

修士論文

TES型マイクロカロリメータの電熱フィードバックを
考慮した熱的・電氣的応答の研究

(A Study of Current and Temperature Sensitivity of TES
Microcalorimeters under the Electro-Thermal Feedback.)

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所
宇宙物理学研究系 山崎研究室

田中 圭太

指導教官：山崎典子

2022年 1月

概要

X線マイクロカロリメータは、入射した光子1つ1つのエネルギーを素子の温度上昇により測定するエネルギー分光器である。熱雑音の低い極低温下 (0.1 K 程度) で動作させることで高いエネルギー分解能を達成でき、なかでも TES (Transition Edge Sensor) 型マイクロカロリメータは、超伝導-常伝導転移端の急激な抵抗変化を利用することで数 eV 程度の高いエネルギー分解能を誇る。

次世代の X線天文衛星で必要とされる撮像性能を有する hydra 型の TES マイクロカロリメータは、光子の入射位置に対して感度を持っており、光子の入射位置は TES の信号波形によって決定することができる。入射位置を精密に決定するには、信号波形がカロリメータの構造にどのように依存するか理解する必要がある。また我々が開発を行なっている太陽アクシオンの検出を目指したマイクロカロリメータは、Fe 吸収体の磁場の影響から TES と吸収体を横置きにした構造を持つ。この特殊構造による熱の損失は信号波高値の減少を引き起こす可能性がある。

上記の TES 型マイクロカロリメータに共通するのは、熱入力に対する信号波形の理解である。信号の立ち上がり、立ち下がり時間は、TES の熱容量と熱浴との熱伝導度に依存する。加えて、TES は電熱的なフィードバックを掛けて動作させることから、TES の温度感度 α_I 、電流感度 β_I にも依存する。TES の温度感度、電流感度、熱容量を求める手法として、複素インピーダンスを測定する方法がある。

本研究では、我々が製作した TES 型マイクロカロリメータに対して複素インピーダンスを測定し、吸収体厚 $5\mu\text{m}$ の素子の温度感度 α_I 、電流感度 β_I 、熱容量 C の TES の動作領域に対する依存性を確認した。その結果、Au 吸収体と TES の熱容量が想定している値程度であることが判明した。また X線照射試験の結果から、測定を行った素子のエネルギー分解能が $7.03\text{ eV} (@5.9\text{ keV})$ であり、X線の入射位置に対する依存性などの、TES の固有ノイズ以外の要因で分解能が劣化している可能性があることがわかった。

この結果と TES 型マイクロカロリメータの信号応答を理解を目指して、電熱シミュレーションを行った。まずはシミュレーション環境の構築を行い、電熱フィードバックを再現するために、実験的に求めた TES の抵抗値の温度依存性をシミュレーション上に組み込み、信号波形の再現を試みた。その結果、吸収体の熱容量を想定値の 1.8 倍程度にすることで、測定した波形を再現できることがわかった。また、複素インピーダンス測定の結果から、信号の立ち下がり時定数に対する電流依存性 β_I の効果を見積もったところ、吸収体は想定値程度で説明できることがわかった。

目次

第 1 章	研究背景	7
1.1	太陽アクシオンの探査	7
1.1.1	太陽アクシオンの放出過程	7
1.1.2	半導体検出器によるアクシオン探査	8
1.2	太陽アクシオンの探査に特化した TES 型マイクロカロリメータの開発	9
1.3	電熱フィードバック下の TES の信号応答	11
1.4	Hydra 型 TES マイクロカロリメータ	12
1.5	本研究の目的	13
第 2 章	TES 型マイクロカロリメータの動作原理と基本特性	15
2.1	マイクロカロリメータの原理	15
2.1.1	吸収体	16
2.1.2	温度計	17
2.2	TES 型マイクロカロリメータ	17
2.3	電熱フィードバック (ETF:Electro-Thermal Feedback)	18
2.3.1	電熱フィードバック下での温度変化に対する応答	18
2.3.2	電熱フィードバックの一般論と電流応答性	20
2.4	固有ノイズ	22
2.5	TES 型マイクロカロリメータの熱的・電気応答特性	26
2.6	SQUID を用いた読み出し系	30
第 3 章	TES 型マイクロカロリメータの複素インピーダンス	32
3.1	TES カロリメータの熱的、電氣的モデル	32
3.1.1	吸収体-TES 一体モデル	32
3.1.2	TES と吸収体の間に熱伝導度が存在する場合	34
3.2	TES を含む測定インピーダンスの導出	35
3.2.1	各パラメータを用いたノイズ解析	37
第 4 章	TES 型マイクロカロリメータの性能評価試験	39
4.1	実験の目的	39
4.2	実験素子の構造と設計値	39
4.3	実験セットアップ	40
4.4	IV 測定	40
4.4.1	IV 特性と測定原理	40

4.4.2	吸収体厚 300 nm の測定結果	41
4.4.3	吸収体厚 5 μ m の測定結果	43
4.5	Z 測定の結果	44
4.5.1	測定環境	44
4.5.2	高周波帯域の補正と TES の複素インピーダンス	45
4.5.3	カロリメータの特性パラメータ	46
4.6	ノイズ測定の結果	50
4.7	X 線照射試験	53
第 5 章	電熱シミュレーションによる信号波形の再現	57
5.1	電熱シミュレーションの必要性	57
5.2	COMSOL Multiphysics による電熱シミュレーションの基本体系	57
5.2.1	熱の伝導	58
5.3	信号波形の再現環境の構築	58
5.3.1	ジオメトリとメッシュ分割	58
5.3.2	熱入力の方法と伝熱系の設定	60
5.3.3	電気系の設定	60
5.3.4	物性値の設定	61
5.3.5	熱入射前のプローブ値と実験で得られた値の比較	62
5.4	X 線照射試験の信号波形の再現と各パラメータの変化	62
5.4.1	TES の熱容量	63
5.4.2	TES と吸収体の内部熱伝導度	66
第 6 章	議論	67
6.1	シミュレーションで再現した波形	67
6.2	解析解と各パラメータの比較	67
6.3	インピーダンス測定の結果を用いた場合	68
6.4	電流感度 β_I の影響	69
第 7 章	まとめと今後の展望	70
7.1	まとめ	70
7.2	今後について	70
7.2.1	吸収体直下の TES の抵抗値	70
7.2.2	入射位置に対する時定数の変化	71
7.2.3	複素インピーダンス測定結果の組み込み	71
付 録 A	Twoblock Model の導出	72
付 録 B	TES 型マイクロカロリメータのノイズ特性	74

目次

1.1	太陽アクシオンの放出過程	7
1.2	地上に到来する太陽アクシオンのエネルギースペクトル	8
1.3	Si PIN フォトダイオードによる 14.4 keV アクシオンの検出実験の模式図	8
1.4	磁場を印加したときの TES の RT 特性の変化	10
1.5	試作した太陽アクシオン探査に特化した TES 型マイクロカロリメータ	10
1.6	TES 型マイクロカロリメータのピクセル数とアクシオンの質量制限の関係	11
1.7	電熱フィードバック下における TES の抵抗値の変化の模式図	11
1.8	α と β を変化させたときの、TES の出力波形の違い	12
1.9	NASA/GSFC で製作された hydra 型 TES マイクロカロリメータ	13
1.10	Hydra 型 TES マイクロカロリメータの入射位置による信号波形の違い	13
1.11	本修士論文の流れ	14
2.1	X線マイクロカロリメータの構造	16
2.2	超伝導転移の様子	17
2.3	シャント抵抗による擬似的な定電圧デバイス	18
2.4	電熱フィードバックのダイアグラム	22
2.5	ノイズ電流密度	24
2.6	ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム	26
2.7	TES 型マイクロカロリメータの電気回路系	26
2.8	TES 型マイクロカロリメータの熱伝導系	26
2.9	dc-SQUID の模式図	30
3.1	TES の熱・電気的モデル	32
3.2	Oneblock Model における TES の複素インピーダンス	35
3.3	TES の熱・電気的モデル	36
3.4	Twoblock Model における TES の複素インピーダンス	37
3.5	TES の回路系をテブナンの等価回路で表した場合	37
4.1	測定したカロリメータの構造	40
4.2	測定セットアップ	41
4.3	吸収体厚 300 nm の $I_{\text{bias}} - V_{\text{SQUID}}$	42
4.4	吸収体厚 300 nm の $I_{\text{bias}} - R_{\text{TES}}$	42
4.5	吸収体厚 300 nm の $R_{\text{TES}} - P_{\text{b}}$	42
4.6	吸収体厚 300 nm の熱伝導度 G のフィット結果	42
4.7	吸収体厚 5 μm の $I_{\text{bias}} - V_{\text{cor}}$	43

4.8	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ の $I_{\text{bias}} - R_{\text{TES}}$	43
4.9	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ の $R_{\text{TES}} - P_{\text{b}}$	43
4.10	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ の熱伝導度 G のフィット結果	43
4.11	熱浴温度 $90\ \text{mK}$ における RT 特性の違い	44
4.12	Impedance 測定系	45
4.13	Magnicon I-Box	45
4.14	Impedance 測定回路系	46
4.15	吸収体厚 $300\ \text{nm}$ における TES 回路系の複素インピーダンス	46
4.16	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ における TES 回路系の複素インピーダンス	47
4.17	吸収体厚 300nm における R_{th} と L の fitting 結果	47
4.18	吸収体厚 $5\mu\text{m}$ における R_{th} と L の fitting 結果	47
4.19	吸収体厚 $300\ \text{nm}$ のカロリメータの複素インピーダンス	48
4.20	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ のカロリメータの複素インピーダンス	48
4.21	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ で用いた補正関数 $\text{Tr}(f)$	48
4.22	吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ の複素インピーダンスをフィットした結果	49
4.23	α_I, β_I, C の動作点依存性	49
4.24	吸収体厚 $300\ \text{nm}$ のカロリメータの複素インピーダンスを Oneblock Model で フィットした結果	51
4.25	吸収体厚 $300\ \text{nm}$ のカロリメータの複素インピーダンスを Twoblock Model で フィットした結果	51
4.26	測定したノイズと TES の固有ノイズの関係	52
4.27	Excess Noise を考慮した場合	53
4.28	X 線照射試験のステージの様子	54
4.29	X 線源と TES の位置関係	54
4.30	20% 動作点におけるベースラインの分布	54
4.31	カロリメータに X 線が入射した時の信号波形	54
4.32	パルス波高値の分布	54
4.33	MnK α 輝線の信号波形	54
4.34	立ち上がり時定数 τ_{rise} の分布	55
4.35	立ち下がり時定数 τ_{fall} の分布	55
4.36	MnK α 輝線をモデルフィットした結果	56
5.1	COMSOL で設定したカロリメータのジオメトリ	59
5.2	COMSOL で設定したメッシュ分割	59
5.3	熱浴温度 $90\ \text{mK}$ における抵抗値 R と温度 T のフィット結果	61
5.4	X 線照射試験時と COMSOL で得た信号の比較	63
5.5	TES の熱容量と立ち上がり時定数の関係	63
5.6	TES の熱容量と立ち下がり時定数の関係	63
5.7	TES の熱容量とパルスハイトの関係	64
5.8	C_{TES} を変化させたときの TES の温度変化	64
5.9	TES の熱容量と立ち上がり時定数の関係	66

5.10 TES の熱容量と立ち下がり時定数の関係	66
6.1 Z 測定から求めた立ち上がり時定数と立ち下がり時定数	68

表 目 次

4.1	測定素子の構造と熱容量の想定値	39
4.2	TES と熱浴間の熱伝導度 G の比較	43
4.3	SQUID の設定値	44
4.4	Lock-in amp の設定値	45
4.5	各吸収体厚における R_{th} , L の値	46
4.6	TES の固有ノイズによる分解能の劣化	52
5.1	カロリメータの設計値	58
5.2	165mK における各物性値	61
5.3	バイアス電流 $300 \mu A$ における TES の温度と電流値の比較	62
5.4	X 線照射試験の信号波形と COMSOL で再現した波形値の比較	62
5.5	立ち下がり時定数の比較	65
5.6	シミュレーションと計算した温度上昇量の比較	65
6.1	波形再現時のシミュレーションの設定値とインピーダンス測定で得られたパラメータの比較	67

第1章 研究背景

1.1 太陽アクシオンの探査

強いCP問題解決のために導入されたアクシオンは、暗黒物質の有力候補だが未発見である。アクシオンは電氣的に中性で、他の物質とほとんど相互作用しないが、磁場との相互作用(プリマコフ効果)によって光子に変換される。アクシオンの質量が1 eV程度の場合は暗黒物質の候補とはならないが、強い磁場を持ち、熱光子を大量に生成する恒星からは、プリマコフ効果によってアクシオンが大量に生成される。なかでも太陽は我々から最も近く、その活動や放射が比較的明らかにされている恒星であり、太陽内部で生成されるアクシオン(太陽アクシオン)の探査が最も最適といえる。

1.1.1 太陽アクシオンの放出過程

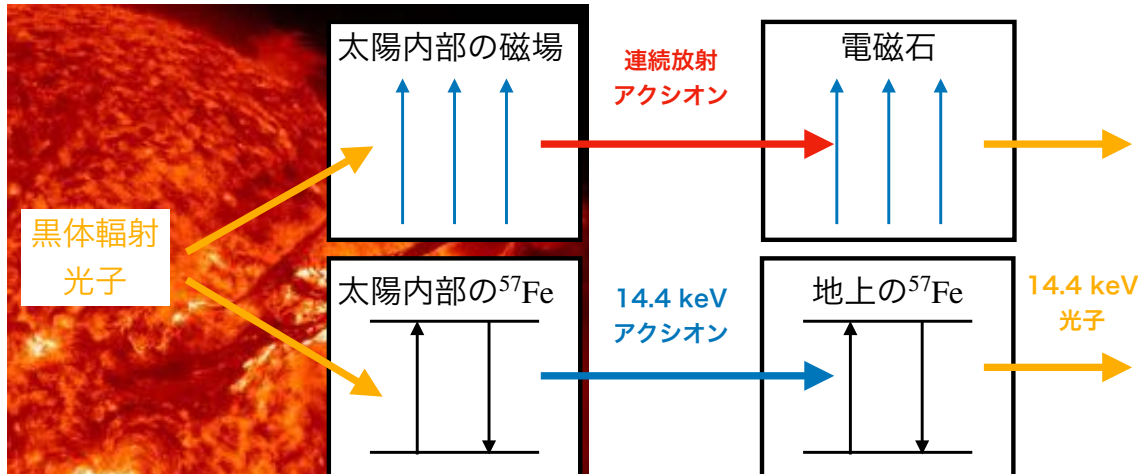


図 1.1: 太陽アクシオンの放出過程。黒体輻射光子が太陽内部の磁場とのプリマコフ変換によって連続放射の太陽アクシオンが生成される。太陽内部の磁気双極子遷移を持つ核子を励起させ、その脱励起から輝線放射の太陽アクシオンを生成する。

太陽から放出される太陽アクシオンには、2つの生成過程がある。ひとつは、太陽内部で生成された黒体輻射光子が太陽内部の磁場とのプリマコフ効果によって太陽アクシオンが生成される過程である。このとき生成されるアクシオンは、3.0 keVで最大値をとり、平均エネルギー4.2 keVの黒体輻射に近いスペクトルとなる。また黒体輻射光子が、太陽内部に存在する磁気双極子遷移を持つ核子を励起させ、脱励起によって特定のエネルギーのアクシオンを生成する

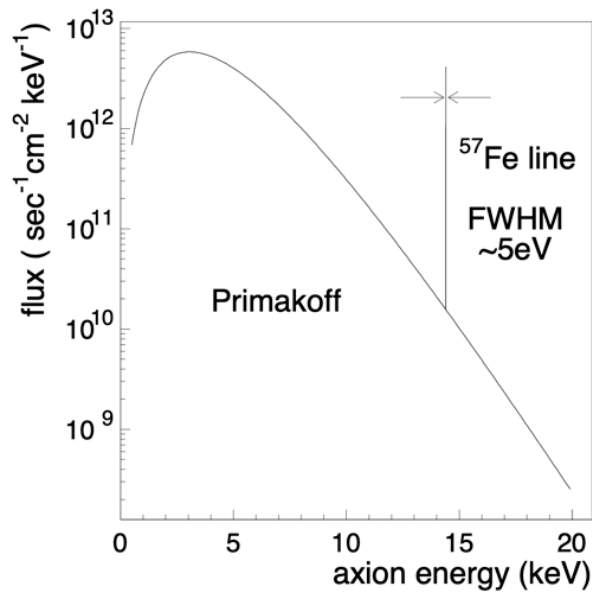


図 1.2: 地上に到来する太陽アクシオンのエネルギースペクトル [1]。平均エネルギー 4.2 keV の黒体放射に近い連続的な放射と、 ^{57}Fe の脱励起による 14.4 keV の輝線放射を示している。

仮定も考えられる。図 1.2 に、予想される太陽アクシオンのエネルギースペクトルを示す。この 2 つの放射過程の逆反応を利用して、太陽アクシオンの検出を試みる実験が世界中で行われている。

1.1.2 半導体検出器によるアクシオン探査

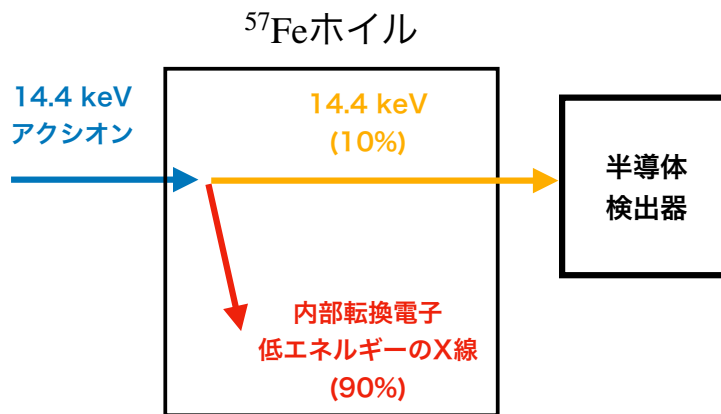


図 1.3: Si PIN フォトダイオードによる 14.4 keV アクシオンの検出実験の模式図

[2, Namba 2007] では、14.4 keV アクシオンを ^{57}Fe 薄膜 (Fe ホイル) で 14.4 keV のガンマ線に変換し、付近に配置した Si PIN フォトダイオードで検出を目指した (図 1.3)。しかし ^{57}Fe ホイルに入射した太陽アクシオンが、14.4 keV のガンマ線に変換される確率は 9% 程度であり、残りの 90% は内部転換電子とより低エネルギーの X 線に変換される。さらに 14.4 keV のガンマ線

も ^{57}Fe 薄膜内でほとんど自己吸収されてしまうため、検出効率が2%程度と低く、 $m < 216$ eV の質量制限を得るのに留まった。太陽アクシオンの検出には、高い検出効率と高分解能を両立する新しい検出器の開発が必要である。

1.2 太陽アクシオンの探査に特化した TES 型マイクロカロリメータの開発

我々は 14.4 keV の太陽アクシオンの探査に特化した TES (Transition Edge Sensor) 型マイクロカロリメータを開発している。吸収体に ^{57}Fe を用いた新しい TES 型カロリメータを開発できれば、 ^{57}Fe での自己吸収を捉えることができ、 $5\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ の ^{57}Fe で検出効率 70% を達成できる。

しかし ^{57}Fe は磁性体であり、超伝導体である TES は磁場の影響を受ける。[3] では、TES の電流方向が流れる面方向に対して垂直に磁場を印加した際に、TES の転移特性が変化することが示されている。図 1.4 に磁場による TES の抵抗の温度依存性の変化を示した。TES 型マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、

$$\Delta E \propto \sqrt{T^2 C / \alpha} \quad (1.1)$$

と表せる。ここで T を TES の温度、 C をマイクロカロリメータの熱容量、温度感度 α を

$$\alpha = \frac{d \log R}{d \log T} \quad (1.2)$$

とした。図 1.4 から、印加する磁場を大きくすると、TES の抵抗 R の温度に対する傾きがなだらかになっていることがわかる。これは、温度感度 α が磁場によって減少し、エネルギー分解能が劣化することを示している。一方で TES の電流に平行な方向の磁場について、転移特性の変化は報告されていない。そのため磁場の影響を抑えるために、吸収体と TES を横置きに離して、Au の熱パスで繋ぐ特殊な構造が考案された。現在試作用の素子の製作 (図 1.5) が完了しており、動作試験まで完了している状態である。図 1.6 にアクシオン探査に特化した TES 型マイクロカロリメータのピクセル数とアクシオンに対する質量制限の関係を示した。256 ピクセルのアレイ化によって、[2] による $m < 216$ eV 以上の質量制限を得られることがわかる。また、 10^4 ピクセルのアレイ化によって、これまでに最も厳しい制限をつけた Derbin+2011 以上の感度を持つ。 10^4 ピクセルを達成するには、読み出し系の発熱などが問題となるが、我々の研究グループが開発を進めているマイクロ波 SQUID であれば、読み出し部からの発熱は、ほとんど 0 とみなせる。

しかし単ピクセルの試作段階で、いくつかの問題点が明らかになっている。その 1 つが Au の熱パスの構造についてである。 ^{57}Fe で吸収された熱は、Au の熱パスを通して TES に伝わる。このとき Au の熱パスの厚みが薄いと、熱伝導率が低下することで Au の熱パスから熱が逃げてしまい、信号波高値が減少する。一方で Au の熱パスを分厚くしすぎると、カロリメータの熱容量が増加することで、エネルギー分解能が劣化する。また、熱の損失量は熱パスの幅や形状にも依存しており、これらを全て製作して検証するのは困難である。したがって Au の熱パス構造を最適化するには、電熱シミュレーションで熱入力の際の TES の信号波形を再現して、形状と熱損失の関係を明らかにする必要がある。

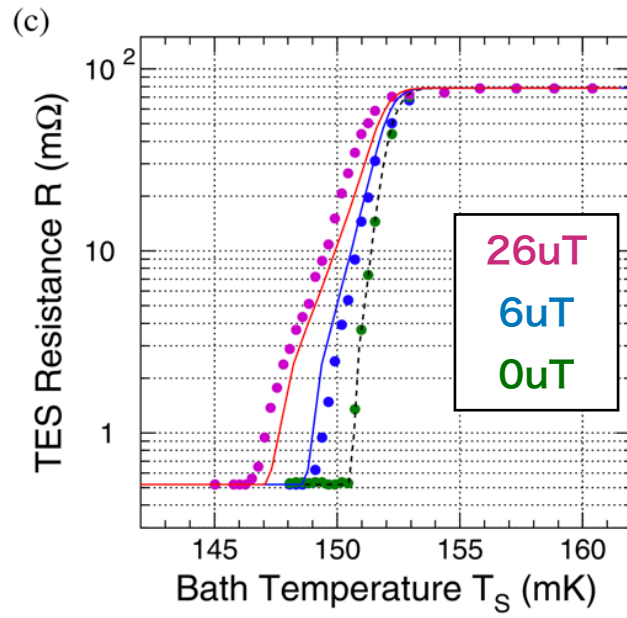


図 1.4: 磁場を印加したときの TES の RT 特性の変化。[3]

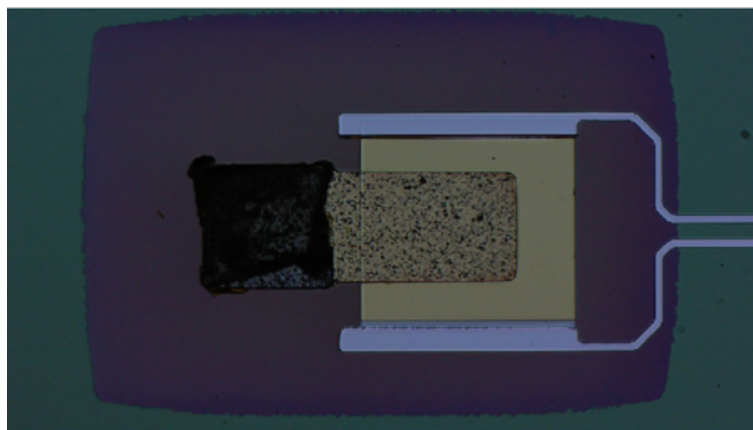


図 1.5: 試作した太陽アクション探索に特化した TES 型マイクロカロリメータ

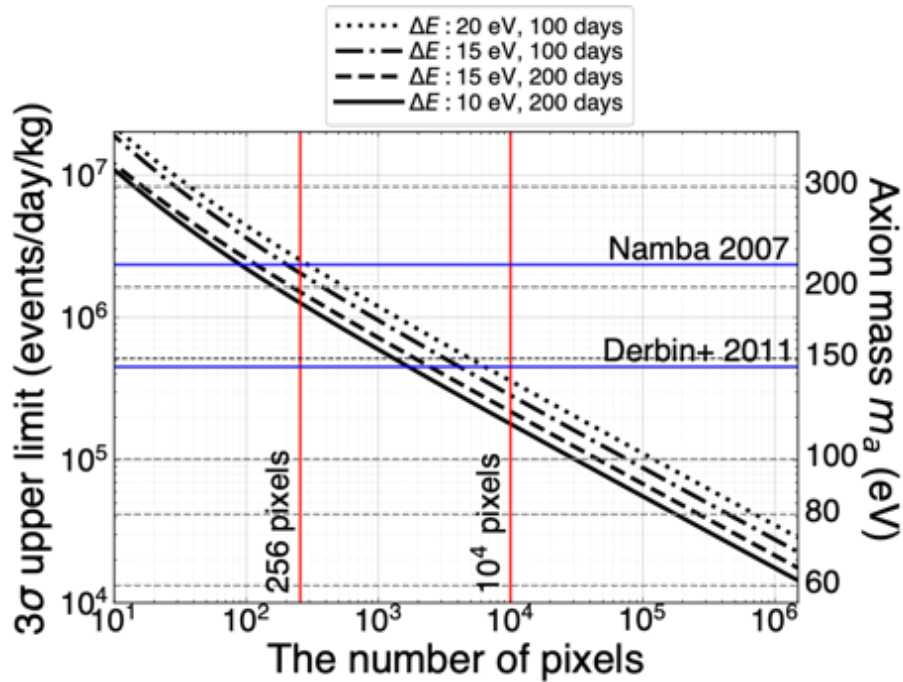


図 1.6: 太陽アクシオン探索に特化した TES 型マイクロカロリメータのピクセル数とアクシオンの質量制限の関係 [4]

1.3 電熱フィードバック下の TES の信号応答

TES 型マイクロカロリメータは、定電圧を印加することで、電熱フィードバックと呼ばれるフィードバックをかけて動作させる。図に TES 型マイクロカロリメータに熱入力に対する、抵抗変化の模式図を示した。TES 型マイクロカロリメータに熱が入力されると、温度上昇に伴っ

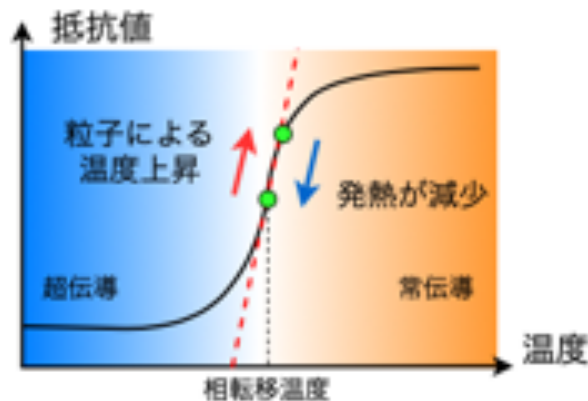


図 1.7: 電熱フィードバック下における TES の抵抗値の変化の模式図

て抵抗値が上昇する。このとき TES に印加している電圧は一定なので、TES に流れる電流値と発熱が減少する。TES の発熱が減少することで、素子が冷却されて元の動作領域に戻るようなフィードバックがかかる。これが電熱フィードバックである。電熱フィードバックのフィー

ドバック量を示すパラメータとして、温度感度 α と、電流感度 β がある。電流感度 β は、

$$\beta = \frac{d \log R}{d \log I} \quad (1.3)$$

で定義される。図に α と β を変化させたときの、信号波形の変化を示す。 α 、 β によって信号の

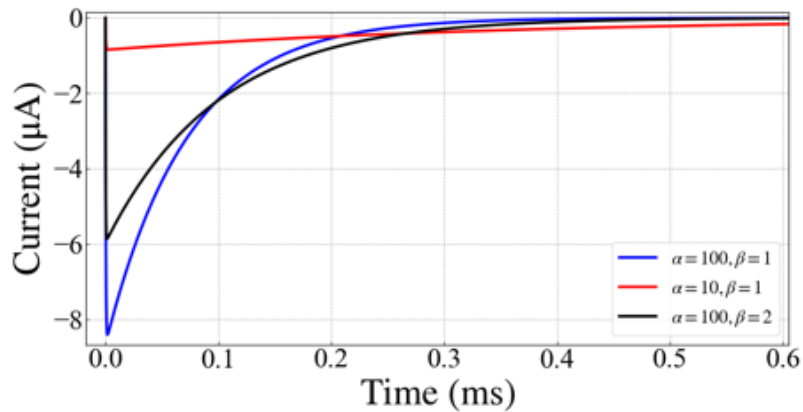


図 1.8: α と β を変化させたときの、TES の出力波形の違い

波高値と立ち下がる時間が大きく変化していることがわかる。したがって電熱シミュレーションで信号波形を再現するには、電熱フィードバックの影響を含める必要があることがわかる。

1.4 Hydra 型 TES マイクロカロリメータ

電熱シミュレーションによる波形を再現するモチベーションとして、挙げられる位置検出型の TES 型マイクロカロリメータについて説明する。NASA/GSFC は次世代の X 線天文衛星への搭載を目的とした検出器として、1 つの TES 温度計に対して複数の吸収体を持つ "hydra" 型の TES マイクロカロリメータを開発している。図 1.9 に hydra の構造を示す。入射した X 線は熱に変換され、熱の吸収位置に依存して信号波形が変化する。[5] では信号の立ち上がり時間によって入射位置を決定しているが、一部の吸収体領域において立ち上がりがカップルしていることがわかる。また [5] では、単一のエネルギーに対する信号波形の変化を調べているが、実際の宇宙環境では、さまざまなエネルギーの光子が TES に入射する。したがって入射位置とエネルギーによる違いの 2 つを分解する必要がある。X 線の入射位置とエネルギーを正確に決定するには、電熱シミュレーションなどを用いてカロリメータの構造や、電熱特性に対する信号の応答を理解する必要がある。

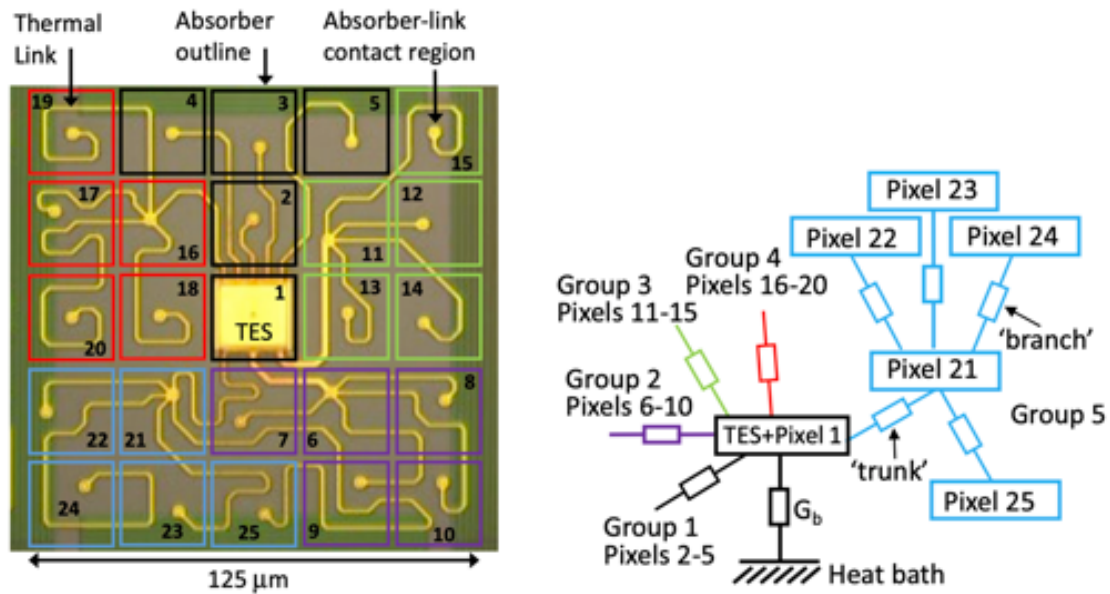


図 1.9: NASA/GSFC で製作された hydra 型 TES マイクロカロリメータで、吸収体が成膜される前の図を示す。125 μm の領域に 5 \times 5 個の吸収体を持ち、図中の四角の領域に Au 吸収体が成膜される。吸収体に入力された熱は thermal link を通って TES に伝わる。[5]

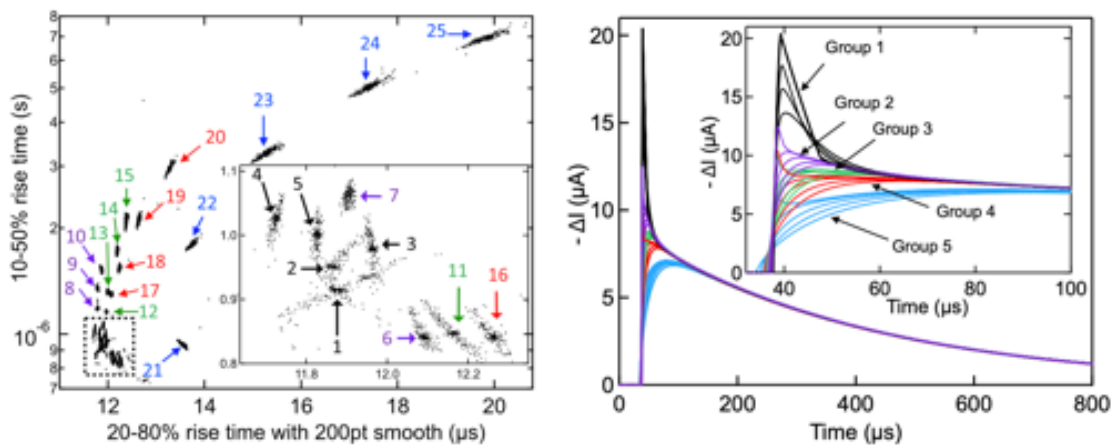


図 1.10: 左図：立ち上がり時定数の比較。熱が伝わる thermal link の長さや構造に依存して信号波形が変化していることがわかる。右図：各領域における X 線照射時の信号波形のプロット。入射位置に応じて波形が変化していることがわかる。[5]

1.5 本研究の目的

前節に挙げた hydra 型のマイクロカロリメータは、光子の入射位置に対して感度を持っており、光子の入射位置は TES の信号波形によって決定することができる。入射位置を精密に決定するには、信号波形がカロリメータの構造にどのように依存するか理解する必要がある。また我々が開発を行っている太陽アクシオンの検出を目指したマイクロカロリメータは、Fe 吸収

体の磁場の影響から従来とは異なる特殊な構造を持つ。この特殊構造による熱損失は、信号波高値の減少を引き起こし、エネルギー分解能が劣化する可能性がある。

上記の TES 型マイクロカロリメータに共通するのは、熱入力に対する信号波形の理解である。信号の立ち上がり、立ち下がり時間は、TES の熱容量と熱浴との熱伝導度に依存する。加えて、TES は後述する電熱的なフィードバックを掛けて動作させることから、TES の温度感度 α_I 、電流感度 β_I にも依存する。TES の温度感度、電流感度、熱容量を求める手法として、複素インピーダンスを測定する方法がある。

本研究では、我々が製作した TES 型マイクロカロリメータに対して複素インピーダンスを測定し、これらのパラメータが TES の動作位置にどのように依存するのかを明らかにする。加えて、実験的に求めたパラメータを COMSOL による電熱シミュレーションに組み込み、熱入力に対するカロリメータの信号が一致するのか、物性的な値を変更することで理解できるのかを検証する。

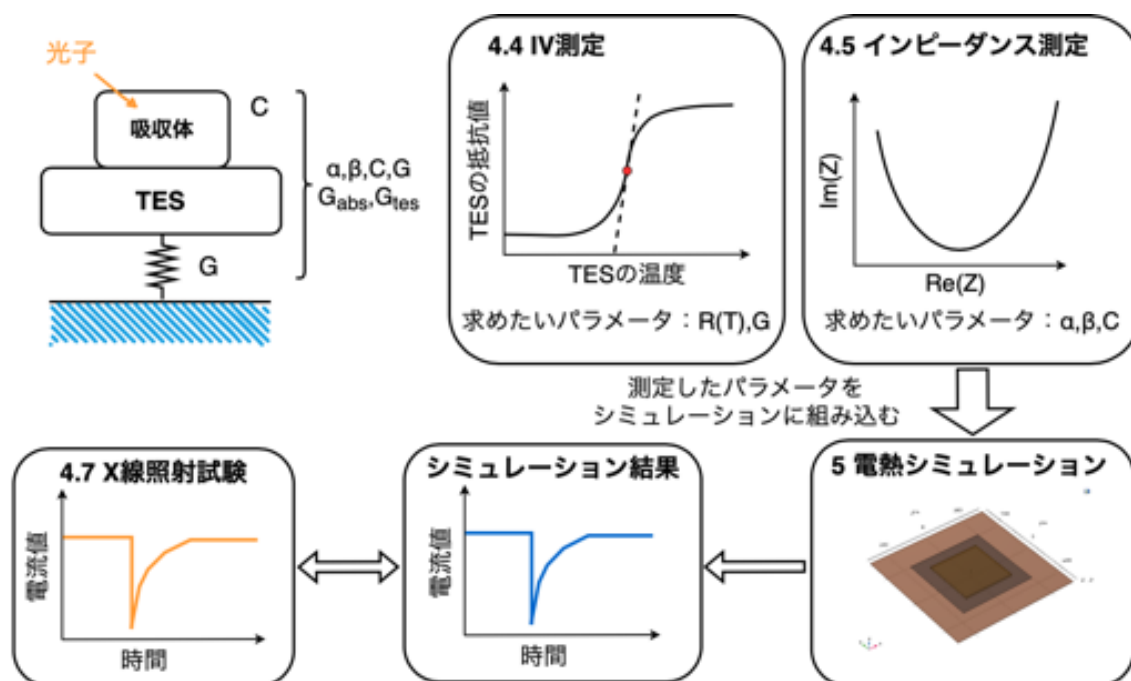


図 1.11: 本修士論文の流れ

第2章 TES型マイクロカロリメータの動作原理と基本特性

TES型マイクロカロリメータの動作原理と基本特性について述べる。

2.1 マイクロカロリメータの原理

X線マイクロカロリメータは、入射した光子1つ1つのエネルギーを素子の温度上昇により測定するエネルギー分光検出器である。熱雑音の低い極低温下(0.1K程度)で動作させることで高いエネルギー分解能を達成できる。一般的なX線マイクロカロリメータは、図2.1に示すような、吸収体、温度計、サーマルリンク、熱浴からなる。吸収体に入射した光子は光電吸収によって電子に変換され、最終的には熱に変換される。入射エネルギー E に対する素子の温度上昇は、カロリメータの熱容量を C とすると、

$$\Delta T = \frac{E}{C} \quad (2.1)$$

となる。この微小な温度変化を温度計の抵抗値として測定する。マイクロカロリメータの各ピクセルは、熱浴と弱いサーマルリンクによって繋がっているので、吸収体で生じた熱はサーマルリンクを通して熱浴に逃げていき、元の定常状態に戻る。これは、

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -G\Delta T \quad (2.2)$$

と表せる。ここでサーマルリンクの熱伝導度 G を以下のように定義した。

$$G \equiv \frac{dP}{dT} \quad (2.3)$$

したがって、素子の温度上昇は時定数

$$\tau_0 = \frac{C}{G} \quad (2.4)$$

で指数関数的に減衰していく。X線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、素子の熱揺らぎによって制限される。温度 T の物質中のフォノンの平均エネルギーは、ボルツマン定数を k として、 $\epsilon = kT$ となる。つまり入射エネルギー E によって、生成されるフォノンの数は、 $N \sim E/\epsilon = C/k$ である。フォノン数の揺らぎはポアソン分布に従うので、素子の熱揺らぎは、

$$\Delta U \sim \sqrt{N}k_B T = \sqrt{k_B T^2 C} \quad (2.5)$$

となる。次節で導出するように、より一般的な X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35\xi\sqrt{k_{\text{B}}T^2C} \quad (2.6)$$

と書ける。ここで ξ は温度計の感度や動作条件によって決まるパラメータである。エネルギー分解能は温度に強く依存し、極低温 ($\sim 0.1\text{K}$) で非常に高いエネルギー分解能が達成されることがわかる。

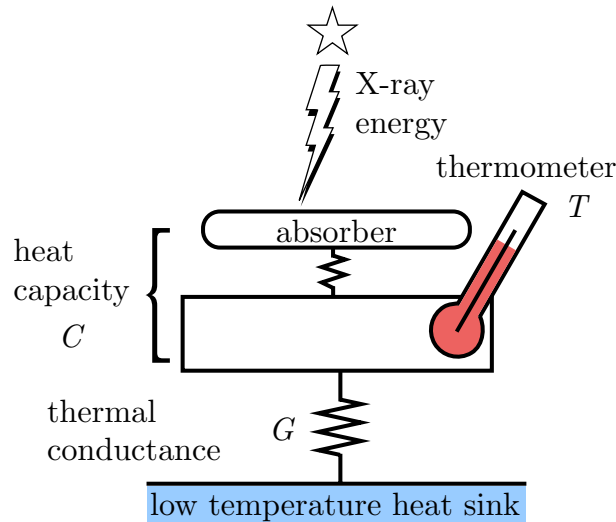


図 2.1: X 線マイクロカロリメータの構造

2.1.1 吸収体

X 線は光電効果によって吸収体内部で吸収される。エネルギー分解能を向上させるためには、2.6 式から分かるように、熱容量 C を小さく、つまり吸収体を小さくすれば良い。一方で、検出効率を高くするためには、吸収体を大きくし光子の受光面積を増やす必要がある。吸収体の大きさはこれらのトレードオフで決定する。これとは別に、吸収体の重要な性質として、熱化 (thermalization)、熱拡散 (diffusion) の早さがある。熱化、熱拡散が遅いとカロリメータに伝わる前に熱が逃げてしまい、エネルギー分解能が悪くなる。また吸収体の X 線入射位置によって、熱化、熱拡散過程がバラついてしまうと、イベントごとの波形のばらつきが生じ、S/N 比とは別にエネルギー分解能を悪化させてしまう。熱化、熱拡散過程を一様にするには、カロリメータにエネルギーが移動するまでに吸収体内で熱化、熱拡散が一様に起こる必要がある。これらから吸収体として用いるべき物質は、高い吸収効率、小さい熱容量、高い熱拡散率、を満たすものが望ましい。従来の TES 型マイクロカロリメータでは、スズ、ビスマス、金、銅などがよく用いられる。

2.1.2 温度計

温度計は、半導体や金属の抵抗値が温度に依存して変化することを利用したものである。温度計の感度 α (無次元) を、

$$\alpha = \frac{d \log R}{d \log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \quad (2.7)$$

と定義する。 T は温度計の温度、 R は温度計の抵抗値である。温度計の感度 α を大きくすれば、カロリメータのエネルギー分解能を改善することが出来る。半導体温度計を用いた Astro-h や XRISM で使用される半導体型 X 線マイクロカロリメータでは $\alpha \sim 6$ であるが、次節で述べる超伝導端遷移を用いた温度計 TES では温度感度 α を非常に大きくすることができる。

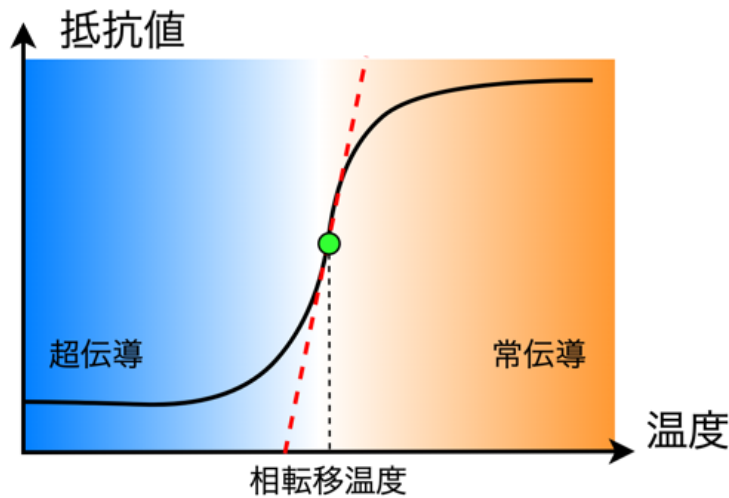


図 2.2: 超伝導転移の様子

2.2 TES 型マイクロカロリメータ

転移端温度計 (Transition Edge Sensor) は、超伝導-常伝導転移端の急激な抵抗変化を利用した温度計である。超伝導転移は、数 mK という非常に狭い温度範囲で起こり、(2.7) 式で定義される温度計の温度感度 α は、1000 にも達する。そのため、TES を用いたカロリメータは従来の半導体温度計のカロリメータに比べ、原理的には 1 桁以上もエネルギー分解能を改善することが可能である。したがって、TES カロリメータでは吸収体の熱容量の大きさに対するマージンが大きくなり、熱化の早い常伝導金属を使用したり、大きな吸収体を用いて受光面積を増やすといったことも可能になる。

TES を用いる場合、カロリメータの動作温度は TES の転移温度に保たなければならない。そのため、動作温度は TES の転移温度によって決まってしまう。しかし、TES を二層薄膜にすることで近接効果によって臨界温度をコントロールすることが可能である。近接効果とは、超伝導体に常伝導体を接触させるとクーパ対が常伝導体に漏れ出し、膜厚比に依存して超伝導体の臨界温度が下がる効果である。

2.3 電熱フィードバック (ETF:Electro-Thermal Feedback)

TESは温度計として非常に高い感度を持っているが、感度を持つ温度帯域が非常に狭い(\sim mK)ため、動作点を転移端中に保つ必要がある。これは、TESを定電圧バイアスで動作させ、強いフィードバックをかけることで実現する。これを電熱フィードバック (ETF:Electro-Thermal Feedback) と呼ぶ。本節では電熱フィードバック下でのカロリメータの動作について述べる。

2.3.1 電熱フィードバック下での温度変化に対する応答

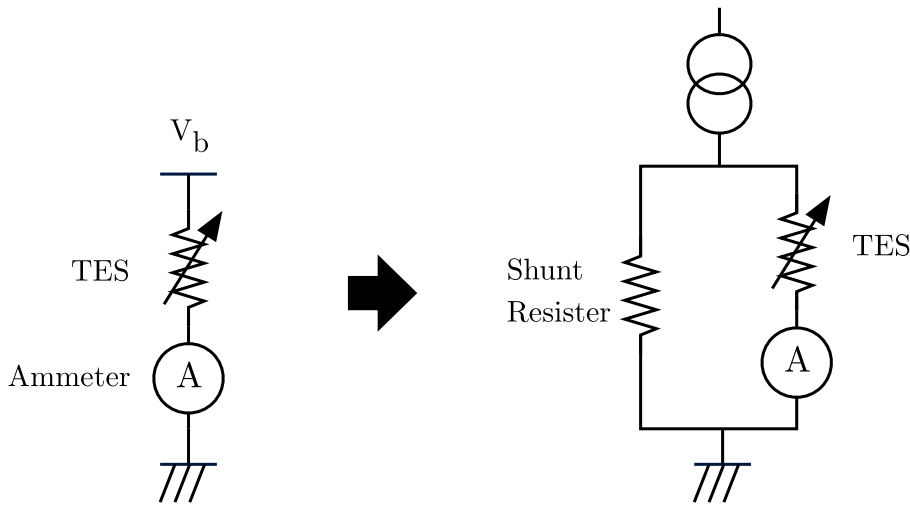


図 2.3: (左) 定電圧バイアス、(右) ショント抵抗を使って擬似的に作る定電圧バイアス

図に示すような定電圧バイアスで TES を動作させた場合を考える。熱入力によって温度が上昇すると、TES の抵抗値は急激に増加する。定電圧なので電流値は減少し、ジュール発熱も減少する。このように熱入力を打ち消す方向にジュール発熱が急激に変化して負のフィードバックが働くので、素子の温度も安定に保たれる。実際には室温からの配線抵抗があるので、TES と並列にショント抵抗を繋いで擬似的に定電圧バイアスを実現している。以下では、理想的な定電圧バイアスで動作しているものとする。熱伝導度は

$$G \equiv dP/dT \quad (2.8)$$

で定義される。一般的に熱伝導度は温度依存性を持ち、

$$G = G_0 T^{n-1} \quad (2.9)$$

と温度に対するべき n を用いて表される。電子が熱伝導を担う場合 $n = 2$ 、格子振動が熱伝導を担う場合 $n = 4$ となる。熱浴と TES 間の熱伝導度について考える。一般に $T \gg T_{\text{bath}}$ であるので、熱浴との熱伝導度による熱の流れは、

$$P = \int_{T_{\text{bath}}}^T G dT = \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (2.10)$$

と (2.8) 式を積分して計算できる。

平衡状態では、TES の温度を T_0 として、TES におけるジュール発熱 $P_b \equiv V_b^2/R_0$ とカロリメータピクセルから熱浴へ流れる熱量が釣り合っているので、

$$P_b = \frac{G_0}{n}(T_0^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (2.11)$$

となる。ただし、 V_b はバイアス電圧、 G_0 は $G = G_0 T^{n-1}$ を満たす定数 (G は熱伝導度)、 R_0 は動作点での TES の抵抗値、 T_{bath} は熱浴の温度である。

微小な温度上昇 $\Delta T \equiv T - T_0$ によって素子の温度が T になった場合、内部エネルギーの変化は熱の収支に等しいので、

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{V_b^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n}(T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (2.12)$$

が成り立つ。温度上昇 ΔT は 1 次の近似で、

$$\begin{aligned} C \frac{dT}{dt} &\equiv \frac{V_b^2}{R_0^2} \Delta R - G_0 T^{n-1} \Delta T \\ &= \frac{P_b \alpha}{T} \Delta T - G \Delta T \end{aligned} \quad (2.13)$$

となる。最後の項の G は TES の温度 T での熱伝導度 $G(T)$ を表す。(2.13) 式の解は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (2.14)$$

と書ける。ただし、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{C/G}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (2.15)$$

は有効時定数である。(2.15) 式より τ_{eff} は、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{T}\right)^n\right)} \quad (2.16)$$

のように書ける。さらに熱浴の温度が TES の温度よりも十分に低い場合 ($T_{\text{bath}}^n \ll T^n$) は、

$$\begin{aligned} \tau_{\text{eff}} &= \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \\ &\approx \frac{n}{\alpha} \tau_0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

と近似できる。ただし、(2.17) 式は、 $\alpha/n \gg 1$ の場合である。このように α が大きい場合は、電熱フィードバックによって応答速度が非常に速くなることがわかる。また、X線のエネルギーは電流地の変化として読み出され、

$$\Delta I = \frac{V_b}{R(T_0 + \Delta T)} - \frac{V_b}{R(T_0)} \simeq \frac{\Delta R}{R} I \simeq -\alpha \frac{E}{CT} I \quad (2.18)$$

となる。

2.3.2 電熱フィードバックの一般論と電流応答性

定電圧バイアスで動作するカロリメータに、時間に依存する微小なパワー $\delta P e^{i\omega t}$ が入射したときの応答について考える。系の応答は線形であり、入射 $\delta P e^{i\omega t}$ に対する温度変化は $\delta T e^{i\omega t}$ で表されるとする。フィードバックがかかってないときは、

$$P_{bgd} + \delta P e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (2.19)$$

が成り立つ。ただし P_{bgd} はバックグラウンドパワー、 \bar{G} は平均の熱伝導度である。定常状態では、

$$P_{bgd} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) \quad (2.20)$$

である。(2.19) 式と (2.20) 式より δT は δP を用いて、

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \delta P \quad (2.21)$$

と表せれる。ここで、 $\tau_0 = C/G$ は系の固有時定数である。

電熱フィードバックがかかった状態では、エネルギー保存の式は、

$$P_{bgd} + \delta P e^{i\omega t} + P_b + \delta P e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (2.22)$$

となる。また定電圧バイアスでは以下の関係が成り立つ。

$$\delta P_b e^{i\omega t} = \frac{dP_b}{dI} \delta I e^{i\omega t} = V_b \delta I e^{i\omega t} \quad (2.23)$$

$$\delta I e^{i\omega t} = \frac{dI}{dR} \delta R e^{i\omega t} = \frac{d}{dR} \left(\frac{V_b}{R} \right) \delta R e^{i\omega t} = -\frac{V_b}{R^2} \delta R e^{i\omega t} \quad (2.24)$$

$$\delta R e^{i\omega t} = \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \alpha \frac{R}{T} \delta T e^{i\omega t} \quad (2.25)$$

これらを使うと (2.22) 式は、

$$P_{bgd} + \delta P e^{i\omega t} + \frac{V_b^2}{R} - \frac{V_b^2}{R^2} \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (2.26)$$

と書き換えられる。(2.26) 式の解は、

$$\begin{aligned} \delta T e^{i\omega t} &= \frac{1}{\alpha \frac{P_b}{T} + G + i\omega C} \delta P e^{i\omega t} \\ &= \frac{1}{G} \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_b}{GT}} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \delta P e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.27)$$

ここで、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_b}{GT}} \frac{C}{G} \quad (2.28)$$

は、電熱フィードバックがかかった状態での実効的な時定数である。一般的にフィードバックの理論に当てはめると、電熱フィードバックの系は図 2.4 のように表すことができる。フィードバック量 b と系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ はそれぞれ、

$$b = -V_b \quad (2.29)$$

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \times \alpha \frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R} \right) \times (-V_b) = \frac{\alpha P_b}{GT} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1 + i\omega\tau_0} \quad (2.30)$$

と書ける。ただし、

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{\alpha P_b}{GT} \quad (2.31)$$

は周波数 0 のループゲインである。ループを閉じた場合の伝達関数

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\alpha P_b}{GT} \quad (2.32)$$

は $\mathcal{L}(\omega)$ を使って、

$$\begin{aligned} S_I(\omega) &= \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \\ &= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_0} \\ &= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

と書ける。ただし、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau}{\mathcal{L}_0 + 1} \quad (2.34)$$

である。ループゲインが十分に大きい場合 ($\mathcal{L}_0 \gg 1$) は、

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V_b} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (2.35)$$

となる。さらに $\omega \ll 1/\tau_{\text{eff}}$ を満たす周波数範囲では、

$$S_I = -\frac{1}{V_b} \quad (2.36)$$

と表され、電圧 V_b の逆数になる。 $S_I(\omega)$ のことを特に電流応答性 (current responsivity) と呼ぶ。入力 $P(t) = E\delta(t)$ に対する応答は、以下のように計算される。角周波数空間 ($-\infty < \omega < +\infty$) での入力は、

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t)e^{i\omega t} dt \\ &= \frac{E}{2\pi} \end{aligned} \quad (2.37)$$

であるので、出力はそれに電流応答性をかけて、

$$\begin{aligned} I(\omega) &= S_I(\omega)P(\omega) \\ &= -\frac{E}{2\pi V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \end{aligned} \quad (2.38)$$

と表される。これを逆フーリエ変換して時間軸に戻すと、

$$\begin{aligned} I(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \\ &= -\frac{1}{2\pi} \frac{E}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \\ &= -\frac{E}{V_b\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \\ &= -\frac{\alpha E}{CT} I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \end{aligned} \quad (2.39)$$

となる。ただし、 I_0 は平衡状態で TES を流れる電流である。一方で、入力 $P(t) = E\delta(t)$ による温度上昇は周波数空間で、

$$\begin{aligned}\Delta T(\omega) &= \frac{1}{G(1+i\omega\tau_0)} \frac{1}{1+\mathcal{L}(\omega)} P(\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{1+\mathcal{L}_0} \frac{1}{1+i\omega\tau_{\text{eff}}}\end{aligned}\quad (2.40)$$

と書けるので、時間軸に直すと、

$$\begin{aligned}\Delta T(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{\mathcal{L}_0+1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1+i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \\ &= \frac{E}{G\tau_{\text{eff}}} \frac{1}{\mathcal{L}_0+1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \\ &= \frac{E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right)\end{aligned}\quad (2.41)$$

である。ループゲインが一定であるとみなせる時、(2.40) 式より、

$$\int V_b I(t) dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1} E \quad (2.42)$$

したがって、X 線入射に伴うジュール発熱の積分量は入射エネルギー E に比例することになる。入射エネルギーのうち $\mathcal{L}_0/(\mathcal{L}_0+1)$ はジュール発熱の変化で補償され、 $1/(\mathcal{L}_0+1)$ が熱浴に逃げていくことになる。特に $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は X 線入射に伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

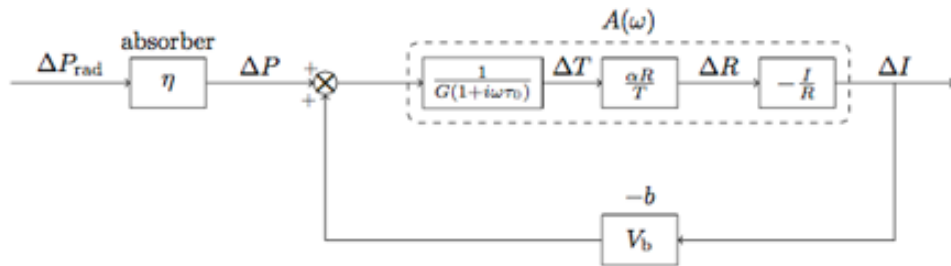


図 2.4: 電熱フィードバックのダイアグラム

2.4 固有ノイズ

エネルギー分解能を見積もるためにはノイズレベルを評価しなければならない。ノイズには、バックグラウンドの放射、熱浴の温度揺らぎ、外部磁場、 $1/f$ ノイズ、rf ノイズなど様々な起源のものが存在する。その中でも、ジョンソンノイズとフォノンノイズは X 線マイクロカロリ

メータを使う限り避けることができず、原理的なエネルギー分解能はこれらで制限される。本節では、ジョンソンノイズとフォノンノイズについて述べる。ここでは、理想的な定電圧バイアスの場合を定式化する。

マイクロカロリメータには2種類の固有ノイズ源がある。1つは、温度計の抵抗で発生するジョンソンノイズ、もう1つは熱浴と熱伝導度が有限であるために発生する熱揺らぎ（フォノンノイズ）である。図 2.6 は、これらのノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラムである。フォノンノイズは熱起源であるので、信号と同じ部分に入力される。これに対して、ジョンソンノイズは TES カロリメータの抵抗に起因するので、フォノンノイズとは伝達の仕方が異なる。微小な熱揺らぎ δP_{ph} がもたらす電流の揺らぎは、

$$\delta I_{\text{ph}} = -\frac{I}{V_b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta P_{\text{ph}} \quad (2.43)$$

である。これよりフォノンノイズの電流密度は、

$$\begin{aligned} \delta I_{\text{ph}}^2 &= |S_I|^2 \delta P_{\text{ph}}^2 \\ &= \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_I}{\mathcal{L} + 1} \right) \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \delta P_{\text{ph}}^2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

となる。フォノンノイズのパワースペクトル密度は $0 \leq f \leq \infty$ 空間で、

$$\begin{aligned} \delta p_n^2 &= 4k_B G T^2 \frac{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{t\kappa(t)}{T\kappa(T)} \right)^2 dt}{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{\kappa(t)}{\kappa(T)} \right) dt} \\ &\equiv 4k_B G T^2 \Gamma \end{aligned} \quad (2.45)$$

と表される。ただし、 $\kappa(T)$ はサーマルリンクを構成する物質の熱伝導率である。 $\theta \equiv T_{\text{bath}}/T$ とし、 $\kappa(T)$ は $\kappa(T_{\text{bath}})\theta^{-(n-1)}$ と表されると仮定すると、 Γ は、

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1} \frac{1 - \theta^{(2n+1)}}{1 - \theta^n} \quad (2.46)$$

となる。(2.45) 式を (2.44) 式に代入すると、フォノンノイズの電流密度は、

$$\begin{aligned} \delta I_{\text{ph}}^2 &= 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \\ &= \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \\ &= \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \end{aligned} \quad (2.47)$$

と表される。

一方で、ジョンソンノイズ δV_J による電流揺らぎ δI_J^0 は、

$$\delta I_J^0 = \frac{\delta V_J}{R} \quad (2.48)$$

であり、この揺らぎが系に入力されると、出力の揺らぎは、

$$\begin{aligned}\delta I_J &= \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta I_J^0 \\ &= \frac{\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} + i\omega\tau_{\text{eff}}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_J}{R} \\ &= \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_J}{R}\end{aligned}\quad (2.49)$$

となる。ジョンソンノイズの電圧密度は $0 \leq f \leq \infty$ 空間では、 $\delta V_J^2 = 4k_B T R$ と与えられるので、出力電流密度は、

$$\begin{aligned}\delta I_J^2 &= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \left| \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \right|^2 \\ &= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \\ &= \begin{cases} \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{4k_B T}{R} & \text{if } \omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1} \end{cases}\end{aligned}\quad (2.50)$$

となる。これより $\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲では、ジョンソンノイズは電熱フィードバックによって抑制され、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ の周波数範囲では元の値に戻ることがわかる。

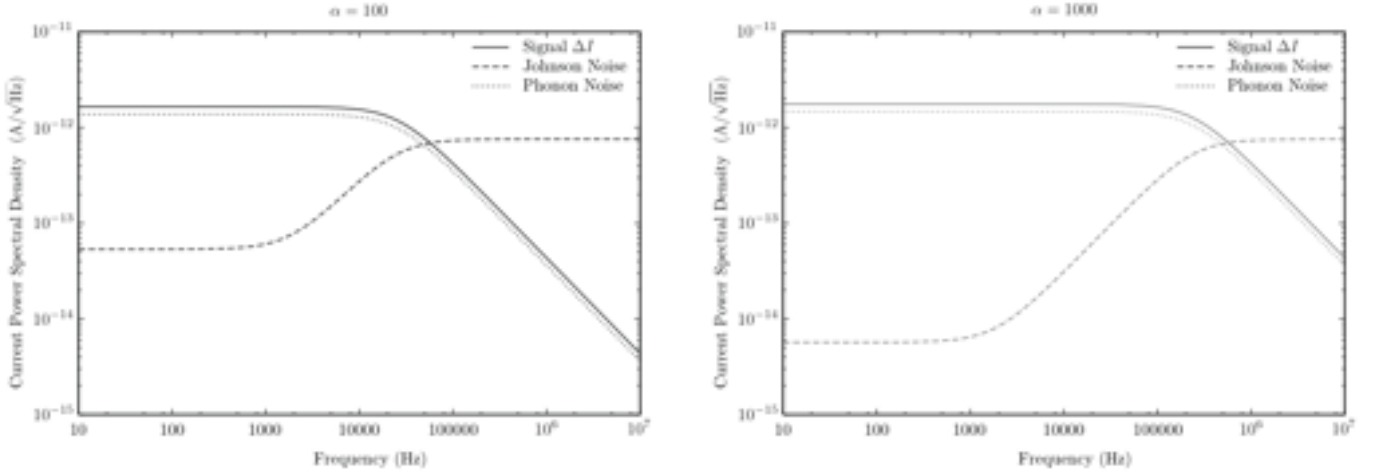


図 2.5: ノイズ電流密度。左が $\alpha = 100$ 、右が $\alpha = 1000$ の場合を示す。実線が信号、破線がジョンソンノイズ、点線がフォノンノイズを表す。低い周波数では電熱フィードバックによってジョンソンノイズが抑制される。

これらすべての電流密度は自乗和によって与えられ、 $0 \leq f < \infty$ 空間では、

$$\begin{aligned}\delta I^2 &= \delta I_J^2 + \delta I_{ph}^2 \\ &= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} + 4k_B T G \Gamma^2 \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \\ &= \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \Gamma\alpha\mathcal{L}_0}{(\mathcal{L}_0 + 1)^2} \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2}\end{aligned}\quad (2.51)$$

となる。これは、強い電熱フィードバックの極限では、

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{n/2 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (2.52)$$

となる。図 2.5 にノイズ電流密度と信号の周波数関数特性を示す。フォノンノイズとジョンソンノイズの関係を見るために両者の比を取ると、

$$\frac{\delta I_{ph}^2}{\delta I_J^2} = \frac{\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad (2.53)$$

したがって、低い周波数ではジョンソンノイズが抑制され、フォノンノイズが $\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma$ 倍だけ大きい。 $\omega > \tau_0^{-1}$ ではジョンソンノイズの寄与が大きくなり始め、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ ではジョンソンノイズが支配的になる。一方、パルスとフォノンノイズの比は、

$$\frac{\delta P_{\text{signal}}^2}{\delta P_n} = \frac{2E^2}{4k_B G T^2 \Gamma} \quad (2.54)$$

となり、周波数に依存しない。これは両者が全く同じ周波数特性をもつためである。(2.40) 式と (2.51) 式より、ジョンソンノイズは電流応答性 S_I を用いて

$$\delta I_J^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2(1 + \omega^2 \tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2} |S_I|^2 \quad (2.55)$$

と書ける。(2.47) 式と (2.51) 式から、固有ノイズは

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} b^2 |S_I|^2 + 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \quad (2.56)$$

となる。雑音等価パワー (noise equivalent power) $NEP(f)$ は、信号のパワーと $NEP(f)$ の比が S/N 比となる値として定義され、

$$NEP(f)^2 = \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \quad (2.57)$$

と計算される。固有ノイズに対する $NEP(f)$ は

$$\begin{aligned} NEP(f)^2 &= \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \\ &= \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} (1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} R G T^2 \Gamma) \\ &= 4k_B T P_b \left(\frac{1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} \right) + \frac{\alpha \Gamma}{\mathcal{L}_0} \end{aligned} \quad (2.58)$$

となる。

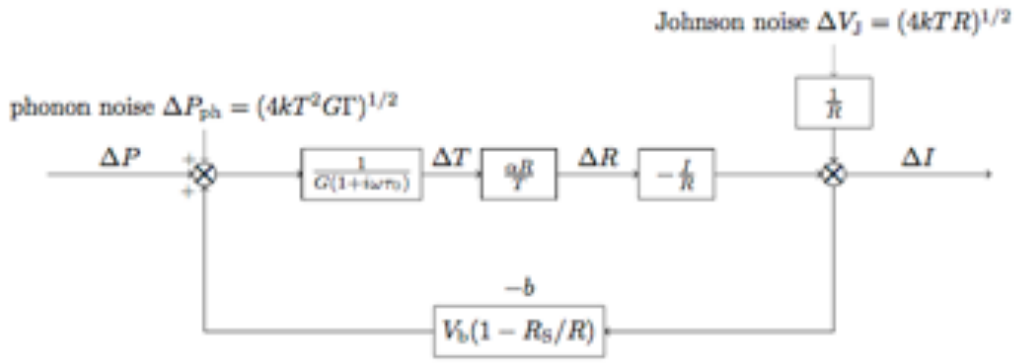


図 2.6: ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム

2.5 TES 型マイクロカロリメータの熱的・電気応答特性

TES 型カロリメータに微小熱量 P が入力されたときの、熱応答と電流応答について考える。TES の熱・電流応答は、熱応答性 $s_T = \delta T / \delta P$ と電流応答性 $s_I = \delta I / \delta P$ によって特徴づけられる。本節では、TES の熱伝導と電気伝導について幾つかの近似を用いて、 s_T, s_I を求める。

吸収体-TES 間の熱伝導度が十分に良い場合、図 2.7 のような、TES と吸収体を一体とした one-block model と見なすことができる。カロリメータに熱量 P が入力されたときに、TES に流れる電流 I_{TES} と吸収体と TES の温度 T_{TES} は、熱伝導方程式と電気回路方程式を用いて以下のように表せる。ここで、吸収体と TES の温度を T_{TES} 、熱浴温度を T_{bath} とした。

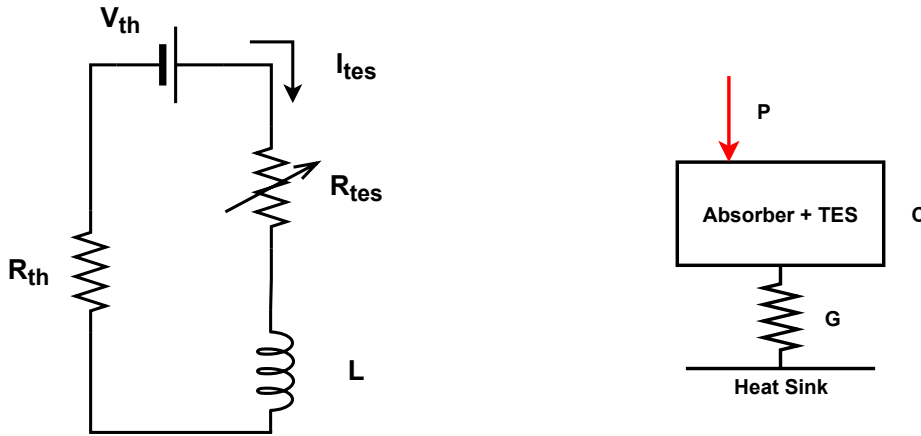


図 2.7: TES 型マイクロカロリメータの電気回路系 図 2.8: TES 型マイクロカロリメータの熱伝導系

$$L \frac{dI_{\text{TES}}}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{th}} + R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}})) I_{\text{TES}} \quad (2.59)$$

$$C \frac{dT_{\text{TES}}}{dt} = -G(T_{\text{TES}} - T_{\text{bath}}) + I_{\text{TES}}^2 R_{\text{TES}} + P \quad (2.60)$$

定常状態の TES と吸収体の温度を T_0 、電流を I_0 として、 $\delta I = I_{\text{TES}} - I_0$ 、 $\delta T_{\text{TES}} = T_{\text{TES}} - T_0$ を定義して上式を書き換えると、

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{th}} + R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}))(\delta I + I_0) \quad (2.61)$$

$$C_{\text{TES}} \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = -G(\delta T_{\text{TES}} + T_0) + (\delta I + I_0)^2 R_{\text{TES}} \quad (2.62)$$

となる。また、 $R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}})$ を (T_0, I_0) 周りでテイラー展開すると

$$R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}) = R_0 \left(1 + \alpha_I \frac{\delta T}{T_0} + \beta_I \frac{\delta I}{I_0} \right) \quad (2.63)$$

となる。定常状態において、TES の自己発熱と熱浴からの熱流入が釣り合っていると考えると、以下の式が成り立つ。

$$R_{\text{TES}}(T_0, I_0) I_0^2 = G_{\text{TES-bath}}(T_0 - T_{\text{bath}}) \quad (2.64)$$

以上2式を用いて δ の二次以降の項を無視すると、

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{ac}} - (R_{\text{th}} + R_0(1 + \beta_I))\delta I - (\alpha_I \frac{I_0 R_0}{T_0})\delta T_{\text{TES}} \quad (2.65)$$

$$C \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = R_0 I_0 (2 + \beta_I)\delta I + (\alpha_I \frac{I_0^2 R_0}{T_0} - G)\delta T_{\text{TES}} \quad (2.66)$$

これを行列表記に直すと、以下のようになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\delta V}{L} \\ \frac{\delta P}{C} \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

(3.14) 式から、TES の電流応答性 $S_I = \frac{\delta I}{\delta P}$ を求める。

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

まず (2.68) 式のように定義して、(3.14) 式の斉次解 ($\delta V = \delta P = 0$) を求める。固有値、固有ベクトルを λ_{\pm}, v_{\pm} とすると、

$$|A - \lambda_{\pm} I| = \lambda_{\pm}^2 - \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{\tau_I} \right) \lambda_{\pm} + \frac{1}{\tau_{\text{el}} \tau_I} + \frac{\mathcal{L}_I G}{CL} R_0 (2 + \beta_I) \quad (2.69)$$

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I} \right)^2 - 4 \frac{R_0 \mathcal{L}_I (2 + \beta_I)}{L \tau}} \quad (2.70)$$

$$v_{\pm} = \begin{pmatrix} \frac{1 - \mathcal{L}_I - \lambda_{\pm}\tau}{2 + \beta_I} \frac{G}{I_0 R_0} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.71)$$

したがって、(3.14) 式の斉次解は、(2.72) 式のように表せる。

$$f(t) = A_+ e^{\lambda_+ t} v_+ + A_- e^{\lambda_- t} v_- \quad (2.72)$$

TES に微小なデルタ関数的熱入力を与えた際の応答を考える。t=0 で $\delta T(0) = \delta T = E/C$ 、 $\delta I(0) = 0$ とすると、(2.72) 式より、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \delta T \end{pmatrix} = A_+ e^{\lambda_+ t} v_+ + A_- e^{\lambda_- t} v_- \quad (2.73)$$

(2.73) 式を解くと、 A_{\pm} は、

$$A_{\pm} = \pm \delta T \frac{1/\tau_I - \lambda_{\mp}}{\lambda_+ - \lambda_-} \quad (2.74)$$

となる。 $\lambda_{\pm} \equiv 1/\tau_{\pm}$ と定義すると、 $t > 0$ のとき、電流・電圧は、以下のように求められる。

$$\delta T(t) = \left(\frac{\tau_I}{\tau_+} - 1 \right) \left(\frac{\tau_I}{\tau_-} - 1 \right) \frac{1}{2 + \beta_I} \frac{C \delta T}{I_0 R_0 \tau_I^2} \frac{e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-}}{1/\tau_+ - 1/\tau_-} \quad (2.75)$$

$$\delta T(t) = \left(\left(\frac{1}{\tau_I} - \frac{1}{\tau_+} \right) e^{-t/\tau_-} + \left(\frac{1}{\tau_I} - \frac{1}{\tau_-} \right) e^{-t/\tau_+} \right) \frac{\delta T}{1/\tau_+ - 1/\tau_-} \quad (2.76)$$

(2.75) 式より、電流応答関数は、 $\delta I \propto (e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-})$ という関係を持ち、 τ_+ をパルスの立ち上がり時定数、 τ_- を立ち下がり時定数とみなすことができる。また、インプットコイルのインダクタンス L が十分に小さく、 $\tau_+ \ll \tau_-$ となるときの立ち上がり、立ち下がり時定数を考える。 τ_{el}, τ_I は、

$$\tau_{el} = \frac{L}{R_L + R_0(1 + \beta_I)} \quad (2.77)$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{1 - \mathcal{L}_I} \quad (2.78)$$

と定義されており、それぞれ電氣的、熱的な時定数を表している。 L が十分に小さいとき、 $\tau_{el} \ll \tau_I$ が成り立つから、(2.70) 式より、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_+} &= \frac{1}{2\tau_{el}} + \frac{1}{2\tau_I} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{el}} - \frac{1}{\tau_I} \right)^2 - 4 \frac{R_0 \mathcal{L}_I (2 + \beta_I)}{L \tau}} \\ &\simeq \frac{1}{2\tau_{el}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{el}} \right)^2} \\ &= \frac{1}{\tau_{el}} \end{aligned} \quad (2.79)$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\tau_-} &= \frac{1}{2\tau_{el}} + \frac{1}{2\tau_I} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{el}} - \frac{1}{\tau_I} \right) \sqrt{1 - 4 \frac{R_0}{L} \frac{\mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau (1/\tau_{el} - 1/\tau_I)^2}} \\
&\simeq \frac{1}{2\tau_{el}} + \frac{1}{2\tau_I} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_{el}} - \frac{1}{\tau_I} \right) \sqrt{1 - 4 \frac{R_0}{L} \frac{\tau_{el}^2 \mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{\tau}} \\
&\simeq \frac{1}{\tau_I} + \frac{R_0 \tau_{el} \mathcal{L}_I(2 + \beta_I)}{L\tau} \\
&= \frac{1 + \beta_I + R_L/R_0 + (1 - R_L/R_0)\mathcal{L}_I}{\tau(1 + \beta_I + R_L/R_0)} \\
&\equiv \frac{1}{\tau_{eff}}
\end{aligned} \tag{2.80}$$

したがって、インプットコイルのインダクタンス L が十分に小さいとき、立ち上がり時定数は、電氣的な時定数 τ_{el} と一致することがわかる。(2.80) 式は、TES のバイアス回路のインダクタンスがゼロのときの時定数であり、有効時定数と呼ばれる。

また、 $\tau_+ = \tau_-$ のときの電流応答関数は、

$$\delta I = \left(\frac{\tau_I}{\tau_{\pm}} - 1 \right)^2 \frac{1}{(2 + \beta_I)} \frac{C\delta T}{I_0 R_0 \tau_I^2} (-te^{-t/\tau_{\pm}}) \tag{2.81}$$

と表せる¹。(2.81) 式は、”critically damped” と呼ばれ、エネルギー分解能と読み出し回路のスルーレート間のトレードオフを最適化するために選択される時定数である。

次に、TES にサイン波的热入力 $\delta P = \text{Re}(\delta P_0 e^{i\omega t})$ を印加した場合を考える。TES の熱・電氣的応答は、

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{el}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\delta P_0}{C} \end{pmatrix} e^{i\omega t} \tag{2.82}$$

となる。(2.82) 式の特解として、

$$f(t) = A_+ e^{i\omega t} v_+ + A_- e^{i\omega t} v_- \tag{2.83}$$

を (2.82) 式に代入すると、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\delta P_0}{C} \end{pmatrix} = A_+ v_+(i\omega + \lambda_+) + A_- v_-(i\omega + \lambda_-) \tag{2.84}$$

が得られる。(2.71) 式から、

したがって、TES の電流・温度応答性は、

$$s_I(\omega) = -\frac{1}{I_0 R_0} \frac{1}{2 + \beta_I} \frac{1 - \tau_+/\tau_I}{1 + i\omega\tau_+} \frac{1 - \tau_-/\tau_I}{1 + i\omega\tau_-} \tag{2.85}$$

¹ $\lim_{\tau_+ - \tau_- \rightarrow 0} \frac{e^{-t/\tau_+} - e^{-t/\tau_-}}{1/\tau_+ - 1/\tau_-} = -te^{-t/\tau_{\pm}}$ の関係を用いた。

$$s_T(\omega) = \frac{1}{G} \frac{\tau_+ \tau_- \tau / \tau_+ + \tau / \tau_- + \mathcal{L}_I - 1 + i\omega\tau}{\tau^2 (1 + i\omega\tau_+)(1 + i\omega\tau_-)} \quad (2.86)$$

と表すことができる。ここで今後のために電流応答性について、以下のように変形しておく。

$$s_I(\omega) = -\frac{1}{I_0 R_0} \left[\frac{L}{\tau_{el} R_0 \mathcal{L}_I} + \left(1 - \frac{R_{th}}{R_0}\right) + i\omega \frac{L\tau}{R_0 \mathcal{L}_I} \left(\frac{1}{\tau_I} + \frac{1}{\tau_{el}}\right) - \frac{\omega^2 \tau L}{\mathcal{L}_I R_0} \right]^{-1} \quad (2.87)$$

2.6 SQUID を用いた読み出し系

TES の電流変化を読み出すには、低インピーダンスな電流型が必要である。その点で SQUID は最も適した電流計である。SQUID を用いたカロリメータの読み出し系の模式図を図に示す。SQUID(Superconducting QUantum Interference Device) とは、ジョセフソン効果を利用した素

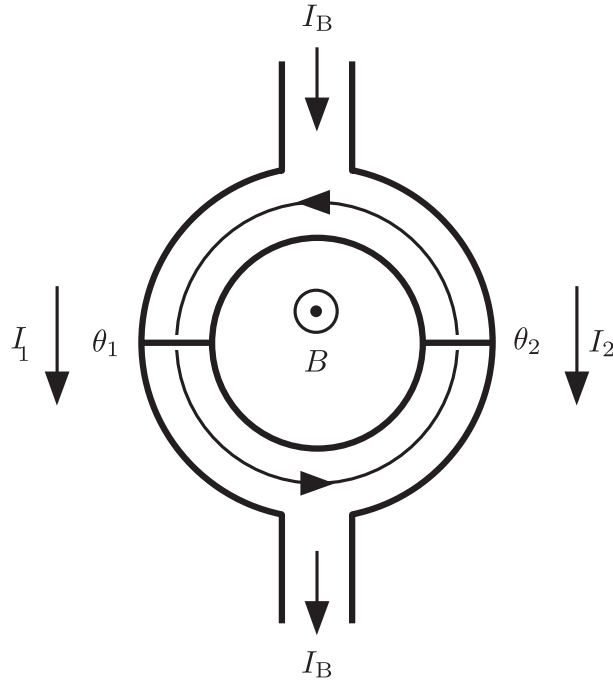


図 2.9: dc-SQUID の模式図

子で、2つのジョセフソン接合を並列に持つリングである。2つの接合の位相差とリングを貫く磁束との間には、

$$\theta_2 - \theta_1 = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (2.88)$$

という関係が成り立つ。ただし、 θ_1 と θ_2 はそれぞれのジョセフソン接合での位相差、 Φ はリングを貫く磁束、 Φ_0 は磁束量子で、

$$\Phi_0 = h/2e = 2.06 \times 10^{-15} \text{Wb} \quad (2.89)$$

という定数である。ジョセフソン接合が超伝導状態であるとき、SQUID のバイアス電流 I_B には、

$$I_B = I_0 \cos \left(\pi \frac{\Phi_{exp}}{\Phi_0} \right) \sin \left(\theta_1 - \pi \frac{\Phi_{exp}}{\Phi_0} \right) \quad (2.90)$$

と書ける。ただし、 I_0 は接合の臨界電流、 $\Phi_{\text{exp}} = \Phi - LJ$ は外部磁束、 L 、 J はリングの自己インダクタンスとリングを循環する電流である。従って、SQUID が超伝導でいられる最高の電流、つまり SQUID の臨界電流は、

$$I_{\text{max}} = 2I_0 \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_{\text{exp}}}{\Phi_0} \right) \right| \quad (2.91)$$

となる。このように、SQUID の臨界電流は外部磁場によって変化することがわかる。 $2I_0$ より大きなバイアス電流で SQUID を動作させることで、臨界電流が変化することにより外部磁束の変化に対して出力電圧が変化するようになる。したがって、SQUID の隣にコイルを置くことによって、SQUID を非常に感度の高い電流計として扱うことが可能になる。

第3章 TES型マイクロカロリメータの複素インピーダンス

TES型マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、素子の温度感度 α_I 、電流感度 β_I 、熱容量 C で表される。またTES型マイクロカロリメータは、ETFを掛けて動作させるので、信号の立ち上がり時間と立ち下がり時間は、上記のパラメータによって決定される。このパラメータを求めることは、信号応答を理解する上で必須である。これらのパラメータを求める手法として、TESの複素インピーダンスを測定する方法[6]がある。この章では、TES型マイクロカロリメータの複素インピーダンスとその測定方法について述べる。

3.1 TESカロリメータの熱的、電気的モデル

TES型マイクロカロリメータの熱的、電気的モデルは構造と構成物質によって決定される。以下では、一般的なTES型マイクロカロリメータとして吸収体とTESが熱浴につながっている系を考える。その場合、吸収体とTESを一体としたOneblock Model、吸収体とTESの間の熱伝導度を考慮するTwoblock Modelが考えられる。

3.1.1 吸収体-TES 一体モデル

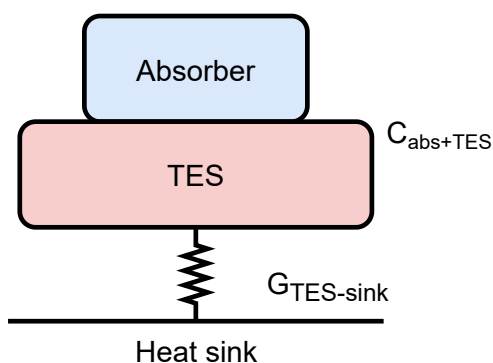


図 3.1: TES の熱・電気的モデル

吸収体-TES間の熱伝導度が十分に良い場合、図 3.1 のような、TES と吸収体を一体とした Oneblock model と見なすことができる。カロリメータに熱量 P が入力されたときに、TES に

流れる電流 I_{TES} と吸収体と TES の温度 T_{TES} は、熱伝導方程式と電気回路方程式を用いて以下のように表せる。

$$L \frac{dI_{\text{TES}}}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{th}} + R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}))I_{\text{TES}} \quad (3.1)$$

$$C \frac{dT_{\text{TES}}}{dt} = -G(T_{\text{TES}} - T_{\text{bath}}) + I_{\text{TES}}^2 R_{\text{TES}} + P \quad (3.2)$$

ここで、吸収体と TES の温度を T_{TES} 、熱浴温度を T_{bath} とした。定常状態の TES と吸収体の温度を T_0 、TES の電流を I_0 、抵抗値を R_0 として、 $\delta I = I_{\text{TES}} - I_0$ 、 $\delta T_{\text{TES}} = T_{\text{TES}} - T_0$ を定義して上式を書き換えると、

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{th}} + R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}))(\delta I + I_0) \quad (3.3)$$

$$C_{\text{TES}} \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = -G(\delta T_{\text{TES}} + T_0) + (\delta I + I_0)^2 R_{\text{TES}} \quad (3.4)$$

となる。また、 $R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}})$ を (T_0, I_0) 周りでテイラー展開すると

$$R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}) = R_0 \left(1 + \alpha_I \frac{\delta T}{T_0} + \beta_I \frac{\delta I}{I_0} \right) \quad (3.5)$$

となる。ここで、 α_I と β_I を

$$\alpha_I = \frac{T_0}{R_0} \left. \frac{\partial R}{\partial T} \right|_{I=I_0} \quad (3.6)$$

$$\beta_I = \frac{I_0}{R_0} \left. \frac{\partial R}{\partial I} \right|_{T=T_0} \quad (3.7)$$

とした。定常状態において、TES の自己発熱と熱浴からの熱流入が釣り合っていると考えると、以下の式が成り立つ。

$$R_{\text{TES}}(T_0, I_0)I_0^2 = G(T_0 - T_{\text{bath}}) \quad (3.8)$$

以上 2 式を用いて δ の二次以降の項を無視すると、

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{ac}} - (R_{\text{th}} + R_0(1 + \beta_I))\delta I - \alpha_I \frac{I_0 R_0}{T_0} \delta T_{\text{TES}} \quad (3.9)$$

$$C \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = R_0 I_0 (2 + \beta_I) \delta I + \left(\alpha_I \frac{I_0^2 R_0}{T_0} - G \right) \delta T_{\text{TES}} \quad (3.10)$$

ここで、

$$\mathcal{L}_I = \frac{I_0^2 R_0 \alpha_I}{G T_{\text{TES}}} \quad (3.11)$$

$$\tau_I = \frac{\tau}{1 - \mathcal{L}_I} \quad (3.12)$$

$$\tau_{\text{el}} = \frac{L}{R_{\text{th}} + R_0(1 + \beta_I)} \quad (3.13)$$

として行列表記に直すと、以下のようなになる。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T_{\text{TES}} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T_{\text{TES}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\delta V}{L} \\ \frac{\delta P}{C} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

TES に対して交流電圧を印加した際の TES の応答を示す、TES の複素インピーダンスを導出する。(3.14) 式で、熱入力が無い場合、

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta I \\ \delta T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\delta V}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

となる。(3.15) 式をフーリエ変換すると、

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} + i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\delta V_\omega}{L} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

ここで TES の回路全体の複素インピーダンスを、 $Z_\omega = V_\omega / I_\omega$ で定義すると、

$$Z_\omega = R_{\text{th}} + i\omega L + Z_{\text{TES}} \quad (3.17)$$

と表せる。TES 単体の複素インピーダンスは、

$$\begin{aligned} Z_{\text{TES}} &= Z_\infty + (Z_0 - Z_\infty) \frac{1}{1 - i\omega \tau_{\text{eff}}} \\ Z_0 &= -R_0 \frac{\mathcal{L}_I + \beta_I + 1}{\mathcal{L}_I - 1}, \quad Z_\infty = R_0 (1 + \beta) \\ \tau_{\text{eff}} &= \frac{C}{G(\mathcal{L}_I - 1)} \end{aligned} \quad (3.18)$$

となる。ここで Z_0, Z_∞ は、それぞれ周波数が $0, \infty$ のときの複素インピーダンスである。(3.18) 式に典型的な値として、 $Z_\infty = 100 \text{ m}\Omega$ 、 $Z_0 = -100 \text{ m}\Omega$ 、 $\tau_{\text{eff}} = 10 \text{ }\mu\text{s}$ を代入したものを、図 3.2 に示す。周波数が低いときのインピーダンスの実部は、ETF の効果によって擬似的に負の抵抗値を持つようになる。測定した TES の複素インピーダンスを、(3.18) 式でフィッティングすることで、TES の温度感度 α_I 、電流感度 β_I 、熱容量 C を求めることができる。

3.1.2 TES と吸収体の間に熱伝導度が存在する場合

また、吸収体と TES の間に有限の熱伝導度が存在する場合を考える。このときカロリメータは図 3.1 のような Twoblock Model となる。このとき TES の複素インピーダンスは、以下の式

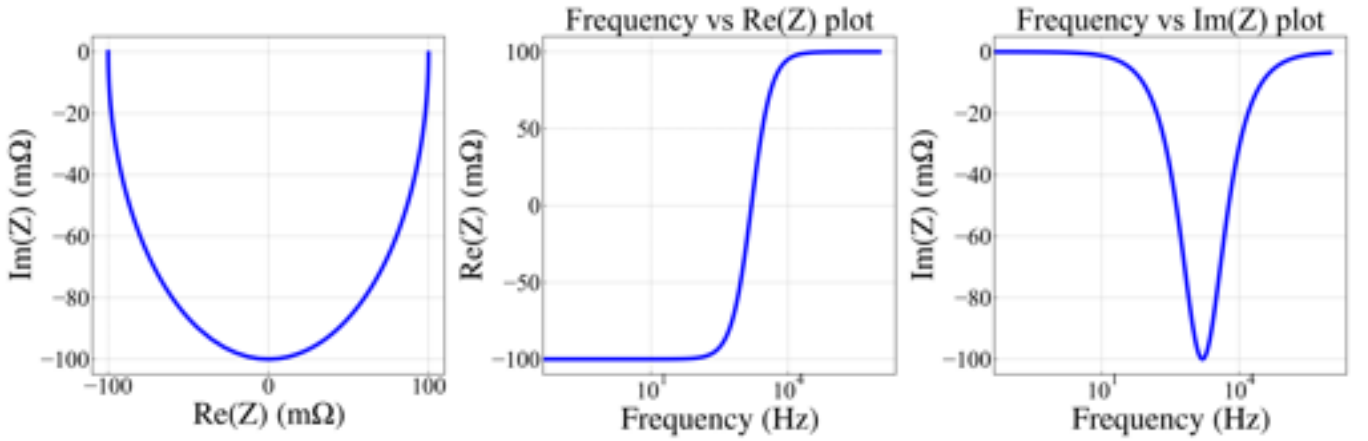


図 3.2: TES 型マイクロカロリメータを Oneblock Model としたときの複素インピーダンス。左図:インピーダンスの実部と虚部の関係。中図:インピーダンスの実部の周波数依存性。右図:インピーダンスの虚部の周波数依存性。

で表すことができる。詳細な導出は、Appendix.A を参照されたい。

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{TES}} &= Z_{\infty} + (Z_0 - Z_{\infty}) \frac{1}{1 - i\omega\tau_{\text{eff}}} \\
 Z_0 &= -R_0 \frac{\mathcal{L}_I + \beta_I + 1}{\mathcal{L}_I - 1}, \quad Z_{\infty} = R_0(1 + \beta) \\
 \tau_{\text{eff}} &= \frac{1}{G(\mathcal{L}_I - 1)} \left(C_{\text{TES}} + C_{\text{abs}} - G_{\text{abs}} \frac{i\omega \frac{C_{\text{abs}}}{G_{\text{abs}}}}{1 + i\omega \frac{C_{\text{abs}}}{G_{\text{abs}}}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

TES と吸収体間に熱伝導度を設定することで、吸収体と TES が熱的に切り離された構造となり、吸収体と TES それぞれの熱容量と吸収体-TES 間の熱伝導度が時定数 τ_{eff} に入った形になっている。吸収体が大きく内部熱伝導度が無視できない場合などは、この Twoblock Model で説明できると考えられる。

3.2 TES を含む測定インピーダンスの導出

実際に我々が測定できるインピーダンスは、TES の回路系内の寄生抵抗やインダクタンス、増幅回路の周波数依存性などの影響を受けたものとなる。この影響を含めたモデルの構築は困難であるため、寄生成分に対して補正を行うことで、TES の複素インピーダンスを求める。以下でその補正方法について述べる。

TES の回路系をテブナンの等価回路を用いて示すと図 3.5 のようになる。このとき回路系全体の複素インピーダンスは、

$$Z = R_{\text{th}} + i\omega L + Z_{\text{TES}} \tag{3.20}$$

と表せる。この測定したインピーダンスが寄生成分などの影響として関数 $\text{Tr}(f)$ の影響を受けていると仮定する。このとき測定されるインピーダンスは、

$$Z^{\text{obs}} = (R_{\text{th}} + i\omega L + Z_{\text{TES}}) \times \text{Tr}(f) \tag{3.21}$$

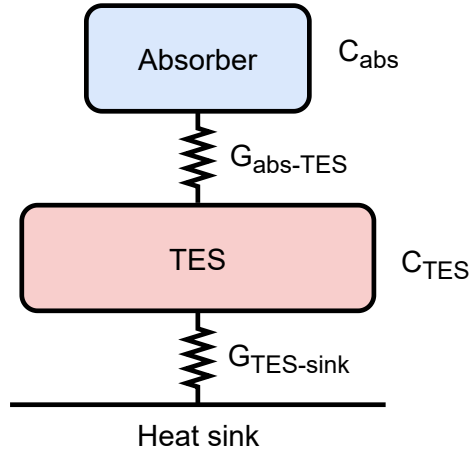


図 3.3: TES の熱・電氣的モデル

と表せる。TES が常伝導、超伝導のとき、TES のインピーダンスは、 $Z_{\text{Normal}} = R_{\text{Normal}}$ 、 $Z_{\text{Super}} = 0$ となる。関数 $\text{Tr}(f)$ が TES の抵抗値によらないと仮定すると、それぞれ測定される複素インピーダンスは、

$$\begin{aligned} Z_{\text{Normal}}^{\text{obs}} &= (R_{\text{th}} + i\omega L + R_{\text{Normal}}) \times \text{Tr}(f) \\ Z_{\text{Super}}^{\text{obs}} &= (R_{\text{th}} + i\omega L) \times \text{Tr}(f) \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる。まずは、TES の回路系におけるインプットコイルと、寄生抵抗とシャント抵抗の値を求めるために常伝導状態と超伝導状態の比をとると、

$$\frac{Z_{\text{Normal}}^{\text{obs}}}{Z_{\text{Super}}^{\text{obs}}} = \frac{R_{\text{th}} + i\omega L + R_{\text{Normal}}}{R_{\text{th}} + i\omega L} \quad (3.23)$$

と表せる。測定したインピーダンスを (3.23) 式でフィッティングすることで、インプットコイルのインダクタンス L 、シャント抵抗と寄生抵抗の合計 R_{th} を決定する。関数 $\text{Tr}(f)$ は、 L と R_{th} 、超伝導状態における複素インピーダンス $Z_{\text{super}}^{\text{obs}}$ を用いて、

$$\text{Tr}(f) = \frac{Z_{\text{Super}}^{\text{obs}}}{R_{\text{th}} + i\omega L} \quad (3.24)$$

となる。したがって TES のインピーダンスは、

$$Z_{\text{TES}} = \frac{Z^{\text{obs}}}{\text{Tr}(f)} - (R_{\text{th}} - i\omega L) \quad (3.25)$$

と表すことができる。この補正後の複素インピーダンスに対して TES 型マイクロカロリメータの電熱モデルでフィッティングすることで、TES の特性パラメータ (α_I, β_I など) を決定できる。

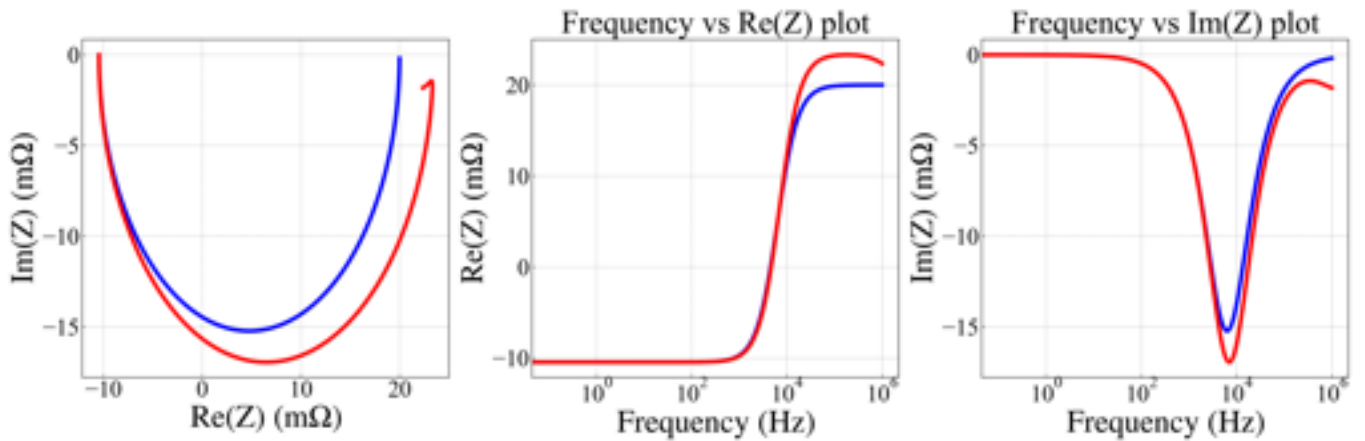


図 3.4: 吸収体と TES の間に熱伝導度が存在する場合の複素インピーダンス。青線 : Oneblock Model。赤線 : Twoblock Model。熱伝導度を設定することで、インピーダンスの形が変化していることがわかる。

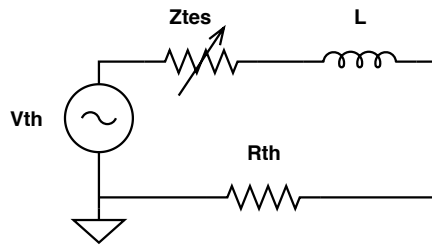


図 3.5: TES の回路系をテブナンの等価回路で表した場合

3.2.1 各パラメータを用いたノイズ解析

カロリメータを動作させる上で避けられない固有ノイズとして、Phonon noise、Johnson noise がある。Phonon noise は、TES と熱浴間の熱伝導度が有限であるために発生する熱揺らぎである。このとき Phonon noise は、電流応答性 s_I を用いて以下のように表すことができる。

$$I_{\text{phonon}} = \sqrt{4k_B T_0^2 G \times F(T_0, T_{\text{bath}})} \times |s_I(\omega)| \quad (3.26)$$

また Johnson noise は、抵抗内の自由電子のブラウン運動による雑音である。TES における Johnson noise は、

$$I_{J_{\text{TES}}} = \sqrt{4k_B T_0 I_0^2 R_0 \frac{1 + \beta_I}{\mathcal{L}_I^2} (1 + \omega^2 \tau_I^2)} |s_I(\omega)| \quad (3.27)$$

Shunt 抵抗と TES の回路系における寄生抵抗の Johnson noise は、

$$I_{J_{\text{th}}} = \sqrt{4k_B T_{\text{th}} I_0^2 R_{\text{th}} \frac{(\mathcal{L}_I - 1)^2}{\mathcal{L}_I^2} (1 + \omega^2 \tau_I^2)} |s_I(\omega)| \quad (3.28)$$

と表せる。Phonon noise は数 kHz 程度の低周波において主要なノイズ要因となり、数 10kHz 以上の高周波では Johnson noise が卓越する。これらの固有ノイズは、TES の温度感度 α_I や電流感度 β_I によって決定されるため、インピーダンス測定から各バイアス点におけるノイズについて議論することで、エネルギー分解能がどのような要因で劣化しているのかを明らかにする。

第4章 TES型マイクロカロリメータの性能評価試験

本章では、材料分析に特化したTES型マイクロカロリメータに対して行った性能評価試験について示す。

4.1 実験の目的

本実験の目的は、我々が製作したTES型マイクロカロリメータのエネルギー分解能とX線入射時の信号波形の理解である。TESは超伝導体であり、その抵抗値 R は、温度 T だけでなく、電流 I 、磁場 B などのパラメータに依存する複雑な関数である。またTESの応答は、入射粒子による熱の伝搬に加えて、前述したETFによる電気的信号が絡み合っており、これを理解することは容易ではない。TESのエネルギー分解能の劣化要因を理解する手法として、TESの複素インピーダンスを測定する方法がある。複素インピーダンスは、TESに微弱な交流電流を印加した際のTESの応答信号を測定することで求めることができる。我々が製作しているTES型マイクロカロリメータのエネルギー分解能を制限している要因、X線が入射した際の信号波形を理解するためにインピーダンス測定に加えて、IV測定、Noise測定、X線照射試験の4つを行った。

4.2 実験素子の構造と設計値

性能評価試験を行った素子の構造(図4.1)と設計値(表4.1)を示す。東京都立大学のスパッタリング装置でTES(Au/Ti)を成膜後、蒸着法によってAu吸収体を成膜した。この素子は広いエネルギー帯域をカバーするために、64素子中に膜厚5 μm , 300 nmの2種類の吸収体がある[7]。

表 4.1: 測定素子の構造と熱容量の想定値

	面積	厚み	熱容量 [pJ/K] @100mK
吸収体 (Au)	120 μm \times 120 μm	300 nm, 5 μm	0.493
TES(Au/Ti)	180 μm \times 180 μm	100 nm/30 nm	0.029
メンブレン	300 μm \times 300 μm	1.0 μm /0.5 μm	-

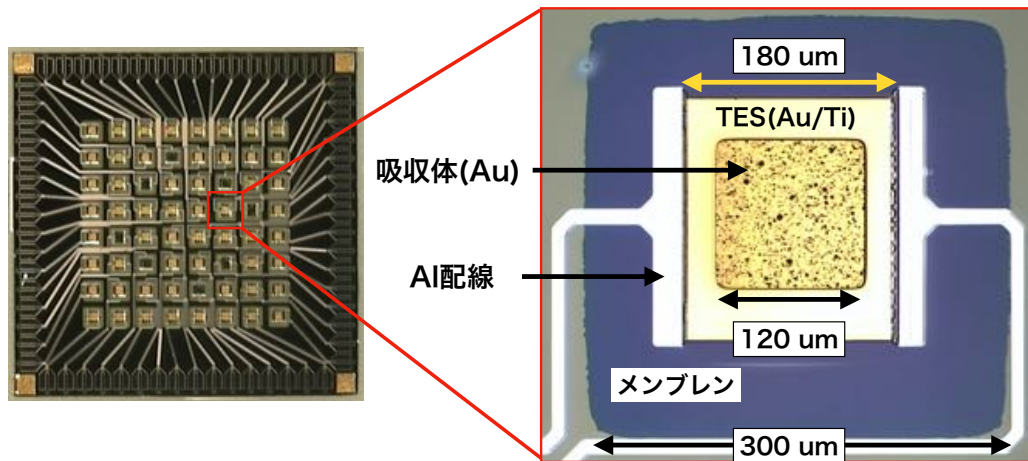


図 4.1: 測定したカロリメータの構造

4.3 実験セットアップ

本実験のセットアップを図 4.2 に示す。素子を GM 冷凍機を用いて 4 K まで冷却して、希釈冷凍機を併用することで、100 mK 程度まで冷却した。冷却ステージは、熱伝導率の高い Cu で作成され、ステージ上にカロリメータと読み出しを行うための SQUID が搭載されている。冷凍機から TES の配線には、シール配線を用いており、シール配線から TES と SQUID までは Al のワイヤーボンディングになっている。Al は 1.5 K 付近で超伝導に転移するので、配線の抵抗値と発熱がゼロの状態での測定を行うことができる。今回は吸収体厚 $5\ \mu\text{m}$ と $300\ \text{nm}$ の 2 素子の測定を行った。

4.4 IV 測定

TES に印加する電圧を変化させることで、電流値 I と電圧値 V の測定を行った。IV 測定では、TES のジュール発熱と熱浴への熱流入が等しいと仮定することで、TES-熱浴間の熱伝導度を求めることができる。また、TES のジュール発熱から TES の温度を計算することで、TES の RT 特性を調べることができる。この RT 特性からは、TES の転移温度と分解能に寄与する温度感度 α を求めることができる。測定原理と吸収体厚 $300\ \text{nm}$ 、 $5\ \mu\text{m}$ の測定結果を示す。

4.4.1 IV 特性と測定原理

TES の電流 I と電圧 V の関係を IV 特性と呼ぶ。IV 測定では、測定した TES の電流と電圧からジュール発熱を計算することで、TES と熱浴間の熱伝導度 G を求めることができる。また、熱浴温度から TES の発熱の影響を差し引くことで、TES の抵抗値と温度の関係を求めることができ、TES の分解能を制限する温度感度 α を求めることができる。実際の測定では、熱浴温度一定下で、TES が常伝導状態になる程度の電流を流し、徐々に電流値を下げていくことで、転移中の電流-電圧の関係を測定する。TES に流すバイアス電流 I_b を制御し、SQUID で電流値



図 4.2: 測定セットアップ

の変化を読み出す。TES のジュール発熱と、熱浴の冷却が釣り合っていると考えると以下の式が成り立つ。

$$P_b = I_{\text{TES}} V_{\text{TES}} = \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (4.1)$$

ここで TES と熱浴間の熱伝導度 G を (2.3) 式、TES の温度を T 、熱浴の温度を T_{bath} とした。TES が転移温度 T_c 付近であるとき、

$$P_b = I_{\text{TES}} V_{\text{TES}} \simeq \frac{G_0}{n} (T_c^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (4.2)$$

と近似できるため、複数の熱浴温度 T_{bath} で測定することで、TES と熱浴間の熱伝導度 G を求めることができる。また、ジュール発熱を差し引いた TES の温度は、

$$T_{\text{TES}} = \left(T_{\text{bath}}^n + \frac{n P_b}{G_0} \right)^{1/n} \quad (4.3)$$

となるので、IV 測定の結果から TES の RT 特性がわかるため、 α を求めることができる。

4.4.2 吸収体厚 300 nm の測定結果

熱浴温度 150-90 mK において、バイアス電流 I_{bias} を変化させたときの TES の電圧 V_{TES} を測定した。図 4.3 に TES の回路系に印加した電流 I_{bias} と SQUID からの出力電圧 V_{out} の関係を示した。 I_{bias} が大きいときは、TES の自己発熱によって温度が高くなり、TES は常伝導状態となる。

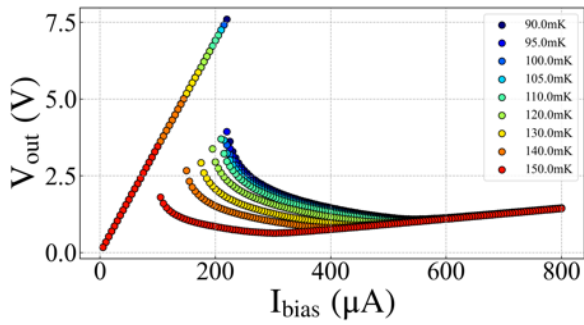


図 4.3: 吸収体厚 300 nm に印加した電流 I_{bias} と SQUID の出力電圧 V_{SQUID} の関係

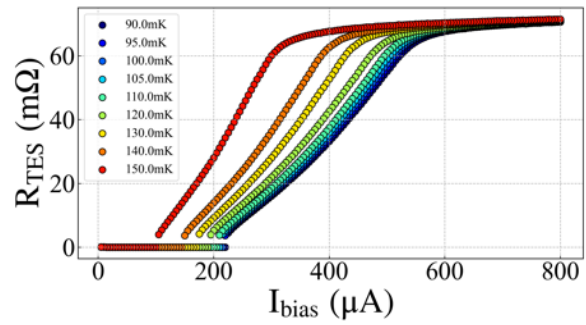


図 4.4: 吸収体厚 300 nm に印加した電流 I_{bias} と TES の抵抗値 R_{TES} の関係

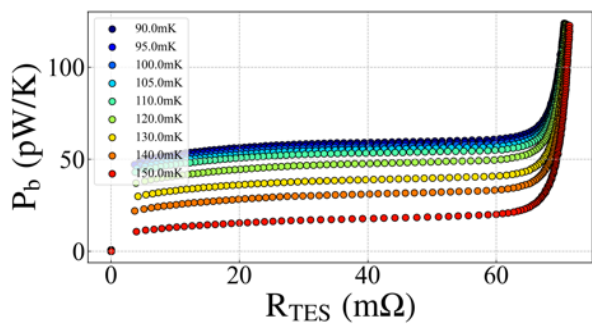


図 4.5: 吸収体厚 300 nm の TES の抵抗値 R_{TES} と発熱 P_b の関係

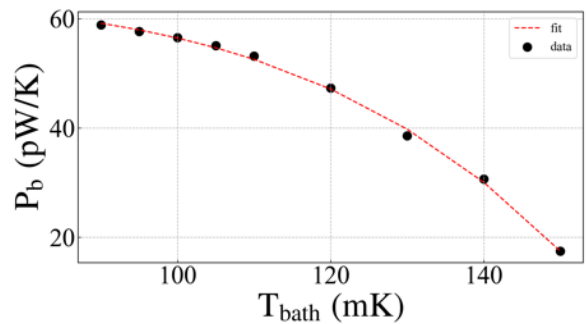


図 4.6: 吸収体厚 300 nm において TES と熱浴間の熱伝導度 G と発熱 P_b の関係から熱伝導度 G の温度依存性をフィッティングした結果

4.4.3 吸収体厚 $5\mu\text{m}$ の測定結果

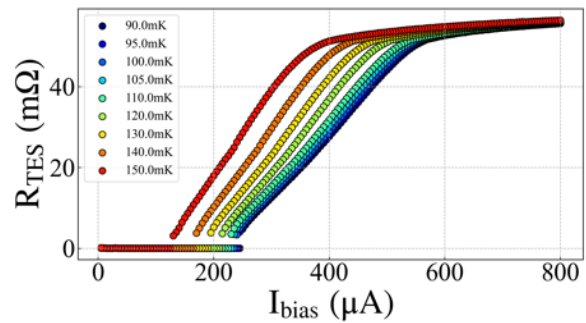
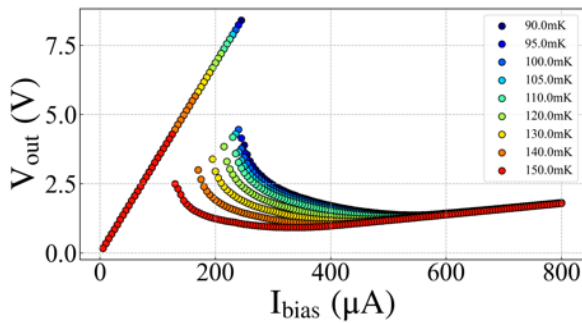


図 4.7: 吸収体厚 $5\mu\text{m}$ に印加した電流 I_{bias} と図 4.8: 吸収体厚 $5\mu\text{m}$ に印加した電流 I_{bias} と TES SQUID の出力電圧 V_{cor} の関係
 の抵抗値 R_{TES} の関係

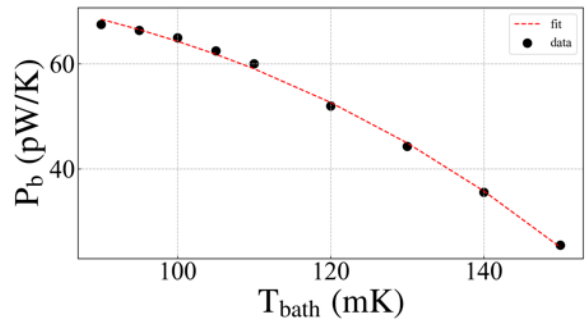
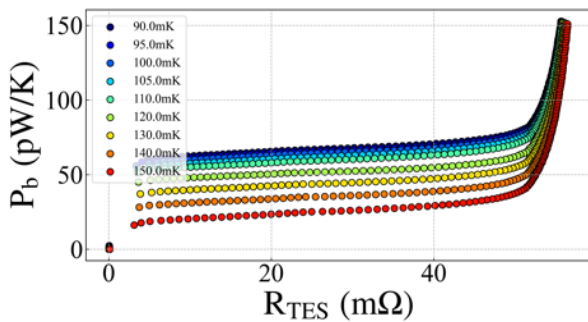


図 4.9: 吸収体厚 $5\mu\text{m}$ の TES の抵抗値 R_{TES} と発熱 P_b の関係

図 4.10: 吸収体厚 $5\mu\text{m}$ において TES と熱浴間の熱伝導度 G と発熱 P_b の関係から熱伝導度 G の温度依存性をフィッティングした結果

IV 測定の結果から吸収体 300nm と $5\mu\text{m}$ のそれぞれで RT 特性を求めた (4.11)。この結果から 2 ピクセル間で転移温度が 10mK 程度異なることがわかる。これは吸収体が分厚いことで、TES の転移温度に影響していると考えられる。

常伝導抵抗 R_{Normal} の半分の抵抗値を転移抵抗 R_c として定義する。各熱浴温度における R_c の発熱 P_b と、TES のジュール発熱と熱浴の熱流入の関係から、TES と熱浴間の熱伝導度をフィッティングから求めた結果を図 4.6, 4.10 に示す。吸収体 300nm と $5\mu\text{m}$ のそれぞれで熱伝導度は、表 4.2 と求められた。

表 4.2: TES と熱浴間の熱伝導度 G の比較

	G_0 [nW/K]	n	G [nW/K]@ T_c
300nm	1.41×10^2	4.64	1.83
$5\mu\text{m}$	77.4	3.21	1.50

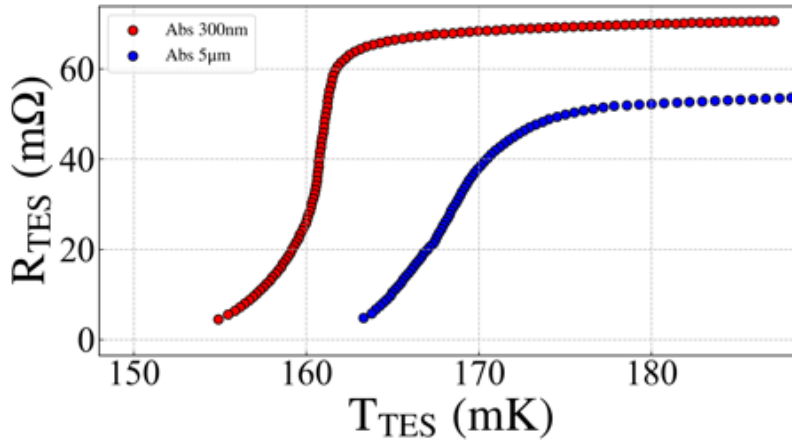


図 4.11: 熱浴温度 90 mK のときの TES の温度と抵抗値を吸収体 300 nm と 5 μm で比較した結果

4.5 Z 測定の結果

吸収体 300 nm と 5 μm のそれぞれにおいて、TES に印加する交流電圧の周波数を変化させることで、複素インピーダンスの測定を行った。熱浴温度はバイアス電流印加時の冷凍機の最低到達温度である 90 mK とした。TES に印加するバイアス電流 I_{bias} で測定を行うことで、各動作点におけるこの結果から、TES の温度感度、電流感度、カロリメータの熱容量を求めることができる。

4.5.1 測定環境

本実験での複素インピーダンス測定の様子を図に示す。TES に印加する DC バイアスと SQUID の制御は Magnicon で行い、Function generator を AC bias として用いた。交流電圧の印加経路には、Magnicon I-Box を用いており、内部には、ローパスフィルターとコモンコイルが含まれている。これらは入力信号を汚染する可能性があるが、今回は両者を取り付けた状態で実験を行なった。交流電圧の読み出しには、特定の周波数に対して高い感度を持つロックインアンプ (LI 5655) を用いた。測定回路系を図 4.14 に示す。

表 4.3: SQUID の設定値

I_{bias} [μA]	V_{bias} (μV)	Phib ($\text{k}\Omega$)	Gain Band Width (GHz)
12.003	700.04	-9.97	1.50

測定された複素インピーダンスは、TES の回路系全体である $Z_{\text{mes}} = R_{\text{th}} + i\omega L + Z_{\text{TES}}$ を表している。ここで L をインプットコイルのインダクタンス、shunt 抵抗と寄生抵抗 R_{par} の合計を $R_{\text{th}} = R_{\text{par}} + R_{\text{shunt}}$ と定義した。

図 4.15 において 50 Hz に見られる測定点のばらつきは、電源系からのノイズによる影響と考えられる。このばらつきは以降の解析に影響を及ぼすので、50Hz の測定点を除いて解析を行っ

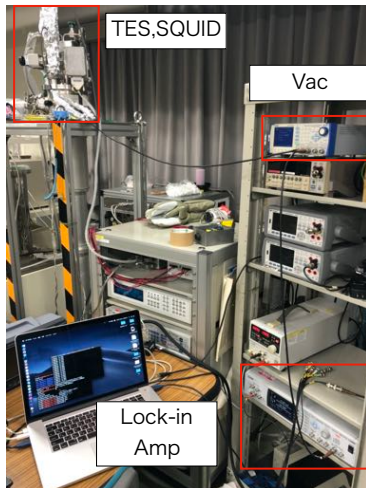


図 4.12: Impedance 測定系



図 4.13: Magnicon I-Box

表 4.4: Lock-in amp の設定値

Sensitivity (SENS)	Dinamic Range (DR)	Time Constant (Tc)	Gain (SLOPE)
200 mV	HIGH	1 s	24 dB/oct

た。吸収体厚によって周波数空間における Z 波形が異なり、カロリメータの特性の違いが現れていると考えられる。

4.5.2 高周波帯域の補正と TES の複素インピーダンス

TES の回路系には、shunt 抵抗、インプットコイルのインダクタンスに加えて、寄生成分が存在する。また TES の信号は、インプットコイルを介して読み出し系に伝わり、読み出し回路には SQUID からの信号を増幅するための積分回路 (オペアンプ) が含まれている。上記の寄生成分と積分回路は、特に高周波において周波数特性を持っており、測定されたインピーダンスはこの影響を含めたものとなる。したがって TES の複素インピーダンスを求めるには、この影響を差し引く必要がある。

TES が超伝導、常伝導の際に測定したインピーダンスから shunt 抵抗と寄生抵抗の和である R_{th} 、インプットコイルのインダクタンス L を求めることができる (図 4.17, 図 4.18)。フィッティングの結果から得られた R_{th} と L を表 4.5 に示す。Shunt 抵抗はこれまでの測定から $3.9 \text{ m}\Omega$ であることがわかっており、インプットコイルの設計値が 6.2 nH なので、コンシステントな結果が得られたと言える。しかし両方の吸収体厚の場合で χ^2 が大きく、特に高周波側で残差が大きかった。フィッティングのモデルかデータの取得環境、もしくは回路系に考慮できていない他の抵抗やインダクタンスが存在している可能性がある。

R_{th} , L と補正関数 $\text{Tr}(f)$ (図 4.21) からカロリメータの複素インピーダンスを求めることができる。その結果を図に示す。

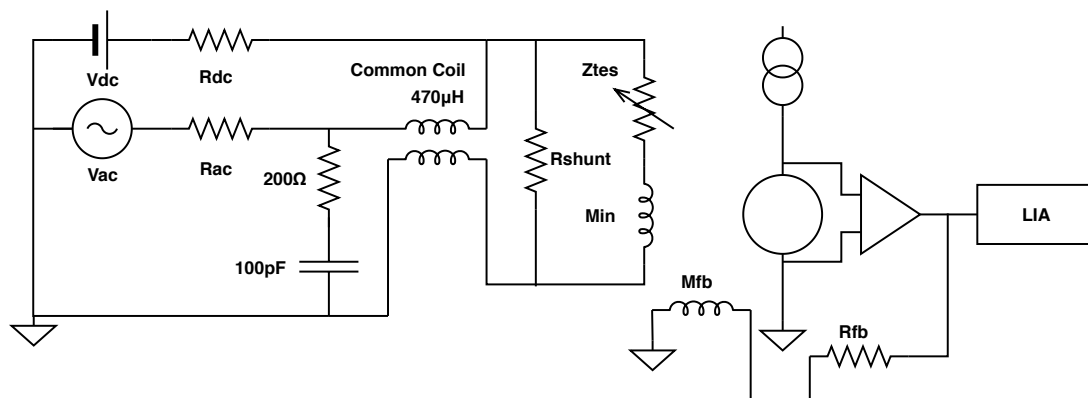


図 4.14: Impedance 測定回路系

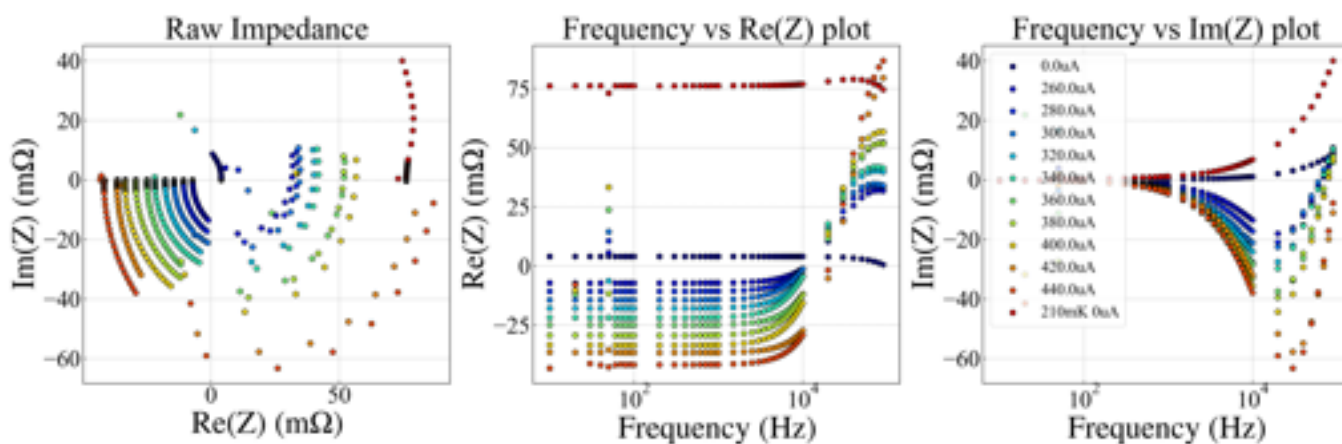


図 4.15: 吸収体厚 300 nm における TES 回路系の複素インピーダンス

4.5.3 カロリメータの特性パラメータ

カロリメータの複素インピーダンスに対して、熱伝導方程式と電気回路方程式から求めたモデル関数でフィッティングを行うことで、カロリメータの性能を決定づけるパラメータを求める。モデル関数は、カロリメータの構造と各要素の熱伝導度によって決定される。今回は、TESと吸収体間の熱伝導度が十分に良い場合に TES と吸収体を一体とした Oneblock Model(3.18 式)、TES と吸収体間に熱伝導度を考える Twoblock Model(3.19 式) の 2 つのモデルを考える。

表 4.5: 各吸収体厚における R_{th} , L の値

	R_{th} (mΩ)	R_{par} (mΩ)	L (nH)
300 nm	3.996 ± 0.006	0.096	12.344 ± 0.006
5 μm	4.261 ± 0.007	0.361	12.3 ± 0.1

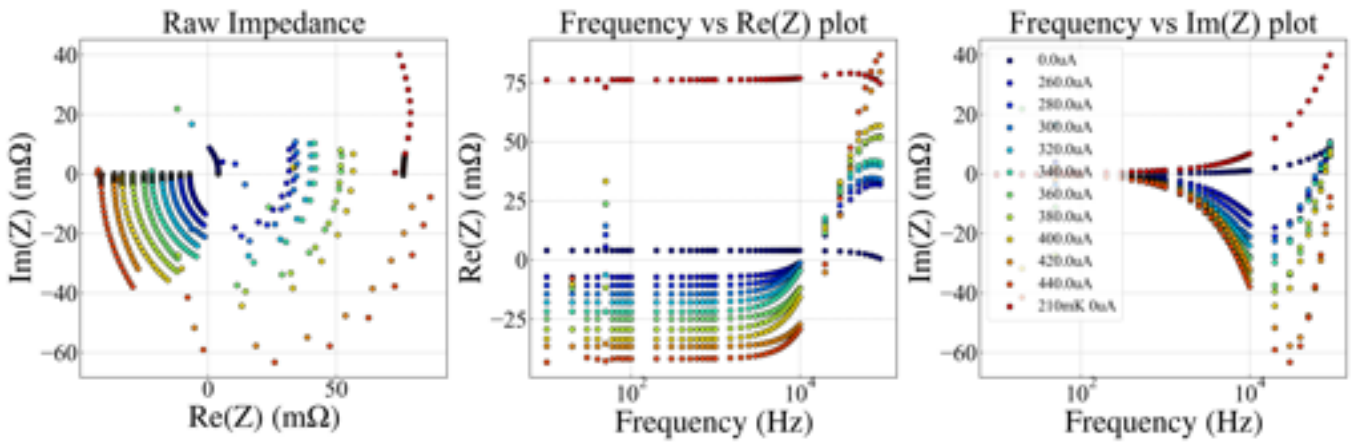


図 4.16: 吸収体厚 $5 \mu\text{m}$ における TES 回路系の複素インピーダンス

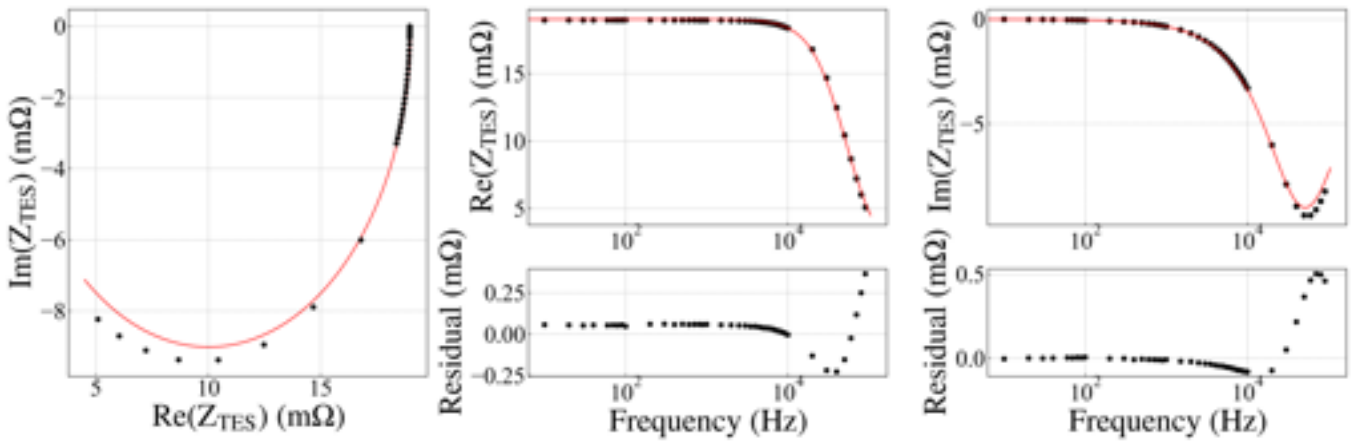


図 4.17: 吸収体厚 300nm における R_{th} と L の fitting 結果

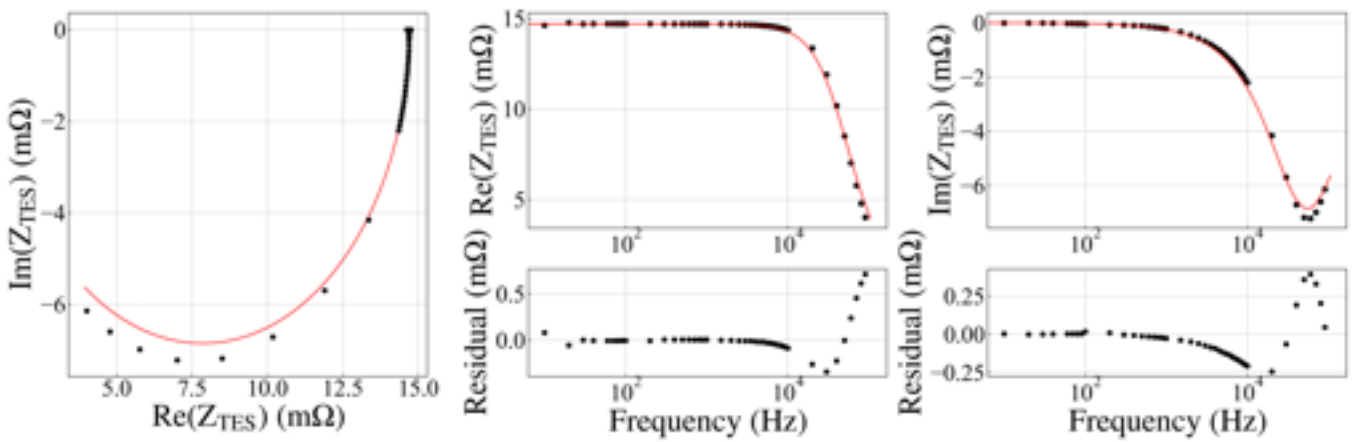


図 4.18: 吸収体厚 $5\mu\text{m}$ における R_{th} と L の fitting 結果

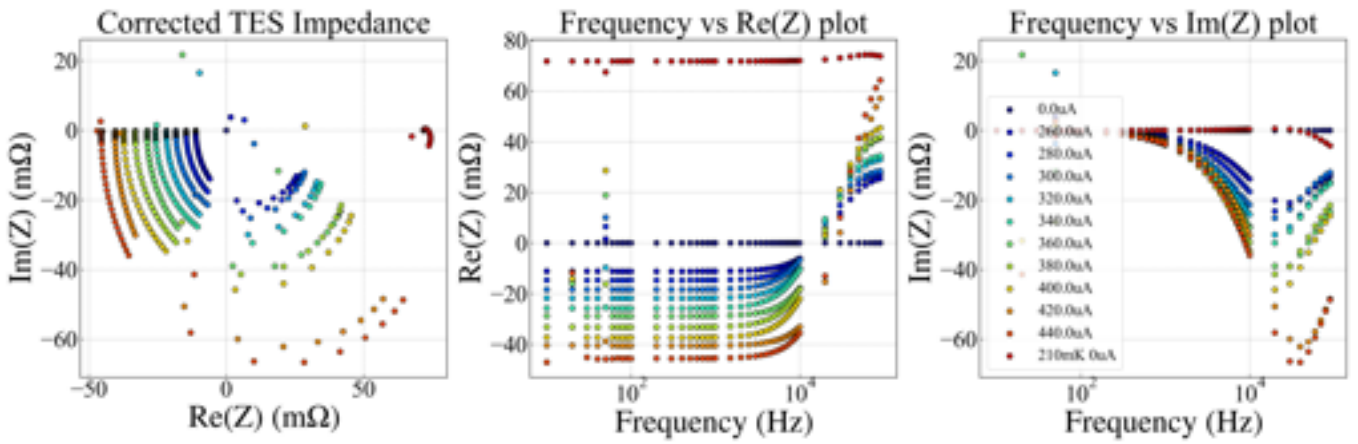


図 4.19: 吸収体厚 300 nm のカロリメータの複素インピーダンス

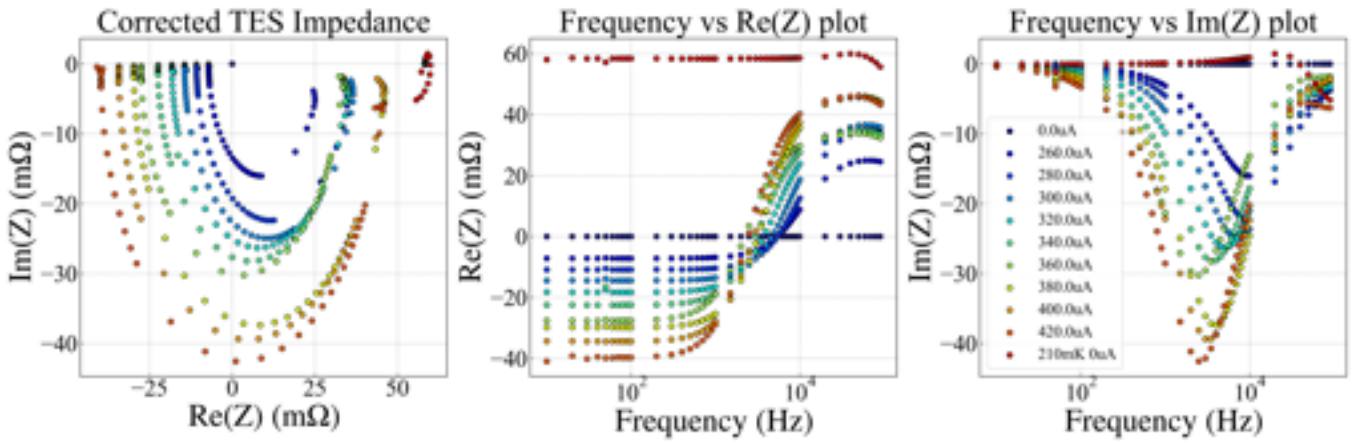


図 4.20: 吸収体厚 5 μm のカロリメータの複素インピーダンス

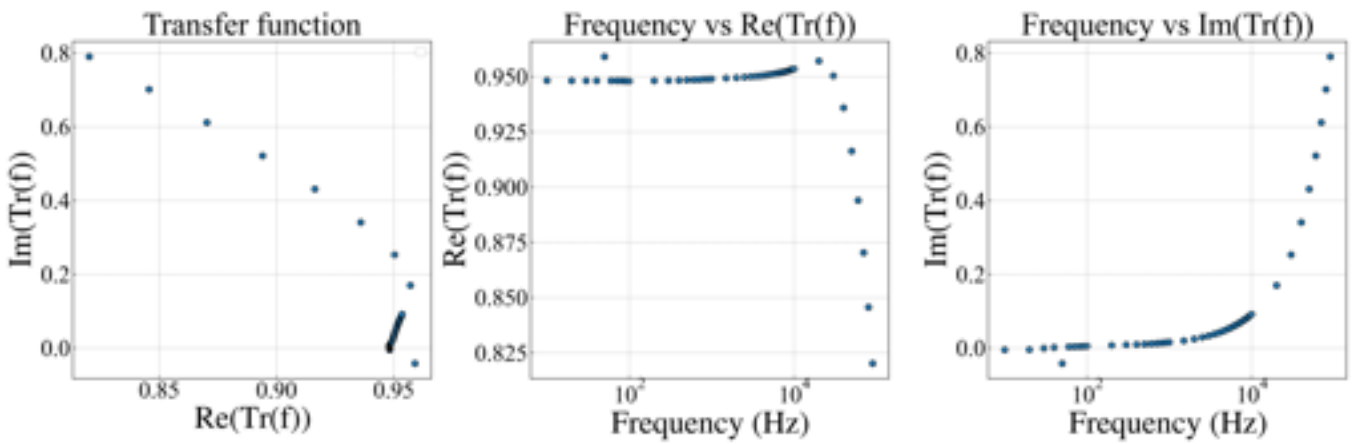


図 4.21: 吸収体厚 5 μm で用いた補正関数 $\text{Tr}(f)$

吸収体厚 $5 \mu\text{m}$ の場合

吸収体厚 $5 \mu\text{m}$ の場合は、吸収体-TES 間の熱伝導度が十分に良く、吸収体と TES の熱容量が縮退していたため、Oneblock Model (3.18 式) でのみフィッティングを行うことができた。吸収体と TES の界面に不純物などによる熱抵抗が存在する場合は、 $G_{\text{abs-TES}}$ が悪く、Twoblock Model で複素インピーダンスを表せるはずである。したがって、吸収体厚 $5 \mu\text{m}$ の場合、吸収体と TES 間の熱伝導度は無視できるほど十分に小さく、製作プロセスに問題が無いことがわかった。図 4.22 に Oneblock Model によるフィット結果を示す。低周波側では、Oneblock Model で

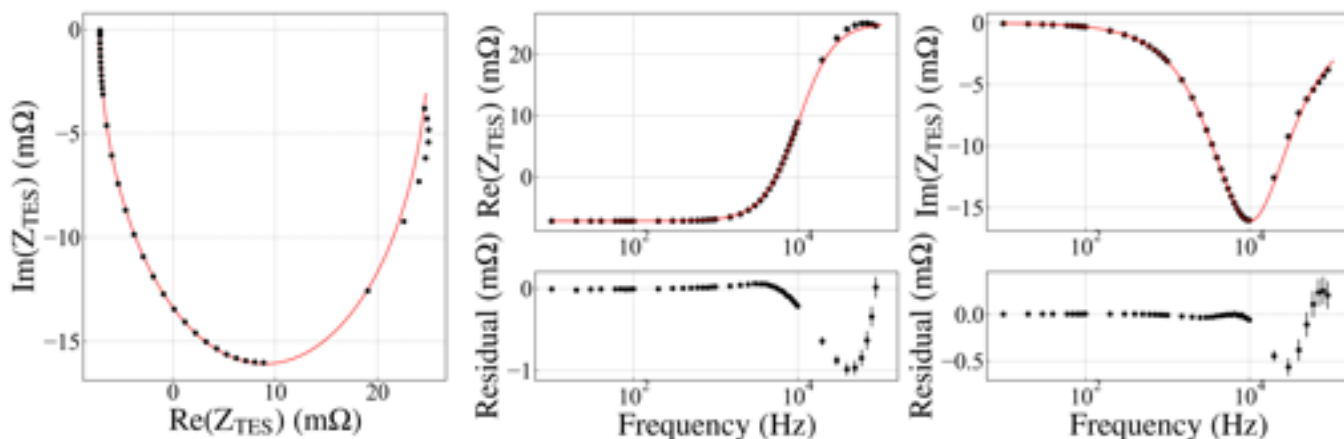


図 4.22: 吸収体厚 $5 \mu\text{m}$ の複素インピーダンスをフィットした結果

データと適合しているが、高周波側で残差が大きく、周波数補正が上手くできていない影響だと考えられる。全ての動作点でのフィットから求めた TES の特性パラメータと動作抵抗の関係を図 4.27 に示す。温度感度 α_I と電流感度 β_I は、動作抵抗が小さくなるにつれて増加するこ

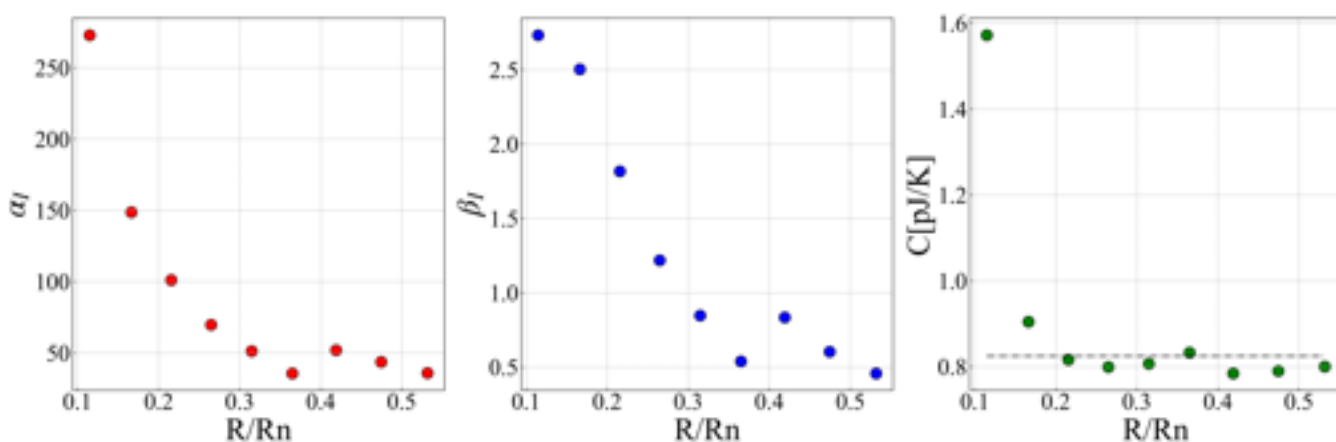


図 4.23: 吸収体厚 $5 \mu\text{m}$ のカロリメータの複素インピーダンスから求めた TES の特性パラメータ。左図: 温度感度 α_I 、中図: 電流感度 β_I 、右図: 吸収体と TES の熱容量 C で点線は、[8] から計算した常伝導状態の熱容量

とがわかった。これは、[9] で報告された α_I と β_I と同様の振る舞いである。TES が常伝導のときの熱容量が 0.82 pJ/K であり、動作抵抗が大きいときには常伝導と近い値が得られた。転移

温度よりも十分低温の超伝導体は、フェルミ面付近の電子の大部分がクーパー対で存在する。しかしクーパー対は超伝導のエネルギーギャップを超えられず、熱の輸送に関与しない。したがって、転移温度付近で比熱が不連続に変化して、熱容量もそれに応じて不連続に増加すると考えられている。10% 動作点においては、この熱容量の飛びが見えていると考えられる。

吸収体厚 300 nm の場合

吸収体厚 300 nm の場合は、Oneblock と Twoblock の 2 つのモデル関数でフィッティングを行なった。その結果を図に示す。それぞれ $I_{\text{bias}} = 280 \mu\text{A}$ のとき χ^2 は、Oneblock で $\chi^2/\text{dof} = 10$ 、Twoblock で $\chi^2/\text{dof} = 0.6$ となった。ここで F 値として、

$$F(\text{one} \rightarrow \text{two}) = \frac{\chi^2(\text{one}) - \chi^2(\text{two})}{\chi^2(\text{two})/\text{dof}(\text{two})} \quad (4.4)$$

と定義する。F 値が 1 より大きければフィッティングが有意に改善しており、 $F = 1300$ から twoblock model の方がデータに適合したモデルであることがわかった。吸収体が厚い場合は、Au 内部で熱が伝わる距離が長くなるため、熱伝導度が無視できなくなり、Twoblock Model の方がデータをよく説明できると考えられる。また吸収体が薄い場合は、これと逆の理由で Oneblock Model の方が適切であると考えられるが、逆センスの結果となった。これは、3 つの理由が考えられる。1 つは、吸収体が薄い場合のインピーダンスは、有効時定数 τ_{eff} が小さいため、より高周波側のデータを取得する必要がある、その自由度分で Twoblock Model が適合している可能性がある。2 つめは、高周波での関数補正の影響である。これは、輸送関数 $\text{Tr}(f)$ を求める際の仮定に問題があり、適切な補正ができていない可能性がある。これは「SQUID の出力電圧が温度に依存している」などの理由が考えられる。3 つめは、実際に吸収体と TES の界面、もしくは吸収体上部に不純物が存在することで、熱伝導度が悪化している場合である。このカロリメータは 256 素子中に厚みの異なる 2 種類の素子が成膜されている。Au 吸収体はスパッタリングという手法で成膜されている。薄い素子 (300 nm) は成膜後にレジストという溶液で保護され、その後厚い吸収体 (5 μm) を成膜して、最後にレジストを落とすプロセスになっている。仮にレジストが十分に洗浄しきれない場合、一部の領域で熱伝導度が悪化することで、Twoblock Model で説明することができた可能性がある。

4.6 ノイズ測定の結果

吸収体厚 5 μm の TES 型マイクロカロリメータのノイズ測定を行なった。複素インピーダンス測定から得られた TES の特性パラメータを用いて、カロリメータの固有ノイズを計算することで、各動作領域においてどの要素がエネルギー分解能の劣化を占めているか、固有ノイズでは説明しきれないノイズ源があるのかについて議論する。

TES バイアス電流 300 μA におけるノイズスペクトルの測定結果と、インピーダンス測定から求めた各固有ノイズについて図 4.26 に示す。黒線は測定したノイズスペクトル、青線は SQUID の読み出しノイズ (測定値)、赤線は、Phonon noise、Johnson noise、読み出しノイズの和を示しており、これらのノイズだけでは説明しきれない超過成分が存在することがわかった。この超過ノイズは他の研究機関においても報告されており、Excess noise と呼ばれている。Excess

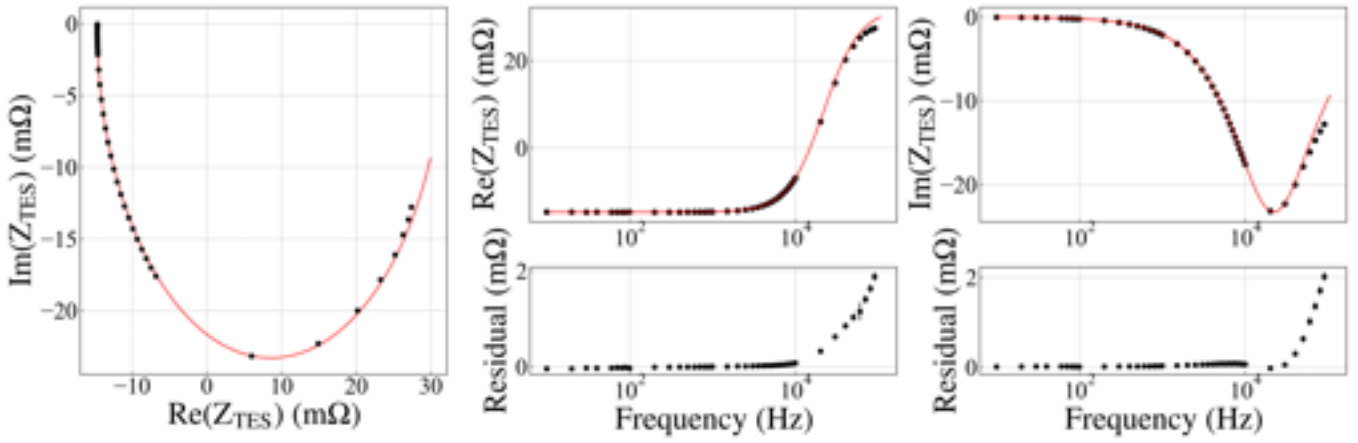


図 4.24: 吸収体厚 300 nm のカロリメータの複素インピーダンスを Oneblock Model でフィットした結果

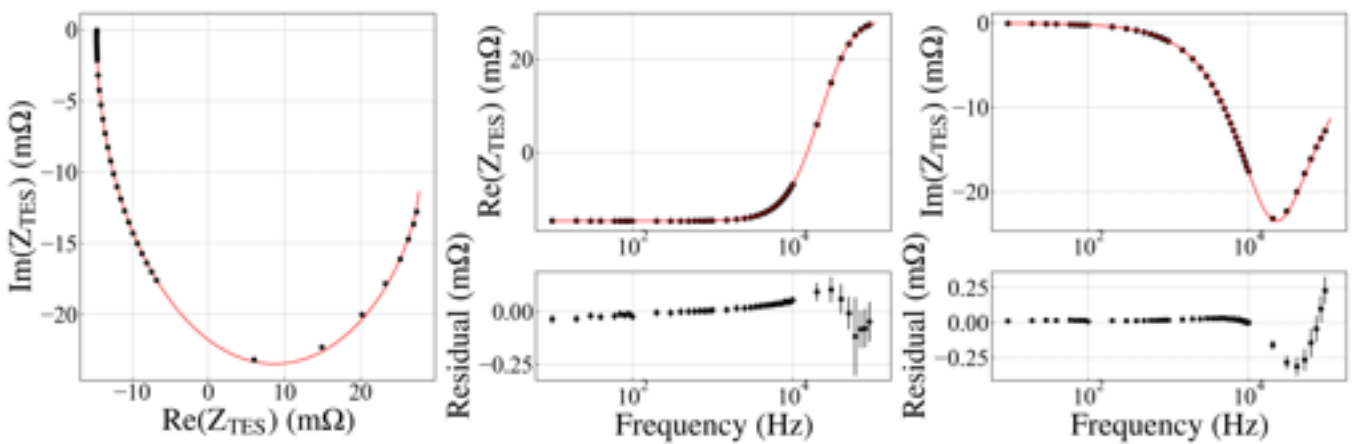


図 4.25: 吸収体厚 300 nm のカロリメータの複素インピーダンスを Twoblock Model でフィットした結果

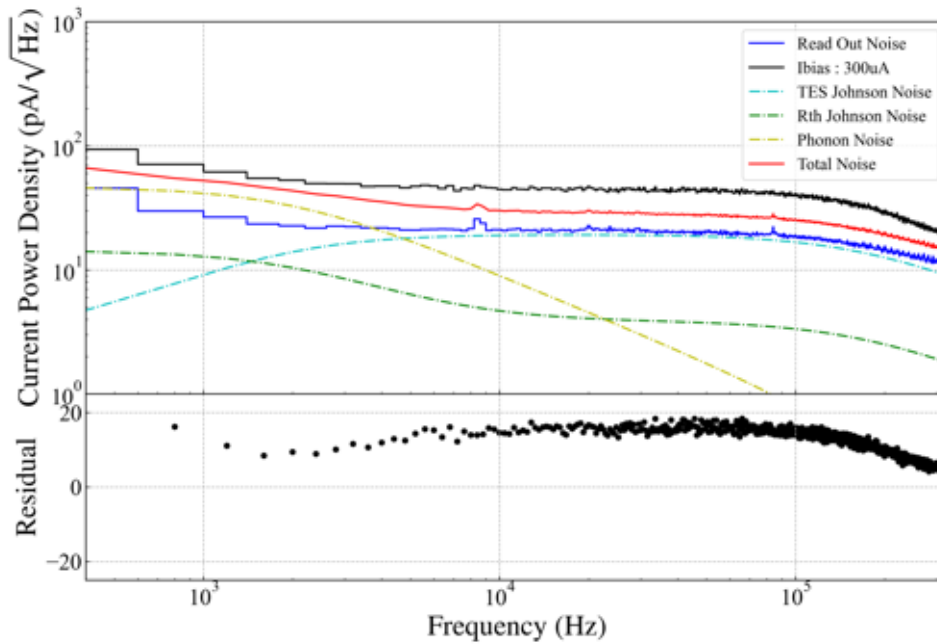


図 4.26: TES バイアス電流 300 μA で測定したノイズスペクトルとインピーダンス測定から計算した固有ノイズ。全周波数帯域で残差が大きく、固有ノイズのみでは測定データを説明しきれない。

noise の起源については、明らかになっていないが、Phonon noise と Johnson noise の定数倍で表すことができると考えられている。この Excess noise を定量的に評価するために、以下で定義する M 因子を用いて議論する。M 因子は、Ullom によって導入された量であり、

$$\text{Excess Noise}[\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}] = M \times \text{Johnson Noise}[\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (4.5)$$

で定義されている。M 因子を用いて、Excess noise を考慮した場合について、図 4.27 に示す。この結果から、我々の製作したカロリメータにおいても Johnson noise と Phonon noise の定数倍で超過成分を説明できることがわかった。また各ノイズ成分によるエネルギー分解能の劣化量を表 4.6 に示す。この結果から吸収体厚 $5\mu\text{m}$ の素子のエネルギー分解能は、Excess Johnson

表 4.6: TES の固有ノイズによる分解能の劣化

TES の固有ノイズ	Phonon	Johnson(TES)	Johnson(Shunt)	Excess Johnson	Excess Phonon
4.79eV	0.42eV	0.67eV	0.69eV	1.24eV	0.40eV

Noise の寄与が大きいということがわかった。Excess Noise の起源と考察を以下に示す。

Excess Phonon noise

線源設置後に Phonon noise の帯域においてノイズレベルの増加が見られることから、入射した X 線によってノイズが増加していることがわかった。線源とカロリメータの間にコリメータを取り付けることで、Excess Phonon noise を減らせると考えられる。

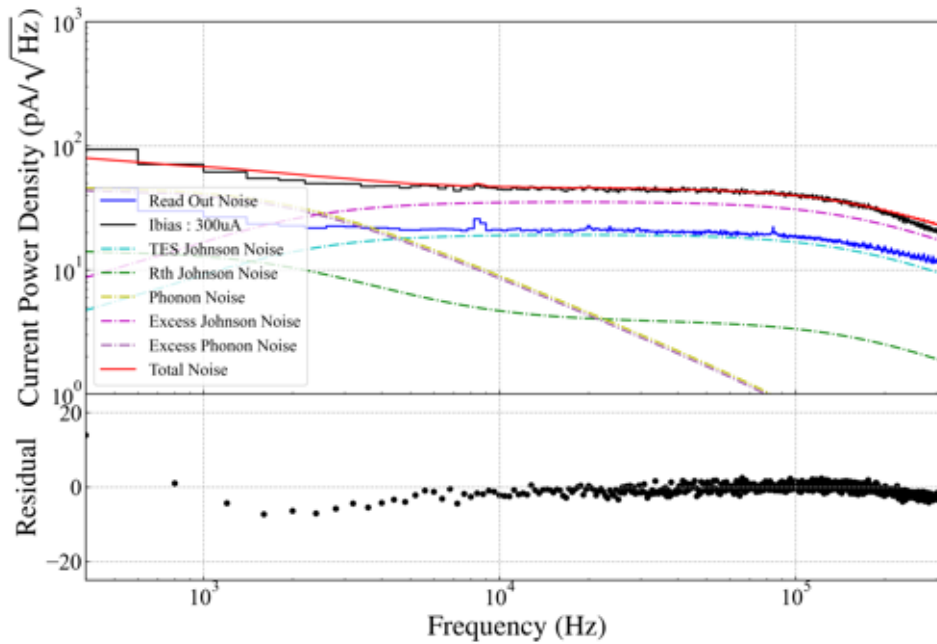


図 4.27: 図 4.26 で Phonon noise と Johnson noise の定数倍の Excess Noise が存在すると仮定した場合。

Excess Johnson noise

[10]では、Mo/TiのTESに複素インピーダンス測定を行い、Oneblock, Twoblockの2つのモデルでフィッティングした結果を用いて、ノイズ成分の内訳を調べている。その結果、Oneblock Modelで見られた Excess Johnson noise を Twoblock Model の ITFN (Internal Thermal Fluctuation Noise) によって説明できると判明した。ITFN は、吸収体と TES 間の熱伝導度による Phonon noise を示している。今回の測定では、我々の製作した素子は Oneblock でのみフィッティングできたが、測定環境の改善や輸送関数による補正を適切に行うことで Twoblock Model でフィッティングできれば、Excess Johnson noise の起源が ITFN によるものか、明らかにすることができると考えられる。

4.7 X線照射試験

X線入射時の信号波形の測定するためにX線照射試験を行なった。実験セットアップを図4.30に示す。 ^{55}Fe 線源を吸収体厚 $5\mu\text{m}$ のTES型マイクロカロリメータの上部に配置した。熱浴温度は90 mKで、TESの動作バイアスを比較的安定な20%の抵抗値に設定した。図にベースラインの分布を示す。黒点線は、ベースラインの 3σ の範囲内を表しており、取得時間内でベースラインが安定していることがわかる。図4.32にパルス波高値の分布を示した。図の左側の山が $\text{MnK}\alpha$ 輝線で、右側の山が $\text{MnK}\beta$ 輝線である。今回は、カウント数の多い $\text{MnK}\alpha$ 輝線の信号のみで解析を行う。信号波形を特徴付けるパラメータとして、立ち上がりとしち下がり時定数がある。波高値を電流が最小となる値として定義して、波高値の10%–90%の領域について

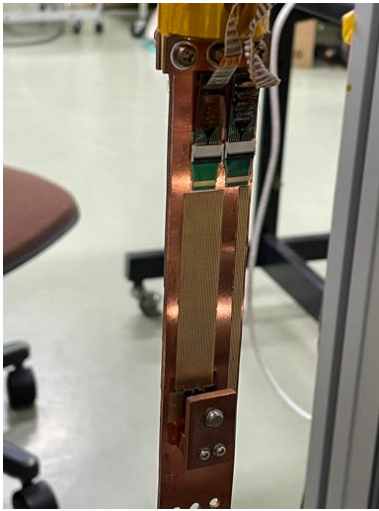


図 4.28: X線照射試験のステージの様子



図 4.29: X線源と TES の位置関係

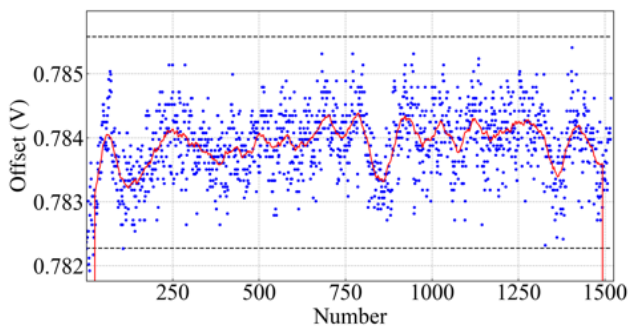


図 4.30: 20% 動作点におけるベースラインの分布

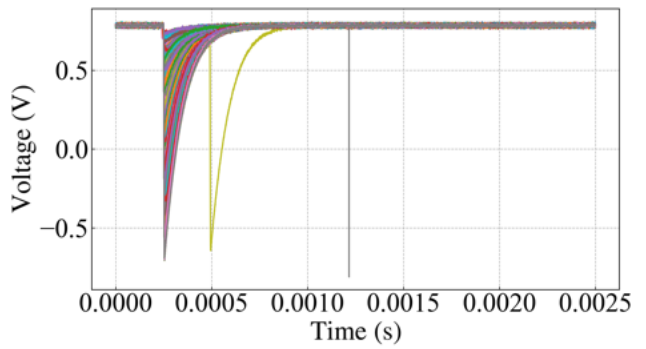


図 4.31: カロリメータに X線が入射した時の信号波形

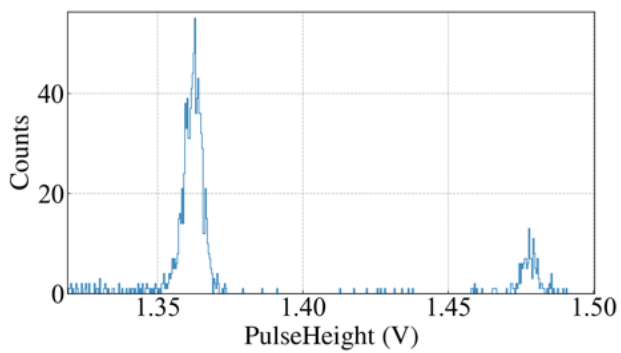


図 4.32: パルス波高値の分布

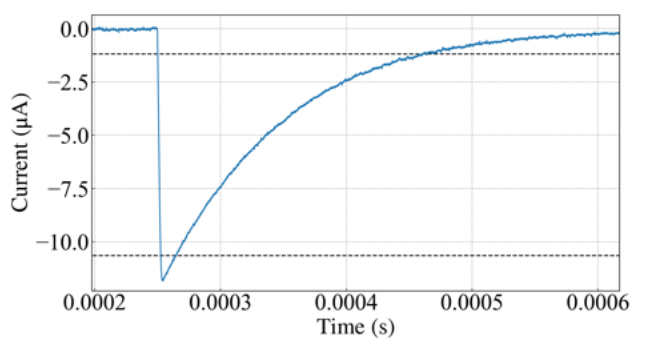


図 4.33: MnK α 輝線の信号波形

立ち上がりと立ち下りのそれぞれで以下の式を用いてモデルフィットを行なった。

$$\begin{aligned} P_{\text{rise}} &= A \times \exp(t/\tau_{\text{rise}}) \\ P_{\text{fall}} &= B \times \exp(-t/\tau_{\text{fall}}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

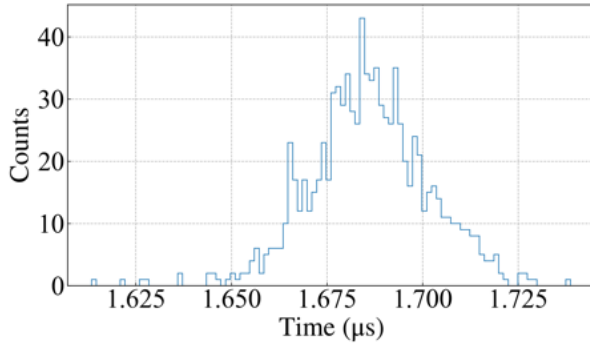


図 4.34: 立ち上がり時定数 τ_{rise} の分布

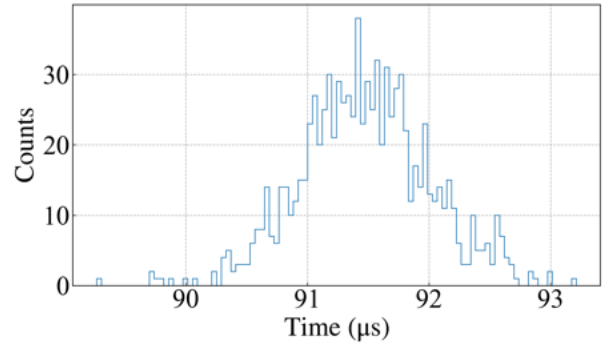


図 4.35: 立ち下り時定数 τ_{fall} の分布

図 4.34, 4.35 にフィッティングから得た立ち上がり時定数と立ち下り時定数の分布を示す。この時定数の広がり、X線の入射位置に依存して波形が変化することでみられると考えられる。X線源がTESの直上に位置すると仮定すると、分布の中心値がTESの中心にX線が入射した場合となる。したがってMnK α 輝線が入射した時の信号の立ち上がり時定数は1.68 μs 、立ち下り時定数は91.5 μs 程度であることがわかった。

またカウント数や波形の処理は十分ではないが、波高値から吸収体厚5 μm の場合のエネルギー分解能を計算した結果を図 4.36 に示した。MnK α の輝線のエネルギーと強度比は、[11]を用いた。また、図 4.36 の黄色部は、TES型マイクロカロリメータに入射したX線が光電吸収によって電子に変換された後で、カロリメータの外に電子が逃げることで生じる [12]。

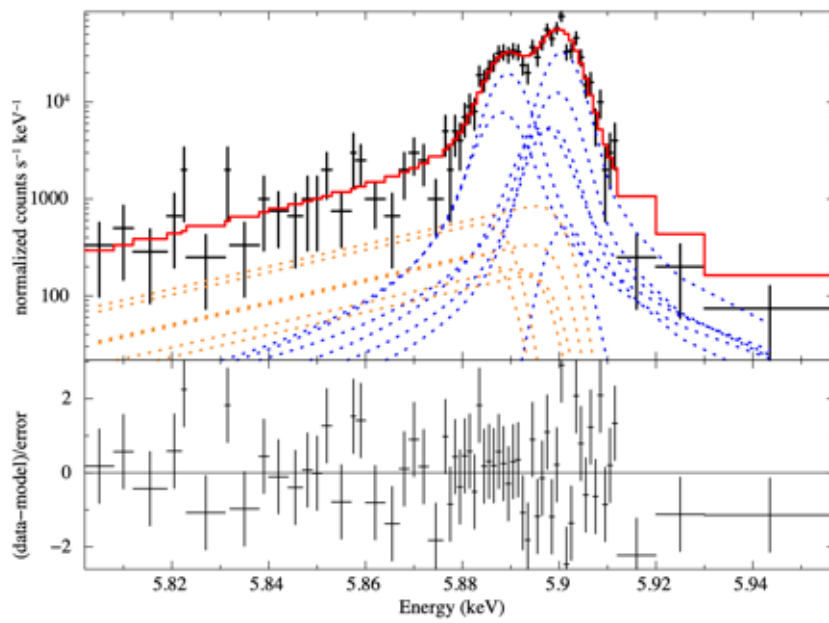


図 4.36: MnK α 輝線をモデルフィットした結果。FWHM=7.07 eV@5.9 keV

第5章 電熱シミュレーションによる信号波形の再現

本章では、COMSOL Multiphysics を用いた TES 型マイクロカロリメータの電熱シミュレーション環境を構築して、前節の X 線照射試験で得られた 5.9 keV の信号波形の再現を試みる。この結果から TES や吸収体の熱伝導度、比熱などの物性パラメータと信号波形の関係について明らかにする。

5.1 電熱シミュレーションの必要性

これまでに述べたカロリメータのモデル関数は、吸収体や TES、熱浴の熱伝導度が無限であると仮定している。吸収体の熱伝導度が無限の場合、熱は吸収体内で瞬間的に均一に広がるため、光子の入射位置によって TES の信号は変化しない。しかし TES 型マイクロカロリメータを構成する物質の熱伝導度は有限であり、光子の入射位置によって TES の温度が上昇するまでの時間に差が生じる。この効果を利用した位置検出型のマイクロカロリメータでは、波形の違いから光子の入射位置を決定する。そのためには、入射位置による波形の違いがどのように表すことができるのか、理解する必要がある。そのための手法として、TES の熱的・電氣的信号をシミュレーション上で再現する。第一歩として、我々が製作した一般的なカロリメータの構造をシミュレーション上で構築し、実験的に求めた熱伝導度などのパラメータを組み込むことで、波形を再現することができるのかについて議論する。

5.2 COMSOL Multiphysics による電熱シミュレーションの基本体系

COMSOL Multiphysics (COMSOL) は、COMSOL AB 社によって開発された有限要素法を用いた汎用物理シミュレータである。その名の通りマルチフィジックス解析が可能で、構造力学、熱、流体、化学反応などの複数の物理現象を組み合わせる解析することができる。TES 型マイクロカロリメータは、熱と電氣的な物理現象によって説明することができるため、COMSOL Multiphysics を用いた電熱シミュレーションを行なった。COMSOL は有限要素法を用いたシミュレータである。有限要素法とは物体を小さな領域(メッシュ)に分割して、その要素内で支配方程式を満たす解を計算して、全ての領域で解を足し合わせることで最終的な解を求める数値解析の 1 つである。以下では、熱の伝導について仮定している支配方程式について述べる。

5.2.1 熱の伝導

熱伝導とは物質内の高温側から低温側に物質が熱を運ぶ現象である。固体においては、自由電子や格子振動に伴うフォノンが熱伝導を担う物質となる。熱エネルギーの移動は(5.1)式で表されるフーリエの熱伝導法則に従う。

$$q = -k\nabla T \quad (5.1)$$

ここで q は熱流束、 k は熱伝導率である。

また、非圧縮流体で熱伝導率が一定の時、3次元デカルト座標におけるエネルギー保存則は(5.2)式で表せる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c u \cdot \nabla T + \nabla \cdot q = Q \quad (5.2)$$

ここで、 ρ は密度、 c は比熱、 u は流体の速度、 Q は単位体積あたりの発熱量である。固体内部では流体の速度が0であり、(5.1)式を用いると、(5.3)式のように表せる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - k \nabla^2 T = Q \quad (5.3)$$

今回のシミュレーションでは、熱伝導について(5.3)式を支配方程式としてシミュレーションを行なった。

5.3 信号波形の再現環境の構築

実験時の環境とカロリメータの動作をCOMSOL上で再現する。そのためにCOMSOL内での設定した物理法則と物性値について述べる。

5.3.1 ジオメトリとメッシュ分割

TES型マイクロカロリメータは、吸収体、TES、メンブレン、熱浴で構成される。COMSOL上でのカロリメータのモデルとして、前節で測定を行なったマイクロカロリメータの設計値と同じになるようにそれぞれの要素を設定した。メッシュ分割には、TESの横幅 $180 \mu\text{m}$ と厚み $0.13 \mu\text{m}$ でスケーリングした四面体を用いて、TESの内部における縦方向の熱伝導を細かく計算できるようにした。

表 5.1: カロリメータの設計値

	面積	厚み
吸収体 (Au)	$120 \mu\text{m} \times 120 \mu\text{m}$	$5 \mu\text{m}$
TES(Au/Ti)	$180 \mu\text{m} \times 180 \mu\text{m}$	100nm/30nm
Membrane(SiN _x /SiO ₂)	$300 \mu\text{m} \times 300 \mu\text{m}$	$1.0 \mu\text{m}/0.5 \mu\text{m}$

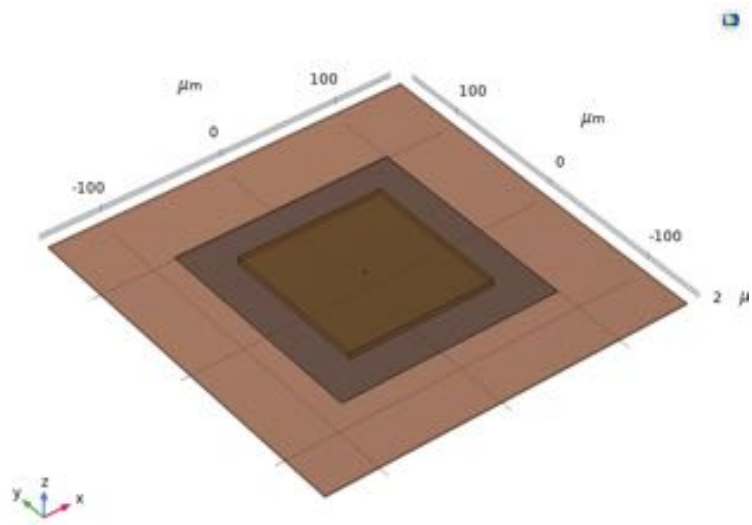


図 5.1: COMSOL で設定したカロリメータのジオメトリ

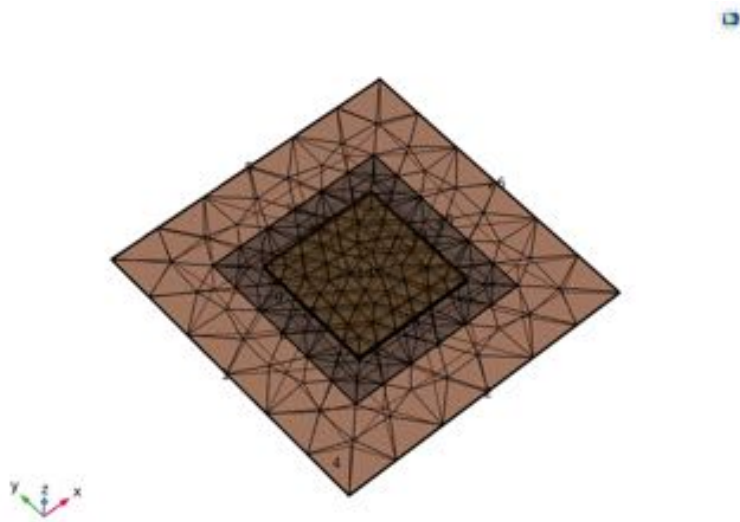


図 5.2: COMSOL で設定したメッシュ分割

5.3.2 熱入力の方法と伝熱系の設定

カロリメータに入射した光子は、光電吸収によって電子に変化し、電子が吸収体内でフォノンを生成することで熱に変換される。この反応プロセスを COMSOL 上で再現することは困難であるため、ある球に対して光子のエネルギー分の熱量を与えることで、光子の入射を再現する。熱入力源としては、半径 1 nm の球を設定し、この球に一定時間に一定の熱入力を与えた。また我々の製作した TES の立ち上がり時定数は、X 線照射試験の結果から、数 μs 程度なので、それより十分に短い時間幅 $ds = 1 \text{ ns}$ 、遷移幅 1 ps で熱の入力を行なった。関数形を図に示す。

熱浴は、メンブレン側面を熱浴温度の 90 mK に固定することで再現した。また、実験で得られた TES と熱浴間の熱伝導度をシミュレーション上で再現するために、界面熱抵抗を TES-メンブレン間に設定した。界面熱抵抗は、断面積 A と熱伝導度 G の比である表面熱抵抗率 R によって特徴付けられる。

$$R = \frac{A}{G} \quad (5.4)$$

ここで熱伝導度 G を IV 測定から求めた $G(T) = 265 \times T^{2.8} \text{ [nW/K]}$ と設定した。表面積は、TES とメンブレンの接触面積である $A = 180 \mu\text{m} \times 180 \mu\text{m}$ とし、厚みは他の物質に影響を与えない十分に薄い 1 pm に設定した。

5.3.3 電気系の設定

TES 型マイクロカロリメータは、超伝導と常伝導の間で定電圧を印加して動作させる。実際の回路系は、シャント抵抗を並列に接続することで、擬似的な定電圧デバイスとなっている。今回は前節の IV 測定の結果から、バイアス電流と TES に印加されている電圧の関係を求め、TES の片面を 0 V に接地して、もう片方を設定電位で固定することで定電圧を印加した。また、TES の抵抗値は温度や電流に依存して変化する。熱浴温度 90 mK における IV 測定で得られた抵抗値と温度の関係について、以下のコーシー関数でフィッティングを行なった。

$$R(T) = A \arctan\left(\frac{T - T_c}{B}\right) + C \quad (5.5)$$

その結果を図 5.3 に示す。ここで、転移温度 $T_c = 166.47 \text{ mK}$ 、 $A = 18.09 \text{ m}\Omega$ 、 $B = 2.32 \text{ mK}$ 、 $C = 27.67 \text{ m}\Omega$ が得られた。COMSOL では、電気抵抗率 $\sigma[1/(\Omega \cdot \text{m})]$ を設定することができ、

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{L}{R \cdot S} = \frac{1}{R \cdot h} \quad (5.6)$$

と表すことができる。ここで $\rho[\Omega \cdot \text{m}]$ は抵抗率、 $L[\text{m}]$ を抵抗体の長さ、 $S[\text{m}^2]$ を面積、 $h[\text{m}]$ を高さとした。今回は TES の厚みが 130 nm なので、 $h = 130 \text{ nm}$ として電気伝導率を計算した。

また、実際の TES の回路系には、シャント抵抗とインプットコイルが含まれており、コイルのインダクタンス L によって立ち上がりの波形がなまされる。ローパスフィルターの効果を含めるために、信号の立ち上がり時間を t_0 、フィルタリングの時定数を $\tau = R/L$ として、

$$I_{\text{TES}} \times (1 - \exp(-(t - t_0)/\tau)) \quad (5.7)$$

とした。ここでインプットコイルのインダクタンスは、インピーダンス測定から求めた $L = 12 \text{ nH}$ を用いた。このフィルタリング後の波形を用いて議論する。

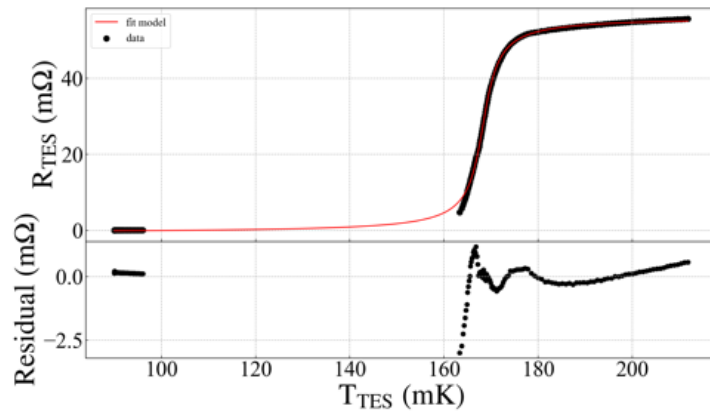


図 5.3: 熱浴温度 90 mK における抵抗値 R と温度 T のフィット結果

5.3.4 物性値の設定

COMSOL に与えた、各物質の熱伝導度、比熱、密度について以下に示す。Au と Ti の密度は、常温の値を用いた。TES は Au と Ti の二層薄膜であり、それぞれの厚みに対する重み付き平均の値を TES の密度とした。Au と Ti の比熱については、文献 [8] の低温におけるバルクの測定結果から、以下の温度依存性を持つことがわかっている。

$$c_{\text{Au}} = 42 \times T^3 + 68 \times T \text{ [J/m}^3\text{]} \quad (5.8)$$

$$c_{\text{Ti}} = 2.5 \times T^3 + 97 \times T \text{ [J/m}^3\text{]} \quad (5.9)$$

比熱は上式から TES の転移温度である 165mK における値として設定した。Wiedermann-Frantz 則から金属の熱伝導率 $G[\text{W}/(\text{K} \cdot \text{m})]$ は、抵抗率 ρ と温度 T に対して

$$\kappa = \frac{L_n T}{\rho} \quad (5.10)$$

と関係づけられる。ここでローレンツ数 $L_n = 2.45 \times 10^{-8} \text{ W}\Omega\text{K}^{-2}$ とした。Au 吸収体の内部熱伝導度は、Wiedermann-Frantz 則とこれまでの Au の抵抗値測定の結果から、 $G_{\text{abs}} = 7 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ とした。TES についても同様に、抵抗値の測定から $G_{\text{TES}} = 0.33 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ とした。表 5.2 に測定を行った TES 型マイクロカロリメータの転移温度である 165 mK での値を示した。

表 5.2: 165mK における各物性値

	Au 吸収体	TES
熱伝導率 $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$	7	0.33
比熱 $[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$	5.91×10^{-4}	1.27×10^{-3}
密度 $[\text{g}/\text{cm}^3]$	19.32	14.387

5.3.5 熱入射前のプローブ値と実験で得られた値の比較

熱入射前の定電圧を印加した場合に、シミュレーション上の温度や電流値が X 線照射試験時と、どの程度異なるかについて確認する。COMSOL では、設定した各要素の温度と TES の電流、電圧をプローブ値として取得できる。吸収体、TES、メンブレンの温度については、分割した各メッシュの平均値として定義した。電流値については、面に対する電流密度 J_{TES} をプローブすることができる。これも各メッシュの平均値として定義して、電流値を電流密度と TES の面積の積として、

$$I_{\text{TES}} = J_{\text{TES}} [\text{A}/\text{m}^2] \times 180 \mu\text{m} \times 0.13 \mu\text{m} \quad (5.11)$$

と定義した。表にバイアス電流 $300 \mu\text{A}$ における、X 線照射試験の際の TES の温度と、電流値についての比較を載せる。シミュレーション上では、電圧値と熱浴温度を固定している。TES

表 5.3: バイアス電流 $300 \mu\text{A}$ における TES の温度と電流値の比較

	TES の温度 [mK]	TES の電流 I_{TES} [μA]
X 線照射試験	162.73	68.65
COMSOL	162.84	64.35

の温度については、 0.1 mK 程度、電流値は数 μA 程度実験とシミュレーション上で異なることがわかる。この違いは、シミュレーション上の温度と電流が要素全体を平均化した値を出力しているからだと考えられる。今回の設定では、TES と熱浴間の熱のやりとりを TES とメンブレンの界面で温度の関数として組み込んでいる。電圧値とメンブレンの温度については、設定した電圧、温度から変化していないことを確認した。

5.4 X 線照射試験の信号波形の再現と各パラメータの変化

X 線照射試験で得られた信号波形の波高値と、立ち上がり、立ち下がり時定数を表 5.4 に示す。また COMSOL 上でパラメータを調整して、実験で得られた信号を再現したものを図 5.4 に示す。このときの COMSOL の設定値は、表 5.2 の中で Au 吸収体の比熱を 1.79 倍することで得られた。以下では、各パラメータと波高値、立ち上がり時定数、立ち下がり時定数の関係について調べ、再現した波形の妥当性について議論する。

表 5.4: X 線照射試験の信号波形と COMSOL で再現した波形値の比較

	波高値 [μA]	立ち上がり時定数 [μs]	立ち下がり時定数 [μs]
X 線照射試験	11.8	1.68	91.5
COMSOL	11.1	1.34	89.1

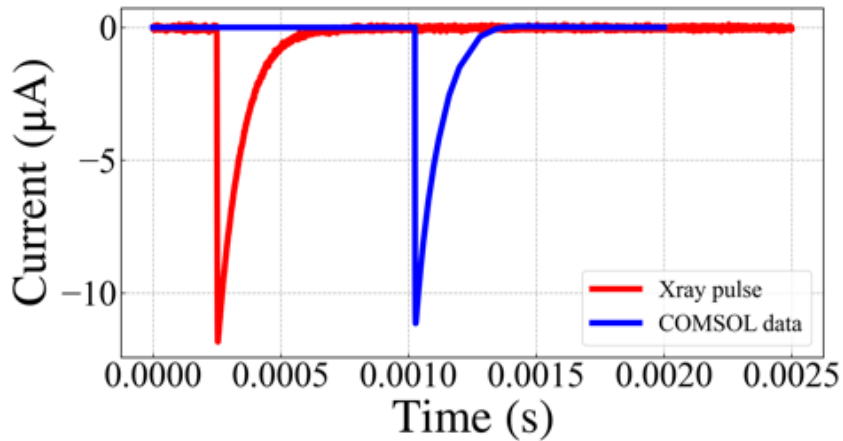


図 5.4: X 線照射試験時と COMSOL で得た信号の比較

5.4.1 TES の熱容量

TES の熱容量について、変化させた場合の電流値の波高値と立ち上がり、立ち下がり時定数との関係について考察する。TES の熱容量を表の値の 0.1 倍、1 倍、10 倍にした時の関係を図に示す。

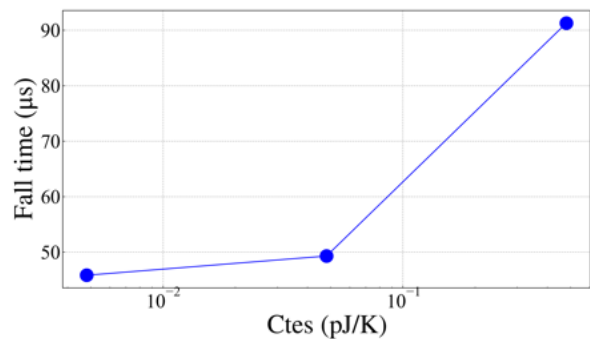
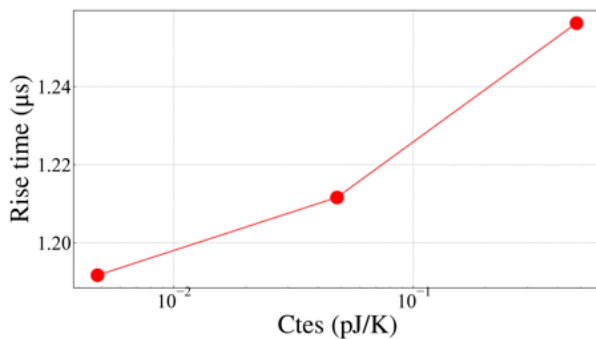


図 5.5: TES の熱容量と立ち上がり時定数の関係 図 5.6: TES の熱容量と立ち下がり時定数の関係

立ち上がり時定数について

図 5.5 から、TES の熱容量が大きくなると立ち上がり時定数が悪化することがわかる。これは TES の熱容量が大きくなると、吸収体で発生した熱が TES 全体に広がる時間が長くなるためだと考えられる。しかし熱容量を 10 倍にしても $0.01\mu\text{s}$ スケールでしか立ち上がり時定数は変化せず、TES の熱容量が立ち上がり時間に与える影響は少ないと考えられる。

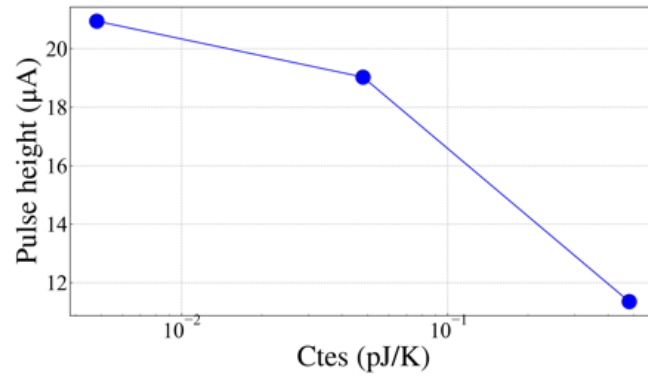


図 5.7: TES の熱容量とパルスハイトの関係

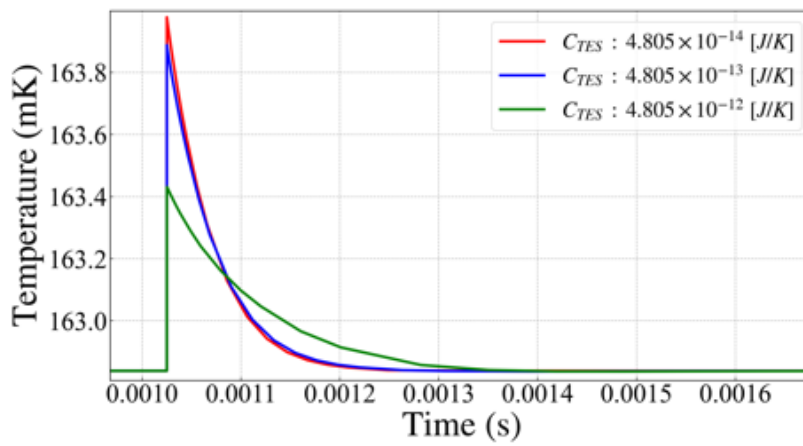


図 5.8: C_{TES} を変化させたときの TES の温度変化。

立ち下がり時定数について

立ち下がり時定数は、熱的な時定数である $\tau_0 = C/G$ と ETF による効果を考慮して、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (5.12)$$

と表せる。ここで TES と吸収体の合計の熱容量 C と、TES と熱浴間の熱伝導度 G 、温度感度 α 、TES の発熱 P_b を用いた。また、熱浴温度が TES の転移温度よりも十分低いとき、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \quad (5.13)$$

と近似できる。IV 測定の結果から求めた、 $\alpha = 40$ 、 $n = 3$ と熱伝導度 G 、設定した熱容量で上式を計算した結果を示す。COMSOL で得られた値と計算値は、TES の熱容量が大きくなるほ

表 5.5: 立ち下がり時定数の比較

	$\tau_{\text{fall}}(\text{COMSOL})[\mu\text{s}]$	計算した $\tau_{\text{fall}}[\mu\text{s}]$	予想される α の値
$C_{\text{TES}} = 4.8 \times 10^{-13} [\text{J/K}]$	91.3	64.4	56.7
$C_{\text{TES}} = 4.8 \times 10^{-14} [\text{J/K}]$	49.3	43.0	49.3
$C_{\text{TES}} = 4.8 \times 10^{-15} [\text{J/K}]$	45.8	40.9	35.6

ど離れていることがわかる。表 5.5 に COMSOL の値から予想される α の値を示した。

波高値について

X 線入射時の TES の温度上昇量 ΔT は、X 線のエネルギーを E 、TES の熱容量を C_{TES} 、吸収体の熱容量を C_{abs} として、

$$\Delta T = \frac{E}{C_{\text{abs}} + C_{\text{TES}}} \quad (5.14)$$

と表すことができる。したがって TES の温度上昇量 ΔT は、吸収体と TES の熱容量の合計によって決まる。図 5.8 に TES 温度の時間変化を示した。それぞれの TES と吸収体の熱容量から計算される温度上昇量 ΔT_{cal} と、シミュレーションの温度上昇量 ΔT_{sim} の比較を表に示す。熱

表 5.6: シミュレーションと計算した温度上昇量の比較

$C_{\text{TES}}[\text{J/K}]$	$\Delta T_{\text{sim}}[\text{mK}]$	$\Delta T_{\text{cal}}[\text{mK}]$
4.8×10^{-13}	0.59	0.73
4.8×10^{-14}	1.05	1.08
4.8×10^{-15}	1.14	1.14

容量が大きくなると温度上昇の計算値との差が大きくなっていることがわかる。

5.4.2 TES と吸収体の内部熱伝導度

吸収体と TES の熱伝導度について、変化させた場合の立ち上がり時定数との関係について考察する。吸収体と TES の熱伝導度をそれぞれ表の値の 0.1 倍、1 倍、10 倍にした時の関係を図 5.9, 5.10 に示す。 G_{abs} 、 G_{TES} は、悪化すると熱の伝達速度が遅くなるので、立ち上がり時間が長くなると考えられる。しかし G_{abs} を変更したシミュレーション結果では、予想に反して熱伝導度が増加すると立ち上がり時間も増加する結果となった。 G_{TES} を変化させた場合では立ち上がり時間との相関が見られず、変化量も $0.01\mu\text{s}$ 程度である。したがって立ち上がり時間はローパスフィルターによる効果が大きく G_{TES} によって立ち上がり時間はほとんど変化しないことがわかった。

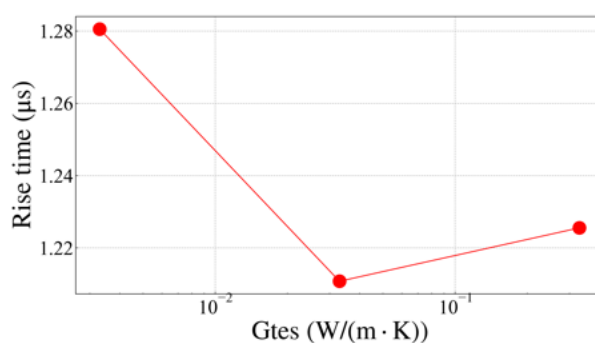
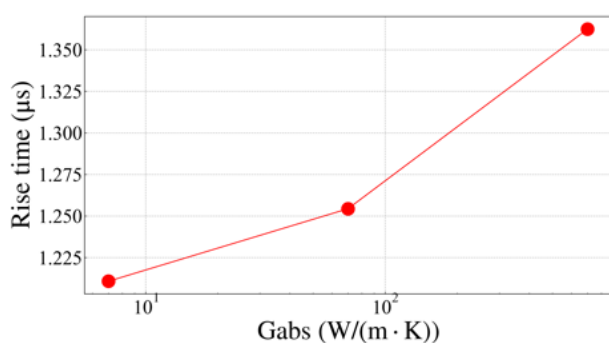


図 5.9: TES の熱容量と立ち上がり時定数の関係 図 5.10: TES の熱容量と立ち下がり時定数の関係

第6章 議論

6.1 シミュレーションで再現した波形

前節で COMSOL による電熱シミュレーションを行い、X線照射試験から得られた信号の再現を試みた。その結果、X線照射試験時の波形を COMSOL で再現するには、吸収体の熱容量を想定値 (0.825 pJ/K) の 1.8 倍程度に設定する必要があることがわかった。熱容量はエネルギー分解能や、入射光子の吸収効率を決定する重要なパラメータである。実際に熱容量が 1.8 倍になっている場合、今後のカロリメータの設計や製作プロセスを見直す必要がある。

しかし、複素インピーダンス測定から吸収体と TES の合計の熱容量が、 $C = 0.816_{-0.052}^{+0.059}$ pJ/K という結果が得られている。TES の熱容量は、吸収体より 1 桁以上小さく、実際に吸収体の熱容量が 1.8 倍になっているとは考えにくい。一方で、今回行ったシミュレーションでは電流感度 β_I を考慮しておらず、その影響分を熱容量を 1.8 倍にして補正することで波形を再現できた可能性がある。したがって本章では、TES の信号波形の解析的な解を用いて、温度感度 α_I 、電流感度 β_I が、立ち上がり時定数、立ち下がり時定数に対してどの程度影響するのかを見積もる。

6.2 解析解と各パラメータの比較

TES と吸収体の内部熱伝導度を考慮しない場合の、デルタ関数的な熱入力に対する立ち上がり時定数と立ち上がり時定数は、[13] より

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{\text{rise}}} &= \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I}\right)^2 - 4 \frac{R_0 \mathcal{L}_I (2 + \beta_I)}{L \tau}} \\ \frac{1}{\tau_{\text{fall}}} &= \frac{1}{2\tau_{\text{el}}} + \frac{1}{2\tau_I} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} - \frac{1}{\tau_I}\right)^2 - 4 \frac{R_0 \mathcal{L}_I (2 + \beta_I)}{L \tau}} \end{aligned} \quad (6.1)$$

と表せる。表 6.1 に COMSOL の信号を再現した設定値とインピーダンス測定から求めた値を示す。6.1 式に表 6.1 を代入することで、電流感度 β_I の影響を見積もる。

表 6.1: 波形再現時のシミュレーションの設定値とインピーダンス測定で得られたパラメータの比較

	C_{abs} [pJ/K]	C_{TES} [pJ/K]	α_I	β_I	G_{abs} [W/K/m]	G_{abs} [W/K/m]
COMSOL	1.6	0.048	40	0	7	0.33
インピーダンス測定		0.8	100	1.8	∞	∞

6.3 インピーダンス測定の結果を用いた場合

複素インピーダンス測定で求めた温度感度 α_I 、電流感度 β_I 、熱容量 C を用いて、内部熱伝導度を無視した場合の波形の立ち上がりとしち下がり時定数を求める。4章のインピーダンス測定の結果から、TESの各動作抵抗における時定数を計算した結果を示す。

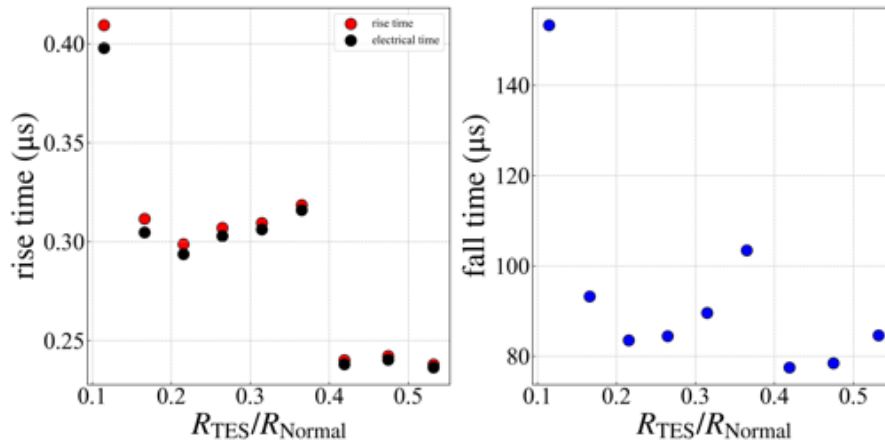


図 6.1: Z 測定から求めた立ち上がり時定数と立ち下がり時定数

立ち上がり時定数

立ち上がり時定数は、X線照射試験の結果と比較すると1桁程度時定数が早いことがわかる。これは内部熱伝導度を無視した影響である。インピーダンス測定で用いた Oneblock Model は、吸収体と TES を一体として、熱浴と熱伝導度 G で繋がっている系となっている。Oneblock Model は、吸収体と TES の内部熱伝導度が無限に良いと仮定しているため、吸収体に伝わった熱は瞬時に TES に伝わるが、TES の回路系内の抵抗とコイルによるローパスフィルターによって立ち上がりが鈍る形となる。この場合は、立ち上がりとしてローパスフィルターの効果が支配的であり、電気的な時定数である τ_{el} によって立ち上がり時間が律速される。左図の黒点に、 τ_{el} の動作点依存性を図に示した。X線照射試験の信号では、このような $0.1\mu s$ スケールの立ち上がり時間は見えていない。したがって、立ち上がり時定数には吸収体、TES の内部熱伝導度の寄与が大きいと考えられる。

立ち下がり時定数

一方で、20% 動作点における立ち下がり時定数は、X線照射試験で得られた立ち下がり時定数とほぼ一致していることがわかる。これは信号の立ち下がり時定数が、TES と吸収体の内部熱伝導度の影響をほぼ受けず、熱容量 C と熱浴との熱伝導度 G の熱的な効果と、ETF によって説明できることを示している。

6.4 電流感度 β_I の影響

電流感度 β_I を考慮した場合の、ETF を含めた立ち下がり時定数は、インプットコイルのインダクタンス L が十分に小さいとき、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{C}{G} \frac{1 + \beta_I + R_{\text{th}}/R_{\text{TES}}}{1 + \beta_I + R_{\text{th}}/R_{\text{TES}} + (1 - R_{\text{th}}/R_{\text{TES}})\mathcal{L}_I} \quad (6.2)$$

と表せる。X線照射試験時の各パラメータを代入すると、

$$\tau_{\text{eff}} \propto C \frac{1.3 + \beta_I}{1.3 + \beta_I + 0.23 \times \alpha_I} \quad (6.3)$$

となる。ここでシミュレーションの値である $\alpha_I = 40$ を用いて、電流依存性を考慮しない場合 ($\beta_I = 0$) とインピーダンス測定から求めた $\beta_I = 1.8$ の場合で比を取ることで、電流依存性によって立ち下がり時定数がどの程度変化するか見積もる。それぞれの場合で計算すると、

$$\tau_{\text{fall}}^{\beta_I=1.8} / \tau_{\text{fall}}^{\beta_I=0} = 1.81 \quad (6.4)$$

となる。6.2式は、熱容量 C に比例するので、この立ち下がり時定数の違いが全て熱容量で説明できると仮定すると、シミュレーション上で熱容量を想定値の 1.81 倍にすることで波形を再現できることを示している。シミュレーション上では、熱容量を想定値の 1.79 倍にすることで波形を再現できていることから、電流依存性を考慮することで、熱容量の増加分を複素インピーダンス測定から得られた熱容量の推定誤差の範囲内で説明できることがわかった。

第7章 まとめと今後の展望

7.1 まとめ

我々が開発を行なっている TES 型マイクロカロリメータに対して複素インピーダンス測定を行い、TES を特徴づけるパラメータである温度感度 α_I 、電流感度 β_I 、熱容量の動作点に対する依存性を決定した。この結果から、吸収体と TES の合計の熱容量は想定値に近いことがわかった。また X 線照射試験の結果から、TES 型マイクロカロリメータのエネルギー分解能が 7.07eV(@5.9keV) であり、インピーダンス測定から求められた各固有ノイズによる分解能の劣化だけでは説明できないことがわかった。これには X 線の入射位置に対する依存性や、冷凍機の温度安定度などの要因が考えられる。この入射位置に対する依存性、ひいては TES 型マイクロカロリメータの信号波形を理解するために、X 線照射試験で得られた信号波形の再現をシミュレーション上で行った。有限要素法 (COMSOL) によるシミュレーションでは、IV 測定から求めた抵抗と温度の関係を電気伝導率の熱依存性として定義し、TES への電熱フィードバック効果の再現を試みた。X 線入射を仮定した信号波形は、実際の信号波形とよく一致したが、波高値と立ち下がり時定数を説明するにはシミュレーション上の熱容量を極低温での熱伝導率から推定した値の 1.8 倍にすることが必要であった。ただし、複素インピーダンス測定の結果から得られた抵抗変化率の電流依存性を考慮すると、その補正量は 1.2 倍程度であり吸収体の熱容量は想定値程度で説明がつき、熱容量は推定値と測定誤差で一致するとも言える。このことから、シミュレーションに電流依存性も取り込むことで、実際の TES 型マイクロカロリメータの電熱フィードバック環境下での動作をほぼ再現できると考えられる。

7.2 今後について

今後の課題と本研究の発展について述べる。

7.2.1 吸収体直下の TES の抵抗値

COMSOL によるシミュレーションでは、 $180\mu\text{m} \times 180\mu\text{m}$ の全ての領域が一様に超伝導状態の転移域に存在すると仮定している。しかし実際の TES 型カロリメータでは、吸収体の直下の TES は常伝導状態で存在していると報告されている。今回は、この効果については考慮しておらず、常伝導の領域が存在することで電流の流れる方向が TES の外側に制限されるため、外側はジュール発熱が大きくなり、TES の中心部と外側で温度差が生じると考えられる。今後はこのような実際のマイクロカロリメータの性質をシミュレーションに反映することで、より実測に近い結果が得られると考えられる。

7.2.2 入射位置に対する時定数の変化

今回のシミュレーションでは、熱がカロリメータの中心に入射した場合についてのみ議論した。しかし本研究で行った実験結果から、我々が製作した吸収体厚 $5\mu\text{m}$ のカロリメータは、TES に固有のノイズ以外が要因でエネルギー分解能が悪化していることが明らかになった。これは熱の入力位置による波形のばらつきや、測定環境の温度安定度などの要因が考えられる。これを検証するために、熱の入力位置を変化させた波形シミュレーションを行うことで、入射位置に対する依存性によってどの程度エネルギー分解能が劣化するか見積もることができる。

7.2.3 複素インピーダンス測定結果の組み込み

TES の抵抗値は、温度と電流に依存する関数であり、ある抵抗値 R_0 からの抵抗値の変化は、温度と電流の微小変化 $\delta T = T - T_0$ 、 $\delta I = I - I_0$ に対して、

$$R(T, I) = R_0 \left(1 + \alpha_I \frac{\delta T}{T_0} + \beta_I \frac{\delta I}{I_0} \right) \quad (7.1)$$

と表すことができる。今回は、複素インピーダンス測定から求めた温度感度 α_I 、電流感度 β_I 、熱容量 C について、シミュレーションに組み込むことができなかった。しかし実際のカロリメータの抵抗は、上式で示すような温度と電流の両方に依存する関数である。これをシミュレーションで再現するには、 α_I 、 β_I 自体が温度と電流に対してどのように依存するのかを測定から明らかにする必要がある。そのためには、熱浴温度と入力する交流電圧の振幅を変えて、 α_I 、 β_I をモデル化する必要がある。今後は、このような大規模な測定を行うことで、カロリメータの電流依存性についてもシミュレーションで再現が可能であると考えられる。

付録A Twoblock Modelの導出

TES と吸収体の間に熱伝導度を考慮した Twoblock Model の導出方法について示す。電気回路方程式と、TES、吸収体の熱伝導方程式は以下のように書ける。

$$L \frac{dI}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{th}} + R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}))I_{\text{TES}} \quad (\text{A.1})$$

$$C_{\text{TES}} \frac{dT_{\text{TES}}}{dt} = G_{\text{abs-TES}}(T_{\text{abs}} - T_{\text{TES}}) - G_{\text{TES-bath}}(T_{\text{TES}} - T_{\text{bath}}) + I_{\text{TES}}^2 R_{\text{TES}} \quad (\text{A.2})$$

$$C_{\text{abs}} \frac{dT_{\text{abs}}}{dt} = G_{\text{abs-TES}}(T_{\text{TES}} - T_{\text{abs}}) \quad (\text{A.3})$$

定常状態における電流、温度を T_0, I_0 として、 $\delta I = I_{\text{TES}} - I_0$ 、 $\delta T_{\text{TES}} = T_{\text{TES}} - T_0$ 、 $\delta T_{\text{abs}} = T_{\text{abs}} - T_0$ を定義して上式を書き換えると、

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{th}} - (R_{\text{th}} + R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}))(\delta I + I_0) \quad (\text{A.4})$$

$$C_{\text{TES}} \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = G_{\text{abs-TES}}(\delta T_{\text{abs}} - \delta T_{\text{TES}}) - G_{\text{TES-bath}}\delta T_{\text{TES}} + (\delta I + I_0)^2 R_{\text{TES}} \quad (\text{A.5})$$

$$C_{\text{abs}} \frac{d\delta T_{\text{abs}}}{dt} = G_{\text{abs-TES}}(\delta T_{\text{TES}} - \delta T_{\text{abs}}) \quad (\text{A.6})$$

となる。また、 $R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}})$ を (T_0, I_0) 周りでテイラー展開すると

$$R_{\text{TES}}(T_{\text{TES}}, I_{\text{TES}}) = R_0 \left(1 + \alpha_I \frac{\delta T}{T_0} + \beta_I \frac{\delta I}{I_0} \right) \quad (\text{A.7})$$

であり、定常状態では、TES の自己発熱と熱浴からの熱流入が釣り合っていると考えられるので、

$$R_{\text{TES}}(T_0, I_0)I_0^2 = G_{\text{TES-bath}}(T_0 - T_{\text{bath}}) \quad (\text{A.8})$$

以上2式を用いて δ の二次以降の項を無視すると、

$$L \frac{d\delta I}{dt} = V_{\text{ac}} - (R_{\text{th}} + R_0(1 + \beta_I))\delta I - (\alpha_I \frac{I_0 R_0}{T_0})\delta T_{\text{TES}} \quad (\text{A.9})$$

$$C_{\text{TES}} \frac{d\delta T_{\text{TES}}}{dt} = R_0 I_0 (2 + \beta_I)\delta I + (\alpha_I \frac{I_0 R_0}{T_0} - G_{\text{TES-sink}})\delta T_{\text{TES}} - G_{\text{abs-TES}}(\delta T_{\text{TES}} - \delta T_{\text{abs}}) \quad (\text{A.10})$$

$$C_{\text{abs}} \frac{d\delta T_{\text{abs}}}{dt} = -G_{\text{abs- TES}}(\delta T_{\text{abs}} - \delta T_{\text{TES}}) \quad (\text{A.11})$$

となる。これを Ch3 と同様に計算すると、

$$Z_{\text{TES}} = Z_{\infty} + (Z_0 - Z_{\infty}) \frac{1}{1 - i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{A.12})$$

$$Z_0 = -R_0 \frac{\mathcal{L}_I + \beta_I + 1}{\mathcal{L}_I - 1} \quad (\text{A.13})$$

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{1}{G(\mathcal{L}_I - 1)} \left(C_{\text{TES}} + C_{\text{abs}} - C_{\text{abs}} \frac{i\omega \frac{C_{\text{abs}}}{G_{\text{abs}}}}{1 + i\omega \frac{C_{\text{abs}}}{G_{\text{abs}}}} \right) \quad (\text{A.14})$$

となる。

付録B TES型マイクロカロリメータのノイズ特性

TESの応答は、自身の状態変数による熱の散逸の影響を受ける。それぞれ電気抵抗による熱の散逸をジョンソンノイズ(ナイキストノイズ)、熱インピーダンスに起因するものをフォノンノイズ(Thermal fluctuation noise)と呼ぶ。これらは、TESの原理的なエネルギー分解能のリミットになっている。他のノイズ源として、超伝導状態における磁束などの隠れた状態変数の揺らぎが考えられ、熱容量の結合が弱いほど揺らぎが大きくなる。本節では、隠れた状態変数の揺らぎが存在しない場合(マルコフ過程)を仮定して熱力学的ノイズを議論する。(??)式の電力と電圧は確率的な力であり、熱散逸における状態変数の相関によって決まるLangevin方程式である。Langevin方程式は、状態変数にランダムな力を与えた時の応答を表す方程式であり、Langevin方程式に揺動散逸定理を適用することで、熱力学的ノイズを理解することができる。揺動散逸定理を用いる場合は、状態変数による共役力が何であるか特定することが重要である。

電気微分方程式では、電流 I が状態変数、電圧 V が共役力に対応している。インダクタンス L のみが回路に存在し、熱浴温度が一定値に固定されている場合、自由エネルギーは、 $F = LI^2/2$ となる。このとき共役運動量は、 $p = \partial F/\partial I = LI$ であり、共役力は、 $dp/dt = LdI/dt = V$ となる。温度 T を変動可能な状態変数とみなし、TESの熱容量は、温度が固定された熱浴に熱コンダクタンスを通じて接続されていると仮定する。カノニカル分布を適用すると、熱浴とTES間を熱 dQ が流れるとき、自由エネルギーは、 $dF = -SdT$ だけ変化し¹、共役力は、 $dp/dt = LdI/dt = V$ となる。熱流は、 $dQ = TdS$ で表すことができ、共役力は、 $dp/dt = -(1/T)dQ/dT = -P/T$ である²。

状態変数と共役力の関係であるLangevin方程式を、インピーダンス行列を用いて表すと、

$$Z \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_\omega \\ P_\omega \\ T_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

となる。TESのインピーダンスは、

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\tau_{el}} + i\omega & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0 L} \\ -\frac{I_0 R_0 (2 + \beta_I)}{C} & \frac{1}{\tau_I} + i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_\omega}{L} \\ P_\omega \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

¹ S は、エントロピーを表す。

²ランダム力の符号は任意であり、計算の都合上 P/T を共役力として計算する。

であり、これを共役力を用いて書き換えると、

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega\right)L & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0} \\ -\frac{I_0 R_0(2 + \beta_I)}{T_0} & \left(\frac{1}{\tau_I} + i\omega\right)\frac{C}{T_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_\omega \\ T_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_\omega}{L} \\ P_\omega \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

となる。外部回路のインピーダンスを以下のように定義する。

$$Z_{\text{ext}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega\right)L & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0} \\ -\frac{I_0 R_0(2 + \beta_I)}{T_0} & \left(\frac{1}{\tau_I} + i\omega\right)\frac{C}{T_0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

(B.4) 式では、TES のジュール発熱を $P_J = IV_{\text{TES}} = IR^2$ 、電圧を $V_{\text{TES}} = IR$ と仮定しており、ジョンソンノイズなどによる電圧の変動によって TES の電流が変化する。しかし、 P_J において、バイアス電流自体の変化による電圧への影響は考慮されておらず、電圧源の内部で発生する電力は全て外部回路で消費される。また、電圧源内部で発生するジョンソンノイズや熱電力は、TES 内に熱的な散逸を起こす要因となり、 $V_{\text{TES}} = IR + V_{\text{noise}}$ と表すことができる。電圧源内部に起因する熱散逸は、仮想的なランダム力による (B.3) 式の右辺項で表現できる。このとき TES 内部におけるジュール発熱による熱散逸は、

$$P_J = IV_{\text{TES}} = I(IR + V_{\text{noise}}) = I\left(V_{\text{bias}} - IR_L - L\frac{dI}{dt}\right) \quad (\text{B.5})$$

と表すことができ、これは、配線抵抗以外での熱散逸を表している。(B.5) 式を δI を微小量として I_0 周りでテイラー展開すると、

$$P_J = I_0^2 R_0 + I_0(R_0 - R_L)\delta I - I_0\frac{d\delta I}{dt} \quad (\text{B.6})$$

となる。これをフーリエ変換すると、

$$P_J(\omega) = (I_0(R_0 - R_L) - i\omega L I_0)I_\omega \quad (\text{B.7})$$

したがって (B.7) 式で TES インピーダンスのジュール発熱項を示すと、

$$Z_{\text{int}} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{\tau_{\text{el}}} + i\omega\right)L & \frac{\mathcal{L}_I G}{I_0} \\ -\frac{(I_0(R_L - R_0) + i\omega L I_0)}{T_0} & \left(\frac{1}{\tau_I} + i\omega\right)\frac{C}{T_0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

となる。平衡状態では、インピーダンス行列によって状態変数の熱力学的変動の相関を決定する。揺動散逸定理により、平衡で量子揺らぎが小さいときの、状態変数 u の揺らぎのパワースペクトル密度は、アドミッタンス $Y(\omega)$ を用いて、

$$S_u(\omega) = 4k_B T \text{Re}\{Y(\omega)\} \quad (\text{B.9})$$

$$S_{u_i}(\omega) = 4k_B T \operatorname{Re}\{Y_{ii}(\omega)\} \quad (\text{B.10})$$

と表せる。また、仮想的な力 F のパワースペクトル密度は、

$$S_F(\omega) = 4k_B T \operatorname{Re}\{Z(\omega)\} \quad (\text{B.11})$$

と表すことができる。TES の熱力学的揺らぎは、(B.11) 式に内部・外部インピーダンスを代入すれば求められるが、この結果は実験結果と一致しない。これは、単純な揺動散逸定理が、熱的に平衡で線形な電気回路でのみ成り立つからである。実際 Langevin 方程式が安定である可能性はあるが、電圧源が存在する限り、TES の温度と熱浴温度は一致しないため、系全体として非平衡状態にある。

ここで linear equilibrium ansatz (LEA) という仮定を用いて TES のノイズを議論する。LEA は、平衡状態で線形要素を用いて揺動散逸定理から予想されるランダム力が、状態変数の変動を決定するというものである。LEA は、一般的な component-level resistor noise model と同等であり、バイアス回路に依存しない。線形極限 ($\beta_I = 0$) かつ平衡 ($I_0 = 0$) でインピーダンスの実数部は、

$$\operatorname{Re}\{Z_{\text{int,ext}}\} = \begin{pmatrix} R_0 + R_L & 0 \\ 0 & \frac{G}{T_0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

と表すことができる。(B.11) 式に (B.12) 式の対角要素を代入すると、

$$\begin{pmatrix} S_V \\ \frac{S_{P_{\text{TFN}}}}{(T_0^2)} \end{pmatrix} = 4k_B T_0 \begin{pmatrix} R_0 + R_L \\ \frac{G}{T_0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

となる。ここで、 $S_V = S_{V_{\text{TES}}} + S_{V_L}$ 、 $S_{V_{\text{TES}}} = 4k_B T_0 R_0$ は、TES におけるジョンソンノイズを表しており、 $S_{V_L} = 4k_B T_0 R_L$ は、配線抵抗のジョンソンノイズ、 $S_{P_{\text{TFN}}} = 4k_B T_0^2 G$ は、熱コンダクタンス G による熱散逸ノイズである。TES の温度を T_0 、配線抵抗の温度を T_L とすると $S_{V_{\text{TES}}} = 4k_B T_0 R_0$ 、 $S_{V_L} = 4k_B T_L R_L$ 、 $S_{P_{\text{TFN}}} = 4k_B T_0^2 G \times F(T_0, T_{\text{bath}})$ と表すことができる。 $F(T_0, T_{\text{bath}})$ は、熱コンダクタンスに指数的に依存し、境界面におけるフォノンの鏡面散乱、拡散によって変化する。また $F(T_0, T_{\text{bath}})$ は、TES 温度 T_0 の関数であり、典型的に $0.5 - 1$ となることが知られている。 $F_{\text{LINK}}(T_0, T_{\text{bath}})$ を用いて、

$$F(T_0, T_{\text{bath}}) = F_{\text{LINK}}(T_0, T_{\text{bath}})(T_{\text{bath}}/T_0)^{n+1} \quad (\text{B.14})$$

と表すことができる。LEA では、電圧ノイズ決定の際に、線形抵抗に対して温度依存性もしくは、電流依存性を考慮しておらず、実際の回路系に用いる場合は LEA の変形が必要である。

ここで、TES のノイズ解明手法として nonlinear equilibrium ansatz (NLEA) を導入する。LEA に加えて、抵抗の非線形な電流依存性を考慮すると、TES に対する電圧ノイズは、電流値のテイラー展開を $\xi(I)$ とすると、

$$S_{V_{\text{TES}}} = 4k_B T_0 R_0 \xi(I_0) \quad (\text{B.15})$$

$$\xi(I) = 1 + \left. \frac{d\xi}{dI} \right|_{I=0} I + \mathcal{O}(I^2) \quad (\text{B.16})$$

となる。2次の電流と電圧の関係として、

$$V = rI + \frac{1}{2}\gamma I^2 \quad (\text{B.17})$$

と定義する。このとき電圧の Power Spectrum Density は、

$$S_V = 4k_B T \left[r + \frac{3}{2}\gamma I + \mathcal{O}(I^2) \right] \quad (\text{B.18})$$

となる。TES の抵抗を、

$$R_0 \equiv \frac{V}{I} = r + \frac{1}{2}\gamma I \quad (\text{B.19})$$

と定義すると、電流感度 β_I は、

$$\beta_I = \frac{I}{R} \frac{dR}{dI} = \frac{I}{2R_0} \gamma \quad (\text{B.20})$$

となる。したがって電圧の Power Spectrum Density は、

$$\begin{aligned} S_V &= 4k_B T \left[r + \frac{3}{2}\gamma I + \mathcal{O}(I^2) \right] = 4k_B T [R_0 + \gamma I + \mathcal{O}(I^2)] = 4k_B T \left[R_0 + \frac{2\beta_I}{I} R_0 I + \mathcal{O}(I^2) \right] \\ &= 4k_B T R_0 (1 + 2\beta_I + \mathcal{O}(I^2)) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

と表すことができる。

このとき Phonon noise は、電流応答性 s_I を用いて以下のように表すことができる。

$$I_{\text{phonon}} = \sqrt{4k_B T_0^2 G \times F(T_0, T_{\text{bath}})} \times |s_I(\omega)| \quad (\text{B.22})$$

TES における Johnson noise は、

$$I_{\text{J}_{\text{TES}}} = \sqrt{4k_B T_0 I_0^2 R_0 \frac{1 + \beta}{\mathcal{L}_I^2} (1 + \omega^2 \tau^2)} |s_I(\omega)| \quad (\text{B.23})$$

Shunt 抵抗と TES の回路系における寄生抵抗の Johnson noise は、

$$I_{\text{J}_{\text{th}}} = \sqrt{4k_B T_{\text{th}} I_0^2 R_{\text{th}} \frac{(\mathcal{L}_I - 1)^2}{\mathcal{L}_I^2} (1 + \omega^2 \tau_I^2)} |s_I(\omega)| \quad (\text{B.24})$$

となる。

関連図書

- [1] Shigetaka Moriyama. Proposal to search for a monochromatic component of solar axions using 57 fe. *Physical review letters*, 75(18):3222, 1995.
- [2] T Namba. Results of a search for monochromatic solar axions using 57fe. *Physics Letters B*, 645(5-6):398–401, 2007.
- [3] Yoshitaka Ishisaki, Hajime Kurabayashi, Akio Hoshino, Takaya Ohashi, Tomotaka Yoshino, Toshishige Hagihara, Kazuhisa Mitsuda, and K Tanaka. Effect of on-chip magnetic shielding for tes microcalorimeters. *Journal of Low Temperature Physics*, 151(1):131–137, 2008.
- [4] Y. Yagi, R. Konno, T. Hayashi, K. Tanaka, N. Y. Yamasaki, K. Mitsuda, R. Sato, M. Saito, T. Homma, Y. Nishida, S. Mori, N. Iyomoto, and T. Hara. Performance of tes x-ray microcalorimeters designed for 14.4 kev solar axion search(preprint). *Journal of Low Temperature Physics*, pages –, 2022.
- [5] SJ Smith, JS Adams, SR Bandler, S Beaumont, JA Chervenak, AM Datesman, FM Finkbeiner, R Hummatov, RL Kelly, CA Kilbourne, et al. Toward 100,000-pixel microcalorimeter arrays using multi-absorber transition-edge sensors. *Journal of Low Temperature Physics*, 199(1):330–338, 2020.
- [6] Mark A Lindeman, Simon Bandler, Regis P Brekosky, James A Chervenak, Enectali Figueroa-Feliciano, Fred M Finkbeiner, Mary J Li, and Caroline A Kilbourne. Impedance measurements and modeling of a transition-edge-sensor calorimeter. *Review of Scientific Instruments*, 75(5):1283–1289, 2004.
- [7] Tasuku Hayashi, Haruka Muramatsu, Ryohei Konno, Noriko Y Yamasaki, Kazuhisa Mitsuda, Akira Takano, Keisuke Maehata, and Toru Hara. A concept design of tes x-ray microcalorimeter array with different thickness absorber toward the observation from 50 ev to 15 kev for stem-eds. *Journal of Low Temperature Physics*, 199(3):908–915, 2020.
- [8] LL Isaacs. Low-temperature specific heat of gold, silver, and copper. *The Journal of Chemical Physics*, 43(1):307–308, 1965.
- [9] H Akamatsu, Y Abe, K Ishikawa, Y Ishisaki, Y Ezoe, T Ohashi, Y Takei, NY Yamasaki, K Mitsuda, and R Maeda. Impedance measurement and excess-noise behavior of a ti/au bilayer tes calorimeter. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1185, pages 195–198. American Institute of Physics, 2009.

- [10] NA Wakeham, JS Adams, SR Bandler, S Beaumont, JA Chervenak, AM Datesman, ME Eckart, FM Finkbeiner, R Hummatov, RL Kelley, et al. Thermal fluctuation noise in mo/au superconducting transition-edge sensor microcalorimeters. *Journal of Applied Physics*, 125(16):164503, 2019.
- [11] CT Chantler, MN Kinnane, C-H Su, and JA Kimpton. Characterization of $k\alpha$ spectral profiles for vanadium, component redetermination for scandium, titanium, chromium, and manganese, and development of satellite structure for $z=21$ to $z=25$. *Physical Review A*, 73(1):012508, 2006.
- [12] Tasuku Hayashi, Haruka Muramatsu, Keisei Maehisa, Noriko Y Yamasaki, Kazuhisa Mitsuda, Keisuke Maehata, and Toru Hara. Construction of response function of tes x-ray microcalorimeter for stem-eds. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 29(5):1–4, 2019.
- [13] Kent D Irwin and Gene C Hilton. Transition-edge sensors. *Cryogenic particle detection*, pages 63–150, 2005.