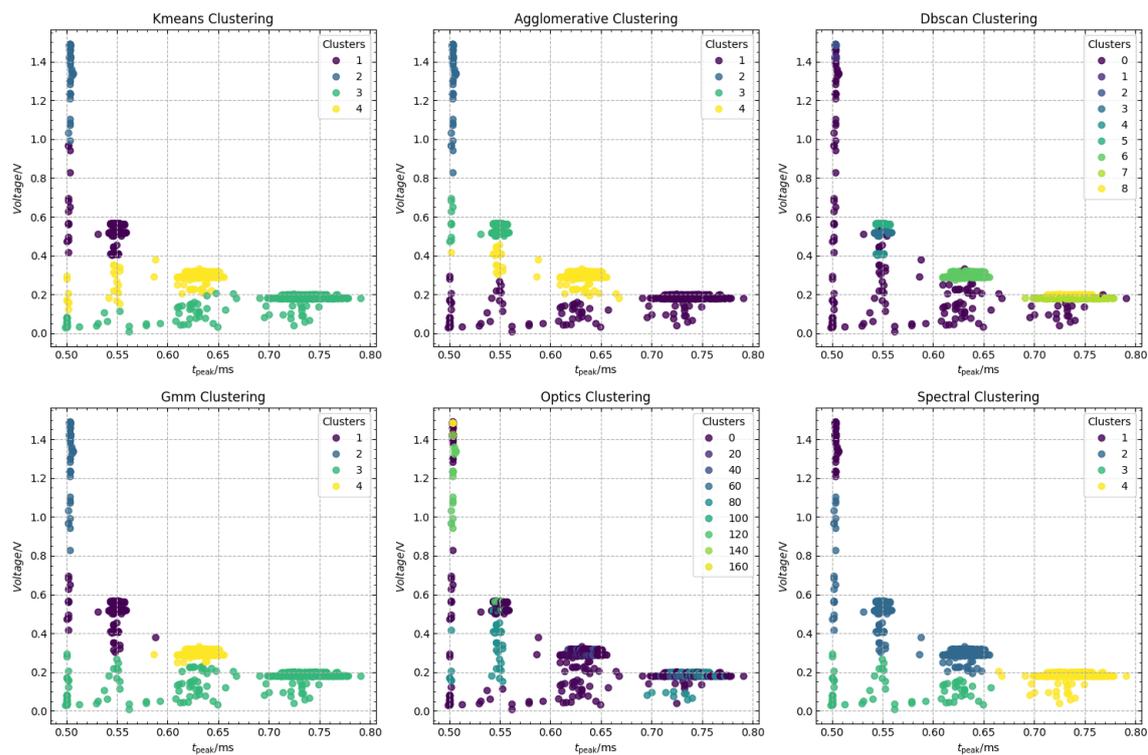


図 8.45. run041 のピークタイムに対するパルスハイトのプロットを様々なクラスタリング方法で行った結果. どのクラスタリング方法でも正しく分類できていない.

同様に, 物理パラメータの 3 次元プロットを k-means 法で分類する.

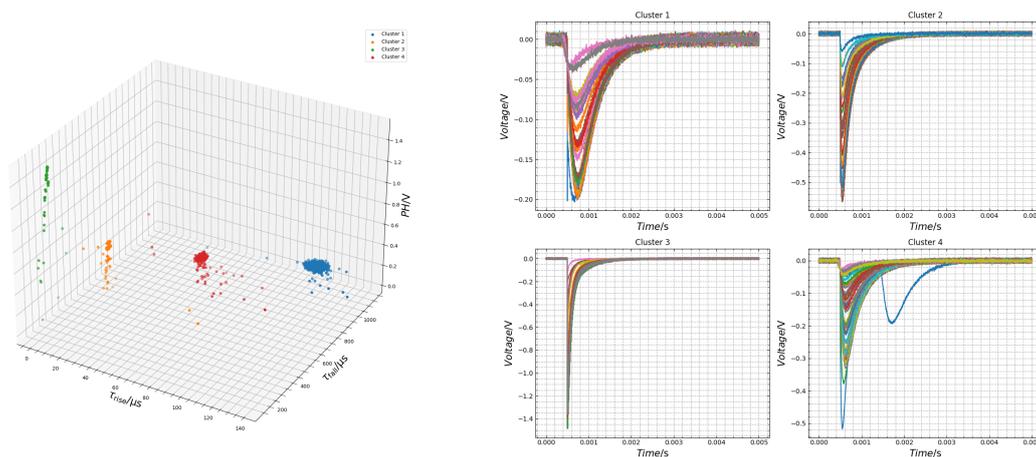


図 8.46. run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数の対するパルスハイトを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果.

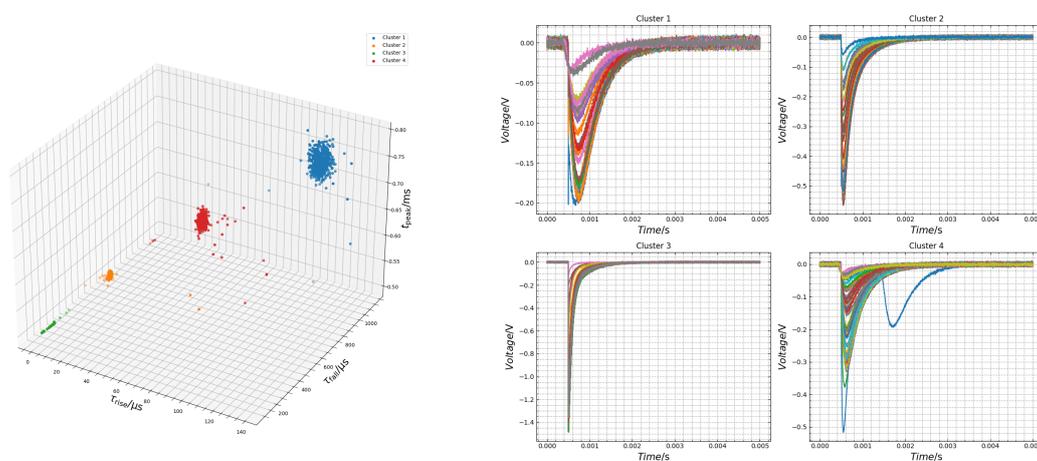


図 8.47. run041 の立ち上がり時定数と立ち下がり時定数に対するピークタイムを k-means 法で 4 つにクラスタリングした結果。

以上のように物理パラメータを自ら範囲を設定せずに分類することができた。しかし、ピークタイムに対するパルスハイトのように正しく分類できない組み合わせもある。

次に二つ目の手法の、機械学習を用いて次元圧縮を行ったあとにクラスタリングする方法を行う。まずは PCA を行い次元圧縮をする。それに対して k-means 法でクラスタリングしたものを図 8.48 に示す。ピークタイムに対するパルスハイトと同様に、クラスタリングが上手くできていないことがわかる。2次元と3次元では4本の直線にわかれているため、主成分の傾きを設定してパルスを選べばできると考えられる。

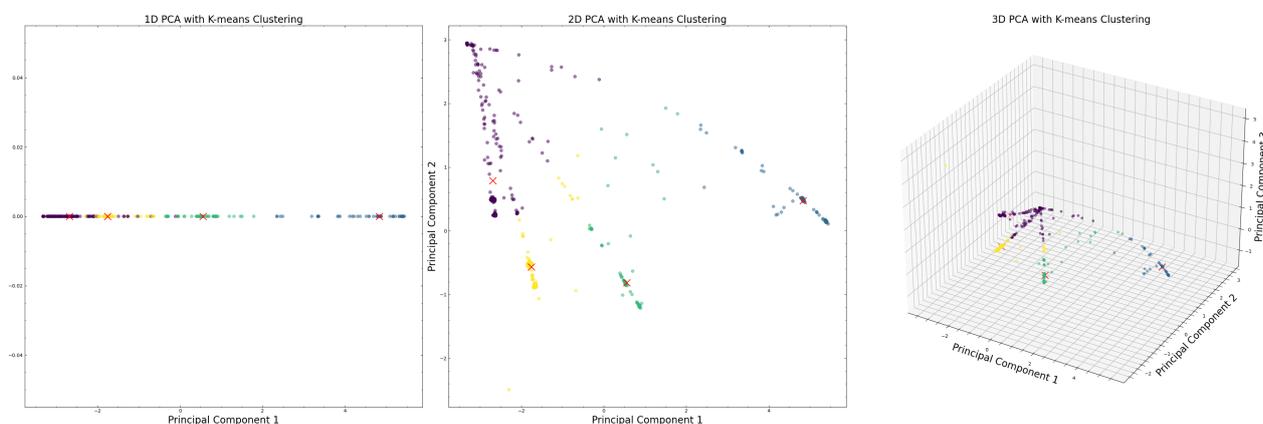


図 8.48. run041 を PCA を用いてパルスを 1, 2, 3 次元に圧縮し、各々 k-means 法でクラスタリングした結果。クラスタリングが上手く行かないパラメータであることがわかる。

次に t-SNE を用いて次元圧縮を行い、k-means 法でクラスタリングする。その結果を図 8.49 に示す。1次元もしくは2次元であれば分類しやすいことがわかる。例として2次元に削減したものを k-means 法で9つにクラスタリングし、それぞれのクラスターに所属するパルスをプロットしたものを図 8.50 に示す。Cluster 1 以外は分類できていることが見てわかる。8個にわかれる理由としては、各ピクセル毎に $Mn K\alpha$ と $Mn K\beta$ があるためである。Cluster 1 にはそれ以外のパルス、もしくは全てが混ざったパルスが分類されていると考えられる。例えば Cluster 4 は Pixel 1 の $Mn K\alpha$ 、Cluster 8 は $Mn K\beta$ であるとパルスハイトから検討を付けることができる。しかし、細かく分類しすぎるとエネルギースペクトルとしての情報を失ってしまうことに繋がる。そのためこの手法はエネルギー較正のために用いることが適しているといえる。

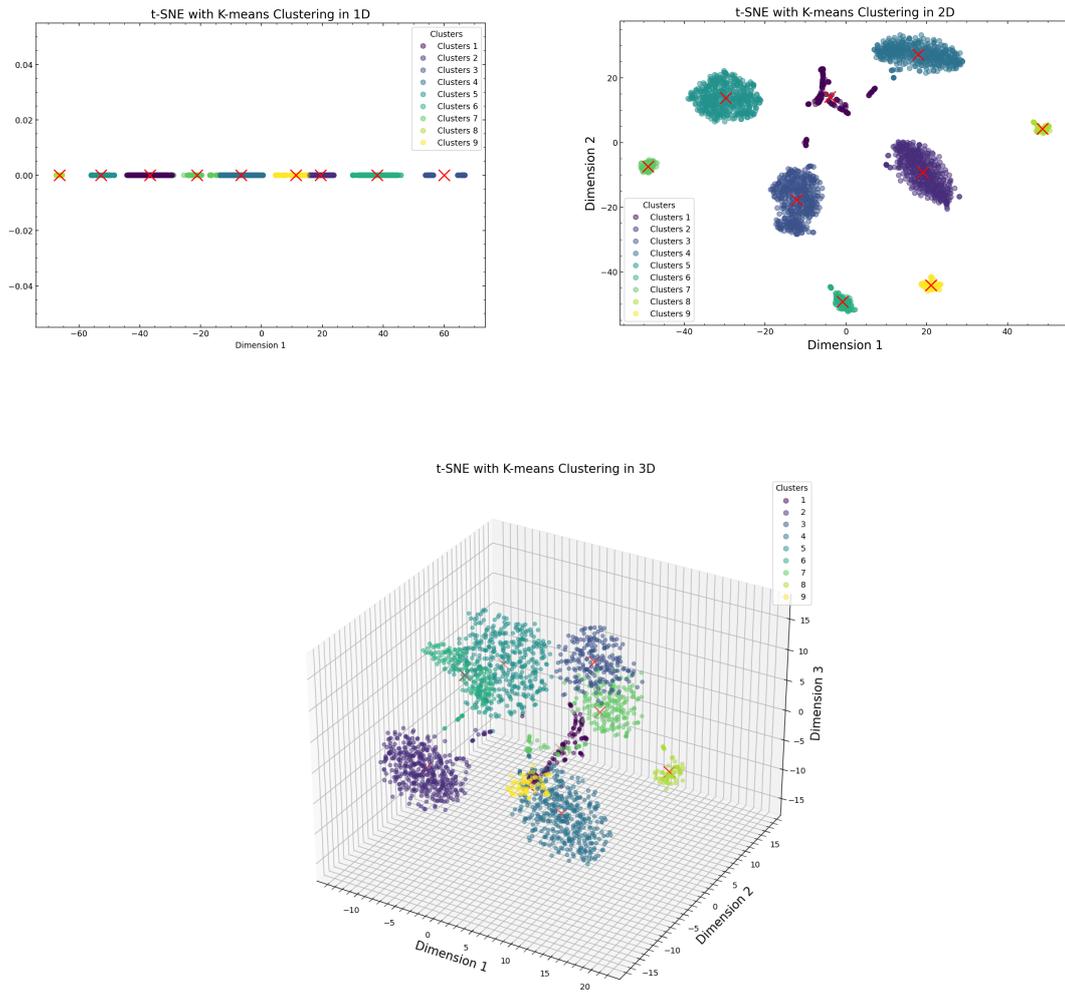


図 8.49. run041 のパルスデータを t-SNE を用いて 1, 2, 3 次元に圧縮し, それを k-means 法を用いて 9 個にクラスタリングした結果.

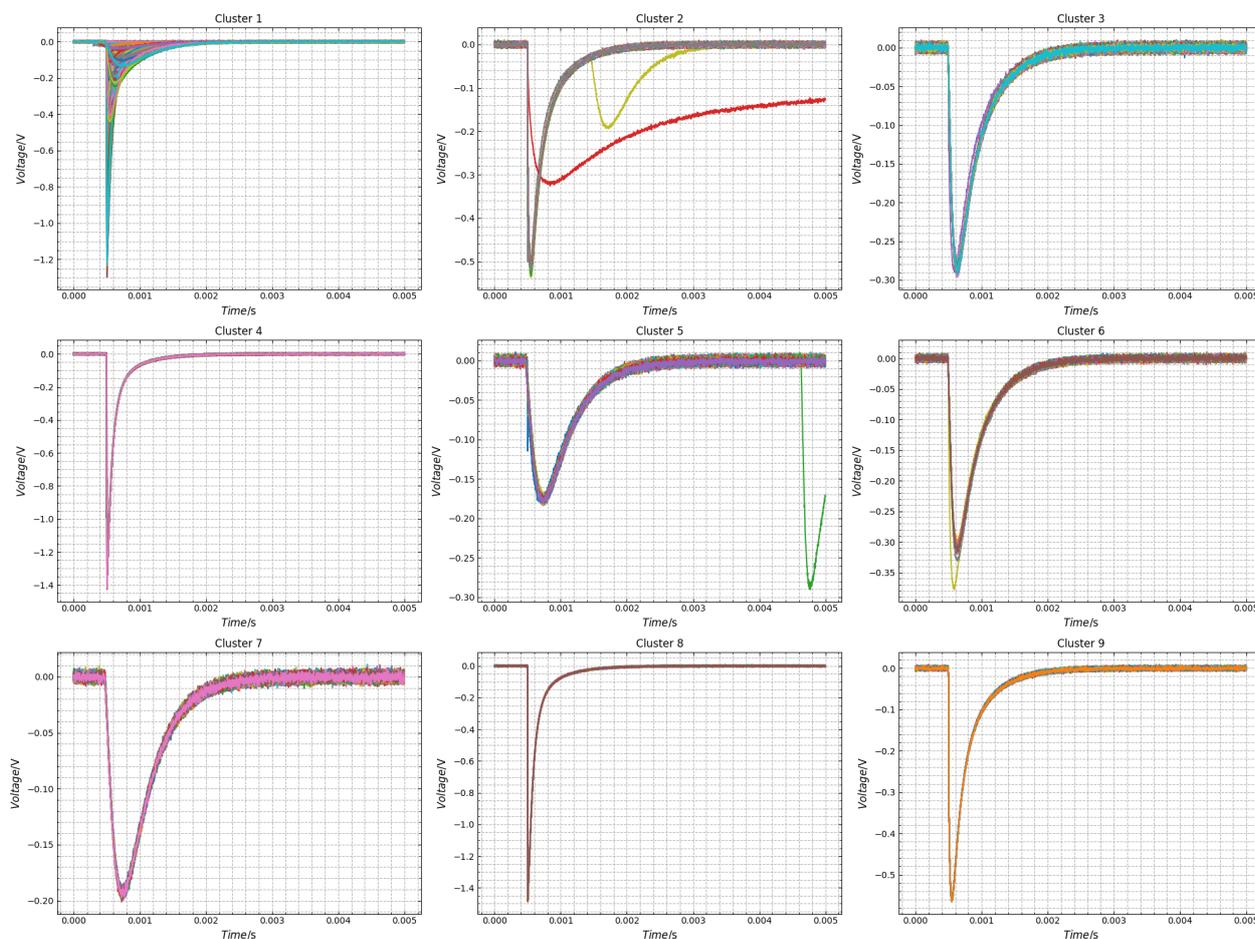


図 8.50. run041 のパルスデータを t-SNE で 2 次元に次元圧縮し、それを k-means 法で 9 つにクラスタリングし、それぞれのクラスタのパルスをプロットしたもの。Cluster 2 から 8 までは精度良く分類できている。Cluster 1 は全てのパルスが混じっている。

以上、非 Deep な機械学習を用いてパルスを分類することを行った。物理パラメータをアルゴリズムを用いて分類する手法は、上手く分類できる物理パラメータの組み合わせを見つけることができれば有用であることがわかった。また、パルスデータを次元圧縮してからアルゴリズムを用いて分類する手法では、PCA より t-SNE の方が分類しやすく、さらに細かく分類できることが確かめられた。具体的には t-SNE で 2 次元に圧縮した場合、各ピクセルの Mn K α と Mn K β も分類できた。これはエネルギー較正を行う場合に有用な手法であるといえる。

8.5.5 Deep Learning を用いたパルスの分類

§8.5.4 で行った次元圧縮の手法を汎用的にし、高速かつ自動で分類する手法として Deep Learning を用いる。

手法

用いる手法は §8.4 と同じ VAE である。VAE ではエンコーダで次元を圧縮し、潜在変数に変換する。そして、デコーダで潜在変数から入力を再現するように出力する。ここではこの潜在変数を用いて各ピクセルのパルスを分類する。

VAE ネットワークはエンコーダとデコーダに全結合層を 3 層ずつ用いた。また、出力は ReLU 活性化関数を用いて非線形変換した。さらにデコーダの最終層のみをシグモイド関数で活性化し、出力値が 0 ~ 1 になるようにした。潜在変数は 2 次元とした。ニューラルネットワークの概略図を 8.11 に示す。

結果

まず Hydra に ^{55}Fe 線源を照射したデータセット (run041) を VAE に学習させた。全てのパルスは各々の最大値と最小値を用いて縦軸 (電圧) 方向に規格化した。全データはトレーニングデータ 80% とテストデータ 20% に分割した。バッチサイズ 64 で 50 エポックにわたって学習を行った。学習曲線を図 8.51 に示す。

次に run041 を学習させた VAE に、run041 のデータセットを計算させた。この入力と出力を図 8.52 に示す。エンコーダで次元圧縮を行った潜在空間は図 8.53 のようになる。2 次元の潜在空間において潜在変数が 4 つの集団にわかれる。

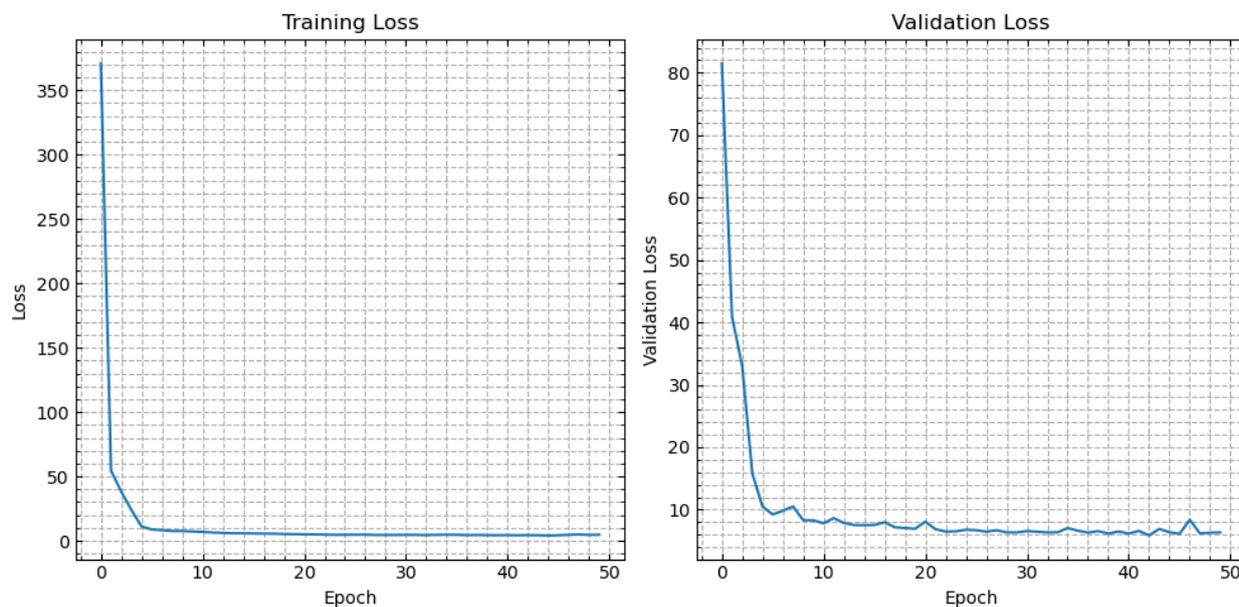


図 8.51. run041 を VAE で学習させたときの学習曲線。

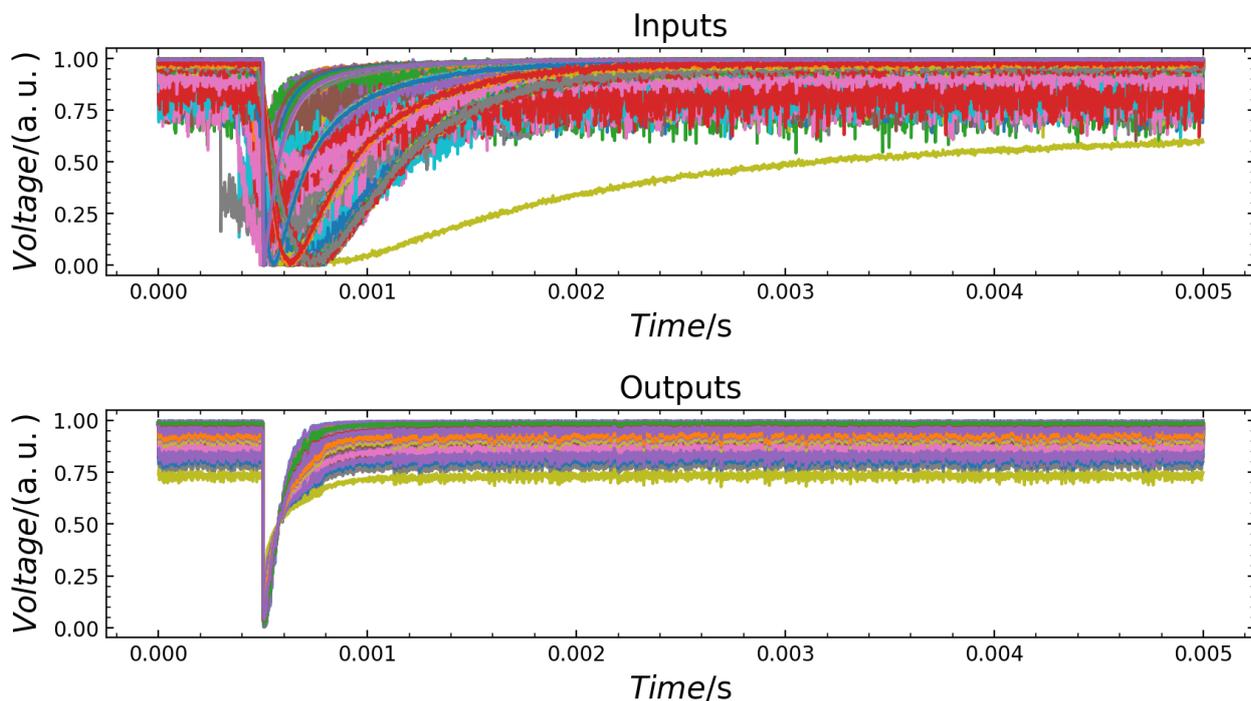


図 8.52. run041 を VAE で計算させたときの入力と出力. 入力は規格化している.

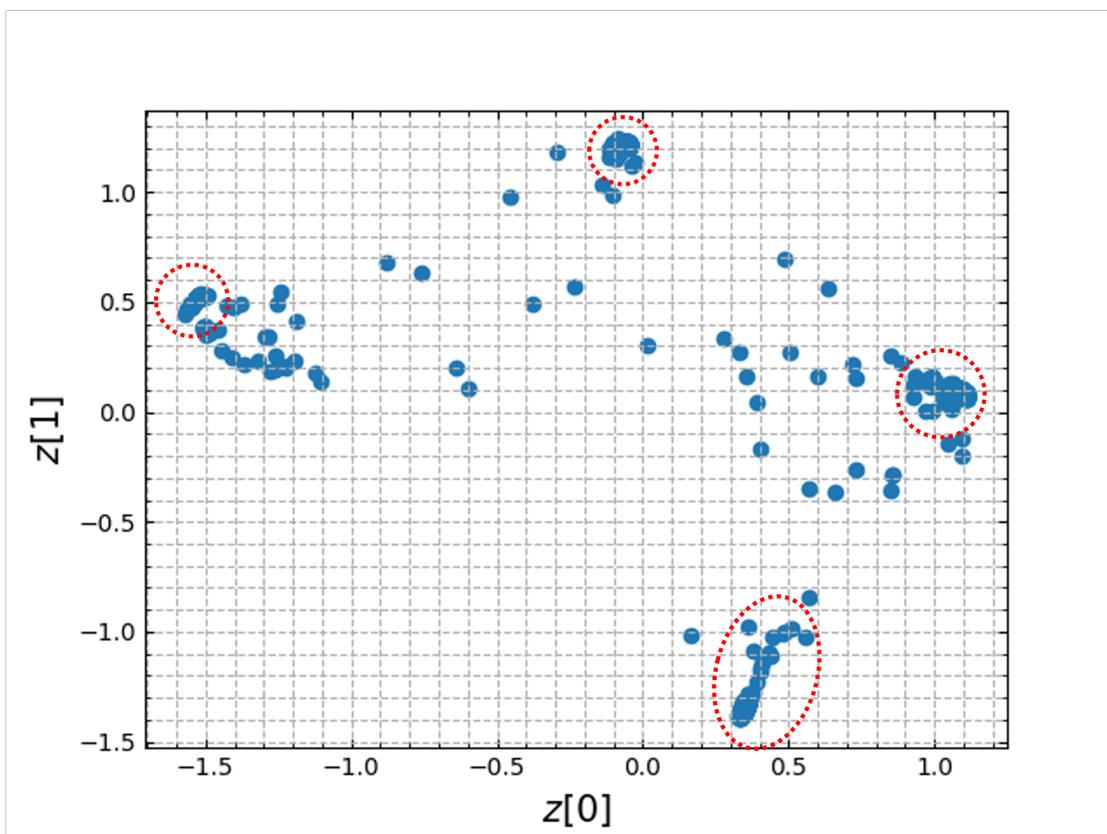


図 8.53. run0041 を VAE に計算させたときの潜在空間のプロット. 大きく分けて 4 種類ある.

そして潜在空間のある範囲を選択し, 入力パルスを取得する. 例として $-1.58 < z[0] < -1.48$ かつ $0.46 <$

$z[1] < 0.54$ の範囲の入力パルスを図 8.54 左に示す。また、図 8.54 左の平均パルスを図 8.54 右に示す。これより、Pixel 1 のパルスを選別できていることがわかる。つまり、VAE における潜在空間から各ピクセルを分類できる。同様に $-0.20 < z[0] < -0.0$ かつ $1.1 < z[1] < 1.3$ のパルスを図 8.55 に、 $0.8 < z[0] < 1.3$ かつ $0.1 < z[1] < 0.2$ のパルスを図 8.56 に、 $0.3 < z[0] < 0.5$ かつ $-1.5 < z[1] < -0.95$ のパルスを図 8.57 に示す。それぞれ Pixel 2, Pixel 3, Pixel 4 であることがわかる。

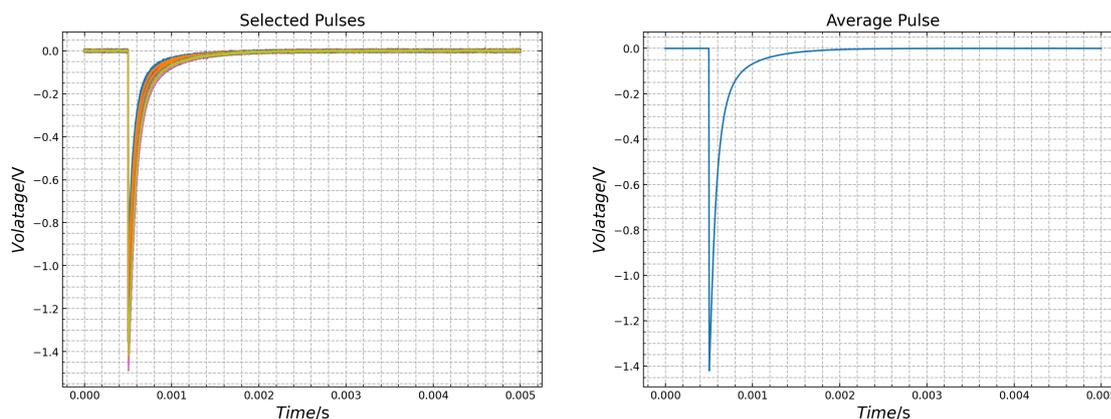


図 8.54. 左: 潜在空間において $-1.58 < z[0] < -1.48$ かつ $0.46 < z[1] < 0.54$ の範囲の入力パルス。右: 左図の平均パルス。

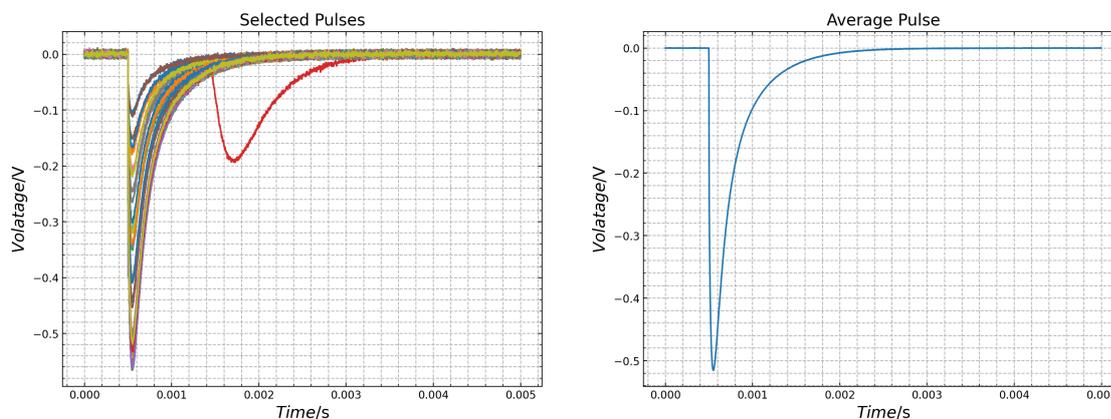


図 8.55. 左: 潜在空間において $-0.20 < z[0] < -0.0$ かつ $1.1 < z[1] < 1.3$ の範囲の入力パルス。右: 左図の平均パルス。

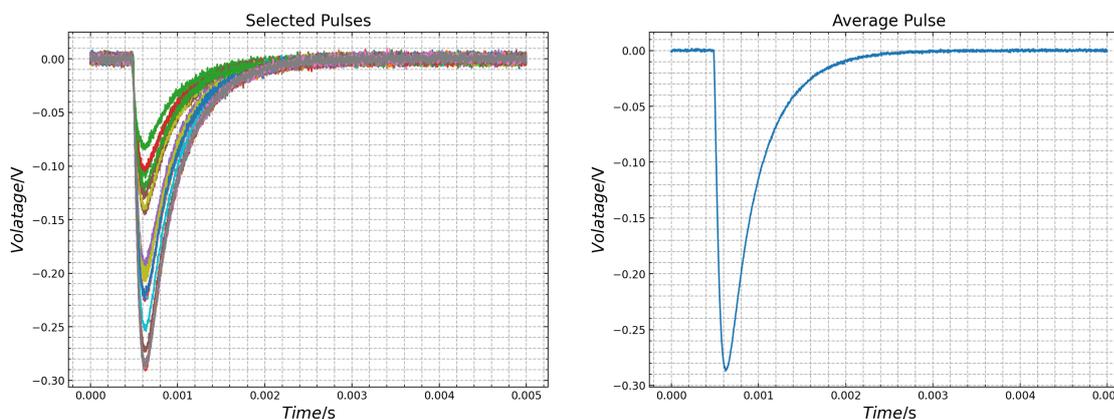


図 8.56. 左: 潜在空間において $0.8 < z[0] < 1.3$ かつ $0.1 < z[1] < 0.2$ の範囲の入力パルス。右: 左図の平均パルス。

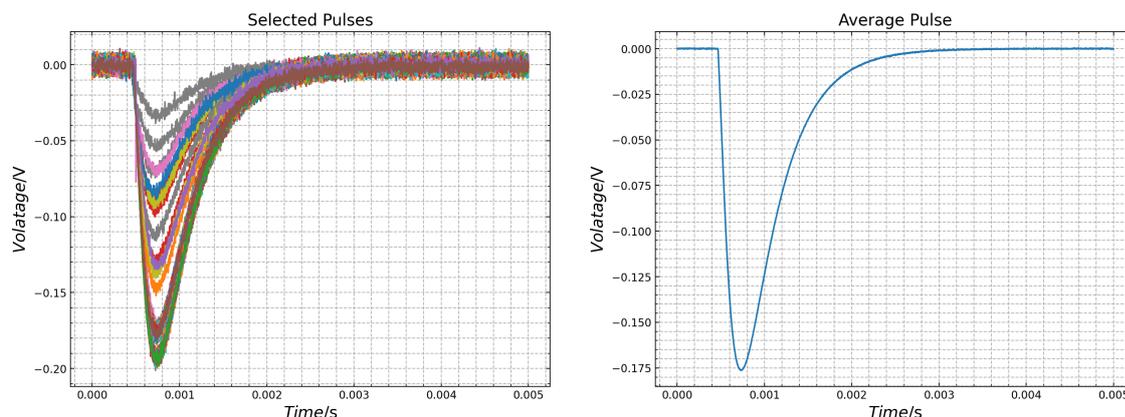


図 8.57. 左: 潜在空間において $0.3 < z[0] < 0.5$ かつ $-1.5 < z[1] < -0.95$ の範囲の入力パルス. 右: 左図の平均パルス.

しかし、これだけでは選択した範囲以外のパルスは分類できていない。そこで各ピクセルの平均パルスを用いて各ピクセル毎の分類器を作る。手順は以下である。新たに VAE を構築し、先程作った一つのピクセルの平均パルスを学習させる。そしてその VAE に全パルスを入力し、入力と出力の MSE を計算する。MSE に閾値を設定し閾値未満のパルスを選択することで、学習させた平均パルスに似たパルスが得られる。この VAE を各ピクセル毎に構築することで分類器を生成できる。

例として Pixel 1 で行う。VAE のニューラルネットワークモデルは §8.5.5 で述べたものと同じである。Pixel 1 の平均パルスを VAE に学習させ、全パルスを入力させたときの MSE を図 8.58 に示す。閾値を 1×10^{-3} に設定し、選択したパルスが図 8.59 である。また、分類の精度を測る指標として FP と FN を計算する。実際には Pixel 1 であれば必ず $1.4 \text{ V} < \text{PH} < 1.6 \text{ V}$ であるわけではないが、簡単のためにこの範囲あるものを Pixel 1 と考えて計算する。図 8.60 に閾値未満と閾値以上のパルス高を示す。MSE $< 1 \times 10^{-3}$ のパルス高のヒストグラムにおいて $\text{PH} < 1.3 \text{ V}$ であるパルスの割合を FP (False Positive) とした。さらに MSE $\geq 1 \times 10^{-3}$ のパルス高のヒストグラムにおいて $1.4 \text{ V} < \text{PH} < 1.6 \text{ V}$ であるパルスの割合を FN (False Negative) とした。Pixel 1 の MSE $< 1 \times 10^{-3}$ であるパルス数は 330、そのうち $\text{PH} < 1.3 \text{ V}$ であるのは 20 パルスであった。つまり $\text{FP} = 20/330 = 6.1\%$ である。また、Pixel 1 の MSE $\geq 1 \times 10^{-3}$ であるパルス数は 1785 で、そのうち $1.4 \text{ V} < \text{PH} < 1.6 \text{ V}$ であるのは 148 パルスであった。つまり $\text{FN} = 148/1785 = 8.3\%$ である。以上より Pixel 1 の分類精度としては 86% である。この分類器を何層にも繋げて iteration することで分類精度の向上が見込める。同様に計算を行うと Pixel 2 は $\text{FP} = 7.0\%$, $\text{FN} = 7.0\%$ 。Pixel 3 は $\text{FP} = 2.9\%$, $\text{FN} = 5.2\%$ 。Pixel 4 は $\text{FP} = 1.9\%$, $\text{FN} = 2.4\%$ であった。図 8.61 に分類を行った各ピクセルのパルスを示す。

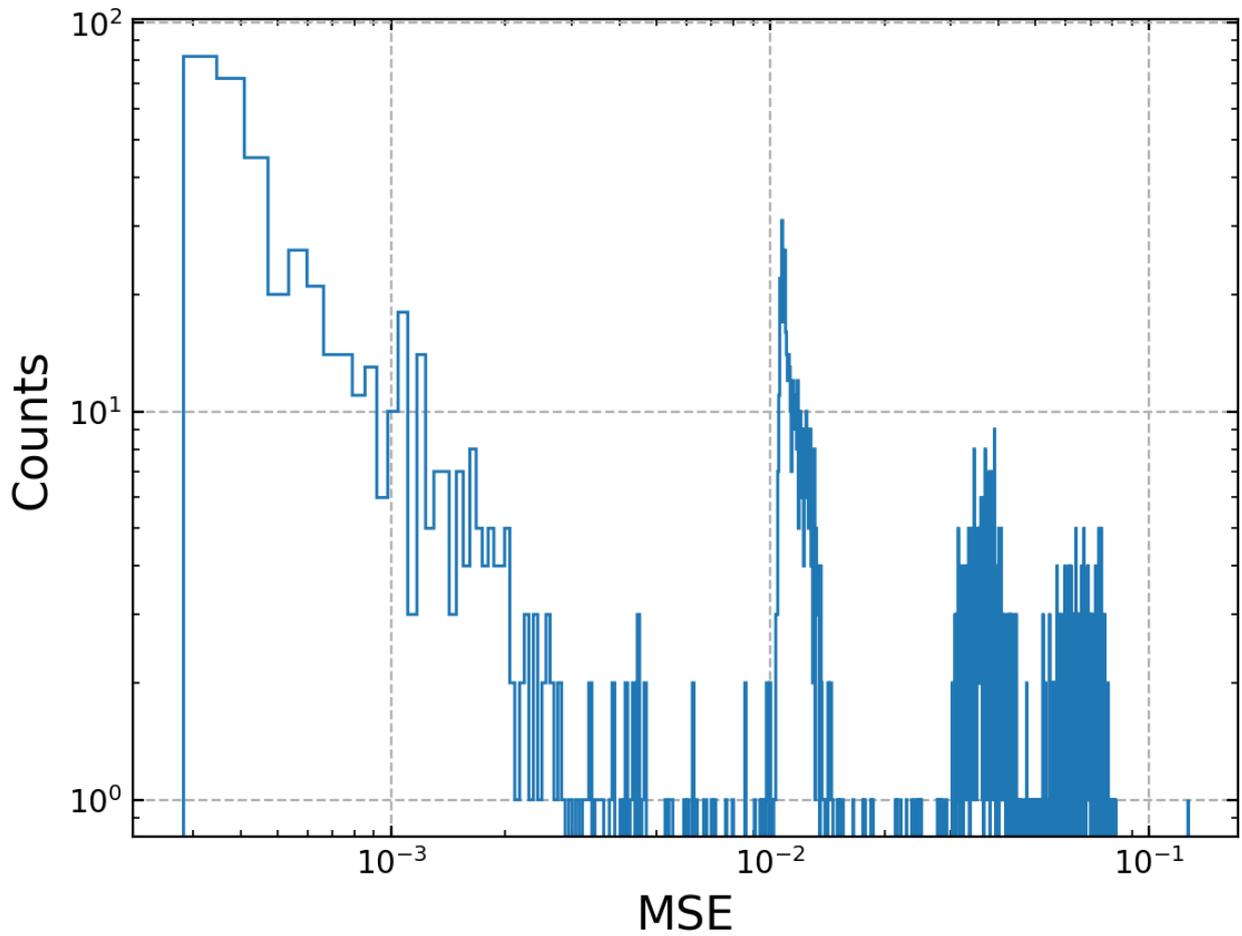


図 8.58. 図 8.54 右の平均パルスを VAE に学習させ、全パルスを入力させたときの MSE のヒストグラム。閾値を 1×10^{-3} に設定した。

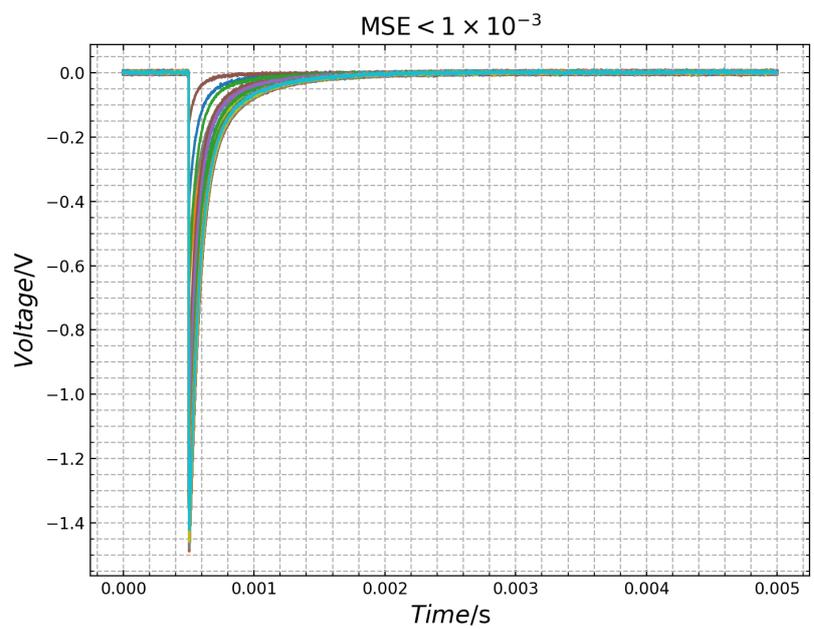


図 8.59. 図 8.58 において $MSE < 1 \times 10^{-3}$ のパルス。

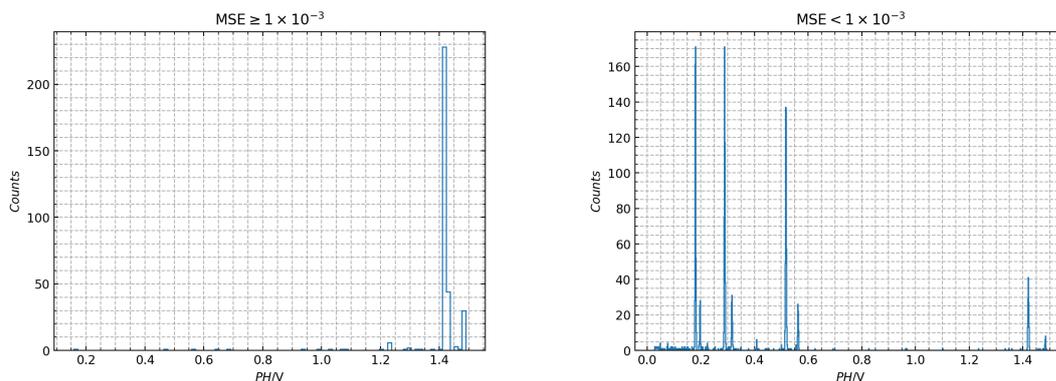


図 8.60. 左: $MSE < 1 \times 10^{-3}$ のパルス高のヒストグラム. 右: $MSE \geq 1 \times 10^{-3}$ のパルス高のヒストグラム.

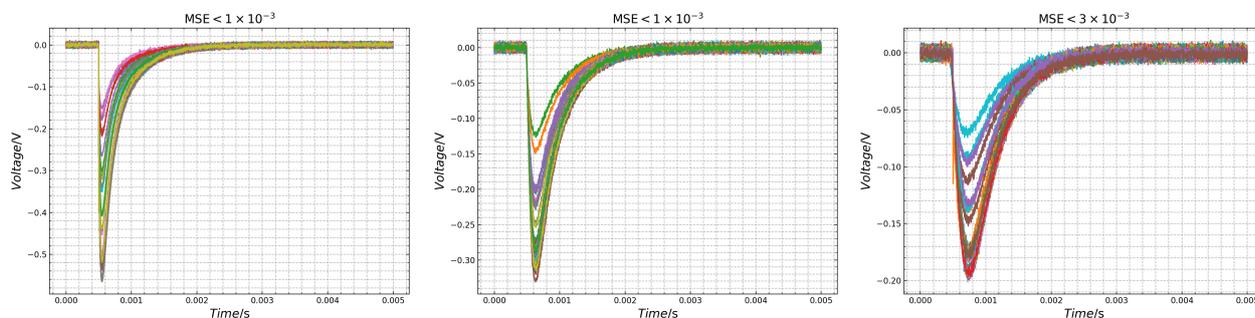


図 8.61. 分類した各ピクセルのパルス. 左: Pixel 2 のパルス. 閾値は 1×10^{-3} に設定した. 中央: Pixel 3 のパルス. 閾値は 1×10^{-3} に設定した. 右: Pixel 4 のパルス. 閾値は 3×10^{-3} に設定した.

以上構築した分類器は一度作ってしまえば使い回すことができると考えられる. 複数の線源を当てたデータセットでも同様に VAE で分類できるのか, 構築した分類器を再利用できるのかを一度に試す. 用いるデータセットは JAXA120 Ea4 E1 に ^{41}Ca と ^{55}Fe を照射させた結果 (run088) である. 図 8.62 に run088 の全データを示す. また, 物理パラメータのヒストグラムを図 8.63 に示す.

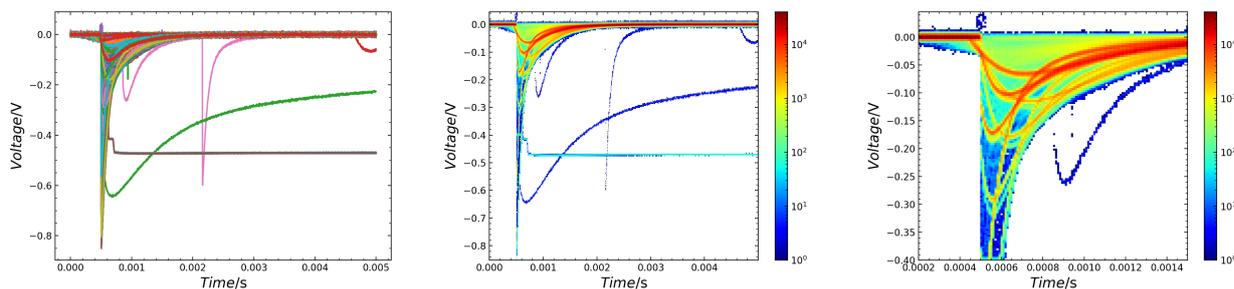


図 8.62. run088 のデータプロット. 左: 全パルスデータ. 中央: 全パルスデータの二次元ヒストグラム. 右: 全パルスデータの二次元ヒストグラムを拡大したもの.

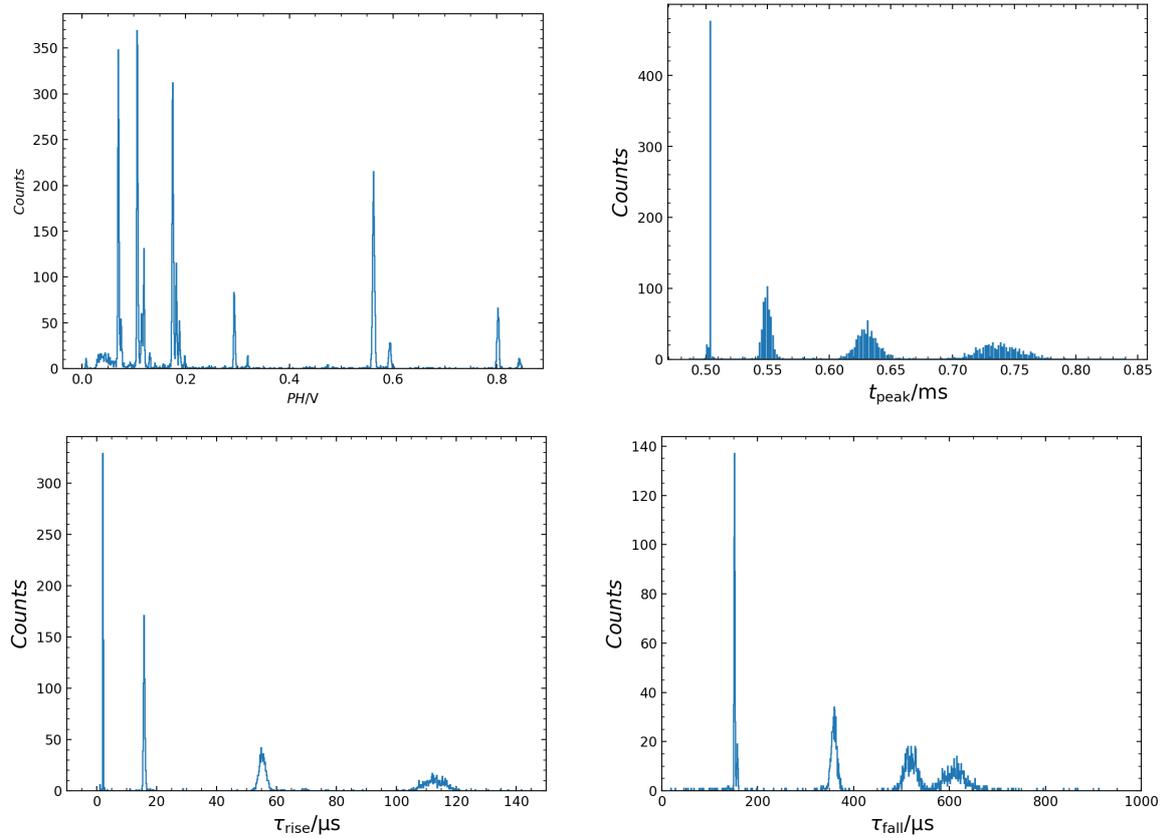


図 8.63. run088 の物理パラメータのヒストグラム。左上: パルス高のヒストグラム。右上: ピークタイムのヒストグラム。左下: 立ち上がり時定数のヒストグラム。右下: 立ち下がり時定数のヒストグラム。

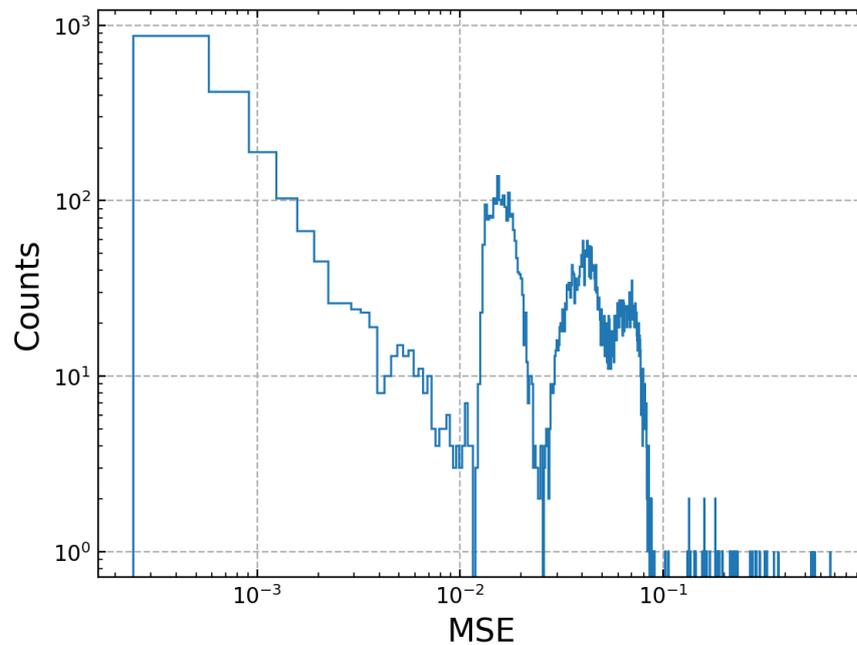


図 8.64. Pixel 1 の分類器に run088 の全パルスを入力させたときの、入力と出力の MSE のヒストグラム。閾値を 1×10^{-2} に設定した。

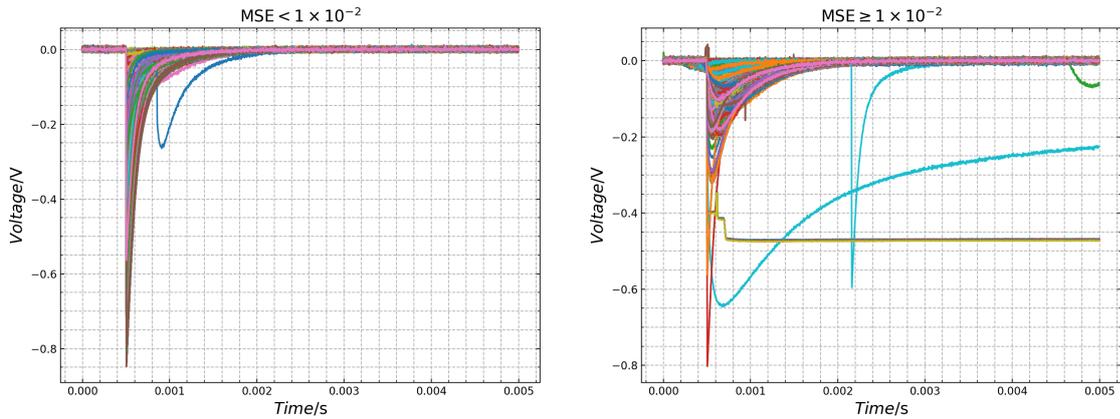


図 8.65. 左: $MSE < 1 \times 10^{-2}$ の選択したパルス. 右: $MSE \geq 1 \times 10^{-2}$ の選択したパルス.

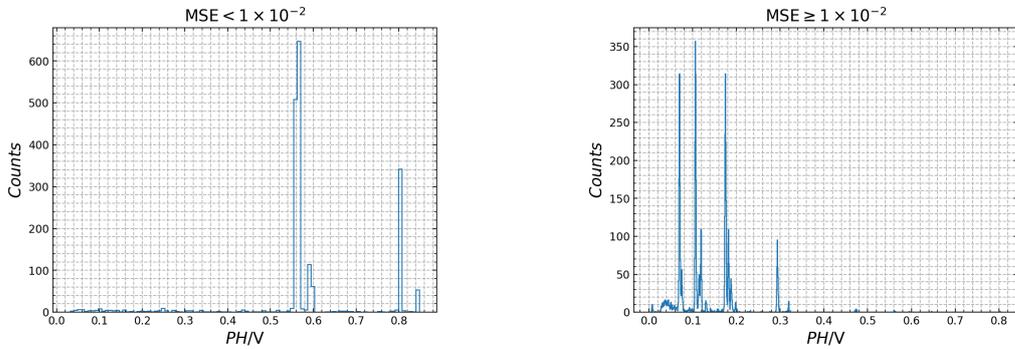


図 8.66. 左: $MSE < 1 \times 10^{-2}$ のパルス高のヒストグラム. 右: $MSE \geq 1 \times 10^{-2}$ のパルス高のヒストグラム.

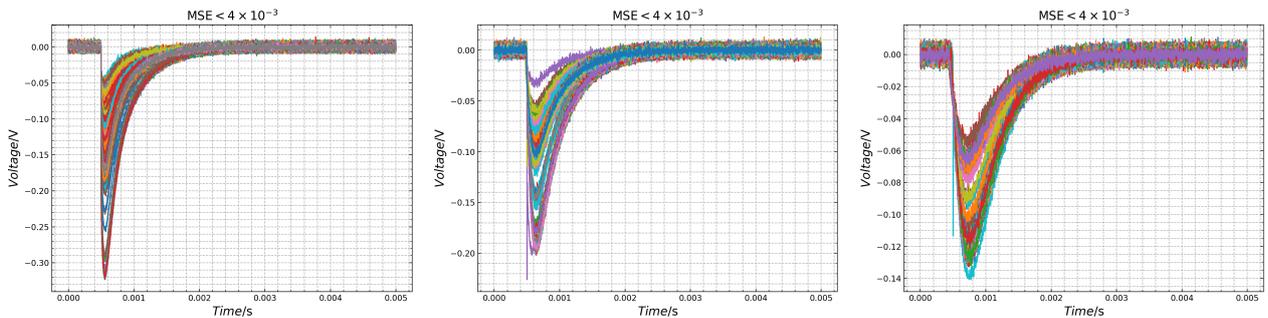


図 8.67. run088 の Pixel 2, 3, 4 の分類したパルス.

Pixel 1 の分類器に run088 の全パルスを計算させた際の、入力と出力の MSE を図 8.64 に示す. このヒストグラムにおいて閾値を 1×10^{-2} に設定し、パルスを選択した. 閾値未満と閾値以上のパルスを図 8.65 に示す. また、同様にパルス高を用いて分類の精度を計算する. Pixel 1 の FP は、 $MSE < 1 \times 10^{-2}$ のパルス高のヒストグラムにおいて $PH < 0.5 \text{ V}$ であるパルスの割合で、 $158/1957 = 8.1\%$ であった. Pixel 1 の FN は、 $MSE \geq 1 \times 10^{-2}$ のパルス高のヒストグラムにおいて $0.5 \text{ V} < PH < 0.9 \text{ V}$ であるパルスの割合で、 $11/5957 = 0.2\%$ であった. 同様に、Pixel 2 は FP = 3.0%, FN = 8.1%. Pixel 3 は FP = 0.8%, FN = 36.9%. Pixel 4 は FP = 0.4%, FN = 38.3% であった. 図 8.67 に分類を行った各 Pixel のパルスを示す. FP の値は良いが、Pixel 3, Pixel 4 は FN の値が悪くなっている. つまり閾値未満のデータは高い精度で分類できているが、閾値以上のデータの中に本当は分類されるべきデータが混じっていることになる. これは閾値をより厳密に設定するか、iteration することで

改善すると考えられる。

8.6 まとめ

本章では機械学習を用いた X 線パルスの自動・高速処理の手法を検討した。

まずパルスデータからエネルギーを予測する問題に対しては、Deep Learning は非 Deep な機械学習よりも高い精度を出すことができた。また、3 万個以上のパルスに対して 1 秒未満で計算を行うことができた。そのため、高速かつ高精度で X 線パルスを処理できるといえる。

次に X 線パルスの自動良否判定を行った。clean なパルスデータを VAE に学習させ、bad なパルスも混じった全パルスデータを VAE で予測させた。入力と出力の MSE に閾値を設定することで、MSE が閾値未満のデータを good なパルスとして判定することができた。全データセットのみでエネルギー分解能を計算した場合 11.33 eV なのに対し、VAE で判別した good パルスのみでは 10.45 eV と向上することも確かめられた。さらに、学習させたデータセットと同じタイプの素子のみならず、全く異なるタイプの TES のパルスでも同様に良否判定を行うことができた。これにより clean なデータセットを取得することが難しい実験データにおいてもパルスの自動良否判定が行えると考えられる。またこの VAE を用いた手法はデータの詳細に依らないため、他の様々な物理データにおいても用いることができるといえる。

最後に Hydra 型 TES カロリメータのパルス分類を行った。Hydra のデータセットを学習させた VAE の潜在変数から各ピクセルのデータを分類できた。さらに、各ピクセルに分類したパルスから平均パルスを作り、新たな VAE に学習させることでより精度良く分類できる分類器を構築した。この分類器はマルチエネルギーを照射したデータセットでも分類ができた。つまり一度作った分類器は再利用することができ、マルチエネルギーでも機能することが検証できた。分類精度は ~ 90% であったが、iteration することで今後改善できると考える。さらに、パルスの自動良否判定と組み合わせることでより高い精度で分類できるようにする余地がある。

Deep Learning を用いた手法は一度学習を行ってしまえば実質計算量が 0 であるため、衛星運用などのオンライン解析に最適であるといえる。FPGA やアクセラレーターカードに自動良否判定器や分類器を構築することで高速かつ自動で X 線パルス処理が行える。

第9章

まとめと今後の展望

Contents

9.1	まとめ	195
9.1.1	マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの性能評価	195
9.1.2	マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの電熱シミュレーション	196
9.1.3	機械学習を用いたパルス波形処理	197
9.2	今後の展望	198

9.1 まとめ

本修士論文では昨年度製作に成功したマッシュルーム型吸収体について諸特性の測定, 性能評価, 有限要素法を用いた電熱シミュレーション, 機械学習を用いたパルス波形処理に取り組んだ。

9.1.1 マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの性能評価

性能評価は吸収体の構造及び TES の形を変えた素子に対して行った。TES の形を変えた素子に関して R - T 測定を行った結果, TES のアスペクト比と転移温度及び常伝導抵抗には関係があることが分かった。アスペクト比が大きいほど転移温度が低く, 常伝導抵抗が高いため, 双方の観点からアスペクト比が大きい TES を製作するのがよいと考えられる。

次にマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータについて I - V 測定, インピーダンス測定, X 線照射試験, ノイズ測定を行った。

I - V 測定から電熱シミュレーションで用いるための諸パラメータを求めた。しかし同じ基板上で TES を成膜しメンブレンを形成しているのにも関わらず熱伝導度が異なるという問題がある。 n と G_0 の 2 パラメータで自由度 2 の χ^2 分布から 99% の confidence contour を計算するとパラメータの不定性があることが分かったが, 同一基板上で n が大きく異なることを仮定すると全 Type で同じ値を取れる $n \simeq 3.5$ と見当を付けることができた。

インピーダンス測定では Oneblock, Twoblock (Hanging), Twoblock (Parallel) の三種類のモデルでフィッティングを行った。今回はフィッティングパラメータに誤差を付けることができなかつたため定量的にどのモデルが適しているかを判断できない。しかしフィッティングと実測データの誤差から推定はできる。Type A, C, D は Hanging モデルが適しているのではないかと考えられる。この場合熱が吸収体外側の柱から逃げずに, TES と繋がっている中心の柱から流出しているといえる。また Hydra 型 TES カロリメータである Type E1 では Parallel モデルが適していると考えられる。この Type は Type A, C, D よりも外側の柱の本数が 4 倍になっているため熱浴と吸収体間の熱伝導度が無視できないといえる。TES の形を変えた Type E3, E4, E5 は常伝導状態と超伝導

状態の測定データがばらついていたためフィッティングも正しく行うことができなかった。今後は輸送関数の補正を行うために常伝導状態と超伝導状態のデータを正確に測定する必要がある。その上で測定誤差をフィッティングパラメータに伝播させ、定量的に最適なモデルを判断する。

X線照射試験の結果、どのタイプの素子でも目標値である $< 5\text{ eV}$ には及んでいないことがわかった。これは、そもそもベースライン分解能が 8 eV あるためである。ベースライン分解能を劣化させている原因を調べるためにノイズ解析を行った結果、Readout noise と Excess noise が大半を占めていることがわかった。そのため、エネルギー分解能を向上させるためには SQUID を変え、Readout noise を低減させる必要がある。また、熱浴の温度揺らぎがベースライン分解能を劣化させるため、測定時には GM 冷凍機を一時停止することでより熱浴温度を安定させる必要があると考えられる。TES の形が正方形ではない Type E3 では読み出しノイズや熱浴の温度揺らぎでは説明できないほどにエネルギー分解能が劣化していた。I-V 測定から求められる R-V カーブは急峻に転移していないため温度感度 α が小さく、計算される原理的な分解能も $\sim 13\text{ eV}$ となる。しかし実測の分解能は $\sim 76\text{ eV}$ と原理的な分解能よりもはるかに劣化している。TES が正方形でないために TES に流れる電流が複雑になりノイズが増加していることも考えられるが、Type E3 のノイズレベルは正方形の TES である Type A と同程度であり原因は分かっていない。今後は他の TES の形を変えた素子も測定することで TES の形状変化がエネルギー分解能に及ぼす影響を調べる必要がある。また吸収体が付いており、TES の形も変えた素子で R-T 測定及び I-V 測定を行い、R-V カーブが急峻に転移していない原因が素子自体の問題なのか、I-V 測定の問題なのか判断しなければならない。

以上から吸収体の構造による特性の明確な差異を見つけることができなかったが、一方で TES の形を変えた素子においては特性に変化が生じ、エネルギー分解能も大幅に劣化していた。R-T 測定からは TES のアスペクト比を大きくする方が良いという結論が出たものの、特性に悪影響を与えない形状を調べ、製作する必要がある。

9.1.2 マッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの電熱シミュレーション

マッシュルーム型吸収体においては原理的な分解能が 4.84 eV に対し、実測のエネルギー分解能が 9.42 eV と大幅に劣化していた。本研究ではこのエネルギー分解能劣化の原因が吸収体が大きいことによるパルス波形のばらつきであるかを評価するために電熱シミュレーションを行った。シミュレーションには I-V 測定結果をフィッティングして求めたベストフィット値を用いた。まず Type A と Type D の素子において実測の X 線照射試験から得られたパルス波形の再現に試みたが、メンブレンの熱伝導率と Au 吸収体の比熱を調節する必要があった。メンブレンの熱伝導率は設計値の $\sim 30\%$ の値にすることで Type A と Type D の動作点をシミュレーション上で合わせた。Au 吸収体の比熱は Type A で ~ 0.8 倍、Type D で ~ 1.05 倍することで両 Type ともにパルス高さが一致した。Type A は立ち下がり時定数は実測と 2% の差異であったが、Type D は 20% の差異であった。これは、立ち下がり時定数が I-V 測定から求めた n と G_0 を用いているが、これらには不定性があることが影響していると考えられる。 n と G_0 の 2 パラメータで自由度 2 の χ^2 分布から 99% の confidence contour を計算すると、Type D では $3.0 \lesssim n \lesssim 3.8$, $25 \lesssim G_0/n\text{W/K} \lesssim 175$ の値の範囲を取る。 (n, G_0) の値の組み合わせを変えると時定数の値は $\sim 50\%$ 変わるため、立ち下がり時定数が実測と異なるのはこの影響が大きいと考えられる。本研究ではエネルギー分解能を評価する上で最も影響が大きいと考えられるパルス高さを一致させた条件を用いて以下のシミュレーションを行った。

一つ目に飽和エネルギーの評価を行った。熱源のエネルギーを変化させ、TES での温度上昇が R-T カーブにおける転移端を超えるかどうかという手法で確認した。これにより、 20 keV のエネルギーが入射しても TES の温度上昇は 2.0 mK であり転移端を超えないと判断した。つまり我々の製作した $2\text{ }\mu\text{m}$ のマッシュルーム型吸収体 TES カロリメータの飽和エネルギーは最低でも 20 keV と考えられる。

二つ目に吸収体の X 線入射位置依存性の影響を調べるために、Au 吸収体の 9 箇所に入射させ、パルスハ

イトをエネルギー分解能に換算した。これにより現在の Au 吸収体の成膜条件においてはエネルギー分解能劣化の影響が大きい方の Type D で 0.09 eV であった。つまり原理的なエネルギー分解能の 4.84 eV に対して 1.9% の寄与であり、エネルギー分解能を大幅に劣化させている原因は Au 吸収体が大きいことによるパルス波形のばらつきではないと結論づけた。

三つ目に Au 吸収体の熱伝導率を変化させてシミュレーションした。Au 吸収体の熱伝導率を 10%, 20%, 50%, 100%, 200% と変化させたときのエネルギー分解能の劣化を同様に評価した。その結果、現在の成膜条件の 50% の熱伝導率で最大 ~ 0.2 eV, 20% で ~ 0.5 eV, 10% の熱伝導率で ~ 1.2 eV の劣化が生じる。そのためもし Au 吸収体が 50% 程度熱伝導率が悪く成膜されていたとしても位置依存性の影響は小さいと考えられる。一方、現在の成膜条件の 200% の Au 吸収体を成膜できれば、0.1 eV 以下に抑えることができる。今後条件出しを行うことでより高い熱伝導率を実現できれば、設計の自由度がさらに上がるといえる。

最後に、将来的に製作を行いたい大面積吸収体及び Bi/Au 二層吸収体において、同様に熱伝導率の観点から制限を付けた。大面積吸収体では現在の Au 吸収体の 4 倍の面積にしてエネルギー分解能の劣化をシミュレーションした。その結果、現在の製作条件であれば 0.4 eV と 260 μm 角よりは悪くなるものの、十分実現可能であると考えられる。また、衛星応用を目指した Bi/Au 二層吸収体においても同様に評価した。Bi は比熱が Au の 10% 程度であるため厚く積んで X 線吸収効率を上げることができる。しかし熱伝導率が悪くパルス波形にばらつきが生じてしまい、エネルギー分解能が劣化する。そのため Bi と Au の二層吸収体にすることで熱容量と熱伝導率両方の問題を解決する。2 μm の Au の上に 5 μm の Bi を積むことで 7 keV において 90% 以上の X 線吸収効率を達成することができる。シミュレーションの結果、Bi と Au 共に現在の成膜条件で位置依存性の影響は 0.16 eV と小さいことが分かった。以上から将来的に製作したいと考えている大面積吸収体や、Bi/Au 二層吸収体は電熱シミュレーションの観点からは実現可能であると判断した。

9.1.3 機械学習を用いたパルス波形処理

TES カロリメータの衛星応用を目指す上では、得られたデータを衛星軌道上で迅速にフィルタリング処理する必要がある。本研究では機械学習を用いることで X 線パルス波形処理を高速かつ精度良く行うことに取り組んだ。まず一つ目に Deep Learning が従来の非 Deep な機械学習と比較してどの程度パルス波形処理に対して有効であるかを、X 線パルス波形からエネルギーを予測することで評価した。非 Deep な機械学習のアルゴリズムである LightGBM と、全結合層を 5 層組み合わせた Deep Learning の両方で X 線パルス波形からエネルギーを予測し、計算時間と予測精度を算出した。正解値と予測値の平均二乗誤差 (MSE) は Deep Learning が 3.45×10^{-4} , LightGBM が 3.08×10^{-3} と Deep Learning の方が一桁良い精度であった。計算時間は LightGBM が 98.9 ms, Deep Learning が 744 ms と LightGBM の方が速いという結果になった。しかし Deep Learning はまだニューラルネットワークアーキテクチャやハイパーパラメータのチューニングに余地がある。いずれにせよ 32032×6510 個のパラメータがあるデータに対しても 1 s 未満で計算が行えており、高速に処理できていると考えられる。

二つ目に X 線パルスの自動良否判定に取り組んだ。変分オートエンコーダ (VAE) というニューラルネットワークアーキテクチャを用いて、入力と出力の MSE から良いエネルギー分解能が得られるデータセットを分類した。その結果、MSE の閾値を適切に選べば 100% の精度で分類することができた。また全データセットにおいてエネルギー分解能を計算すると $\Delta E = 11.33$ eV であるが、自動で良いデータセットのみを選択した場合には $\Delta E = 10.45$ eV に向上することが確かめられた。MSE の閾値を小さくするほどよりエネルギー分解能が良いデータセットが得られるが、イベント数が少なくなってしまうためこれらはトレードオフの関係にある。最適な MSE の閾値の設定方法も今後検討する必要がある。さらに、一度構築した自動良否判定器の汎用性を検証した。同じマッシュルーム型吸収体ではあるが吸収体の構造が異なる素子と、TES カロリメータ自体の構造が全く異なり測定環境も異なる素子で評価した。どちらも MSE を適切に選択すれば 100% の精度で分類できた。これにより、clean

なデータセットが用意できないような実験データにおいても良否判定が行えるといえる。この VAE を用いた手法は得られたデータの詳細に依存しないため他の様々な物理実験データにも応用可能であると考えられる。

三つ目に Hydra 型 TES カロリメータのイベント分類に取り組んだ。TES カロリメータは TES 自身の発熱により画素数に制限があるが、Hydra 型 TES カロリメータは一つの TES に対して複数の吸収体を繋げることで多画素化を実現できる位置検出器である。より高いエネルギー分解能を達成するために最適フィルタ処理を行うが、Hydra 型 TES カロリメータでは個々のピクセルに入射した X 線イベントを同定する必要がある。そこで一般的なフィッティングベースの手法や非 Deep な機械学習を用いた手法に加え、衛星応用を目指して Deep Learning を用いてイベント分類を行った。Deep Learning を用いた手法として VAE で行った。まずオートエンコーダを通して得られた潜在空間を用いて各ピクセルのイベントを選択し、各ピクセルの平均パルスを作成した。次に平均パルスを新たな VAE に学習させ、全データの入力と出力を計算することで、あるピクセルとそれ以外のデータに分類を行った。これにより各ピクセルのイベントは 90% 以上の精度で分類を行うことができた。また一度構築した分類器の汎用性と、マルチエネルギーの X 線を照射した実験データにおいての有効性も検証できた。しかしマルチエネルギーを照射したデータセットにおいては、あるピクセルのイベントと判定し実際にそのピクセルのイベントであったのは 92% 以上であったが、あるピクセル以外のイベントと判定した中に紛れてしまっているイベントが高いもので 38.3% あった。マルチエネルギーのデータセットの場合には閾値を厳密に設定したり、iteration することで分類精度を上げる必要がある。

将来の X 線天文衛星には 1000 ピクセル以上の TES カロリメータを搭載することが予定されており、さらに高画素化のために Hydra 型 TES カロリメータも採用されている。XRISM/*Resolve* ではカロリメータが 36 ピクセル搭載されているが、それ以上に大量にデータが取得されることが見込まれ、さらに衛星軌道上で各ピクセルのイベント分類のような複雑な処理を行う必要がある。Deep Learning を用いた手法は一度学習させてしまえばデータの処理における計算量は大幅に削減できるため、衛星運用のようなリソースが限られているオンライン解析において有用であると考えられる。

9.2 今後の展望

実測のパルスをシミュレーションで完全に再現するには熱浴のモデル化及び熱伝導率の計算方法を見直し、熱拡散が弾道的か拡散的かを調べシミュレーションで再現することが必要であると考えられる。また熱容量や熱伝導率の温度依存性を考慮することも挙げられる。さらにインピーダンス測定から求められる電流感度と温度感度を用いて $R(T, I)$ 曲面を描くことでより正確な TES の転移の挙動を記述できる。そのためにはインピーダンス測定結果からパラメータを求める際にフィッティングの誤差を計算し、定量的にどのモデルが最適か決め、適切なモデルにおけるパラメータを組み込まなければならない。シミュレーション上で交流電圧をかけてインピーダンス特性を見ることで、現在のシミュレーションには何がモデルとして足りていないかを評価できる可能性もある。また、シミュレーション上でノイズを入れることでエネルギー分解能をより正しく評価できるため取り組んでいく。

エネルギー分解能を向上させるために TES の転移温度を下げた素子の製作が求められる。そのためには現在の製作状況において TES 二層薄膜の膜厚をコントロールする必要がある。また製作プロセス中の熱負荷がどの程度 TES カロリメータの特性に影響を与えているかを調べる。マッシュルーム型吸収体の製作では、衛星応用に向けて大面積吸収体や Bi/Au 吸収体の形成に取り組んでいく。そのためにはまず構造シミュレーションにより現在の柱の本数で吸収体を支えきれぬかを評価する。さらに柱の本数を増やしたときに TES カロリメータの特性に影響を与えないかを実験及び電熱シミュレーションの観点から評価する必要がある。Hydra 型 TES カロリメータでは 3×3 ピクセル及び 224 素子のアレイと組み合わせることで高画素化を目指す。

Deep Learning を用いたパルス波形の自動良否判定においては、本研究では最も良いエネルギー分解能が得られるグレードのイベントのみを分類した。しかし衛星応用では明るい天体からはダブルパルスが多く取得されると見

込まれるため、ダブルパルスを棄却するのではなくグレード付けする必要がある。今後は Deep Learning を用いてイベントをいくつかにグレード付けするように自動良否判定器を改良していく。Deep Learning を用いた Hydra 型 TES カロリメータのイベント分類では、iteration することやパルス波形自動良否判定と組み合わせで分類精度を向上するように改良できると考えられる。

付録 A

Twoblock Model の導出

TES と吸収体間の熱伝導率を考慮した Twoblock Model (Hanging) の導出を行う。熱伝導方程式と電気回路方程式は以下で表される。

$$L \frac{dI_{\text{TES}}}{dt} = V_{\text{th}} - R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}})I_{\text{TES}} - R_{\text{th}}I_{\text{TES}} \quad (\text{A.0.0.1})$$

$$C \frac{dT_{\text{TES}}}{dt} = G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{TES-bath}}) + R_{\text{TES}}I_{\text{TES}}^2 \quad (\text{A.0.0.2})$$

$$C_{\text{Abs}} \frac{dT_{\text{Abs}}}{dt} = G_{\text{TES-Abs}}(T_{\text{TES}} - T_{\text{Abs}}) \quad (\text{A.0.0.3})$$

定常状態における TES の温度と電流値を T_{ss} , I_{ss} とし, $\delta I = I_{\text{TES}} - I_{\text{ss}}$, $\delta T_{\text{TES}} = T_{\text{TES}} - T_{\text{ss}}$, $\delta T_{\text{Abs}} = T_{\text{Abs}} - T_{\text{ss}}$ と定義する。これらを用いて上式を書き換えると,

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}})I_{\text{TES}} - R_{\text{th}})(\delta I + I_{\text{ss}}) \quad (\text{A.0.0.4})$$

$$C \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = R_{\text{ss}}I_{\text{ss}}(2 + \beta)\delta I + \left(\alpha \frac{R_{\text{ss}}I_{\text{ss}}^2}{T_{\text{ss}}} - G_{\text{TES-bath}} \right) - G_{\text{TES-Abs}}(\delta T_{\text{TES}} - \delta T_{\text{Abs}}) + \delta P_{\text{TES}} \quad (\text{A.0.0.5})$$

$$C_{\text{Abs}} \frac{d\delta T_{\text{Abs}}}{dt} = G_{\text{TES-Abs}}(\delta T_{\text{TES}} - \delta T_{\text{Abs}}) + \delta P_{\text{Abs}} \quad (\text{A.0.0.6})$$

熱入力がない場合 $\delta P = 0$ であり, これを Oneblock Model と同様に Fourier 変換すると,

$$Z_{\text{TES}} = Z_{\infty} + (Z_0 - Z_{\infty}) \frac{1}{1 - i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{A.0.0.7})$$

$$Z_0 = -R_0 \frac{\mathcal{L}_I + \beta_I + 1}{\mathcal{L}_I - 1} \quad (\text{A.0.0.8})$$

$$Z_{\infty} = -R_0(1 + \beta_I) \quad (\text{A.0.0.9})$$

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{1}{G_{\text{TES-bath}}} \left(C_{\text{TES}} + C_{\text{Abs}} - C_{\text{Abs}} \frac{i\omega \frac{C_{\text{Abs}}}{G_{\text{TES-Abs}}}}{1 + i\omega \frac{C_{\text{Abs}}}{G_{\text{Abs}}}} \right) \quad (\text{A.0.0.10})$$

付録 B

TES のノイズ

Contents

B.1	行列表示を用いた電流応答性の導出	201
B.2	TES の安定性	205
B.3	TES のノイズ	206
B.4	熱浴の温度揺らぎによる影響	212
B.4.1	ノイズとしての影響	212

B.1 行列表示を用いた電流応答性の導出

Oneblock Model において熱伝導方程式と電気回路方程式を行列を用いて表すと §5.1.5 より以下となる.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{el}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{ss} L} \\ -\frac{R_{ss} I_{ss} (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\delta V}{L} \\ \frac{\delta P}{C} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.0.1})$$

ただし τ_{el} はループゲイン $\mathcal{L}_I = 0$ の場合に電流が指数関数的に減衰する時の時定数であり,

$$\tau_{el} = \frac{L}{R_L + R_0(1 + \beta_I)} \quad (\text{B.1.0.2})$$

となる. また, $\delta I = 0$ の場合, 系に生じた熱の時間変化が時定数

$$\tau_I = \frac{\tau}{1 - \mathcal{L}_I} \quad (\text{B.1.0.3})$$

にしたがって減衰する. \mathcal{L}_I が 1 より大きければ τ_I が負になり, これは熱散逸により系が不安定になることを示している.

$\delta P = \delta T = 0$ のときに式 (B.1.0.1) は斉次方程式となる. 二つの固有ベクトル \mathbf{v}_{\pm} に比例する解 $\mathbf{f}_{\pm}(t) = f_{\pm}(t)\mathbf{v}_{\pm}$ を考える. このとき, 固有値 λ_{\pm} を用いて B.1.0.1 は

$$\frac{d}{dt} f_{\pm}(t) = -\lambda_{\pm} f_{\pm}(t) \quad (\text{B.1.0.4})$$

と表されるので, 変数分離解は,

$$\begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = A_+ e^{-\lambda_+ t} \mathbf{v}_+ + A_- e^{-\lambda_- t} \mathbf{v}_- \quad (\text{B.1.0.5})$$

となる．ここで A_{\pm} は無次元量の定数である．

2 行 2 列の固有値行列は，まず特性方程式

$$\det \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \lambda_{\pm} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \\ -\frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} - \lambda_{\pm} \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \lambda_{\pm} \right) \left(\frac{1}{\tau_I} - \lambda_{\pm} \right) - \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \left(-\frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} \right) \quad (\text{B.1.0.6})$$

$$= \lambda_{\pm}^2 - \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{\tau_I} \right) \lambda_{\pm} + \frac{1}{\tau_{\text{el}} \tau_I} + \frac{\mathcal{L}_I G R_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{L C} = 0 \quad (\text{B.1.0.7})$$

を解くと，固有値は

$$\frac{1}{\tau_{\pm}} \equiv \lambda_{\pm} = \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I} \right)^2 - 4 \frac{R_{\text{ss}} \mathcal{L}_I (2 + \beta_I)}{L \tau}} \quad (\text{B.1.0.8})$$

と計算できる．また，固有ベクトルは

$$\mathbf{v}_{\pm} = \begin{pmatrix} \frac{1 - \mathcal{L}_I - \lambda_{\pm} \tau}{2 + \beta_I} \frac{G}{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}}} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1.0.9})$$

となる．

更に (1) δ 関数状の有限のエネルギー，(2) 交流電力として入力がある場合の計算を行う．まず斉次方程式においてインパルス応答（例えば光子の吸収で小さいエネルギーパルス $\delta T(0) = E/C$ が成り立つ場合）を考える．初期条件を

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \Delta T \end{pmatrix} = A_+ e^{-\lambda_+ t} \mathbf{v}_+ + A_- e^{-\lambda_- t} \mathbf{v}_- \quad (\text{B.1.0.10})$$

とすれば定数は

$$A_{\pm} = \pm \Delta T \frac{\frac{1}{\tau_I} - \lambda_{\pm}}{\lambda_+ - \lambda_-} \quad (\text{B.1.0.11})$$

と求まる．固有値 λ_{\pm} ではなく τ_{\pm} を用いれば $t \geq 0$ における電流と温度の時間発展が

$$\delta I(t) = \left(\frac{\tau_I}{\tau_+} - 1 \right) \left(\frac{\tau_I}{\tau_-} - 1 \right) \frac{1}{(2 + \beta_I)} \frac{C \Delta}{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} \tau_I^2} \frac{e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-}}{1/\tau_+ - 1/\tau_-} \quad (\text{B.1.0.12})$$

$$\delta T(t) = \left(\left(\frac{1}{\tau_I} - \frac{1}{\tau_+} \right) e^{-t/\tau_-} + \left(\frac{1}{\tau_I} - \frac{1}{\tau_-} \right) e^{-t/\tau_+} \right) \frac{\Delta T}{(1/\tau_+ - 1/\tau_-)} \quad (\text{B.1.0.13})$$

と記述できる．電流の時間変化は $\delta I \propto (e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-})$ という形で与えられることが分かる．従って，パルス応答における二つの時定数を，パルスの立ち上がり時定数 τ_+ ，及び（定常状態に達するまでの）立ち下がり時定数 τ_- とそれぞれみなすことができる．

また， L が十分に小さく $\tau_+ \ll \tau_-$ となる場合は

$$\frac{1}{\tau_+} = \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I} \right)^2 - 4 \frac{R_{\text{ss}} \mathcal{L}_I (2 + \beta_I)}{L \tau}} \quad (\text{B.1.0.14})$$

$$\simeq \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} \right)^2} \quad (\text{B.1.0.15})$$

$$= \frac{1}{\tau_{\text{el}}} \quad (\text{B.1.0.16})$$

$$\frac{1}{\tau_-} = \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I}\right)^2 - 4 \frac{R_{\text{ss}}}{L} \frac{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau}} \quad (\text{B.1.0.17})$$

$$= \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I} \right) \sqrt{1 - 4 \frac{R_{\text{ss}}}{L} \frac{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau(1/\tau_{\text{el}} - 1/\tau_I)^2}} \quad (\text{B.1.0.18})$$

$$\simeq \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I} \right) \sqrt{1 - 4 \frac{R_{\text{ss}}}{L} \frac{\tau_{\text{el}}^2 \mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau}} \quad (\text{B.1.0.19})$$

$$\simeq \frac{1}{\tau_I} + \frac{R_{\text{ss}} \tau_{\text{el}} \mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{L\tau} \quad (\text{B.1.0.20})$$

$$= \frac{1 + \beta_I + R_L/R_{\text{ss}} + (1 - R_L/R_{\text{ss}}) \mathcal{L}_I}{\tau(1 + \beta_I + R_L/R_{\text{ss}})} \quad (\text{B.1.0.21})$$

$$\equiv \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{B.1.0.22})$$

と近似される．ただし τ_- の近似には $\sqrt{1+x} \simeq 1+x/2$ ($x \ll 1$) を用いた．

また, $\tau_+ = \tau_-$ の場合, 電流の時間変化は

$$\delta I(t) = \lim_{\tau_+ - \tau_- \rightarrow 0} \delta I(t) \quad (\text{B.1.0.23})$$

と計算できるが, この極限を式 (B.1.0.12) について取ると最後の分数式が発散してしまう．そこで

$$\lim_{\tau_+ - \tau_- \rightarrow 0} \frac{e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-}}{1/\tau_+ - 1/\tau_-} = \lim_{\tau_+ - \tau_- \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-t)^m}{m!} \left[\left(\frac{1}{\tau_+}\right)^m - \left(\frac{1}{\tau_-}\right)^m \right] \frac{\tau_+ \tau_-}{\tau_+ - \tau_-} \quad (\text{B.1.0.24})$$

$$= \lim_{\tau_+ - \tau_- \rightarrow 0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-t)^m}{m!} \sum_{l=0}^{m-1} \tau_+^{-l} \tau_-^{l-(m-1)} \quad (\text{B.1.0.25})$$

となる．ただし

$$\left(\frac{1}{\tau_+}\right)^m - \left(\frac{1}{\tau_-}\right)^m = \frac{\tau_+^m - \tau_-^m}{\tau_+^m \tau_-^m} = \frac{\tau_+ - \tau_-}{\tau_+ \tau_-} \sum_{l=0}^{m-1} \tau_+^{m-1-l} \tau_-^l \quad (\text{B.1.0.26})$$

を用いた．これにより $\tau_+ - \tau_-$ に依存しない形をまず得た．次に $\tau_+ = \tau_- = \tau_{\pm}$ とすれば,

$$\lim_{\tau_+ - \tau_- \rightarrow 0} \frac{e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-}}{1/\tau_+ - 1/\tau_-} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-t)^m}{m!} \sum_{l=0}^{m-1} \tau_{\pm}^{-(m-1)} \quad (\text{B.1.0.27})$$

$$= (-t) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-t)^{m-1}}{(m-1)!} \tau_{\pm}^{m-1} \quad (\text{B.1.0.28})$$

$$= -te^{-t/\tau_{\pm}} \quad (\text{B.1.0.29})$$

となる．よって,

$$\delta I(t) = - \left(\frac{\tau_I}{\tau_{\pm}} - 1 \right) \frac{C\Delta T}{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} \tau_I^2} te^{-t/\tau_{\pm}} \quad (\text{B.1.0.30})$$

と表される．後述するようにこの解は"critically damped"しており, エネルギー分解能と読み出し回路のトレードオフを最適化するために選択されることが多い．

続いて TES の電力-電流応答を考える．ここでは振動する非斉次項が不可する場合, 即ち小さな交流の入力がある場合を考える．微分方程式の一般解は斉次解と定常解の重ね合わせによって表されるので, 以下では定常解を導出する．電力 $\delta P = \text{Re}(\delta P_0 e^{i\omega t})$ の微小信号が入力される場合, 連立微分方程式は

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}} L} \\ -\frac{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\delta P_0}{C} \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (\text{B.1.0.31})$$

と表されるので, $t \rightarrow \infty$ における特殊解

$$\mathbf{f}(t) = A_+ e^{i\omega t} \mathbf{v}_+ + A_- e^{i\omega t} \mathbf{v}_- \quad (\text{B.1.0.32})$$

を式 (B.1.0.31) に代入すると

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\delta P_0}{C} \end{pmatrix} = A_+ \mathbf{v}_+ (i\omega + \lambda_+) + A_- \mathbf{v}_- (i\omega + \lambda_-) \quad (\text{B.1.0.33})$$

という関係を得る. 先程定義した固有ベクトル式 (B.1.0.9) を用いて定数部分を求めると

$$A_{\pm} = \mp \frac{\delta P_0}{C \tau} \frac{\lambda_{\pm} \tau + \mathcal{L}_I - 1}{(\lambda_+ - \lambda_-)(\lambda_{\pm} + i\omega)} \quad (\text{B.1.0.34})$$

となる. いま応答関数として過渡状態の情報を破棄してしまえば, 用いる解は定常解のみで十分である. したがって, 周波数 ω に対する電力-電流応答性, 及び電力-温度応答性はそれぞれ

$$s_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P_0} = -\frac{1}{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}} (2 + \beta_I)} \frac{(1 - \tau_+/\tau_I)(1 - \tau_-/\tau_I)}{(1 + i\omega\tau_+)(1 + i\omega\tau_-)} \quad (\text{B.1.0.35})$$

$$s_T(\omega) \equiv \frac{\delta T}{\delta P_0} = -\frac{\tau_+ \tau_-}{G \tau^2} \frac{\tau/\tau_+ + \tau/\tau_- + \mathcal{L}_I - 1 + i\omega\tau}{(1 + i\omega\tau_+)(1 + i\omega\tau_-)} \quad (\text{B.1.0.36})$$

となる. 後の式変形のために時定数 τ_{\pm} の代わりに回路のインダクタンス L を用いると,

$$s_I(\omega) = -\frac{1}{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}}} \left[\frac{L}{\tau_{\text{el}} R_{\text{ss}} \mathcal{L}_I} + \left(1 - \frac{R_L}{R_{\text{ss}}}\right) + i\omega \frac{L\tau}{R_{\text{ss}} \mathcal{L}_I} \left(\frac{1}{\tau_I} + \frac{1}{\tau_{\text{el}}}\right) - \frac{\omega^2 \tau}{\mathcal{L}_I} \frac{L}{R_{\text{ss}}} \right]^{-1} \quad (\text{B.1.0.37})$$

となる. 擬似的定電圧バイアス ($R_L \ll R_{\text{ss}}$) で強いフィードバック

$$\mathcal{L}_I \gg \frac{R_L + R_{\text{ss}}(1 + \beta_I)}{R_{\text{ss}} - R_L} \quad (\text{B.1.0.38})$$

がかかっている場合, $\omega = 0$ では

$$s_I(0) = -\frac{1}{R_{\text{ss}} I_{\text{ss}}} \left[\frac{L}{\tau_{\text{el}} R_{\text{ss}} \mathcal{L}_I} \right]^{-1} \quad (\text{B.1.0.39})$$

$$= -\frac{1}{(R_{\text{ss}} - R_L) I_{\text{ss}}} \frac{1}{\frac{R_L + R_{\text{ss}}(1 + \beta_I)}{\mathcal{L}_I (R_{\text{ss}} - R_L)} + 1} \quad (\text{B.1.0.40})$$

$$\sim -\frac{1}{(R_{\text{ss}} - R_L) I_{\text{ss}}} \quad (\text{B.1.0.41})$$

と近似され, 応答がバイアス回路のパラメータのみに依存することが分かる.

B.2 TES の安定性

TES の応答を表す一般解は減衰か振動の関数計であり、それぞれ安定状態か不安定状態にある。本節では安定動作においてこれらの方程式中のパラメータに対する制約を決定する。

式 (B.1.0.8) で定義された時定数 τ_{\pm} が実数の場合、式 (B.1.0.12) は critically damped もしくは overdamped (正弦波成分を含まない指数関数) となる。複素数の場合、応答は underdamped (正弦波成分あり) であり、実数部が負の場合、応答は不安定で、信号が時間と共に増大して発散してしまう。 $\tau_+ < \tau_-$ であれば overdamped であり、

$$\tau_+ = \tau_- \quad (\text{B.2.0.1})$$

であれば critically damped である。この条件の元で式 (B.1.0.8) は

$$\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I}\right)^2 - 4\frac{R_{\text{ss}}}{L} \frac{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau} = 0 \quad (\text{B.2.0.2})$$

を満足するので、 L について解を求めると

$$\begin{aligned} L_{\text{crit}\pm} = & \left[\mathcal{L}_I \left(3 + \beta_I - \frac{R_L}{R_{\text{ss}}} \right) + \left(2 + \beta_I + \frac{R_L}{R_{\text{ss}}} \right) \right. \\ & \left. \pm 2\sqrt{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I) \left\{ \mathcal{L}_I \left(1 - \frac{R_L}{R_0} + \left(1 + \beta_I + \frac{R_L}{R_0} \right) \right) \right\}} \right] \frac{R_{\text{ss}}\tau}{(\mathcal{L}_I - 1)^2} \end{aligned} \quad (\text{B.2.0.3})$$

となる。 L が 0 か非常に大きい場合、カロリメータの応答は overdamped になる。一方で

$$L_{\text{crit}-} < L < L_{\text{crit}+} \quad (\text{B.2.0.4})$$

を満たす場合のみ underdamped する。

電圧バイアス $R_L = 0$ かつ強いフィードバック $\mathcal{L}_I \gg 1, \beta_I$ がかかっている場合、式 (B.2.0.3) は

$$\frac{L_{\text{crit}\pm}}{R_{\text{ss}}} = \left(3 + \beta_I \pm 2\sqrt{2 + \beta_I} \right) \frac{\tau}{\mathcal{L}_I} \quad (\text{B.2.0.5})$$

と近似できる。さらに $\beta_I = 0$ では

$$\frac{L_{\text{crit}\pm}}{R_{\text{ss}}} = \frac{\tau}{\mathcal{L}_I} = (3 \pm 2\sqrt{2}) \frac{\tau}{\mathcal{L}_I} \quad (\text{B.2.0.6})$$

となる。時定数 τ_{\pm} の実部が正のとき、カロリメータの応答は安定し、時間の経過とともに定常状態に戻る傾向がある。これは次のような場合に当てはまる。

$$\text{Re} \left[\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{\tau_I} - \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I}\right)^2 - 4\frac{R_{\text{ss}}}{L} \frac{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau}} \right] > 0 \quad (\text{B.2.0.7})$$

overdamped と underdamped 両方においてさらに単純化することが可能である。 $\tau_+ < \tau_-$ であれば TES は overdamped され、上式は

$$\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{\tau_I} > \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I}\right)^2 - 4\frac{R_{\text{ss}}}{L} \frac{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau}} \quad (\text{B.2.0.8})$$

となる。ここで式 (B.1.0.2) を代入して

$$R_{\text{ss}} > \frac{\mathcal{L}_I - 1}{\mathcal{L}_I + 1 + \beta_I} R_L \quad (\text{B.2.0.9})$$

を得る。この式は overdamped する TES における安定条件を表す。これは $\mathcal{L}_I > 1$ の場合に性のフィードバック系から熱の散逸が無いようにする制約を与えている。 $R_{ss} > R_L$ であればこの式を自動的に満たされるため、単純で、線形で、電圧にバイアスされた TES は overdamped または critically damped しても常に安定である。

一方, underdamped の場合は式 (B.2.0.7) の平方根の実部は消えるため, TES の安定条件は

$$\tau > (\mathcal{L}_I - 1)\tau_{el} \quad (\text{B.2.0.10})$$

もしくは等価的に

$$\mathcal{L}_I \leq 1, \text{ or } \mathcal{L}_I > 1, \text{ and } L < \frac{\tau}{\mathcal{L}_I - 1} [R_L + R_0(1 + \beta_I)] \quad (\text{B.2.0.11})$$

と記述できる。この式は時間とともに増大する不安定な電熱振動が発生する前にインダクタンスをどの程度大きくできるか（または検出器の応答をどの程度速くできるか）という制約を与えるものである。

B.3 TES のノイズ

散逸を伴う全ての物理系と同様に, TES の応答は状態変数の熱力学的揺らぎの影響を受ける。この章ではこのような熱力学的ノイズの原因を考察する。回路中の電気抵抗に起因する熱力学的揺らぎは Johnson ノイズまたは Nyquist ノイズと呼ばれ, 熱インピーダンスに起因する揺らぎは Phonon ノイズもしくは熱揺らぎノイズ (Thermal Fluctuation Noise; TFN) という。これらのノイズ源は, TES のノイズ等価電力 (Noise Equivalent Power; NEP) とエネルギー分解能に基本的な制限を設ける。追加のノイズ源はこれらの基本的な限界から TES の性能を劣化させる。これらの追加的なノイズ源には, 量子論的な揺らぎ (TES では通常無視できる), 超伝導秩序パラメータの揺らぎ, 磁束の動き, 及び熱容量の結合不良のような検出器内部の隠れた状態変数に起因する熱力学的揺らぎが含まれる。ここでは内部に隠れた変数が無いと仮定した場合 (即ち Markov ノイズ過程を仮定した場合) の基本的なノイズ源について議論する。

連立微分方程式 (5.1.5.13), (5.1.5.14) の電力信号と電圧信号が, 熱力学的揺らぎによる状態変数の相関によって決まる確率的な力である場合, 微分方程式は Langevin 方程式と呼ばれる。Langevin 方程式は, これらの架空のランダムな力に対する状態変数の応答を記述する。この Langevin 方程式に揺動散逸定理 (Fluctuation-Dissipation Theorem; FDT) を適応することで, 熱力学的ノイズを解析することができる。しかし, FDT を適切に適用するためには, 状態変数に関連する共役力を特定することが重要である。電気微分方程式では, 電流 I が状態変数 (Lagrangian の「速度」項) であり, 電圧 V は関連する共役力である。理想的なインダクタンス L のみが存在し, 回路が一定温度の熱浴に繋がれているので, 電流の揺らぎはカノニカル分布または「Gibbs」分布に従う。インダクタンスに蓄えられた自由エネルギーは

$$F = \frac{1}{2}LI^2 \quad (\text{B.3.0.1})$$

なので, 共役運動量, 共役力は

$$p = \frac{\partial F}{\partial I} = LI \quad (\text{B.3.0.2})$$

$$\frac{dp}{dt} = L \frac{dI}{dt} = V \quad (\text{B.3.0.3})$$

と求まる。

一方, 熱伝導方程式における状態変数は T であり, TES の熱容量は熱伝導度を通じて一定の熱浴に繋がっている。熱回路の系についてもカノニカル分布が適用される。したがって熱量 δQ が熱浴と TES 間を流れると, 自由エネルギーの変化は熱力学第一法則より $dF = -SdT$ となる。ここで S がエントロピーであり, 共役運動量は $p = \partial F / \partial T = -S$ である。熱回路系に流入する熱量は $dQ = TdS$ であるから, 共役力は仕事率 P を用いて

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{T} \frac{dQ}{dt} = -\frac{P}{T} \quad (\text{B.3.0.4})$$

となる．ランダムパワーの符号は任意であるが，TES は強くにより冷却される効果を受けるので，熱量の符号を反転させ，以下では P/T を共役力として用いる．連立 Langevin 方程式では，状態変数を揺動散逸定理で解析する場合，Langevin 方程式を状態変数のベクトルとインピーダンス行列 Z として表現するのが簡便である．Langevin 方程式は次のように表される．

$$Z \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_\omega \\ \frac{P_\omega}{T_{ss}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.0.5})$$

式 (5.1.5.21) では TES の連立微分方程式を行列として記述したが，共役力を用いて表現していなかった．そこで式 (5.1.5.21) を式 (B.3.0.5) の形式に合わせて変換すると，

$$Z_{\text{ext}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega \right) L & \frac{C_I G}{I_{ss}} \\ -\frac{R_{ss} I_{ss}}{T_{ss}} (2 + \beta_I) & \left(\frac{1}{\tau_I} + i\omega \right) \frac{C}{T_{ss}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.0.6})$$

という行列を得る．ただし，この方程式では TES 内の Joule 損失が $P_J = I_{\text{TES}} V_{\text{TES}} = R_{\text{TES}} I_{\text{TES}}^2$ で与えられると仮定している．式 (B.3.0.6) において，Johnson ノイズのような電圧の揺らぎは全て電流値に変換され，TES に影響を及ぼす．しかし，電圧の揺らぎに作用するバイアス電流の効果は P_J という表現には含まれていない．この電圧源の内側で散逸する電力は外部に逃げていく（電圧源の熱浴は TES の熱回路と接続されていない）．したがって，式 (B.3.0.6) のインピーダンス行列を外部インピーダンス Z_{ext} と称する．

ただし，TES 内部の電圧源にかかる仕事，例えば Johnson ノイズ電圧や熱起電力電圧など，TES 内部の電圧源に作用する仕事は，熱回路に電力損失をもたらすはずである．ここで， $V_{\text{TES}} = R_{\text{TES}} I_{\text{TES}} + V_{\text{noise}}$ は揺らぎによるノイズ電圧が含まれる．Johnson ノイズ電圧源で行われる仕事には，正又は負のものがある．

これまでにモデル化されてきた TES の微分方程式において，内部電圧ノイズ源の仕事による電力損失は式 (B.3.0.5) の右辺にランダム力ベクトルに新たな電力項を追加することで説明していた．ここでは代わりに左辺の行列にこの電力を含める．両者は数学的には等価な手法だが，後者は内部インピーダンス Z_{int} を導出するのに直接的な手法である． Z_{int} の導出は揺動散逸定理を用いて，ノイズのより直接的な考察が可能になる．

内部電圧源の働きを説明するために，TES 内の Joule 発熱の式 (5.1.5.10) を次のように書き換える．

$$P_J = I_{r\text{mTES}} V_{\text{TES}} = (R_{\text{TES}} + V_{\text{noise}}) I_{\text{TES}} = (V_{\text{bias}} - R_L I_{\text{TES}} - L \frac{dI}{dt}) \quad (\text{B.3.0.7})$$

この式の右辺ではバイアス回路内のループの全電圧降下は電源電圧と完全に一致すると改定している． I_{ss} 周辺で微小信号 δI を一次の項まで展開すると

$$P_J \simeq (I_{ss} + \delta I) \left[V_{\text{bias}} - (I_{ss} + \delta I) R_L - L \frac{d(I_{ss} + \delta I)}{dt} \right] \quad (\text{B.3.0.8})$$

$$\simeq I_{ss} V_{\text{bias}} + V_{\text{bias}} \delta I - R_L I_{ss}^2 - 2R_L I_{ss} \delta I - I_{ss} L \frac{d\delta I}{dt} \quad (\text{B.3.0.9})$$

$$= R_{ss} I_{ss}^2 + (R_{ss} - R_L) I_{ss} \delta I - I_{ss} L \frac{d\delta I}{dt} \quad (\text{B.3.0.10})$$

と求まる ($V_{\text{bias}} = (R_{ss} + R_L) I_{ss}$ であることに注意)．さらに Fourier 変換を行い，

$$P_J(\omega) = [(R_{ss} - R_L) I_{ss} - i\omega L I_{ss}] I_\omega \quad (\text{B.3.0.11})$$

となる。これを式 (5.1.5.14) に代入し、TES 内部で生じる Joule 発熱の熱伝導方程式への寄与を修正すると、内部インピーダンスは

$$Z_{\text{int}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega\right)L & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_{\text{ss}}} \\ (R_L - R_{\text{ss}})I_{\text{ss}} + i\omega L I_{\text{ss}} \frac{1}{T_{\text{ss}}} & \left(\frac{1}{\tau} + i\omega\right) \frac{C}{T_0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.0.12})$$

となる。よって電熱連立微分方程式は

$$Z_{\text{int,ext}} \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{\text{int,ext},\omega} \\ \frac{P_\omega}{T_{\text{ss}}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.0.13})$$

と書き直せる。

インピーダンス行列は状態変数の熱力学的揺らぎの相関関係を決定する。実際、物理系において Z が 0 でない成分を保つ場合、状態変数に相関が生じる。揺動散逸定理により、量子揺らぎが小さい平衡状態では状態変数 u の揺らぎのパワースペクトル密度はアドミッタンス $Y(\omega) \equiv Z^{-1}(\omega)$ を用いて、

$$S_u(\omega) = 4k_B T \text{Re}[Y(\omega)] \quad (\text{B.3.0.14})$$

となる、これらの相関は、仮想的な力 F の揺らぎのパワースペクトル密度は

$$S_F(\omega) = 4k_B T \text{Re}[Z(\omega)] \quad (\text{B.3.0.15})$$

と表される。また式 (B.3.0.6) と対応する行列形式は

$$S_{u_i}(\omega) = 4k_B T \text{Re}[Y_{ii}(\omega)] \quad (\text{B.3.0.16})$$

である。ここで i がベクトルのインデックスであり、速度変数 u_i の揺らぎのパワースペクトル密度が Y はアドミッタンス行列 Y_{ii} の対角要素によって決定される。

式 (B.3.0.13) のインピーダンス行列に揺動散逸定理の行列形式を直接適用したくなる。しかし、この方法による予測は実験結果と一致しない。この問題は、単純な揺動散逸定理が熱力学的に平衡な線形回路に適用した場合のみ厳密であるという事実から生じている。Langevin 方程式は定常状態にあるかもしれないが、0 でないバイアス電流がある限り、温度は熱浴温度に等しくなく、系は非平衡状態にある。この場合、式 (B.3.0.13) を直接適用すると誤解を招く結果となる。

ここで Linear Equivalent Ansatz (LEA) という仮定を用いて TES のノイズを議論する。LEA は平衡状態（電流が 0 のとき）で線形成分（抵抗の電流依存性と温度依存性の両方を無視したもの）を用いて揺動散逸定理から予測される仮想のランダムな力が、状態変数の揺らぎを決定するというものである。LEA は各抵抗 R に直列にパワースペクトル密度 $S_V = 4k_B T R$ を持つランダム電圧、または各抵抗に並列に Thevenin 等価なランダム電流パワースペクトル密度 $S_I = 4k_B T/R$ をバイアスとは無関係に関連付ける、一般的な component-level resistor noise model と同等である。線形極限 $\beta_I = 0$ かつ平衡 $I_{\text{ss}} = 0$ でインピーダンスの実部は、

$$\text{Re}[Z_{\text{int,ext}}] = \begin{pmatrix} R_{\text{ss}} + R_L & 0 \\ 0 & \frac{G}{T_{\text{ss}}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.0.17})$$

と表すことができる。次に、揺動散逸定理により仮想のランダムな力のパワースペクトル密度は、平衡インピーダンス行列の対角要素によって決定される:

$$\begin{pmatrix} S_V \\ \frac{S_{P_{\text{TFN}}}}{T_{\text{ss}}^2} \end{pmatrix} = 4k_B T_{\text{ss}} \begin{pmatrix} R_{\text{ss}} + R_L \\ \frac{G}{T_{\text{ss}}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3.0.18})$$

ここで、 $S_V = S_{V_{\text{TES}}} + S_{V_L}$ 、 $S_{V_{\text{TES}}} = 4k_B T_{\text{ss}} R_{\text{ss}}$ は TES における Johnson ノイズを表しており、 $S_{V_L} = 4k_B T_{\text{ss}} R_L$ は配線抵抗の Johnson ノイズ、そして $S_{P_{\text{TFN}}} = 4k_B T_{\text{ss}}^2 G$ は熱伝導度 G による熱散逸ノイズである。より一般的

に、配線抵抗の温度 T_L と熱浴温度 T_{bath} は T_{ss} から変化する場合、LEA は $S_{V_{\text{TES}}} = 4k_B T_{\text{ss}} R_{\text{ss}}$, $S_{V_L} = 4k_B T_L R_L$, $S_{P_{\text{TFN}}} = 4k_B T_{\text{ss}}^2 G \times F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}})$ と表すことができる。ここで単位なし関数 $F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}})$ の形は、熱伝導度指数と境界からの Phonon 反射が鏡面反射か拡散反射かに依存する。 $F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}})$ は TES の温度の関数として定義され、通常 0.5 から 1 の間にである。 *McCammon* の "Thermal Equilibrium Calorimeter – An Introduction " で定義された

$$F_{\text{LINK}} = \frac{\beta + 1}{2\beta + 3} \frac{t^{2\beta+3} - 1}{t^{\beta+1} - 1} \quad (\text{B.3.0.19})$$

を用いて、

$$F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}}) = F_{\text{LINK}}(T_{\text{bath}}, n) \left(\frac{T_{\text{bath}}}{T_{\text{ss}}} \right)^{n+1} \quad (\text{B.3.0.20})$$

と書ける。このランダム力を式 (B.3.0.12) と組み合わせることで状態変数の揺らぎのパワースペクトル密度を決定する。

LEA は、抵抗を横切るランダム電圧を決定するために、温度依存性 ($\alpha_I = 0$) や電流依存性 ($\beta_I = 0$) のない線形抵抗を想定している。実際には、電流依存性と温度依存性の両方の非線形性が、抵抗を横切るランダムノイズ電圧を変化させる可能性がある。ここでは、電流依存性抵抗の影響をおおよそ取り入れるが、温度依存性抵抗の影響はまだ取り入れない LEA の修正について検討する。電流依存の非線形性 ($\beta \neq 0$) を持つ回路におけるノイズの解析はいくつかの要因によって複雑になる。Thevenin の定理が、電流依存の非線形性を持つ回路には適用されない。したがって、直流電圧ノイズ源を持つ component-level noise model は「Thevenin の等価」な並列電流ノイズ源を持たない。さらに、非線形抵抗は非 Gauss 雑音を持つため、Gauss 定常解を持つ Fokker–Planck 方程式は解析に使用できない。

ここでは、Nonlinear Equilibrium Ansatz (NLEA) と呼ぶ、より一般的な仮定を導入する。NLEA は LEA と等価であるが、 $\beta_I \neq 0$ として抵抗に電流依存の非線形性を持たせる点が異なる。 β_I と R_{ss} の値が定常バイアス電流 I_{ss} で決定されることを除けば、ノイズは平衡に近い系を仮定して決定される。電圧ノイズのパワースペクトル密度の非線形性への依存性は次のように書ける。

$$S_{V_{\text{TES}}} = 4k_B T_{\text{ss}} R_{\text{ss}} \xi(I_{\text{ss}}) \quad (\text{B.3.0.21})$$

ここで $\xi(I)$ (超伝導コヒーレンス長とは無関係) は Taylor 展開で表すことができる:

$$\xi(I) = 1 + \left. \frac{d\xi}{dI} \right|_{I=0} I + \mathcal{O}(I^2) \quad (\text{B.3.0.22})$$

線形近似または $\xi(I_{\text{ss}}) = 1$ では NLEA は LEA に還元される。

バイアス回路において、負荷インピーダンスの実部に周波数依存性がなければ、ノイズは Markov 的である。そして $\xi(I)$ の解析には非線形 Markov 揺動散逸関係を用いることができる。二次の Markov 的揺動散逸関係は、インダクタンス L の閉ループと非ゼロのバイアス電流 I が印加された状態で、二次の非線形な抵抗を扱う際にも用いられる。 $d\xi/dI$ の値は、二次関数近似した抵抗の電圧–電流依存性は定常状態における $R_{\text{ss}} \equiv V/I$ と β_I の値を用いて、TES の抵抗をフィッティングさせて求める。即ち、

$$V = rI + \frac{1}{2}\gamma I^2 \quad (\text{B.3.0.23})$$

と表され、 R_{ss} は低電流時の値 r に近づき、 γ は非線形性を定量化する定数である。この場合、非線形な Markov 的揺動散逸関係は電力スペクトル密度 (Power Spectral Density; PSD) を次のように与える。

$$S_V = 4k_B T \left[r + \frac{3}{2}\gamma I + \mathcal{O}(I^2) \right] \quad (\text{B.3.0.24})$$

式 (B.3.0.23) から、抵抗は

$$R_{\text{ss}} \equiv \frac{V}{I} = r + \frac{1}{2}\gamma I \quad (\text{B.3.0.25})$$

と定義され、またこの式から電流依存性は

$$\beta_I \equiv \frac{I}{R} \frac{dR}{dI} = \gamma \frac{I}{2R_{\text{ss}}} \quad (\text{B.3.0.26})$$

と本もある。 R_{ss} , β_I の値を式 (B.3.0.24) に代入すれば、

$$S_V = 4k_{\text{B}}TR_{\text{ss}} [1 + 2\beta_I + \mathcal{O}(I^2)] \quad (\text{B.3.0.27})$$

を得る。よって抵抗の二次近似で PSD の電流依存性は

$$\frac{d\xi}{dI} = 2\frac{\beta_I}{I} \quad (\text{B.3.0.28})$$

と計算される。

抵抗成分と同様にして、二次近似の熱伝導度も

$$I = gV + \frac{1}{2}\gamma V^2 \quad (\text{B.3.0.29})$$

と表され、熱伝導度 $G \equiv I/V = 1/R_{\text{ss}}$ は低電流の際に値 g を取り、 γ は非線形性を表す定数とする。これによる電流成分の PSD は

$$S_I = 4k_{\text{B}}T \left[g + \frac{1}{2}\gamma V + \mathcal{O}(I^2) \right] \quad (\text{B.3.0.30})$$

と与えられ、熱伝導度は式 (B.3.0.29) から

$$G \equiv \frac{I}{V} = g + \frac{1}{2}\gamma V \quad (\text{B.3.0.31})$$

となる。以上の関係から

$$S_I = \frac{4k_{\text{B}}T}{R_{\text{ss}}} + \mathcal{O}(I^2) \quad (\text{B.3.0.32})$$

を得る。

電流バイアス回路において、並列電流源 (B.3.0.32) は

$$S_V = \frac{4k_{\text{B}}T}{R_{\text{ss}}} \left(\frac{dV}{dI} \right)^2 + \mathcal{O}(V^2) \quad (\text{B.3.0.33})$$

$$= 4k_{\text{B}}TR_{\text{ss}}(1 + \beta_I)^2 + \mathcal{O}(V^2) \quad (\text{B.3.0.34})$$

$$= 4k_{\text{B}}TR_{\text{ss}}(1 + 2\beta_I + \beta_I^2) + \mathcal{O}(V^2) \quad (\text{B.3.0.35})$$

のノイズを有する抵抗と直列な電圧源と等価である。ただし

$$R_{\text{dyn}} \equiv \left. \frac{\partial V}{\partial I} \right|_{T_{\text{ss}}} = R_{\text{ss}}(1 + \beta_I) \quad (\text{B.3.0.36})$$

を用いた。

熱伝導度 $G(T)$ には温度依存性があり、抵抗の電流依存性 $R(I)$ と同様に非線形性を扱うことができる。従って非線形な TFN の寄与が予想され、熱伝導度の非線形性による TFN をパラメータ $F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}})$ に含めて扱う。

内部・外部ノイズ電圧による電流ノイズの電力スペクトル密度は式 (B.3.0.13) から求まり、回路内部・外部アドミッタンスが決定できる。内部インピーダンス行列 (B.3.0.12) から、内部アドミッタンスは

$$Y_{\text{int}}(\omega) \equiv \frac{I(\omega)}{V_{\text{int}}(\omega)} = -s_I(\omega)I_{\text{ss}}\frac{1}{\mathcal{L}_I}(1+i\omega\tau) \quad (\text{B.3.0.37})$$

と与えられる。また外部インピーダンス行列 (B.3.0.6) から、外部アドミッタンスも同様にして

$$Y_{\text{ext}}(\omega) \equiv \frac{I(\omega)}{V_{\text{ext}}(\omega)} = -s_I(\omega)I_{\text{ss}}\frac{\mathcal{L}_I-1}{\mathcal{L}_I}(1+i\omega\tau_I) \quad (\text{B.3.0.38})$$

と与えられる。

ここで考えるノイズ源は以下に分類される。電力スペクトル密度 $S_{V_{\text{ext}}}(\omega)$ を有する外部電圧ノイズ、電力スペクトル密度 $S_{V_{\text{int}}}(\omega)$ を有する内部電圧ノイズ、熱揺らぎノイズ $S_{P_{\text{TFN}}}(\omega)$ による電力ノイズ、電流増幅される際のノイズ $S_{I_{\text{amp}}}$ である。これら 4 種類のノイズに相関がなければ、TES 内の全ての電流ノイズは次のように書くことができる。

$$S_I(\omega) = S_{V_{\text{ext}}}(\omega)|Y_{\text{ext}}(\omega)|^2 + S_{V_{\text{int}}}(\omega)|Y_{\text{int}}(\omega)|^2 + S_{P_{\text{TFN}}}(\omega)|s_I(\omega)|^2 + S_{V_{\text{amp}}}(\omega) \quad (\text{B.3.0.39})$$

また、TES の全体的な電力換算ノイズは次のようになる：

$$S_P(\omega) = \frac{S_I(\omega)}{|s_I(\omega)|^2} \quad (\text{B.3.0.40})$$

これらの式はエネルギー分解能の計算の際に使われる。

続いてこれらのノイズの各成分、即ち TES の自身の Johnson ノイズ、負荷抵抗の Johnson ノイズ、熱揺らぎノイズ、アンプノイズの 4 成分について具体的な式を与える。まず TES 内の Johnson ノイズによる電流ノイズのパワースペクトル密度は、式 (B.3.0.21) に式 (B.3.0.37) を代入して

$$S_{I_{\text{TES}}}(\omega) = 4k_{\text{B}}T_{\text{ss}}I_{\text{ss}}^2R_{\text{ss}}\frac{\xi(I)}{\mathcal{L}_I^2}(1+\omega^2\tau^2)|s_I(\omega)|^2 \quad (\text{B.3.0.41})$$

となる。 s_I は式 (B.1.0.35) で示した電力-電流応答特性である。よって TES の Johnson ノイズを電力換算すると

$$S_{P_{\text{TES}}}(\omega) = \frac{S_{I_{\text{TES}}}}{|s_I(\omega)|^2} = 4k_{\text{B}}T_{\text{ss}}I_{\text{ss}}^2R_{\text{ss}}\frac{\xi(I)}{\mathcal{L}_I^2}(1+\omega^2\tau^2) \quad (\text{B.3.0.42})$$

となる。同様にして、負荷抵抗に生じる Johnson ノイズは

$$S_{I_{\text{L}}}(\omega) = 4k_{\text{B}}T_{\text{L}}I_{\text{ss}}^2R_{\text{L}}\left(\frac{\mathcal{L}_I-1}{\mathcal{L}_I}\right)^2(1+\omega^2\tau_I^2)|s_I(\omega)|^2 \quad (\text{B.3.0.43})$$

であり、電力換算すると

$$S_{P_{\text{L}}}(\omega) = \frac{S_{I_{\text{L}}}}{|s_I(\omega)|^2} = 4k_{\text{B}}T_{\text{L}}I_{\text{ss}}^2R_{\text{L}}\left(\frac{\mathcal{L}_I-1}{\mathcal{L}_I}\right)^2(1+\omega^2\tau_I^2) \quad (\text{B.3.0.44})$$

となる。熱揺らぎノイズに関しては

$$S_{P_{\text{TFN}}} = 4k_{\text{B}}T_{\text{ss}}^2G \times F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}}) \quad (\text{B.3.0.45})$$

と与えられると仮定する。こてにより熱揺らぎノイズによる電流ノイズの揺らぎは

$$S_{I_{\text{TFN}}} = 4k_{\text{B}}T_{\text{ss}}^2G \times F(T_{\text{ss}}, T_{\text{bath}})|s_I(\omega)|^2 \quad (\text{B.3.0.46})$$

であることが分かる。最後に残ったノイズ成分は、理想的な線形応答を示す TES でも存在する、SQUID での増幅ノイズである。SQUID 増幅にはその反動による入力電流ノイズと電圧ノイズの両方が存在する。これらノイズに

相関があるかどうかは重要だが、TES のインピーダンスが SQUID のインピーダンスノイズよりも十分に大きく、従って相関ノイズは無視して構わない。他の成分同様、電流換算の増幅ノイズ $S_{I_{\text{amp}}}$ は電力換算したノイズと

$$S_{P_{\text{amp}}}(\omega) = \frac{S_{I_{\text{amp}}}}{|S_I(\omega)|^2} \quad (\text{B.3.0.47})$$

という関係にある。

TES カロリメータの解析に関して重要な物理量はノイズ等価電力 (Noise-Equivalent-Power; NEP) であり、これは電力換算した電力スペクトル密度の平方根として与えられる:

$$\text{NEP}(\omega) = \sqrt{S_P(\omega)} \quad (\text{B.3.0.48})$$

TES の全ノイズが式 (B.3.0.42), (B.3.0.44), (B.3.0.45), (B.3.0.47) の和となる。1 kHz 以下の低周波側では熱揺らぎノイズ、1 ~ 10 kHz では TES と外部回路の Johnson ノイズの寄与が支配的になる。抵抗の熱雑音は本来ホワイトな成分であるが、~ 1 kHz の周波数帯では電熱フィードバックによる $\alpha G/C$ のカットオフ、10 kHz 以上では外部回路のインダクタンスとの接続による L/R のカットオフ周波数によるノイズレベルの抑制がそれぞれ生じている。

TES カロリメータの最も重要な長所はエネルギー分解能である。TES カロリメータのエネルギー分解能は半値全幅で

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2\ln 2} \left(\int_0^\infty \frac{4}{S_{P_{\text{tot}}}(f)} df \right)^{-1/2} \quad (\text{B.3.0.49})$$

である。ここで $f = \omega/2\pi$ である。この式は Gauss ノイズ源を仮定している。非線形 TES 抵抗や熱伝導度のような非線形要素がある場合、ノイズは non-Gaussian である。その場合、式 (B.3.0.49) とそれに続くエネルギー分解能計算は厳密には適用できない。これらの方程式は良い第一近似であるが、より詳細な非線形解析が必要である。

B.4 熱浴の温度揺らぎによる影響

熱浴の温度揺らぎはカロリメータの動作点を変化させてしまう。 $f \gtrsim \tau_{\text{eff}}$ の周波数の揺らぎはノイズとして観測される一方、 $f \ll \tau_{\text{eff}}$ の揺らぎは、動作点がイベント毎に変化することによるパルスハイトのばらつきとしてエネルギー分解能に影響する。

B.4.1 ノイズとしての影響

電熱フィードバックのもとでの定常状態の熱平衡の式は

$$P_{\text{TES}} = \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (\text{B.4.1.1})$$

であった。そこで熱浴の温度変化 ΔT_{bath} に伴う TES の温度変化 ΔT は

$$(P_{\text{TES}} + \Delta P_{\text{TES}}) = C \frac{d\Delta T}{dt} + \frac{G_0}{n} \{(T + \Delta T)^n - (T_{\text{bath}} + \Delta T_{\text{bath}})^n\} \quad (\text{B.4.1.2})$$

で計算される。ここで、 $\Delta T_{\text{bath}} \ll T_{\text{bath}}$, $\Delta T \ll T$ として、 $\Delta T_{\text{bath}}/T_{\text{bath}}$, $\Delta T/T$ の一次の項のみを考える。さらに

$$\Delta P_{\text{TES}} = -P_{\text{TES}} \frac{\delta R}{R} = -P_{\text{TES}} \alpha \frac{\Delta T}{T} = -\mathcal{L}_0 G \Delta T = -\mathcal{L}_0 G_{=} T^{n-1} \Delta T \quad (\text{B.4.1.3})$$

を代入すると、

$$-\mathcal{L}_0 G_0 T^{n-1} \Delta T = C \frac{d\Delta T}{dt} + G_0 T^{n-1} \Delta T - G_0 T_{\text{bath}}^{n-1} \Delta T_{\text{bath}} \quad (\text{B.4.1.4})$$

となる。周波数空間で考えると $e^{i\omega t}$ の成分は

$$-\mathcal{L}_0 G_0 T^{n-1} \Delta T e^{i\omega t} = i\omega C \Delta T e^{i\omega t} + G_0 T^{n-1} \Delta T e^{i\omega t} - G_0 T_{\text{bath}}^{n-1} \Delta T_{\text{bath}} e^{i\omega t} \quad (\text{B.4.1.5})$$

と表されるので、これを变形すると

$$\Delta T = \frac{\theta^{n-1}}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \Delta T_{\text{bath}} \quad (\text{B.4.1.6})$$

が得られる。ただし、 $\theta \equiv T_{\text{bath}}/T$ と定義した。

温度変化に伴い、出力電流は

$$\Delta I = -\frac{V}{R^2} \Delta R = \frac{\alpha I}{T} \Delta T \quad (\text{B.4.1.7})$$

だけ変化する。これらを考慮すると、熱浴の揺らぎ ΔT_{bath} に伴うノイズの出力は

$$\Delta I = -\alpha I \frac{\theta^{n-1}}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \frac{\Delta T_{\text{bath}}}{T} \quad (\text{B.4.1.8})$$

となり、NEP は

$$\text{NEP}(f)^2 = \left(\frac{\Delta I}{s_I} \right)^2 \quad (\text{B.4.1.9})$$

となる。

パルスハイトのばらつきとしての影響

パルスハイトは式 (2.4.2.20) から

$$\text{PH} = -\frac{\alpha E}{CT} I \quad (\text{B.4.1.10})$$

で計算される。熱浴の温度が X 線入射イベント毎にばらつくと、それにもなう TES の温度 T 、TES を流れる電流 I のばらつきによりパルスハイトがばらついてしまう。ただし、温度感度 α の動作温度依存性はここでは無視する。

TES の温度が ΔT 、TES に流れる電流がそれに伴い δI だけ変化すると、パルスハイトは

$$\Delta \text{PH} = -\frac{\alpha E}{C(T + \delta T)} (I + \delta I) - \frac{\alpha E}{CT} I = -\text{PH} \left(\frac{\Delta T}{T} - \frac{\Delta I}{I} \right) \quad (\text{B.4.1.11})$$

だけ変化する。ただし、 $\Delta T/T$ 、 $\Delta I/I$ の二次以上の項は無視した。パルスのばらつきに影響するには τ_{eff} より十分に長い時間スケールの温度揺らぎのみであることを考慮して式を代入すると、熱浴の温度揺らぎに伴うパルスハイトの揺らぎは

$$\Delta \text{PH} = -\text{PH} (1 + \alpha) \frac{\theta^{n-1}}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{\Delta T_{\text{bath}}}{T} \quad (\text{B.4.1.12})$$

となる。パルスハイトのばらつきによるエネルギー分解能 (FWHM) は

$$\Delta E_{\text{bath}} = 2\sqrt{2 \ln 2} (1 + \alpha) \frac{\theta^{n-1}}{1 + \frac{\alpha}{n}(1 - \theta^n)} \frac{\Delta T_{\text{bath}}}{T} E \quad (\text{B.4.1.13})$$

となる。

付録 C

束縛条件の違いによる温度感度の変化

R - T 測定時と I - V 測定時, X 線照射試験時ではそれぞれ束縛条件が異なるため, R と T の関係も異なる. それぞれの束縛条件の違いにより実効的な温度感度 α_{eff}

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{d \ln R}{d \ln T} \quad (\text{C.0.0.1})$$

がどのように変化するかを考える. R は T 及び I の関数であるから,

$$d \ln R = \frac{\partial \ln R}{\partial \ln T} d \ln T + \frac{\partial \ln R}{\partial \ln I} d \ln I = \alpha d \ln T + \beta d \ln I \quad (\text{C.0.0.2})$$

が成り立つ. ここで,

$$\alpha \equiv \frac{\partial \ln R}{\partial \ln T} \quad (\text{C.0.0.3})$$

$$\beta \equiv \frac{\partial \ln R}{\partial \ln I} \quad (\text{C.0.0.4})$$

と定義した. これを用いて R - T 測定時と I - V 測定時, X 線照射試験時の温度感度を計算する.

- R - T 測定時

束縛条件は $dI = 0$ である. そのため温度感度は

$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha \quad (\text{C.0.0.5})$$

となる.

- I - V 測定時

束縛条件は, 発熱と熱伝導のつりあい

$$\frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) = RI^2 \quad (\text{C.0.0.6})$$

である. 両辺対数をとって

$$\ln \frac{G_0}{n} + \ln(T^n - T_{\text{bath}}^n) = \ln R + 2 \ln I \quad (\text{C.0.0.7})$$

となる. これを微分して

$$\frac{n}{1 - \theta^n} d \ln T = 2 d \ln I + d \ln R \quad (\text{C.0.0.8})$$

となる. これを式 (C.0.0.2) に代入して $d \ln T$ を消去し,

$$d \ln R = \alpha d \ln T + \frac{\beta}{2} \left(\frac{n}{1 - \theta^n} d \ln T - d \ln R \right) \quad (\text{C.0.0.9})$$

$$\left(1 + \frac{\beta}{2}\right) d \ln R = \left(\alpha + \frac{n\beta}{2} \frac{1}{1 - \theta^n}\right) d \ln T \quad (\text{C.0.0.10})$$

となる。これより温度感度は

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\alpha + \frac{n\beta/2}{1 - \theta^n}}{1 + \beta/2} \quad (\text{C.0.0.11})$$

と求まる。 $T_{\text{bath}} \ll T_c$ かつ $\alpha \gg \beta$ のときは特に

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\alpha}{1 + \beta/2} \quad (\text{C.0.0.12})$$

となる。

- X 線照射試験時

束縛条件は $V = RI = \text{Const.}$ である。そこで

$$d \ln T + d \ln R = 0 \quad (\text{C.0.0.13})$$

が成り立つ。これを (C.0.0.2) に代入して $d \ln I$ を消去し、

$$(1 + \beta) d \ln R = \alpha R = 0 \quad (\text{C.0.0.14})$$

を得る。そこで温度感度は

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\alpha}{1 + \beta} \quad (\text{C.0.0.15})$$

と求まる。

このように I - V 測定及び X 線照射試験時には、 α だけでなく、電流の変化による抵抗の変化 β は実効的な温度感度 α_{eff} に影響し、 $\beta \gtrsim 1$ の場合は著しく抑制されることがわかる。

付録 D

パルススペクトルとノイズスペクトル

パルススペクトルやノイズスペクトル, SN 比スペクトルについてはその定義域や規格化定数の値の定義に自由度がある. ここでは本論文で用いたこれらのスペクトルの定義を示す.

Contents

D.1	Fourier 変換の予備知識	216
	D.1.1 Fourier 変換	216
	D.1.2 パワースペクトル	217
	D.1.3 両側スペクトルと片側スペクトル	218
D.2	ノイズスペクトル	218
D.3	パルススペクトル	219
D.4	SN 比スペクトル	219
D.5	高速 Fourier 変換の出力にかけるべき係数	220

D.1 Fourier 変換の予備知識

ここでは, デジタルフィルタ処理に必要な Fourier 変換, パワースペクトルの予備知識について一般的なものを簡単にまとめる.

D.1.1 Fourier 変換

時間の関数 $x(t)$ の Fourier 変換 $X(\omega)$ は

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{D.1.1.1})$$

で定義される (正変換と逆変換の両方に係数 $1/\sqrt{2}$ をかける場合もある). この時, $x(t)$ は $X(\omega)$ を用いて

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{D.1.1.2})$$

と表される. ω が $-\infty$ から $+\infty$ の間で定義されていることに注意が必要である. 角周波数 ω の代わりに周波数 f を用いると

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-2\pi i f t} dt \quad (\text{D.1.1.3})$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)e^{2\pi i f t} df \quad (\text{D.1.1.4})$$

となる。従って、

$$X(f) = 2\pi X(\omega) \quad (\text{D.1.1.5})$$

という関係があることが分かる。なお、我々が扱うデータでは x は実関数であり、この場合は

$$X(-\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{i\omega t} dt = X^*(\omega) \quad (\text{D.1.1.6})$$

が成り立つ。

(D.1.1.2) を波と対比させると、Fourier 成分 $X(\omega)$ は各周波数 ω の波の振幅、 $|X(\omega)|^2$ はその強さ、即ちエネルギーを表していると考えることができる。さらに厳密に書けば、 $|X(\omega)|^2 d\omega$ は角周波数 $\omega \sim \omega + d\omega$ のエネルギーに相当するので、 $|X(\omega)|^2$ を「エネルギースペクトル密度」、 $|X(\omega)|^2$ によって表されるスペクトルを「エネルギースペクトル」と呼ぶ。

$x(t)$ の二乗成分

$$U = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad (\text{D.1.1.7})$$

が有限の場合、以下の Parseval の定理が成り立つ：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \quad (\text{D.1.1.8})$$

先程の喩えを用いると、 U は信号の「全エネルギー」を表しているので、 $x(t)^2$ は各時刻における単位時間あたりの（全）エネルギー、即ち（全）パワーを表していると考えることができる。このことから、 $x(t)^2$ を信号の「（全）パワー」と呼ぶことがある。

D.1.2 パワースペクトル

パルスのように信号が有限の時間しか続かない場合は、全エネルギー U が有限となってエネルギースペクトルが意味を持つが、ノイズのように不規則な変動が無限に続く信号の場合には全エネルギーは発散してしまう。このような場合には単位時間あたりの平均のエネルギースペクトル、即ち「パワースペクトル」が有効である。

実際のデータのうち、時刻 $-T/2$ から $T/2$ の間だけを切り出したものを改めて $x_T(t)$ とすると、そのパワースペクトルは

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \right] \quad (\text{D.1.2.1})$$

または

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{2\pi}{T} |X_T(\omega)|^2 \right] \quad (\text{D.1.2.2})$$

で定義される。両者の間には $P(f) = 2\pi S(\omega)$ という関係がある。 $S(\omega)$ や $P(f)$ は先程と同じ理由で「パワースペクトル密度」と呼ばれる。もちろん実際の計算では、適用に長い有限の時間でパワースペクトルを計算している。

パワースペクトル密度を用いると、信号のパワー $x(t)^2$ の時間平均、即ち「平均パワー」 $\overline{x^2}$ は

$$\overline{x^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df \quad (\text{D.1.2.3})$$

となる。式 (D.1.2.2) で定義するときに 2π をつけたために、式 (D.1.1.8) と異なり式 (D.1.2.3) には 2π がつかないことに注意。なお、 $x(t)$ が実関数の場合は

$$S(-\omega) = S(\omega) \quad (\text{D.1.2.4})$$

$$P(-f) = P(f) \quad (\text{D.1.2.5})$$

が成り立つ。

D.1.3 両側スペクトルと片側スペクトル

$S(\omega)$, $P(f)$ は ω , f に関して $(-\infty, +\infty)$ の範囲で定義されている。しかし、実際にスペクトルを扱うことを考えると、定義域を $(0, +\infty)$ に限る方が便利である。そこで、定義域を ω の正の範囲に限った場合のパワースペクトルを $G(\omega)$ とすると

$$\overline{x^2} = \int_0^{+\infty} G(\omega) d\omega \quad (\text{D.1.3.1})$$

でなければならないから、

$$G(\omega) = 2S(\omega) \quad (\text{D.1.3.2})$$

である。 $S(\omega)$ は ω は正と負の領域で定義されているので両側 (two-sided) スペクトル、 $G(\omega)$ は正の領域だけで定義されているので片側 (one-sided) スペクトルと呼ばれる。 $P(f)$ に対しても同様に片側スペクトル $E(f)$ を定義すると、

$$E(f) = 2P(f) = 4\pi S(\omega) \quad (\text{D.1.3.3})$$

となる。これらをまとめると表 D.1 のようになる。

表 D.1. スペクトルの定義法

	角周波数 ω		周波数 f	
	one-sided	two-sided	one-sided	two-sided
記号	$G(\omega)$	$S(\omega)$	$E(f)$	$P(f)$
定義域	$(0, \infty)$	$(-\infty, \infty)$	$(0, \infty)$	$(-\infty, \infty)$
$(0, \infty)$ での積分値	$\overline{x^2}$	$\overline{x^2}/2$	$\overline{x^2}$	$\overline{x^2}/2$

D.2 ノイズスペクトル

本論文で用いたデジタルフィルタ処理では f 空間で定義された片側パワースペクトル $E(f)$ の平方根をもってノイズスペクトルとしている。つまり、ノイズスペクトル $\text{NS}(f)$ は

$$\text{NS}(f) \equiv \sqrt{E(f)} = \sqrt{2P(f)} = \sqrt{\frac{2}{T}|X(f)|^2} \quad (\text{D.2.0.1})$$

である。したがって、例えば $x(t)$ の単位が [V] であればノイズスペクトルの単位は $[\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}]$ となる。このとき、平均ノイズパワー $\overline{x^2}$ は

$$\overline{x^2} = \int_0^{f_N} \text{NS}(f)^2 df \quad (\text{D.2.0.2})$$

で与えられる。ただし、 f_N は Nyquist 周波数である。この値は

$$\overline{x^2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)^2 dt \quad (\text{D.2.0.3})$$

で計算したものと一致する。

なお、式 (D.1.3.3) で示したように、 f 空間の片側パワースペクトル $E(f)$ と ω 空間の両側パワースペクトルの間には $E(f) = 4\pi S(\omega)$ という関係がある。したがって、 ω 空間の両側パワースペクトルの平方根からここで定義したノイズスペクトルを計算するには、 $\sqrt{4\pi}$ 倍すればよいことがわかる。Johnson ノイズのレベルはよく $\sqrt{4k_B T R}$ と言われるが、これは f 空間の片側パワースペクトルの平方根の値である。 ω 空間の両側パワースペクトルの平方根では $\sqrt{k_B T R/\pi}$ となる。

D.3 パルススペクトル

エネルギースペクトルに関しては片側スペクトルが一般的に使われていない。本論文では、パワースペクトルにならって片側のエネルギースペクトルを定義し、その平方根をもってパルススペクトルとしている。つまり、パルススペクトル $PS(f)$ を

$$PS(f) \equiv \sqrt{2|X(f)|^2} = \sqrt{2}|X(f)| \quad (D.3.0.1)$$

と定義する。したがって、 $x(t)$ の単位が [V] であればパルススペクトルの単位は $[V/\sqrt{\text{Hz}}]$ である。また、その定義により

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)^2 dt = \int_0^{+\infty} PS(f)^2 df \quad (D.3.0.2)$$

が成り立つ。

以上の定義に従えば、 ω 空間の両側で定義された Fourier 成分 $X(\omega)$ を f 空間の片側で定義したものに变换するには $2\sqrt{2}\pi$ をかければよいことがわかる。代表的な関数の両側及び片側の Fourier 成分を表 D.2 にまとめる。

表 D.2. 両側/片側 Fourier 成分の関係

$x(t)$	$X(\omega)$ (two-sided)	$X(f)$ (two-sided)	$X(f)$ (one-sided)
$E\delta(t)$	$E/2\pi$	E	$\sqrt{2}E$
$\exp(-t/\tau)$	$\frac{1}{2\pi} \frac{\tau}{1+i\omega\tau}$	$\frac{\tau}{1+2\pi if\tau}$	$\frac{\sqrt{2}\tau}{1+2\pi if\tau}$

D.4 SN 比スペクトル

信号とノイズの比を SN 比と呼ぶ。一般的にはそれぞれのパワースペクトルを周波数空間で積分したものの比を SN 比とすることが多いが、ここではパルススペクトルとノイズスペクトルの比と定義し、SN 比スペクトルと呼ぶことにする。即ち、

$$SN(f) \equiv \sqrt{2} \frac{PS(f)}{NS(f)} \quad (D.4.0.1)$$

とする。SN(f) の単位は $[\text{Hz}^{-1}]$ である。係数 $\sqrt{2}$ は、後述するようにエネルギー分解能の計算で余計な係数を含まないようにするためのもので、片側スペクトルとして定義するための係数と考えてもよい。

SN 比スペクトルはノイズ等価パワー NEP と密接な関係にある重要な量である。responsivity を $S(f)$ とすると、NEP は

$$NEP(f) \equiv \frac{NS(f)}{|S(f)|} \quad (D.4.0.2)$$

で定義される (単位は $[\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}]$)。入射 X 線のエネルギーを E とすると、responsivity の絶対値はパルススペクトルを用いて

$$|S(f)| = \frac{PS(f)}{\sqrt{2}E} \quad (D.4.0.3)$$

と書けるので、

$$NEP(f) = \frac{NS(f)}{PS(f)/\sqrt{2}E} \quad (D.4.0.4)$$

$$= \frac{2E}{SN(f)} \quad (D.4.0.5)$$

という関係があることがわかる。したがって、エネルギー分解能は

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2\ln 2} \left(\int_0^{+\infty} \frac{4}{\text{NEP}(f)^2} df \right)^{-1/2} \quad (\text{D.4.0.6})$$

$$= 2\sqrt{2\ln 2} E \left(\int_0^{+\infty} \text{SN}(f)^2 df \right)^{-1/2} \quad (\text{D.4.0.7})$$

となる。

D.5 高速 Fourier 変換の出力にかけるべき係数

実際のデジタルフィルタ処理にの計算ではデータ取得時のサンプリング時間分解能に応じた離散的なデータを扱うことになる。離散的なデータの高速 Fourier 変換 (Fast Fourier Transform; FFT) を行うライブラリでは、計算にあたってサンプリングの時間分解能を考慮していないことがしばしばある。FFT によって得た結果を物理的に意味のある値にするためには適当な係数をかける必要がある。これらの値を表 D.3 にまとめる。ただし、 Δt はサンプリングの時間分解能、 N はサンプル数である。これらを使うと、周波数分解能 Δf は

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t} \quad (\text{D.5.0.1})$$

であり、Nyquist 周波数 f_N は

$$f_N = \frac{1}{2\Delta t} \quad (\text{D.5.0.2})$$

と書ける。

表 D.3. FFT の出力から f 空間のスペクトルを計算するときに必要な係数

種類	電流データに対する単位	両側	片側
Fourier 成分 $X(f)$	A/Hz	Δt	$\sqrt{2}\Delta t$
エネルギースペクトル $ X(f) ^2$	A^2/Hz^2	Δt^2	$2\Delta t^2$
パルススペクトル $\text{PS}(f)$	A/Hz	Δt	$\sqrt{2}\Delta t$
パワースペクトル $P(f)$, $E(f)$	A^2/Hz	$\Delta t/N$	$2\Delta t/N$
ノイズスペクトル $\text{NS}(f)$	$\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$	$\sqrt{\Delta t/N}$	$\sqrt{2\Delta t/N}$
SN 比スペクトル $\text{SN}(f)$	$\sqrt{\text{Hz}}$	$\sqrt{N\Delta t}$	$\sqrt{2N\Delta t}$

参考文献

- [1] Andrew C. Fabian. A brief survey of the history, present and future of cosmic high-resolution X-ray spectroscopy. In Cosimo Bambi and Jiachen Jiang, editors, *High-Resolution X-ray Spectroscopy: Instrumentation, Data Analysis, and Science*, pp. 3–8. Springer Nature Singapore, Singapore, 2023.
- [2] Felix Aharonian, Hiroki Akamatsu, Fumie Akimoto, Steven W. Allen, Naohisa Anabuki, Lorella Angelini, Keith Arnaud, Marc Audard, Hisamitsu Awaki, Magnus Axelsson, Aya Bamba, Marshall Bautz, Roger Blandford, Laura Brenneman, Gregory V. Brown, Esra Bulbul, Edward Cackett, Maria Chernyakova, Meng Chiao, Paolo Coppi, Elisa Costantini, Jelle de Plaa, Jan-Willem den Herder, Chris Done, Tadayasu Dotani, Ken Ebisawa, Megan Eckart, Teruaki Enoto, Yuichiro Ezoe, Andrew C. Fabian, Carlo Ferrigno, Adam Foster, Ryuichi Fujimoto, Yasushi Fukazawa, Akihiro Furuzawa, Massimiliano Galeazzi, Luigi Gallo, Poshak Gandhi, Margherita Giustini, Andrea Goldwurm, Liyi Gu, Matteo Guainazzi, Yoshito Haba, Kouichi Hagino, Kenji Hamaguchi, Ilana Harrus, Isamu Hatsukade, Katsuhiko Hayashi, Takayuki Hayashi, Kiyoshi Hayashida, Junko Hiraga, Ann Hornschemeier, Akio Hoshino, John Hughes, Ryo Iizuka, Hajime Inoue, Yoshiyuki Inoue, Kazunori Ishibashi, Manabu Ishida, Kumi Ishikawa, Yoshitaka Ishisaki, Masayuki Itoh, Naoko Iyomoto, Jelle Kaastra, Timothy Kallman, Tuneyoshi Kamae, Erin Kara, Jun Kataoka, Satoru Katsuda, Junichiro Katsuta, Madoka Kawaharada, Nobuyuki Kawai, Richard Kelley, Dmitry Khangulyan, Caroline Kilbourne, Ashley King, Takao Kitaguchi, Shunji Kitamoto, Tetsu Kitayama, Takayoshi Kohmura, Motohide Kokubun, Shu Koyama, Katsuji Koyama, Peter Kretschmar, Hans Krimm, Aya Kubota, Hideyo Kunieda, Philippe Laurent, François Lebrun, Shiu-Hang Lee, Maurice Leutenegger, Olivier Limousin, Michael Loewenstein, Knox S. Long, David Lumb, Grzegorz Madejski, Yoshitomo Maeda, Daniel Maier, Kazuo Makishima, Maxim Markevitch, Hironori Matsumoto, Kyoko Matsushita, Dan McCammon, Brian McNamara, Missagh Mehdipour, Eric Miller, Jon Miller, Shin Mineshige, Kazuhisa Mitsuda, Ikuyuki Mitsuishi, Takuya Miyazawa, Tsunefumi Mizuno, Hideyuki Mori, Koji Mori, Harvey Moseley, Koji Mukai, Hiroshi Murakami, Toshio Murakami, Richard Mushotzky, Ryo Nagino, Takao Nakagawa, Hiroshi Nakajima, Takeshi Nakamori, Toshio Nakano, Shinya Nakashima, Kazuhiro Nakazawa, Masayoshi Nobukawa, Hirofumi Noda, Masaharu Nomachi, Steve O’Dell, Hirokazu Odaka, Takaya Ohashi, Masanori Ohno, Takashi Okajima, Naomi Ota, Masanobu Ozaki, Frits Paerels, Stephane Paltani, Arvind Parmar, Robert Petre, Ciro Pinto, Martin Pohl, F. Scott Porter, Katja Pottschmidt, Brian Ramsey, Christopher Reynolds, Helen Russell, Samar Safi-Harb, Shinya Saito, Kazuhiro Sakai, Hiroaki Sameshima, Goro Sato, Kosuke Sato, Rie Sato, Makoto Sawada, Norbert Scharrel, Peter Serlemitsos, Hiromi Seta, Megumi Shidatsu, Aurora Simionescu, Randall Smith, Yang Soong, Lukasz Stawarz, Yasuharu Sugawara, Satoshi Sugita, Andrew Szymkowiak, Hiroyasu Tajima, Hiromitsu Takahashi, Tadayuki Takahashi, Shin’ichiro Takeda, Yoh Takei, Toru Tamagawa, Keisuke Tamura, Takayuki Tamura, Takaaki Tanaka, Yasuo Tanaka, Yasuyuki Tanaka, Makoto Tashiro, Yuzuru Tawara,

- Yukikatsu Terada, Yuichi Terashima, Francesco Tombesi, Hiroshi Tomida, Yohko Tsuboi, Masahiro Tsujimoto, Hiroshi Tsunemi, Takeshi Tsuru, Hiroyuki Uchida, Hideki Uchiyama, Yasunobu Uchiyama, Shutaro Ueda, Yoshihiro Ueda, Shiro Ueno, Shin'ichiro Uno, Meg Urry, Eugenio Ursino, Cor de Vries, Shin Watanabe, Norbert Werner, Daniel Wik, Dan Wilkins, Brian Williams, Shinya Yamada, Hiroya Yamaguchi, Kazutaka Yamaoka, Noriko Y. Yamasaki, Makoto Yamauchi, Shigeo Yamauchi, Tahir Yaqoob, Yoichi Yatsu, Daisuke Yonetoku, Atsumasa Yoshida, Takayuki Yuasa, Irina Zhuravleva, Abderahmen Zoghbi, and Hitomi Collaboration. The quiescent intracluster medium in the core of the Perseus cluster. *Nature*, Vol. 535, No. 7610, pp. 117–121, July 2016.
- [3] Luciano Gottardi and Stephen Smith. Transition-edge sensors for cryogenic X-ray imaging spectrometers. In *Handbook of X-ray and Gamma-Ray Astrophysics*, pp. 1–46. Springer Nature Singapore, September 2022.
- [4] Ralph Kraft, Maxim Markevitch, Caroline Kilbourne, Joseph S. Adams, Hiroki Akamatsu, Mohammadreza Ayromlou, Simon R. Bandler, Marco Barbera, Douglas A. Bennett, Anil Bhardwaj, Veronica Biffi, Dennis Bodewits, Akos Bogdan, Massimiliano Bonamente, Stefano Borgani, Graziella Branduardi-Raymont, Joel N. Bregman, Joseph N. Burchett, Jenna Cann, Jenny Carter, Priyanka Chakraborty, Eugene Churazov, Robert A. Crain, Renata Cumbee, Romeel Dave, Michael DiPirro, Klaus Dolag, W. Bertrand Doriese, Jeremy Drake, William Dunn, Megan Eckart, Dominique Eckert, Stefano Etori, William Forman, Massimiliano Galeazzi, Amy Gall, Efrain Gatuzz, Natalie Hell, Edmund Hodges-Kluck, Caitriona Jackman, Amir Jahromi, Fred Jennings, Christine Jones, Philip Kaaret, Patrick J. Kavanagh, Richard L. Kelley, Ildar Khabibullin, Chang-Goo Kim, Dimitra Koutroumpa, Orsolya Kovacs, K. D. Kuntz, Erwin Lau, Shiu-Hang Lee, Maurice Leutenegger, Sheng-Chieh Lin, Carey Lisse, Ugo Lo Cicero, Lorenzo Lovisari, Dan McCammon, Sean McEntee, Francois Mernier, Eric D. Miller, Daisuke Nagai, Michela Negro, Dylan Nelson, Jan-Uwe Ness, Paul Nulsen, Anna Ogorzalek, Benjamin D. Oppenheimer, Lidia Oskinova, Daniel Patnaude, Ryan W. Pfeifle, Annalisa Pillepich, Paul Plucinsky, David Pooley, Frederick S. Porter, Scott Randall, Elena Rasia, John Raymond, Mateusz Ruszkowski, Kazuhiro Sakai, Arnab Sarkar, Manami Sasaki, Kosuke Sato, Gerrit Schellenberger, Joop Schaye, Aurora Simionescu, Stephen J. Smith, James F. Steiner, Jonathan Stern, Yuanyuan Su, Ming Sun, Grant Tremblay, Nhut Truong, James Tutt, Eugenio Ursino, Sylvain Veilleux, Alexey Vikhlinin, Stephan Vladutescu-Zopp, Mark Vogelsberger, Stephen A. Walker, Kimberly Weaver, Dale M. Weigt, Jessica Werk, Norbert Werner, Scott J. Wolk, Congyao Zhang, William W. Zhang, Irina Zhuravleva, and John ZuHone. Line emission mapper (LEM): Probing the physics of cosmic ecosystems, 2023.
- [5] H. Akamatsu, Y. Abe, K. Ishikawa, Y. Ishisaki, Y. Ezoe, T. Ohashi, Y. Takei, N. Y. Yamasaki, K. Mitsuda, and R. Maeda. Impedance measurement and excess-noise behavior of a Ti/Au bilayer TES calorimeter. *AIP Conference Proceedings*, Vol. 1185, No. 1, pp. 195–198, December 2009.
- [6] Rikuta Miyagawa. Fabrication and evaluation of high-efficiency tes x-ray microcalorimeters with overhanging absorbers. Master's thesis, The University of Tokyo, 2023.
- [7] S. H. Moseley, J. C. Mather, and D. McCammon. Thermal detectors as x-ray spectrometers. *Journal of Applied Physics*, Vol. 56, No. 5, pp. 1257–1262, September 1984.
- [8] Makoto S. Tashiro. XRISM: X-ray imaging and spectroscopy mission. *Int. J. Mod. Phys. D*, Vol. 31, No. 02, p. 2230001, January 2022.
- [9] John M Martinis, G.C Hilton, K.D Irwin, and D.A Wollman. Calculation of TC in a normal-superconductor bilayer using the microscopic-based Usadel theory. *Nuclear Instruments and Methods*

- in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, Vol. 444, No. 1, pp. 23–27, 2000.
- [10] Kent Irwin, Gene Hilton, David Wollman, and John Martinis. X-ray Detection Using a Superconducting Transition-edge Sensor Microcalorimeter with Electrothermal Feedback. No. 69, September 1996.
- [11] Mark Anton Lindeman. Microcalorimetry and the transition-edge sensor. April 2000.
- [12] John C. Mather. Bolometer noise: Nonequilibrium theory. *Appl. Opt.*, Vol. 21, No. 6, pp. 1125–1129, March 1982.
- [13] Mark A. Lindeman, Bandler Simon, Regis P. Brekosky, James A. Chervenak, Figueroa-Feliciano Enectali, Fred M. Finkbeiner, Mary J. Li, and Caroline A. Kilbourne. Impedance measurements and modeling of a transition-edge-sensor calorimeter. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 75, No. 5, pp. 1283–1289, April 2004.
- [14] Hiroshi Yoshitake. Tes 型 x 線マイクロカロリメータのアレイ化と分光性能向上に関する研究. Master's thesis, The University of Tokyo, 2008.
- [15] Kiyonori Yoshida. ビスマス吸収体を用いた tes 型 x 線マイクロカロリメータの製作と性能評価. Master's thesis, The University of Tokyo, 2004.
- [16] Kenichiro Nagayoshi. 検出効率の飛躍的向上を目指したマッシュルーム型吸収体 tes 型 x マイクロカロリメータの開発. Master's thesis, The University of Tokyo, 2004.
- [17] Tasuku Hayashi. Tes 型 x 線マイクロカロリメータアレイの検出効率向上を目指した多層膜 x 線吸収体の研究. Master's thesis, The University of Tokyo, 2015.
- [18] K. Nagayoshi, M. Ridder, M. Bruijn, Luciano Gottardi, Emanuele Taralli, Pourya Khosropanah, H. Akamatsu, S. Visser, and J.R. Gao. Development of a Ti/Au TES microcalorimeter array as a backup sensor for the Athena/X-IFU instrument. *Journal of Low Temperature Physics*, Vol. 199, , May 2020.
- [19] Tian-Shun Wang, Jun-Kang Chen, and Xingxiang Zhou. Analysis and simulation of AC-Biased TES circuits. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 25, No. 5, pp. 1–16, 2015.
- [20] A. Kozorezov, A. A. Golubov, D. D. E. Martin, P. A. J. de Korte, M. A. Lindeman, R. A. Hijmering, J. van der Kuur, H. F. C. Hoevers, L. Gottardi, M. Yu. Kupriyanov, and J. K. Wigmore. Modelling the resistive state in a transition edge sensor. *Applied Physics Letters*, Vol. 99, No. 6, p. 063503, August 2011.
- [21] K.D. Irwin and G.C. Hilton. Transition-Edge Sensors. In Christian Enss, editor, *Cryogenic Particle Detection*, pp. 63–150. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2005.
- [22] Hiroki Akamatsu. Tes 型 x 線マイクロカロリメータの性能向上を目指した性能評価とノイズ抑制の研究. Master's thesis, Tokyo Metropolitan University, 2009.
- [23] Keita Tanaka. A study of current and temperature sensitivity of tes microcalorimeters under the electrothermal feedback. Master's thesis, The University of Tokyo, 2022.
- [24] I. J. Maasilta. Complex impedance, responsivity and noise of transition-edge sensors: Analytical solutions for two- and three-block thermal models. *AIP Advances*, Vol. 2, No. 4, p. 042110, October 2012.
- [25] Kazuhisa Sakai. *A Frequency-Division Multiplexing Readout System for Large-Format TES X-Ray Microcalorimeter Arrays towards Future Space Missions*. PhD thesis, The University of Tokyo, 2014.
- [26] G. Hölzer, M. Fritsch, M. Deutsch, J. Härtwig, and E. Förster. $K\alpha_{1,2}$ and $K\beta_{1,3}$ x-ray emission lines of the 3d transition metals. *Phys. Rev. A*, Vol. 56, No. 6, pp. 4554–4568, December 1997.
- [27] John E. Sadleir, Stephen J. Smith, Simon R. Bandler, James A. Chervenak, and John R. Clem. Longitudinal proximity effects in superconducting transition-edge sensors. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 104, No. 4, p. 047003, January 2010.

- [28] K. Nagayoshi, M. de Wit, E. Taralli, S. Visser, M. L. Ridder, L. Gottardi, H. Akamatsu, D. Vaccaro, M. P. Bruijn, J.-R. Gao, and J. W. A. den Herder. Lateral Inverse Proximity Effect in Ti/Au Transition Edge Sensors. *Journal of Low Temperature Physics*, Vol. 209, No. 3, pp. 540–547, November 2022.
- [29] You Takei. Tes 型 x 線マイクロカロリメーターの熱的, 電氣的応答とノイズ原因の物理的考察. Master's thesis, The University of Tokyo, 2009.
- [30] Jens Timmer and Michel Koenig. On generating power law noise. *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 300, p. 707, 1995.
- [31] 晋司 田村. スペクトル理論による不規則振動の解析. *機械の研究*, Vol. 62, No. 8, pp. 753–761, August 2010.
- [32] Shohei Mori, Y. Nishida, N. Iyomoto, Y. Yagi, R. Konno, T. Hayashi, K. Tanaka, N. Y. Yamasaki, K. Mitsuda, R. Sato, M. Saito, and T. Homma. Simulation of TES X-ray Microcalorimeters Designed for 14.4 keV Solar Axion Search. *Journal of Low Temperature Physics*, Vol. 209, No. 3, pp. 518–524, November 2022.
- [33] Yuta Yagi, Tasuku Hayashi, Keita Tanaka, Rikuta Miyagawa, Ryo Ota, Noriko Y. Yamasaki, Kazuhisa Mitsuda, Nao Yoshida, Mikiko Saito, and Takayuki Homma. Fabrication of a 64-Pixel TES microcalorimeter array with iron absorbers uniquely designed for 14.4-keV solar axion search. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Vol. 33, No. 5, August 2023.
- [34] Joel Ullom and Douglas Bennett. Review of superconducting transition-edge sensors for x-ray and gamma-ray spectroscopy. *Superconductor Science and Technology*, Vol. 28, , 08 2015.
- [35] Y. Ichinohe, S. Yamada, R. Hayakawa, S. Okada, T. Hashimoto, H. Tatsuno, H. Suda, and T. Okumura. Application of Deep Learning to the Evaluation of Goodness in the Waveform Processing of Transition-Edge Sensor Calorimeters. *Journal of Low Temperature Physics*, Vol. 209, No. 5, pp. 1008–1016, December 2022.
- [36] Stephen J. Smith, Joseph S. Adams, Simon R. Bandler, James A. Chervenak, Aaron M. Datesman, Megan E. Eckart, Fred M. Finkbeiner, Ruslan Hummatov, Richard L. Kelley, Caroline A. Kilbourne, Antoine R. Miniussi, Frederick S. Porter, John E. Sadleir, Kazuhiro Sakai, Nicholas A. Wakeham, and Edward J. Wassell. Multiabsorber transition-edge sensors for x-ray astronomy. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, Vol. 5, No. 2, p. 021008, 2019.