

修士論文

太陽アクシオン探査をめざした
TES 型マイクロカロリメータの基礎的研究

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所
宇宙物理学研究系 満田研究室

前久 景星

指導教官: 満田 和久

平成 30 年 1 月

目次

第 1 章	イントロダクション	3
1.1	暗黒物質候補とアクシオン探査	3
1.2	検出方法のブレイクスルー	5
第 2 章	太陽アクシオン探査の感度の検出器設計パラメータへの依存性	6
2.1	線スペクトルの S/N 比	6
2.2	太陽アクシオン検出の S/N 比	8
2.3	太陽アクシオン探査の感度の見積もり例	9
第 3 章	量子マイクロカロリメータの原理	11
3.1	量子マイクロカロリメータとは	11
3.1.1	温度計	12
3.2	遷移端温度計 (TES: Transition edge sensor)	12
3.3	電熱フィードバック (ETF: Electro-thermal feedback)	13
3.3.1	電熱フィードバックのもとでの温度変化に対する応答	13
3.3.2	電熱フィードバックの一般論と電流応答性	15
3.4	固有ノイズ	18
3.5	最適フィルタとエネルギー分解能	21
第 4 章	TES 型マイクロカロリメータの概念設計	24
4.1	TES 型マイクロカロリメータへの磁場の影響	24
4.2	アクシオン吸収体 ^{57}Fe 磁化の TES への影響回避	26
4.3	Fe 物性値と熱容量の影響	26
第 5 章	磁気シミュレーション	29
5.1	TES カロリメータへの磁場の影響	30
5.1.1	強磁性体が周囲に作る磁場	30
5.1.2	磁場が TES カロリメータに与える影響	30
5.2	有限要素法を用いた磁気シミュレーション	30
5.2.1	仮定	30
5.2.2	シミュレーション方法	30
5.2.3	磁化した Fe が周囲に作る磁場	31
5.2.3.1	パターン 1	32
5.2.3.2	パターン 2	32

5.2.3.3	パターン3	34
5.3	まとめ	34
第6章	熱シミュレーション	36
6.1	熱シミュレーションの必要性	36
6.2	シミュレーション方法	36
6.2.1	TES カロリメータの熱数学モデル	37
6.2.2	各要素のノードへの分割と各要素の属性	37
6.2.3	熱浴との間の熱伝導度	39
6.2.4	熱入力	39
6.2.5	温度から抵抗値への変換	39
6.2.6	抵抗ネットワーク	40
6.2.7	電流パルスの出力	41
6.3	設計の最適化	41
6.3.1	熱パスの厚み	42
6.3.2	熱パスの幅	42
6.3.3	熱パスの長さ	43
6.3.4	熱入力位置依存性	43
6.3.5	パルスハイトの実験値との比較	44
6.4	まとめ	45
第7章	まとめと今後	47
参考文献		49

第 1 章

イントロダクション

1.1 暗黒物質候補とアクシオン探査

暗黒物質の最初の認識は、1933年に Zwicky がかみのけ座銀河団の 8 個の銀河の運動速度を測定し、その速度分散を、標準偏差として $\sigma = 1019 \pm 360$ km/s と求めたことに始まる。Zwicky は、これらの銀河を重力で束縛するには、質量光度比 (光度当たりの質量) が太陽のそれと比べて 400 倍大きいことが必要であること、従って銀河以外の光らない物質が必要であると指摘した (Zwicky 1933[23])。この見積もりは、当時のハッブル定数の値を用いたため非常に大きな値になってしまっているが、現在のハッブル定数を用いれば、400 は 50 となり、現在の見積もりとほとんど同じ値となる (van den Bergh 1999, astro-ph/9904251)。続いて、Babcock (1939) [2] は、渦巻き銀河 M31 の外縁領域の星の回転速度が予想に反して大きいことを発見した。これは、銀河の外縁領域の質量光度比が太陽よりも高いことを要請する。Rubin and Ford (1970) [18] は、可視光で星の数が著しく減少する M31 の中心から 25kpc の領域まで観測を拡張し、もしも可視光の明るさに比例して物質量が減るのであれば回転速度は $1/r$ で減少しなければならないのに対して、この半径でも回転速度が半径に対してほとんどフラットであることを示した。この観測によって、光らない重力相互作用を持つ物質が存在しなければならないことが明確になった。今では、Type I 超新星のハッブルダイアグラム、マイクロ波宇宙背景放射 (CMB) のゆらぎのパワースペクトル、銀河団の質量関数、宇宙のヘリウムアバンダンスなどから、現在の宇宙において全物質エネルギーの 68% を暗黒エネルギーを、27% を暗黒物質が占め、普通の物質 (宇宙物理学分野ではバリオン物質と呼ばれる) は、5% しかないことがわかってきている (e.g. Planck collaboration 2016 [15])。現在の宇宙では暗黒エネルギーが優勢であるが、過去に遡ると赤方偏移 $z \sim 10^4$ から ~ 1 の宇宙においては、全物質エネルギーの中で物質が優勢であった。その時代には銀河・銀河団などの宇宙の構造形成が進み、それは、暗黒物質によって支配されたと考えて良い。

暗黒物質は普通の物質 (バリオン物質と呼ばれる) ではなく、ビッグバンの中で作られた、素粒子の標準理論を超えた物質 (ただし始源ブラックホールも含む) であることは間違いない。これまでは、超対称性理論 (SUSY) を理論的な背景に持ち、GeV から TeV 領域の質量を持つと考えられる WIMP (Weakly Interacting Massive Particles) が暗黒物質の最有力候補と考えられ、地上実験での直接検出、annihilation や decay に伴う天体からの放射を探す間接検出、加速器による生成実験の 3 つの方法で探査が行われてきた (e.g. Feng (2010) [4], Porter, Johnson, & Graham (2011) [16])。特に、LHC による加速器実験は WIMP として期待されるエネルギー領域をカバーすることから、新物理を必要とするなんらかの新粒子の発見が期待されていた。しかし運用を開始して 6 年が経過し、14TeV のエネルギーに達したにもかかわらず発見には至っていない。Fermi 衛星や MAGIC などの γ 線観測 (e.g. Rico et al. (2015) [17]) など、他の実験も含めてパラメータスペースが狭まっていることから、WIMP よりも軽い暗黒物質候補の可能性を「まじめに」考える機運が高まっている。軽い暗黒物質候補の中で、それを要請する明確な実験事実 (ニュートリノ振動、及び、強い CP 問題) が存在するステライルニュートリノとアクシオンは有力候補である。ステライルニュートリノが暗黒物質の主要構成物質である場合には、ステライルニュートリノが Fermion であることから状態密度の上限から質

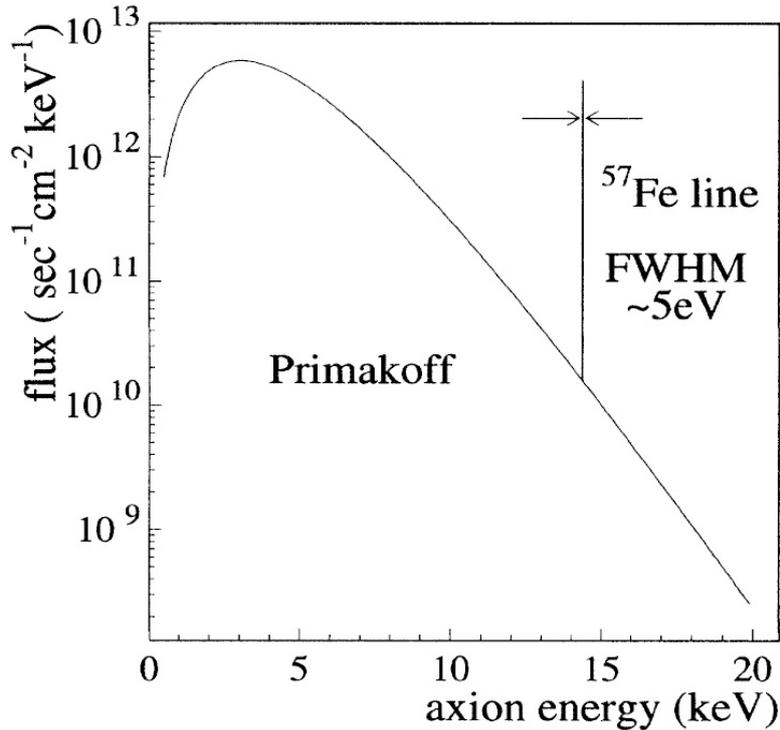


図 1.1 太陽アクシオンのスペクトル。Moriyama (1995) より [12]。連続成分に加えて、原子核の磁気双極子遷移に対応する線スペクトルが期待される。その代表がこの図に示されている ^{57}Fe の 14.4keV ラインである。他に ^7Li の 0.745 keV、 ^{83}Kr の 9.4 keV のラインも予想される。

量の下限が、宇宙年齢を超える寿命を持つことの要請から上限が制限され、質量範囲が 0.5 から 30keV 程度に制限される。このため、X 線領域の間接探査が有力な探査の方法である。たとえば、X 線天文衛星「すざく」などの観測データを用いた研究が行われている (e.g. Sekiya, Yamasaki, & Mitsuda (2016) [19])。一方、アクシオンは μeV 以下から keV 領域までの幅広い質量の可能性があり、多種多様な方法による探査が必要である。可能な範囲の中で、 $10\mu\text{eV}$ から 10meV を除く範囲は、宇宙論および超新星 1987A などの天体からの制限で排除できるとの主張がある (e.g. [20])。しかし、実験的には広い質量領域のほとんどが排除されておらず、Namba ら [14] が主張するように、宇宙論と天体からの制限には不確実性があることを考えると、広い質量領域について実験的に探査する意義は高い。

アクシオンの探査の方法としては暗黒物質以外に、天体、特に、太陽中心で生成されるアクシオンの検出が考えられる。この方法では暗黒物質 = アクシオンとはつながらないが、新粒子の発見とその性質の初検証は、素粒子物理学・宇宙物理学分野の核心的な問いの一つに答えることになり、重要である。太陽アクシオンのエネルギースペクトルは太陽中心部での光子のエネルギー分布を反映して $kT \sim 1.3 \text{ keV}$ の黒体輻射の形をした連続スペクトルをもつ。この太陽アクシオンを検出する試みは多く実施されおり、CERN Axion Solar Telescope (CAST) はその代表である。これに対して、Moriyama (1995)[12] は、 $m_a \sim \text{eV}$ 領域であれば (m_a はアクシオン質量)、磁気双極子遷移を持つ原子核からの線スペクトルが放射されることを示した (図 1.1)。CAST は、太陽アクシオンの連続スペクトル検出しようとする大規模な実験であるが、線スペクトルを検出する実験は比較的小さな規模の table-top 実験で可能である。これまでに、 ^{57}Fe 、 ^7Li 、 ^{83}Kr の核遷移に対応する線スペクトル検出をめざした実験が実施され、上限値が得られている。KSVZ (QCD) アクシオンであれば、強度の上限値は m_a の上限に焼き直すことができ、現在、もっともよい上限は ^{57}Fe を使った 216 eV (95% confidence、 $3\text{-}\sigma$ に直すと 251 eV) である [14]。アクシオンの探査としては 10 eV 台まで探査したいが、線スペクトル強度は質量の $-1/4$ 乗に比例するので感度を 4 桁向上する必要がある。その達成のためにはなんらかのブレークスルーが必要である。

1.2 検出方法のブレイクスルー

アクシオンは磁場を介してフォトンと変換する（プリマコフ効果）。太陽中心に磁気双極子遷移を持つ原子核と、そのエネルギー順位差に等しい光子が存在すれば線スペクトルを持つアクシオンが作られ、それは太陽内でほとんど吸収されることなく地球に届く。地上で同じ原子核に出会えばアクシオンはある確率でその原子核に吸収され、励起状態になった原子核からは測定可能な標準模型の粒子が放出される。[9]と[14]は、厚さ $25\mu\text{m}$ の ^{57}Fe 薄板の直近に γ 線検出器を置き、太陽アクシオン + ^{57}Fe で放射される 14.1keV の γ 線検出を試みた。この方法は二つの理由で検出効率がよくない。第1に 14.4keV の γ 線が放出される分岐比は9%しかなく、残りは conversion 電子とより低エネルギーの X 線として放出されるが [8]、これらは Fe 薄板中で自己吸収され、外には出てこない。第2に γ 線の一部も自己吸収され、また、 γ 線検出の立体角を 4π にするのも困難である。これらの理由で検出効率は1%程度まで下がってしまう。そこで、エネルギーのほとんどが自己吸収されるのであれば、それを熱としてマイクロカロリメータで検出しよう、というのが本研究の提案である。マイクロカロリメータの変換物質としては金属が望ましく、本研究では $10\mu\text{m}$ の厚さの ^{57}Fe を想定している。その中で発生した conversion 電子 (14.4keV 以下) と L 殻以下の X 線 (0.85keV 以下) は全て自己吸収される。残る 14.4keV の γ 線と K 殻 X 線 (6.5keV 、branching ratio は24%、) はどちらも約60%の確率で自己吸収され、残りは外に逃げる。以上から検出効率は87%と見積もられる。感度を高めるために ^{57}Fe の量も重要である。量が大きくなると荷電粒子バックグラウンドが大きくなり、これが検出感度を左右するようになる。しかし、マイクロカロリメータは高いエネルギー分解能を持つのでバックグラウンドの影響を大きく軽減できる。

本研究では ^{57}Fe とマイクロカロリメータを一体化したピクセル構造を実現し、これによって従来よりも高い検出効率を得ることをめざす。さらに感度を高めるためには素子を多数並べることが必要になるが、最終的にはピクセル構造をスケラブルな構造とすることで、たとえば、100万個程度を並べ、また、マイクロ波を用いた信号多重化による多数ピクセルの信号読み出し技術 (e.g. Nakashima et al. 2017) と組み合わせることで、最終的に従来の 10^4 倍を超える感度を達成可能であると予想される。なお Moriyama (1995) はすでに熱検出器のメリットを示唆していた。このような実験を実現するためには検討すべき項目がある。

1. マイクロカロリメータと一体化したピクセル構造に取り付けることのできる Fe の量は限られている。一般的には Fe の量を大きくするとエネルギー分解能が低下し、バックグラウンドが感度を決めている場合には、質量を大きくするとかえって感度が低下する場合もある。バックグラウンドの強さ、エネルギー分解能、Fe の質量3者の関係で、最適な設計が存在するはずである。これを見出す必要がある。
2. マイクロカロリメータ、特に、超伝導薄膜を用いる TES 型マイクロカロリメータの性能は微小な磁場で低下する。従って、磁性をもつ Fe を直近において動作させたという例はなく、これが可能であるかどうか検討する必要がある。

本研究では、まず1.について、解析的な方法で、設計パラメータに対する感度の依存性を整理する。続いて2.に注目し、Feで発生した熱をTESマイクロカロリメータで測定することが可能であるのか、という検討をシミュレーションを用いて行う。本研究により測定の可能性を示すことはできたが、最適な検出器設計を行うためには、Feの量とエネルギー分解能の関係を求める必要があるが、そのためには、素子を試作する必要がある。本研究では、そこまでは至らなかった。これは今後の課題としたい。

第 2 章

太陽アクシオン探査の感度の検出器設計パラメータへの依存性

本章では、太陽アクシオン線スペクトルのポアソン統計による S/N 比が、検出器パラメータにどのように依存するかを議論する。

2.1 線スペクトルの S/N 比

まず、解析的に簡単に扱うために、図 2.1 のように理想化したスペクトルを考える。信号は線スペクトルに含まれるカウント数 S であるが、実験から直接求められるのは、エネルギー幅 δE のカウント数 $S + B$ であるので、線スペクトルの推定値 \bar{S} は以下のように求める必要がある。

$$\bar{S} = S + B - \bar{B} \quad (2.1)$$

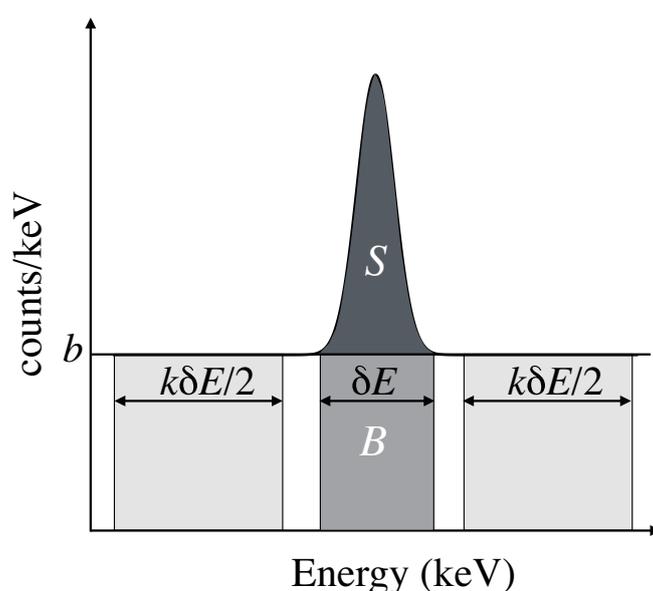


図 2.1 スペクトル線のポアソン統計で決まる S/N 比を議論するための理想化したスペクトル。S、B はそれぞれ信号となる線スペクトルの強度とバックグラウンドである。スペクトルの両側の二つの領域は B の推定値 \bar{B} を求めるために使用するスペクトルの領域である。

ここで、 \bar{B} はエネルギー幅 δE に含まれるバックグラウンドの推定値であるが、これは、線スペクトルのまわりのスペクトルから推定する必要がある。図 2.1 では、バックグラウンドは一定と考えて良いので、線スペクトルの両側の合わせて、 $k\delta E$ に相当するエネルギー幅のスペクトルから推定するものとする。

推定値 \bar{S} のポアソン統計による揺らぎを、 $\sigma(S)$ とすると

$$\sigma(S)^2 = S + B + \sigma(B)^2 \quad (2.2)$$

である。ここで、 $\sigma(B)$ は推定値 \bar{B} に対するポアソン統計による揺らぎであり、

$$\sigma(B)^2 = \frac{B}{k} \quad (2.3)$$

である。従って、S/N 比は、

$$S/N = \frac{S}{\sqrt{S + B(1 + \epsilon)}} \quad (2.4)$$

とかける。ここで、

$$\epsilon = \frac{1}{k} \quad (2.5)$$

である。S/N 比はさらに

$$S/N = \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{1 + \frac{\Delta E}{\delta W} a(1 + \epsilon)}} \quad (2.6)$$

と書き直すことができる。ここで、 b を counts/keV の単位でのバックグラウンドレベルとして (従って、 $B = b\delta E$)、 δW は、

$$\delta W = \frac{S}{b} \quad (2.7)$$

と定義される、天文学において、線スペクトルの等価幅と呼ばれる量である。すなわち、線スペクトルのカウント数と、バックグラウンドのカウント数が同じになるエネルギー幅である。また、 ΔE を検出器エネルギー分解能の半値幅 (FWHM) として、

$$\delta E = a\Delta E \quad (2.8)$$

と書いた。従って、S/N 比は信号のポアソン統計 \sqrt{S} に加えて、線スペクトルの等価幅とエネルギー分解能の比で決まることになる。

$a(1 + \epsilon)$ は 1 のオーダーの定数であるので、等価幅に比べて検出器のエネルギー分解能が高い (つまり、 ΔE が小さい) 場合には、バックグラウンドは無視することができて (つまり $S \gg B$ である)

$$S/N \sim \sqrt{S} \quad (2.9)$$

である。これは X 線天文学においては、photon limit と呼ばれる場合である。等価幅に比べて検出器のエネルギー分解能が高い場合には、S/N 比は、その比の分だけ悪化する。

$$S/N \sim \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{\frac{\Delta E}{\delta W} a(1 + \epsilon)}} \quad (2.10)$$

これは background limit と呼ばれる。

実際に実験で得られるスペクトルは複雑な形をしており、なんらかのモデルフィットを行なってバックグラウンドと線スペクトルを分離する必要がある。その場合でも、本質的には上記の議論と同様に、統計的な揺らぎがモデルパラメータの推定値にはいつてくるはずであり、S/N 比は、 S 、 ΔE 、 δW に対して式 (2.6) と同じ依存性を持つはずである。その際、 $a(1 + \epsilon)$ に相当する値は、バックグラウンドのエネルギー依存性、複数の線スペクトルがある場合には

それらがどのくらい混んで存在しているかなどに依存するが、いずれにしても1のオーダーの量である。以下では、簡単のため、この fudge factor を 2.5 ($a = 2, k = 4$ に相当) とおいて議論する。すなわち、

$$S/N = \frac{S}{\sqrt{S + b\Delta E\eta}}, \quad \eta = 2.5 \quad (2.11)$$

とする。

2.2 太陽アクシオン検出の S/N 比

^{57}Fe による太陽アクシオンの変換レートは、[12] により

$$R = 3 \times 10^2 \text{ day}^{-1} \text{ kg}^{-1} \left(\frac{10^6 \text{ GeV}}{f_a} \right)^4 C^4 \quad (2.12)$$

と与えられる。ここで、

$$C = 1.9 \frac{3F - D + 2S}{3} + (D + F) \frac{1 - z}{1 + z} \quad (2.13)$$

であり、ここでは、 $D = 0.77, F = 0.48, S = 0.68, z = 0.56$ とする。また、 f_a はアクシオンの coupling energy であり、QCD アクシオンでは質量と以下のように結びついている。

$$m_a = 1 \text{ eV} \frac{\sqrt{z}}{1 + z} \frac{1.3 \times 10^7 \text{ GeV}}{f_a} \quad (2.14)$$

観測時間を T 、変換物質の質量を M 、検出効率を α 、とすると、

$$S = RTM\alpha \quad (2.15)$$

である。薄膜の検出器ではバックグラウンドレートは検出面積に比例するので、単位エネルギー、単位時間、単位面積当たりのバックグラウンドレートを β とすると、

$$b = \frac{\beta TM}{t} \quad (2.16)$$

と書ける。ここで、変換物質の厚みを t とした。

S/N 比が3になる R は、式 (2.11) から S を解いて、

$$R = \frac{\sqrt{9\beta\eta TM\Delta E/t + (9/2)^2} + 9/2}{TM\alpha} \quad (2.17)$$

と表される。 $9\beta TM\Delta E/t \ll (9/2)^2$ の場合は、photon limit であり、S/N 比が3になる R は、変換物質の質量と観測時間に反比例して小さくなる。つまり、これらに比例して感度が高くなる。一方、 $9\beta TM\Delta E/t \gg (9/2)^2$ の場合には background limit であり、感度は変換物質の質量と観測時間それぞれのルートに比例する。

[14] を見ると、半導体検出器を使った実験では background limit になっていることがわかる。一方、マイクロカロリメータを使うと ΔE が小さいことから photon limit にすることができる可能性がある。マイクロカロリメータを使う場合には、半導体検出器に比べて α を大きくできるが、 M は小さくなる。しかし、photon limit では、 $9\beta\eta TM\Delta E/t$ の項が、 $(9/2)^2$ に比べて無視できるほど小さいので、background limit よりも感度が高く、また α が大きい方が感度も高い。これらによって M の小ささを補うことができると期待される。

一方、マイクロカロリメータの高いエネルギー分解能を維持しつつ、大きな M を実現するには、ピクセル化による分割が必須となる。実験としては、同じ M で分割数が少ない方が簡単になる。しかし、そのためにピクセルが大きくなりエネルギー分解能が低下するので、ピクセルの大きさとの間でトレードオフが必要となる。マイクロカロリメータの理想的なエネルギー分解能は

$$\Delta E = 2.35\xi\sqrt{CT^2k_B} \quad (2.18)$$

で与えられる。ここで、 T, k_B はそれぞれ、マイクロカロリメータの動作温度とボルツマン定数、また、 ξ はマイクロカロリメータを構成する材料の熱伝導度の温度依存性などで決まる 1 のオーダーのパラメータである。 C は動作点でのマイクロカロリメータの熱容量であるので、ピクセル数を n とすれば、 $C \propto M/n$ である。従って、 p をある定数として

$$R = \frac{\sqrt{9\beta\eta TM^{3/2}pt^{-1}n^{-1/2} + (9/2)^2} + 9/2}{TM\alpha} \quad (2.19)$$

となり、background limit では R は $M^{-1/4}$ となる。つまり、エネルギー分解能を犠牲にして質量を大きくした方がよい、ということの意味する。しかし、現実的なエネルギー分解能には式 (2.18) 以外の要素も寄与し、特に、素子が大きい場合には、エネルギー量子を吸収した後に TES に熱が伝わるまでの時間が、TES と熱リンクの熱伝導度と電熱フィードバックで決まる素子本来のパルス波形の長さ（次章参照）に比べて無視できなくなると、信号波形のエネルギー量子の吸収位置依存性、パルス高さが低くなることによる S/N の低下によって、エネルギー分解能は急激に劣化する。素子の大きさを L として、この要因によるエネルギー分解能の悪化を $\Delta E \propto L^\gamma$ とおくと、熱伝導の時間尺度は $\propto L^2$ であるので、 $\gamma > 2$ であると予想される。従って、

$$R = \frac{\sqrt{9\beta\eta T M t^{-1} [p^2(M/n) + q^2(M/n)^\gamma]^{1/2} + (9/2)^2} + 9/2}{TM\alpha} \quad (2.20)$$

と予想され、 $(M/n)^\gamma$ の項が効き始める M/n よりも少し小さいところに、background limit の場合のエネルギー分解能と変換物質質量の最適な値が存在するはずである。

鉄を量子エネルギー変換物質として用いた TES 型マイクロカロリメータは前例がなく、エネルギー分解能の素子の大きさへの依存性は、最終的には素子を試作して確認する必要がある。本論文では、その前のステップとして、鉄の極低温物性値の文献データに基づいて、TES 型マイクロカロリメータの応答を熱シミュレーションにより確認する。次に、そのシミュレーション結果を、TES 型マイクロカロリメータの設計にフィードバックしてプロセス設計を行う。これらに先立って、本章の残りの部分で、これまでの議論に基づいた簡単な感度見積もりを行う。

2.3 太陽アクシオン探査の感度の見積もり例

金を X 線吸収体（X 線量子エネルギーの変換物質）として用いた X 線マイクロカロリメータでは、吸収体の大きさが $200\mu\text{m}$ 程度までは、X 線吸収位置依存性によるエネルギー分解能の低下は見えない。一方、鉄は金に比べて、比熱が大きくかつ熱伝導度も低い。そこで、1 ピクセルあたりの変換物質の大きさを、 $100\mu\text{m}$ 角と $150\mu\text{m}$ 角の場合を考え、どちらも厚さは $10\mu\text{m}$ とする。この時エネルギー分解能を、

$$\Delta E = \sqrt{(7 \text{ eV})^2(L/100\mu\text{m})^2 + (7 \text{ eV})^2(L/100\mu\text{m})^8} \quad (2.21)$$

とモデル化する。

実験室での我々の TES 型マイクロカロリメータの測定実績では、バックグラウンドレートは、 5.8×10^{-2} c/s/cm²/keV である。しかし、anti-coincidence detector を備えた衛星用 X 線マイクロカロリメータ (XRS) では、 2.0×10^{-3} c/s/cm²/keV が達成されている (Kelley et al. 2007 [7])。そこで、anti-coincidence detector を備えることを前提とした、大きめの値として、 1×10^{-2} c/s/cm²/keV を設定する。以上のパラメータを用いて、 $100\mu\text{m}$ 角と $150\mu\text{m}$ 角の素子の感度を見積もった結果を図 2.2 に示す。 $100\mu\text{m}$ 角については、XRS と同等までバックグラウンドを下げた場合（ノミナルモデルの 20%）も示した。

現在、我々の研究室が物質・材料研究機構 (NIMS) などと共同開発した X 線マイクロ分析用の TES 型 X 線マイクロカロリメータシステムでは 64 画素の読み出し系を実現している。そこで、64 画素の素子の実現性は非常に高いと考えて、最小画素数を 64 とした。一方、2028 年の打ち上げをめざして開発がすすんでいる ATENA 衛星の TES 型 X 線マイクロカロリメータを用いた観測装置では MHz 帯の周波数多重化により 3000 画素を読み出そうとしている。さら

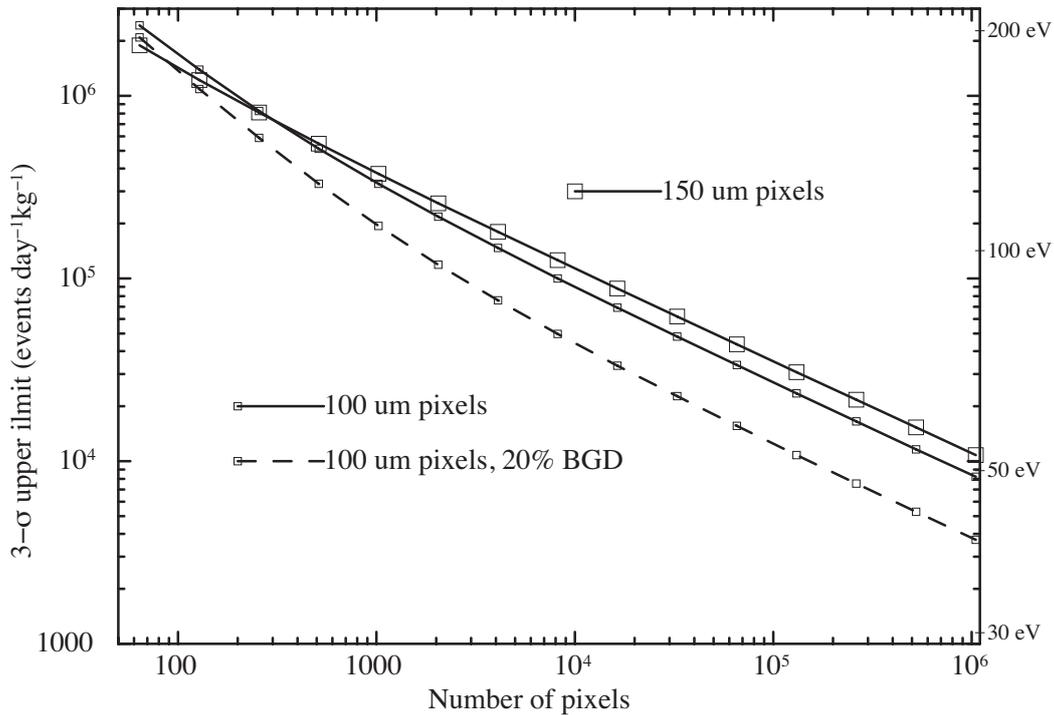


図 2.2 本節で仮定したモデルパラメータによる太陽アクシオンの $3-\sigma$ 検出限界の見積もり例。縦軸右側にそれをアクシオン質量 m_a に焼き直した値も示した。100 μm 角のピクセルで 64 ピクセルの場合は photon limit であるが、素子数が増えると background limit に近づき、ピクセル数が増えた際の検出限界は下がり方が次第に緩やかになる。64 ピクセルの素子で、現状のベストの値である $m_a < 251$ eV 程度、あるいは、それよりも高い感度を実現できる可能性があることを示唆している。

に、我々の研究室が産業技術総合研究所 (AIST) とさらに将来の宇宙 X 線観測をめざして共同で研究しているマイクロ波を用いた信号多重化システムでは、100k 画素以上をめざしている。そこで、素子数の範囲として、最大 1M 画素までを考慮した。

100 μm 角画素の場合は、ノミナルモデルのバックグラウンドの場合も 64 画素では photon limit になっており、 $3-\sigma$ 限界は、画素数 n の増加とともに、 $1/n$ に比例して小さくなる。しかし、 n が大きくなると background limit になり、 $3-\sigma$ 限界の下がり方はゆっくりになる。150 μm 角画素の場合は、64 画素においても background limit であるが、 M が大きい分だけ、同じバックグラウンドレートの 100 μm 角画素よりも感度が高いことがわかる。この時の感度は、アクシオンの下限質量としては 200eV に相当し、これまでの最良の値である 251eV よりもよい値が得られると予想される。

以上の結果から、より具体的な素子の設計を進めて、より詳細な検討を行う価値が十分にあると結論する。

第 3 章

量子マイクロカロリメータの原理

3.1 量子マイクロカロリメータとは

量子マイクロカロリメータは、入射したエネルギー量子、たとえば光子 1 個 1 個のエネルギーを、素子の温度上昇により測定する検出器である。極低温 (~ 0.1 K) で動作させて熱雑音を小さくすることで高いエネルギー分解能を達成することができる。エネルギー量子を熱に変換する変換物質を、エネルギー量子の種類にあわせた適切なものにするによって、様々なエネルギー量子の検出が可能である。可視光からガンマ線までの電磁波や、beta decay による電子など、様々な応用に使用されている。その中で X 線は重要な対象であり、我々の研究室では X 線を中心に研究してきた。本修論で対象とするのはアクシオンであるが、エネルギー量子の大きさは 14.4keV であり X 線領域に近い。そこで、本節では、X 線をエネルギー量子とするマイクロカロリメータについてその測定原理、雑音などをレビューする。

X 線マイクロカロリメータは、図 3.1 に示すような吸収体、ピクセル、温度計、サーマルリンク、熱浴から成る。吸収体に入射した X 線光子は光電効果によって吸収され、そのエネルギーが熱に変わる。入射エネルギー E に対する素子の温度変化は、カロリメータピクセルの熱容量を C として、

$$\Delta T = \frac{E}{C} \quad (3.1)$$

と書ける。この微小な温度変化を、温度計の抵抗値の変化として測定する。カロリメータピクセルは、熱浴と弱いサーマルリンクによってつながっているため、吸収体で生じた熱はサーマルリンクを通して熱浴に逃げて行き、ゆっくりと

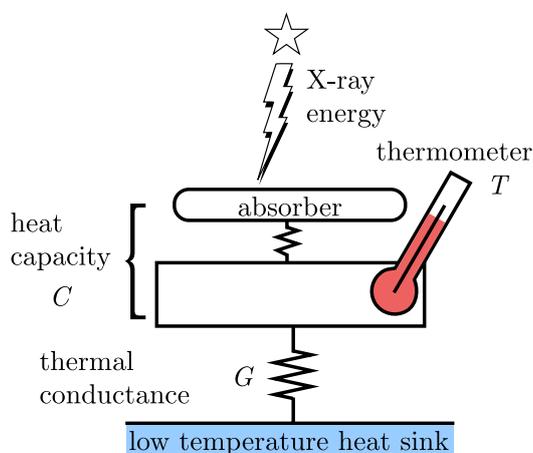


図 3.1 X 線マイクロカロリメータの構造

元の定常状態に戻る。これは、

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -G\Delta T \quad (3.2)$$

のように表される。ただし、 G はサーマルリンクの熱伝導度である。したがって、素子の温度上昇は時定数

$$\tau_0 = \frac{C}{G} \quad (3.3)$$

で指数関数的に減衰していく。

X線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は素子の熱揺らぎによって制限される。カロリメータピクセル中のフォノン数は $N \sim CT/k_B T = C/k_B$ と書けるので、素子の熱揺らぎは、

$$\Delta U \sim \sqrt{N} k_B T = \sqrt{k_B T^2 C}. \quad (3.4)$$

となる。3.5節で導くように、より一般的には、X線マイクロカロリメータの intrinsic なエネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35\xi \sqrt{k_B T^2 C} \quad (3.5)$$

と書ける [13]。ただし、 ξ は温度計の感度や動作条件などによって決まるパラメータである。熱容量の温度依存性を考慮すると、エネルギー分解能は温度に強く依存し、極低温 (~ 0.1 K) で非常に高いエネルギー分解能が達成されることがわかる。

3.1.1 温度計

温度計は、半導体や金属の抵抗値が温度に依存して変化することを利用したものである。温度計の感度 α (無次元) を、

$$\alpha \equiv \frac{d \log R}{d \log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \quad (3.6)$$

と定義する。ただし、 T は温度計の温度、 R はその抵抗値である。

温度計の感度 α を大きくすれば、カロリメータのエネルギー分解能を改善することができる。半導体温度計を用いた XRS では $|\alpha| \sim 6$ であるが、次に述べる超伝導遷移端を利用した温度計 TES を用いれば、感度 α を非常に大きくすることができる。

3.2 遷移端温度計 (TES: Transition edge sensor)

遷移端温度計 (Transition Edge Sensor) とは、超伝導-常伝導遷移端の急激な抵抗変化を利用した温度計である。超伝導遷移は典型的には数 mK という非常に狭い温度範囲で起こり (図 3.2)、(3.6) 式で定義される温度計の感度 α は 1000 にも達する。そのため、TES を用いたカロリメータは従来の半導体温度計のカロリメータに比べ、原理的には 1 桁以上もエネルギー分解能を改善することが可能である。それゆえ、TES カロリメータでは吸収体の熱容量の大きさに対するマージンが大きくなり、熱化の早い常伝導金属を使用したり、大きな吸収体を用いて受光面積を増やすといったことも可能になる。

TES を用いる場合、カロリメータの動作温度は TES の遷移温度に保たなければならない。そのため、動作温度は TES の遷移温度によって決まってしまう。しかし、TES を二層薄膜にすることで近接効果 (proximity effect) によって臨界温度をコントロールすることが可能である。近接効果とは、超伝導体に常伝導体を接触させるとクーパー対が常伝導体に漏れ出し、膜厚の比に依存して超伝導体の臨界温度が下がる効果である。

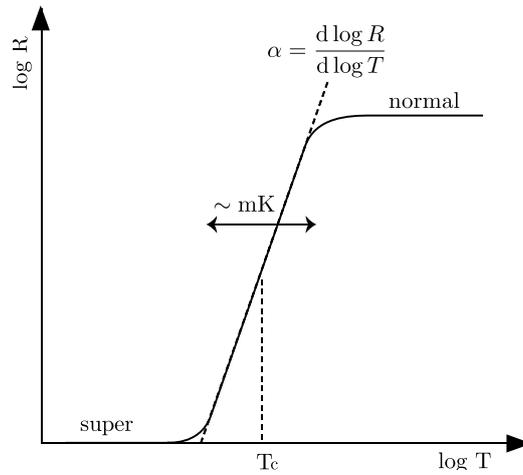


図 3.2 超伝導遷移端

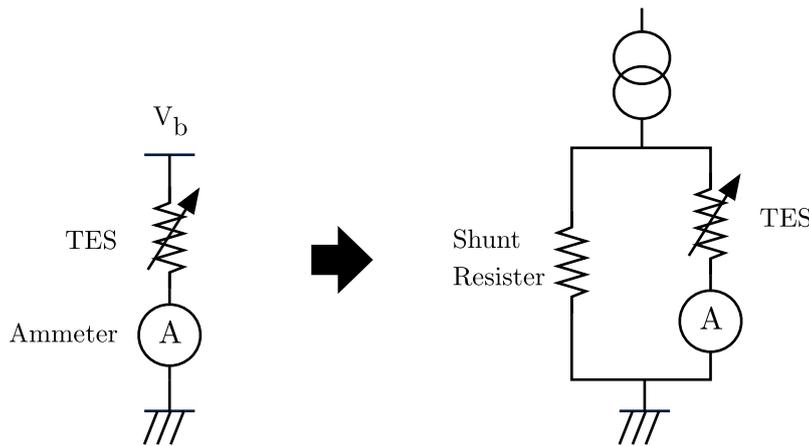


図 3.3 (左) 定電圧バイアス、(右) シャント抵抗を使って疑似的に作る定電圧バイアス

3.3 電熱フィードバック (ETF: Electro-thermal feedback)

TES は温度計として非常に高い感度を持っているが、感度を持つ温度域が非常に狭い ($\sim \text{mK}$) ため、動作点を吸収端中に保つ必要がある。これは TES を定電圧バイアスで動作させ、強いフィードバックをかけることで実現する。これを電熱フィードバック (ETF: Electro-Thermal Feedback) と呼ぶ [6]。

この節では電熱フィードバック中でのカロリメータの動作について述べる。

3.3.1 電熱フィードバックのもとでの温度変化に対する応答

図 3.3 左に示すような定電圧バイアスで TES を動作させた場合を考える。熱入力によって温度が上昇すると、TES の抵抗値は急激に増加する。定電圧なので電流は減少し、ジュール発熱も減少する。このように、熱入力を打ち消す方向にジュール発熱量が急激に変化して負のフィードバックが働くので、素子の温度も安定に保たれる。実際には室温が

らの配線抵抗があるため、TES と並列にシャント抵抗をつないで疑似的に定電圧バイアスを実現する (図 3.3 右)。以下では理想的な定電圧バイアスで動作しているものとする。

熱伝導度は

$$G \equiv dP/dT \quad (3.7)$$

で定義される。一般的に熱伝導度は温度依存性を持ち、

$$G = G_0 T^{n-1} \quad (3.8)$$

と温度に対するべき n を用いて表される。電子が熱伝導度を担う場合 $n = 2$ 、格子振動が熱伝導度を担う場合 $n = 4$ となる。熱浴と TES との間の熱伝導度を考える。一般に $T \gg T_{\text{bath}}$ であるので、熱浴との熱伝導度による熱の流れは

$$P = \int_{T_{\text{bath}}}^T G dT = \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (3.9)$$

と (3.7) 式を積分して計算できる。

平衡状態では、TES の温度を T_0 として、TES におけるジュール発熱 $P_b \equiv V_b^2/R_0$ とカロリメータピクセルから熱浴へ流れる熱量とがつり合っているので、

$$P_b = \frac{G_0}{n} (T_0^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (3.10)$$

と書ける。ただし、 V_b はバイアス電圧、 G_0 は $G = G_0 T^{n-1}$ を満たす定数 (G は熱伝導度)、 R_0 は動作点での TES の抵抗値、 T_{bath} は熱浴の温度である。

微小な温度上昇 $\Delta T \equiv T - T_0$ によって素子の温度が T になった場合、内部エネルギーの変化は熱の収支に等しいので、

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{V_b^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (3.11)$$

が成り立つ。温度上昇 ΔT は 1 次の近似で、

$$C \frac{d\Delta T}{dt} \simeq -\frac{V_b^2}{R_0^2} \Delta R - G_0 T^{n-1} \Delta T \quad (3.12)$$

$$= \frac{P_b \alpha}{T} \Delta T - G \Delta T \quad (3.13)$$

となる。最後の項の G は TES の温度 T での熱伝導度 $G(T)$ を表す。以後単に G と書いた場合は TES の温度 T での熱伝導度を表すこととする。(3.12) 式の解は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (3.14)$$

と書ける。ただし、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{C/G}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (3.15)$$

$$= \frac{\tau_0}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (3.16)$$

は有効時定数である。(3.10) 式、(3.16) 式より、 τ_{eff} は

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{T}\right)^n\right)} \quad (3.17)$$

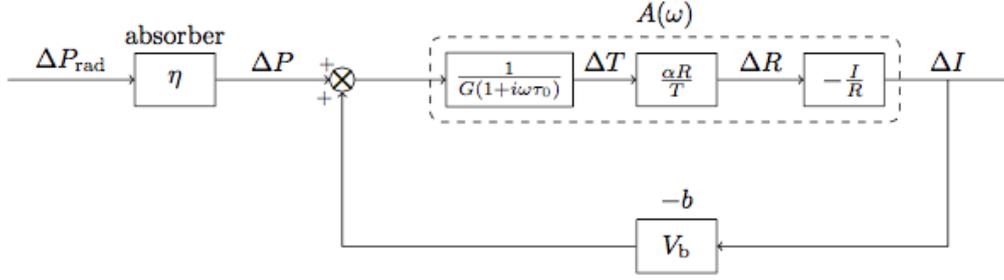


図 3.4 電熱フィードバックのダイアグラム

のように書ける。さらに、熱浴の温度が TES の温度よりも十分に低い場合 ($T_{\text{bath}}^n \ll T^n$) は、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \quad (3.18)$$

$$\approx \frac{n}{\alpha} \tau_0 \quad (3.19)$$

と近似できる。ただし、(3.19) 式は $\alpha/n \gg 1$ の場合である。このように、 α が大きい場合は、電熱フィードバックによって応答速度が非常に速くなることがわかる。また、X 線のエネルギーは電流値の変化として読み出され、

$$\Delta I = \frac{V_b}{R(T_0 + \Delta T)} - \frac{V_b}{R(T_0)} \quad (3.20)$$

$$\simeq -\frac{\Delta R}{R} I \quad (3.21)$$

$$\simeq -\alpha \frac{E}{CT} I \quad (3.22)$$

となる。

3.3.2 電熱フィードバックの一般論と電流応答性

定電圧バイアスで動作するカロリメータに、時間に依存する微小なパワー $\delta P e^{i\omega t}$ が入射したときの応答について考える。系の応答は線型であり、入射 $\delta P e^{i\omega t}$ に対する温度変化は $\delta T e^{i\omega t}$ で表されるとする。フィードバックがかかっていないときは、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (3.23)$$

が成り立つ。ただし、 P_{bgd} はバックグラウンドパワー、 \bar{G} は平均の熱伝導度である。定常状態では、

$$P_{\text{bgd}} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) \quad (3.24)$$

である。(3.23) 式と (3.24) 式から、 δT は δP を用いて

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \delta P \quad (3.25)$$

と表される。ここで、 $\tau_0 \equiv C/G$ は系の固有時定数である。

電熱フィードバックがかかった状態では、エネルギー保存の式は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + P_b + \delta P_b e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (3.26)$$

となる。また、定電圧バイアスでは以下の関係が成り立つ。

$$\delta P_b e^{i\omega t} = \frac{dP_b}{dI} \delta I e^{i\omega t} = V_b \delta I e^{i\omega t} \quad (3.27)$$

$$\delta I e^{i\omega t} = \frac{dI}{dR} \delta R e^{i\omega t} = \frac{d}{dR} \left(\frac{V_b}{R} \right) \delta R e^{i\omega t} = -\frac{V_b}{R^2} \delta R e^{i\omega t} \quad (3.28)$$

$$\delta R e^{i\omega t} = \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \alpha \frac{R}{T} \delta T e^{i\omega t} \quad (3.29)$$

これらを使うと (3.26) 式は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + \frac{V_b^2}{R} - \frac{V_b^2}{R^2} \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G \delta T e^{i\omega t} + i\omega C \delta T e^{i\omega t} \quad (3.30)$$

と書き換えられる。(3.30) 式の解は、

$$\delta T e^{i\omega t} = \frac{1}{\alpha \frac{P_b}{T} + G + i\omega C} \delta P e^{i\omega t} \quad (3.31)$$

$$= \frac{1}{G} \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_b}{GT}} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \delta P e^{i\omega t} \quad (3.32)$$

ここで、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_b}{GT}} \frac{C}{G} \quad (3.33)$$

は、電熱フィードバックがかかった状態での実効的な時定数である。

一般的なフィードバックの理論に当てはめると、電熱フィードバックの系は図 3.4 のように表すことができる。フィードバック量 b と系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ はそれぞれ

$$b = -V_b \quad (3.34)$$

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \times \alpha \frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R} \right) \times (-V_b) = \frac{\alpha P_b}{GT} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1 + i\omega\tau_0} \quad (3.35)$$

と書ける。ただし、

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{\alpha P_b}{GT} \quad (3.36)$$

は、周波数 0 でのループゲインである。ループを閉じた場合の伝達関数

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P} \quad (3.37)$$

は $\mathcal{L}(\omega)$ を使って、

$$S_I(\omega) = \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \quad (3.38)$$

$$= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_0} \quad (3.39)$$

$$= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (3.40)$$

と書ける。ただし、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau}{\mathcal{L}_0 + 1} \quad (3.41)$$

である。ループゲインが十分に大きい場合 ($\mathcal{L}_0 \gg 1$) は、

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V_b} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (3.42)$$

となる。さらに $\omega \ll 1/\tau_{\text{eff}}$ を満たす周波数範囲では、

$$S_I = -\frac{1}{V_b} \quad (3.43)$$

と表され、電圧 V_b の逆数になる。 $S_I(\omega)$ のことを特に電流応答性 (current responsivity) と呼ぶことがある。

入力 $P(t) = E\delta(t)$ に対する応答は、以下のように計算される。角周波数空間 ($-\infty < \omega < +\infty$) での入力は、

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t)e^{i\omega t} dt \quad (3.44)$$

$$= \frac{E}{2\pi} \quad (3.45)$$

であるので、出力はそれに電流応答性をかけて、

$$I(\omega) = S_I(\omega)P(\omega) \quad (3.46)$$

$$= -\frac{E}{2\pi V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (3.47)$$

と表される。これを逆フーリエ変換して時間軸に戻すと

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.48)$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \frac{E}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \quad (3.49)$$

$$= -\frac{E}{V_b\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (3.50)$$

$$= -\frac{\alpha E}{CT} I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (3.51)$$

なり、(3.22) 式と一致する。ただし、 I_0 は平衡状態で TES を流れる電流である。一方、入力 $P(t) = E\delta(t)$ による温度上昇は周波数空間で

$$\Delta T(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} P(\omega) \quad (3.52)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (3.53)$$

と書けるので、時間軸に直すと

$$\Delta T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (3.54)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \quad (3.55)$$

$$= \frac{E}{G\tau_{\text{eff}}} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (3.56)$$

$$= \frac{E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (3.57)$$

である。

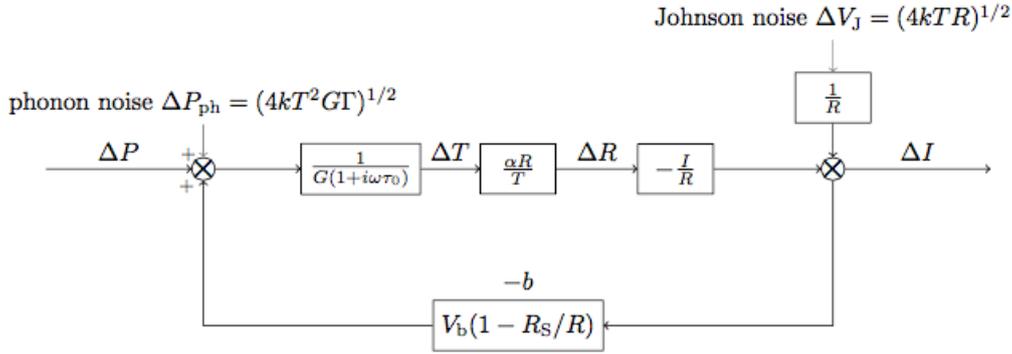


図 3.5 ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム

ループゲイン \mathcal{L}_0 が一定とみなせる時、(3.50) 式より

$$\int V_b I(t) dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} E \tag{3.58}$$

したがって、X 線入射に伴うジュール発熱の積分量は入射エネルギー E に比例する。入射エネルギーのうち $\mathcal{L}_0/(\mathcal{L}_0+1)$ はジュール発熱の変化で補償され、 $1/(\mathcal{L}_0 + 1)$ が熱浴に逃げていくことになる。特に $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は X 線入射に伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

3.4 固有ノイズ

エネルギー分解能を見積もるためにはノイズレベルを評価しなければならない。ノイズには、バックグラウンドの放射、熱浴の温度揺らぎ、外部磁場、 $1/f$ ノイズ、rf ノイズなど様々な起源のものが存在する。その中でも、ジョンソンノイズとフォノンノイズは X 線マイクロカロメータを使う限り避けることができず、原理的なエネルギー分解能はこれらで制限される。また、前置アンプなどの読み出し系ノイズも大きく寄与することが多い。ここではジョンソンノイズとフォノンノイズについて述べる。なお、ここでは理想的な定電圧バイアスの場合を定式化する。

マイクロカロリメータには 2 種類の固有ノイズ源がある。1 つは、温度計の抵抗で発生するジョンソンノイズ、もう 1 つは熱浴との熱伝導度が有限であるために発生する熱揺らぎ (フォノンノイズ) である。図 3.5 は、これらのノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラムである。フォノンノイズは熱起源であるので、信号と同じ部分に入力される。これに対して、ジョンソンノイズはカロリメータの抵抗に起因するため、フォノンノイズとは伝達の仕方が異なる。微小な熱揺らぎ δP_{ph} がもたらす電流の揺らぎは、

$$\delta I_{\text{ph}} = -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta P_{\text{ph}} \tag{3.59}$$

$$= S_I \delta P_{\text{ph}} \tag{3.60}$$

である。これより、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\text{ph}}^2 = |S_I|^2 \delta P_{\text{ph}}^2 \tag{3.61}$$

$$= \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \delta P_{\text{ph}}^2 \tag{3.62}$$

となる。[11]によると、フォノンノイズのパワースペクトル密度は $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\delta P_n^2 = 4k_B G T^2 \frac{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{t\kappa(t)}{T\kappa(T)} \right)^2 dt}{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{\kappa(t)}{\kappa(T)} \right) dt} \quad (3.63)$$

$$\equiv 4k_B G T^2 \Gamma \quad (3.64)$$

と表される。ただし、 $\kappa(T)$ はサーマルリンクを構成する物質の熱伝導率である。 $\theta \equiv T_{\text{bath}}/T$ とし、 $\kappa(T)$ は $\kappa(T) = \kappa(T_{\text{bath}})\theta^{-(n-1)}$ と表されると仮定すると、 Γ は、

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1} \frac{1-\theta^{(2n+1)}}{1-\theta^n} \quad (3.65)$$

となる。(3.64) 式を (3.62) 式に代入すると、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\text{ph}}^2 = 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \quad (3.66)$$

$$= \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (3.67)$$

$$= \frac{4k_B G T^2 \Gamma}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (3.68)$$

と表される。

一方、ジョンソンノイズ δV_J による電流の揺らぎ δI_J^0 は、

$$\delta I_J^0 = \frac{\delta V_J}{R} \quad (3.69)$$

であり、この揺らぎが系に入力されると、出力の揺らぎは、

$$\delta I_J = \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta I_J^0 \quad (3.70)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_J}{R} \quad (3.71)$$

$$= \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_J}{R} \quad (3.72)$$

となる。ジョンソンノイズの電圧密度は $0 \leq f < \infty$ 空間では $\delta V_J^2 = 4k_B T R$ と与えられるので、出力電流密度は

$$\delta I_J^2 = \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \left| \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \right|^2 \quad (3.73)$$

$$= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (3.74)$$

$$= \begin{cases} \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{4k_B T}{R} & \text{if } \omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1} \end{cases} \quad (3.75)$$

となる。これより、 $\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲では、ジョンソンノイズは電熱フィードバックによって抑制され、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$

の周波数範囲では元の値に戻ることがわかる。これら全ての電流密度は自乗和によって与えられ、 $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\delta I^2 = \delta I_J^2 + \delta I_{\text{ph}}^2 \quad (3.76)$$

$$= \frac{4k_B T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} + 4k_B G T^2 \Gamma \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (3.77)$$

$$= \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \Gamma \alpha \mathcal{L}_0}{(\mathcal{L}_0 + 1)^2 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \quad (3.78)$$

となる。これは、強い電熱フィードバックの極限では、

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T n/2 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2}{R} \quad (3.79)$$

となる。図 3.6 にノイズ電流密度と信号の周波数特性を示す。フォノンノイズとジョンソンノイズの関係を見るために両者の比をとると、

$$\frac{\delta I_{\text{ph}}^2}{\delta I_J^2} = \frac{\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad (3.80)$$

したがって、低い周波数ではジョンソンノイズが抑制され、フォノンノイズが $\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma$ 倍大きい。 $\omega > \tau_0^{-1}$ ではジョンソンノイズの寄与が大きくなりはじめ、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ ではジョンソンノイズが支配的になる。一方、パルスとフォノンノイズの比は

$$\frac{\delta P_{\text{signal}}^2}{\delta P_n} = \frac{2E^2}{4k_B G T^2 \Gamma} \quad (3.81)$$

となり、周波数に依存しない。これは両者がまったく同じ周波数依存性を持つためである。

(3.40) 式と (3.75) 式より、ジョンソンノイズは電流応答性 S_I を用いて

$$\delta I_J^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2 (1 + \omega^2 \tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2} |S_I|^2 \quad (3.82)$$

とかける。(3.67) 式と (3.75) 式から、固有ノイズは

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} b^2 |S_I|^2 + 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \quad (3.83)$$

となる。雑音等価パワー (noise equivalent power) $\text{NEP}(f)$ は、信号のパワーと $\text{NEP}(f)$ の比が S/N 比となる値として定義され、

$$\text{NEP}(f)^2 = \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \quad (3.84)$$

と計算される。固有ノイズに対する $\text{NEP}(f)$ は

$$\text{NEP}(f)^2 = \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \quad (3.85)$$

$$= \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \left(1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} R G T^2 \Gamma \right) \quad (3.86)$$

$$= 4k_B T P_b \left(\frac{1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} + \frac{\alpha \Gamma}{\mathcal{L}_0} \right) \quad (3.87)$$

となる。

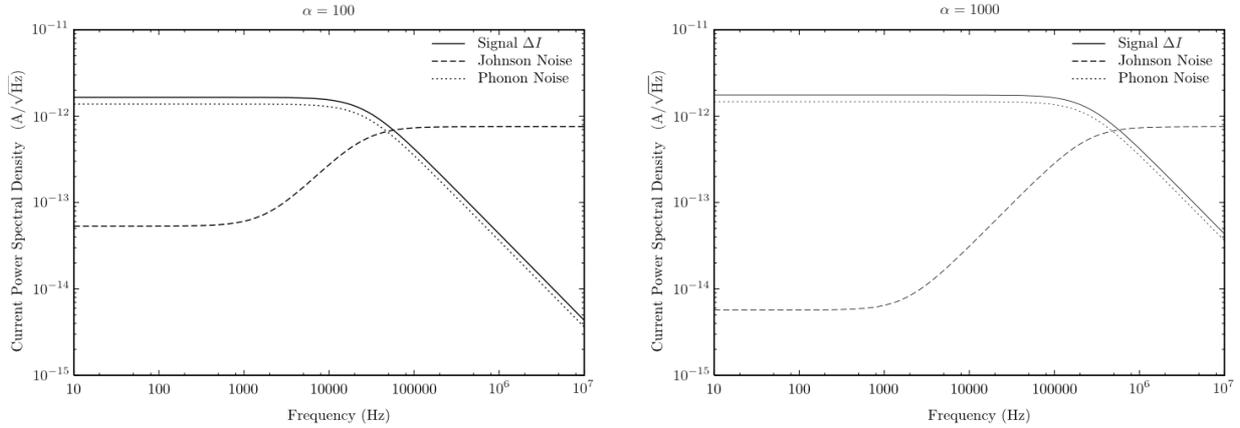


図 3.6 ノイズ電流密度。左は $\alpha = 100$ 、右は $\alpha = 1000$ の場合。実線が信号、破線がジョンソンノイズ、点線がフォノンノイズを表す。低い周波数では電熱フィードバックによってジョンソンノイズが抑制される。

3.5 最適フィルタとエネルギー分解能

X 線マイクロカロリメータは、原理的には非常に高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、実際にはパルス波形がノイズによって変形されるため単純にパルスのピーク値を取っただけではよい分解能が得られない。そこで、一般的には最適フィルタ処理を行うことにより、その誤差を小さくできると考えられている。最適フィルタ処理ではすべての X 線パルスが相似系であることを仮定して以下のようにエネルギーを決定する。

測定により得られたパルスを $D(t)$ とし、周波数空間では

$$D(f) = A \times M(f) + N(f) \tag{3.88}$$

のように表されるとする。ただし、 $M(f)$ と $N(f)$ はそれぞれ理想的なパルス（電流応答性 S_I と同等のもので、ここではモデルパルスと呼ぶ）とノイズのスペクトルであり、 A は振幅を表す。相似系を仮定しているため、パルスは $A \times M(f)$ と書ける。実際に得られたパルスとモデルパルスの差が小さくなるように、振幅 A の値を最小自乗法によって決定する。実際に得られたパルスとモデルパルスの差を、

$$\chi^2 \equiv \int \frac{|D(f) - A \times M(f)|^2}{|N(f)|^2} \tag{3.89}$$

と定義すると、 χ^2 を最小にする A は、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^* + D^*M}{2|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \tag{3.90}$$

で与えられる。 $D(f)$ と $M(f)$ は実関数のフーリエ成分であるから、 $D(-f) = D(f)^*$ 、 $M(-f) = M(f)^*$ を満たす。したがって、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(f)M(f)^*}{2|N|^2} df = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(-f)M(-f)^*}{2|N|^2} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(f)D(f)^*}{2|N|^2} df \tag{3.91}$$

が成り立つので、 A は

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^*}{|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \tag{3.92}$$

あるいは

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{M} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (3.93)$$

となる。(3.93)式から、 A はS/N比 $[M(f)/N(f)]^2$ を重みとした場合の $D(f)/M(f)$ の平均値になっていることがわかる。(3.93)式はさらに

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t) \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (3.94)$$

と変形できる。ただし、 \mathcal{F}^{-1} は逆フーリエ変換を表し、 $T(t) \equiv \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right)$ を最適フィルタのテンプレートと呼ぶことにする。したがって、テンプレートを用いるとパルスハイト H は

$$H = N \int_{-\infty}^{\infty} D(t) T(t) dt \quad (3.95)$$

あるいは離散的なデータ点に対して

$$H = N \sum_i D_i(t) T_i(t) \quad (3.96)$$

となる。ただし、 N は最適な規格化定数、 $D_i(t)$ と $T_i(t)$ はそれぞれデジタル化されたパルスデータとテンプレートである。最適フィルタテンプレートを作成するためのモデルパルスとしては、実際に得られたX線パルスの平均(平均パルスと呼ぶ)を用いればよい^{*1}。

最適フィルタ処理を施した場合のエネルギー分解能の限界(1σ エラー)は(3.89)式の χ^2 が最適値より1だけ増える A の変化分で計算でき、これは雑音等価パワーNEP(f)を用いて

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^{\infty} \frac{4df}{\text{NEP}^2(f)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.97)$$

と表される[13]。固有ノイズによるエネルギー分解能を計算する。(3.87)式を(3.97)式に代入するとエネルギー分解能は

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^{\infty} \frac{4df}{\frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} ((1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2) + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.98)$$

$$= \sqrt{\frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \tau_0 \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}} \quad (3.99)$$

$$= \sqrt{4k_B T^2 C \frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}} \quad (3.100)$$

となる。 ξ を

$$\xi \equiv 2 \sqrt{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\Gamma}{b^2} RGT\mathcal{L}_0^2}} \quad (3.101)$$

^{*1} 平均パルスを $M(f)$ として(3.94)式を計算すると、 $D(f) = M(f)$ の時に $A = 1$ となる。また、responsivityを $M(f)$ として(3.94)式を計算すると、 $D(f) = M(f)$ の時に $A =$ 入射エネルギーとなる。

と定義すると、エネルギー分解能は半値全幅 (FWHM) で

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35\xi\sqrt{k_{\text{B}}T^2C} \quad (3.102)$$

となる。(3.101) 式に (3.34) 式と (3.36) 式を代入すると、

$$\xi = 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\mathcal{L}_0}\sqrt{1 + \alpha\mathcal{L}_0\Gamma}} \quad (3.103)$$

のように書ける。 $T_{\text{bath}} \ll T$ の場合は、 $\Gamma \sim 1/2$ 、 $P_{\text{b}} \sim GT/n$ 、 $\mathcal{L}_0 \sim \alpha/n$ であり、 $\xi \simeq 2\sqrt{\sqrt{n/2}/\alpha}$ となる。 α が大きい場合は、固有ノイズによるエネルギー分解能は $\alpha^{-1/2}$ に比例して良くなることがわかる。例えば、 $\alpha \sim 1000$ では ξ が 0.1 以下にもなる。

実際は読み出し系ノイズ、熱浴の温度揺らぎ、これらとは別の原因不明なノイズなどによりエネルギー分解能が制限されることがあり、一般的にはエネルギー分解能は (3.102) 式とは異なる依存性を持つ。また、パルス波形がイベントごとにばらつく場合には、S/N 比から計算されるエネルギー分解能より実際のエネルギー分解能は悪化する。

第 4 章

TES 型マイクロカロリメータの概念設計

本章では、太陽アクシオン検出をめざした TES 型マイクロカロリメータの設計を検討する。そのために、まず、TES 型マイクロカロリメータの磁場への感受性について議論し、続いて、鉄の磁化の影響を避ける TES 型マイクロカロリメータの設計を考える。

4.1 TES 型マイクロカロリメータへの磁場の影響

超伝導薄膜を温度計として用いる TES 型マイクロカロリメータは、薄膜面の垂直方向成分で μT (10 mG) のオーダーの磁場に対して感度を持つ。これは以下の、二つの物理的なプロセスによるものである。まず、超伝導体の超伝導遷移特性は磁場による影響を受ける。磁場により TES の温度計としての特性が変化し、超伝導遷移温度が低下するとともに、遷移端の抵抗-温度特性が変化し、温度計感度に相当する $\alpha = d \ln R / d \ln T$ が小さくなる。次に、TES の両端には超伝導配線が接続している。TES 型マイクロカロリメータの動作中、TES は有限な抵抗を持っているので、配線-TES-配線の構造は、SNS 構造の Josephson junction となっている。このため、TES に磁場が印加されると Josephson 電流を生じて、それが雑音源となる。

図 4.1 に TES を極低温で動作させつつ、薄膜面の垂直方向に磁場を印加した場合 (a) と、水平方向に磁場を印加し

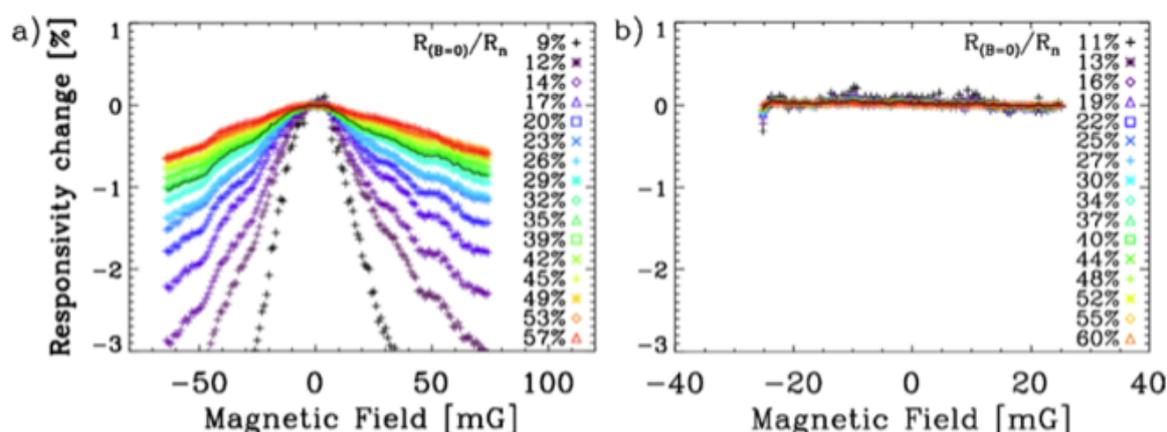


図 4.1 外部からの磁場印加に対する TES の電流応答の割合。左図 (a) が TES の薄膜面に対して垂直方向に、右図 (b) が水平方向に磁場を印加した場合を示す。マークの違いは TES の動作抵抗の違いを示す。ノーマル抵抗 ($R_n = 103 \text{ m}\Omega$) に対して 9–57% まで動作点を変化させている。標準的な動作点 ($R = 0.3R_n$) を黒線で示している。垂直方向にはどの動作点でも平均して 1.4%/10 mG 程度の変化があるのに対して、水平方向には磁場に対して電流の変化が見られない。[5, Fig.3].

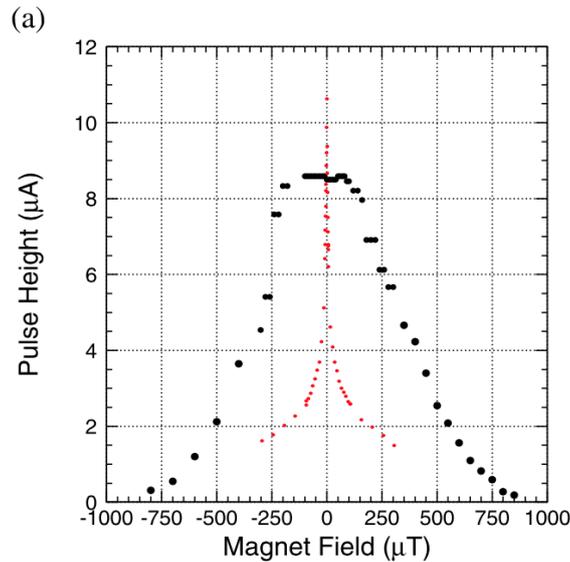


図 4.2 Mn-K α (5.9 keV) の X 線パルスハイトの磁場依存性。二つプロットは設計パラメータ (Ti/Au の厚み、大きさ、etc) の違いを示す。[21, Fig.3 (a)].

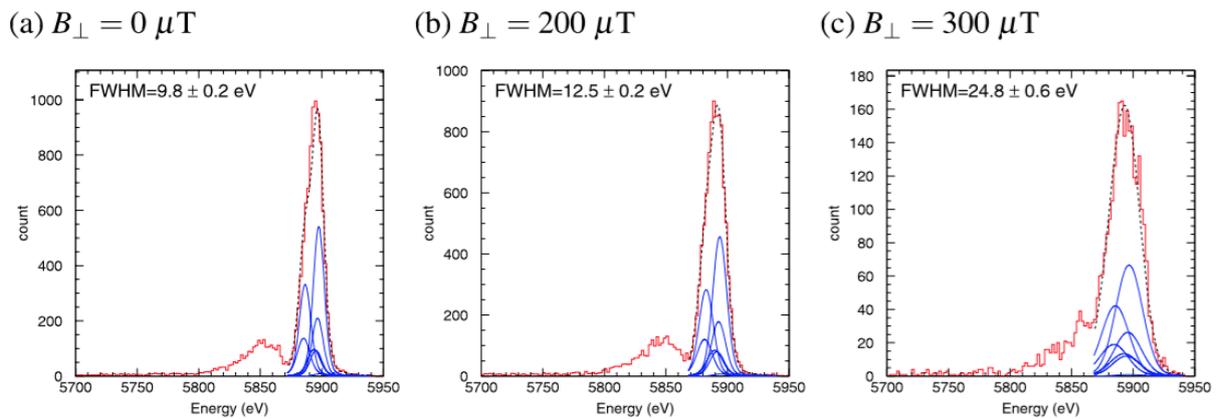


図 4.3 図 4.2 の黒プロットの TES マイクロカロリメータを用いた場合の Mn-K α (5.9 keV) のエネルギースペクトル。印加磁場の強度がそれぞれ (a) 0 μ T、(b) 200 μ T、(c) 300 μ T の場合を示す。赤線はデータ、青線は Mn-K α の微細構造を示している。微細構造を含めた fitting により決定したエネルギー分解能は FWHM でそれぞれ、9.8, 12.5, 24.8 eV であった [21, Fig.4].

た場合 (b) の、TES を流れる電流の変化の例を示す [5]。これは SPICA 衛星の SAFARI 検出器用の TES ボロメータであるが、TES としては我々の研究グループと同じ Ti/Au の二層薄膜を使用している。(a) の場合は 10 mG の磁場を印加すると電流値が 2% 変化するのに対し、(b) は ± 20 mG 程度の磁場に対して電流の変化は 0.2% 以下であった。[5] ではボロメータとしての応答特性の評価のため TES の一定の電流値に対しての変化分を評価しているが、カロリメータの場合はパルス波形の入力信号が来た場合の影響について評価する必要がある。

我々の研究グループが開発してきた Ti/Au の二相薄膜を使用した TES マイクロカロリメータについても、これまで磁場に対する応答が調べられてきた [21]。

Mn-K α (5.9 keV) の X 線の照射試験において、TES 電流のパルスハイトの磁場依存性を図に示す。[21] では設計の違う二つの TES マイクロカロリメータについて、それぞれ外部磁場がパルスハイトに及ぼす影響を比較しており、

どちらの場合でも $300 \mu\text{T}$ で TES の信号は半分以下になってしまっている。磁場のパルスハイトに及ぼす影響が小さい(図の黒のプロット)の TES を用いて、磁場強度が $0, 200, 300 \mu\text{T}$ の場合のエネルギースペクトラとエネルギー分解能を図 4.3 に示す。

エネルギースペクトルから推定したエネルギー分解能は、それぞれ (a) 9.8 eV 、(b) 12.5 eV 、(c) 24.8 eV であった。これは図 4.2 のパルスハイトの減少分とコンシステントな結果である。TES マイクロカロリメータの動作環境としては、極力磁場が無いことが望ましく、我々の研究グループの TES では 10 eV 以下の分解能を目指す場合は、 $100 \mu\text{T}$ 以下にする必要がある。

4.2 アクシオン吸収体 ^{57}Fe 磁化の TES への影響回避

本研究ではアクシオンの吸収体として ^{57}Fe を用いる。鉄は強磁性体であり、強磁性体は磁化 M が磁場の強さ H に対してヒステリシスを持つため、外部磁場が印加していない状態でも磁場を発生する。通常の X 線マイクロカロリメータでは、図 4.4 (a) のように X 線光子を熱に変換する変換物質である X 線吸収体を TES の上に直接とりつける。この方式では、次章で議論するように、TES が鉄から受ける磁場の強さは、TES の特性を大きく変化させるレベルである。TES の直上にある限り磁気シールドを用いることは不可能である。各ピクセルに個別にコイルを取り付けて、TES 上での磁場を積極的に打ち消す方法も考えられるが、ピクセル数が多くなるとその磁場の制御は難しくなる。そのため、本研究ではアクシオン吸収体に用いる Fe を TES から離れた位置において、熱バスを接続して、熱を TES に接続する方式(図 4.4 (b))を採用する。この方式であれば、必要であれば、Fe の周辺に磁気遮蔽物質を置くことも可能であろう。

この方式を採用する場合には、以下の点について詳細な検討が必要である。

1. TES が鉄の磁化の影響を受けないようにするためには、どれかの距離を離せばよいか。
2. 吸収体を TES の直上に設置した場合、吸収体で発生した熱は、かならず TES を通ってから、熱浴に逃げる。しかし、図 4.4 (b) のようにおいた場合は、熱の一部は熱リンクを通して直接熱浴に逃げることになる。これが大きいとパルスが小さくなりエネルギー分解能が低下する。また、熱浴への逃げ方に位置依存性がある場合は、パルス波形に位置依存性が生まれてエネルギー分解能の低下につながる。従って、なんらかの熱シミュレーションを行なって、エネルギー分解能への影響を検討するとともに、熱リンクの設計を最適化する必要がある。

上記の 1, 2 をそれぞれ次とその次の章でシミュレーションを行なって検討する。

4.3 Fe 物性値と熱容量の影響

TES 型 X 線マイクロカロリメータでは金を X 線吸収体として用いる。鉄は磁化を持つ、ということは、鉄は金にはない余分な自由度を持っていることを意味し、その自由度分だけ比熱が大きいことになる。マイクロカロリメータのエネルギー分解能は熱容量の $1/2$ 乗に比例するので、比熱が大きいと 10 eV を切るような高いエネルギー分解能は得られないことが懸念される。

本節では、物性値の中でもマイクロカロリメータの設計に重要な比熱と熱伝導度を文献値から調べ、熱容量から鉄を用いた場合の理想的なエネルギー分解能について議論する。

比熱については、 1K から 10K までの文献データが存在する [1]。これを温度の多項式でフィットすると、

$$C_{\text{Fe}} = 0.911 \times 10^{-4}(T/\text{K}) + 1.97 \times 10^{-7}(T/\text{K})^3 \text{ J}/(\text{gK}) \quad (4.1)$$

となり、低温ではフォノンの寄与 (T^3 の項目) は小さくなり、 T^1 の電子比熱がきいていることがわかる。これは、

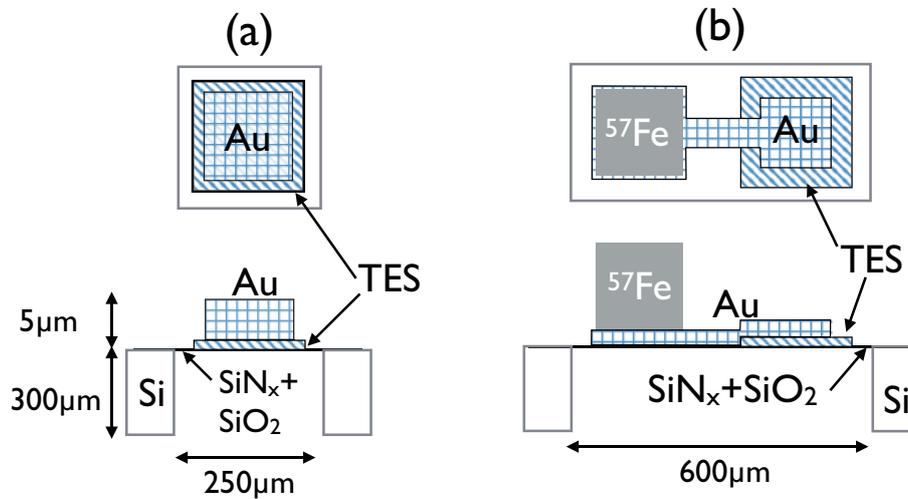


図 4.4 TES 型マイクロカロリメータのピクセル構造模式図。長さはスケール通りではない。(a) 従来の X 線用 TES。(b) 太陽アクシオン用素子の設計案では鉄吸収体の磁場の影響を避けるために TES を吸収体から距離をおいて設置している。

< 1K まで外挿しても問題はないと思われる。一方、金の比熱も、[10] に 3K から 15K の実測値があり

$$C_{Au} = 0.729(T/K) + 0.4504(T/K)^3 - 0.0048(T/K)^5 \text{ mJ}/(\text{molK}) \quad (4.2)$$

という近似式が与えられている。これらの値を用いることで、吸収体の熱容量を表 4.1 のように見積もることができる。

表 4.1 金および鉄吸収体の 100mK での熱容量

		Au	Fe
密度	g/cc	19.32	7.874
比熱@100mK	J/(gK)	3.72E-07	9.11E-06
吸収体 厚さ	μm	1	5
吸収体 一辺	μm	150	150
熱容量	J/K	1.62E-13	8.07E-12
質量	g	4.35E-07	8.86E-07

これまでに製作した X 線マイクロカロリメータから、10eV のエネルギー分解能を得るためには X 線吸収体の熱容量は $C < 8 \text{ pJ}/\text{K} @ 100\text{mK}$ とする必要があることがわかっている。鉄の場合には、 $5 \times 150 \times 150 \mu\text{m}^3 \sim 10 \times 100 \times 10 \mu\text{m}^3$ の大きさでこれをほぼ満たすことがわかる。

次に、熱シミュレーションで必要となる熱伝導度を見積もる。金、鉄、どちらの場合も熱を運ぶのは電子である。このような場合、電気抵抗率 (ρ) と熱伝導度 (K) は Wiedemann-Franz law により以下のように関係付けられる。

$$K\rho = TL \quad (4.3)$$

ここで、 L はローレンツ数と呼ばれ

$$L = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 \quad (4.4)$$

である。従って、式 (4.3) の関係は物質によらない。一方、薄膜の極低温での電気抵抗率は薄膜の作り方に依存する。このため、熱伝導度を Wiedemann-Franz law により推定するためには、薄膜を実際に作って、低温での電気抵抗を

測定する必要がある。一般に金属の電気抵抗は低温の方が小さく、極低温での電気抵抗 (ρ_0) と常温での電気抵抗 (ρ_{300}) の比を Residual-resistance ratio (RRR) と呼ぶ。すなわち、

$$\text{RRR} = \frac{\rho_{300}}{\rho_0} \quad (4.5)$$

である。

我々は、鉄を電析（メッキ）プロセスで製作することを計画している。これまでの経験では、電析プロセスで製作した薄膜は大きな RRR を持つのに対して、スパッターや電子ビーム蒸着で製作した薄膜の RRR は小さい。室温での金と鉄の電気伝導度は、それぞれ

金 $2.44 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$

鉄 $1.00 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$

である。したがって、室温での鉄の熱伝導率は金の $1/4$ 程度であると予想される。一方、電子ビーム蒸着で製作した金に比べて、電析で製作した鉄の RRR は、10 倍程度大きいと予想される。このことから、金と鉄の極低温での熱伝導率は同じ程度になるのではないかと予想される。これまで、電子ビーム蒸着で製作した金の熱伝導率を、極低温での電気抵抗と Wiedemann-Franz law により見積もっており、値は、 0.04 W/K/m である。以下のシミュレーションでは、鉄の熱伝導率にとして 0.1 W/K/m を用いることにする。

第 5 章

磁気シミュレーション

第 4.1 節で述べたように、TES カロリメータは極低温で動作させることで高いエネルギー分解能を達成することができるが、 $\sim 10\mu\text{T}$ を超える磁場環境ではエネルギー分解能が劣化し、さらに大きくなると動作させることも困難になることが知られている。そのため通常 TES カロリメータはシールド内部で、マージンを入れて $|B| = 1\mu\text{T}$ になるように地球磁場を含む磁場を遮蔽するような磁気シールドを用いて駆動させる。実際に我々の研究室で用いている磁気シールドはシールド内部の TES 型マイクロカロリメータの搭載位置で、 $|B| = 1\mu\text{T}$ 以下となるように磁気シールドを設計し、実際にこの値を下回ることを確認して使用している [3]。しかし本研究で今回 axion 吸収体として想定している Fe は強磁性体であるため、ヒステリシスにより磁化を持つ可能性が高く、その磁場が TES の性能を劣化させる可能性がある。そのために、第 4.2 節で述べたように、吸収体を TES の直上におく X 線マイクロカロリメータの設計を変更し、Fe を TES から一定距離離して設置し、両者の間を金製の熱ストラップで接続する方法をとることにした。本章では Fe 吸収体とその周囲に作る磁場の大きさを有限要素法を用いたシミュレーションを用いて見積もり、Fe と TES 間の取るべき距離を議論し、決定する。

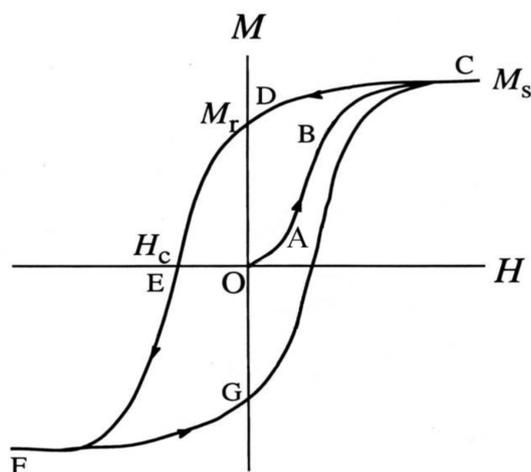


図 5.1 強磁性体における磁化 M と磁場の強さ H の関係を示した図。

	サイズ (μm^3)	比透磁率
Fe	$100 \times 100 \times 5$	5000
air	$500 \times 500 \times 25$	1

表 5.1 図 5.3 のモデルの設定値。

5.1 TES カロリメータへの磁場の影響

5.1.1 強磁性体が周囲に作る磁場

図 5.1 のように一般的に強磁性体は磁化 M と磁場の強さ H の間にヒステリシスを持つ。磁場を印加した後で元に戻しても強磁性体の持つ磁化は初期状態に戻らない。Fe 吸収体は、地球磁場環境で製作され、TES マイクロカロリメータに取り付けられて動作させる時に、高透磁率をもつ A4K と呼ばれる材料で作られた磁気シールド内に設置される。この時点で、 H は地球磁場に比べて十分に小さくなくても、 M がヒステリシスにより残る。この M が周囲に磁場を発生する。

5.1.2 磁場が TES カロリメータに与える影響

第 4.1 節で見たように、磁場が TES の性能を劣化させることは明らかであり、特に TES の面に対して垂直方向の磁場に対して強い感受性を持っている。本章では TES に対して影響を無視できる磁束密度を、TES 薄膜面に垂直な成分 $|B_{\perp}| = 1 \mu\text{T}$ として議論を行う。

5.2 有限要素法を用いた磁気シミュレーション

有限要素法とは偏微分方程式などの数値解法である。その基本方針は計算したい領域を幾つかの要素に分割し、その個々の要素内での微分方程式の近似解を求める。まずこの要素内での解きたい微分方程式の近似式 u を未知数付きで用意する。微分方程式に u を代入したものを残差 $R(u)$ とし、これに重み関数 をかけ、近似式の中に含まれる未知数の数だけの積分式を導き、これに境界値と境界条件を与え、近似式の未知数を求める。

本節ではシミュレーションを行うためのツールとして、村田ソフトウェア社の FEMTET を使用した。

5.2.1 仮定

5.1.1 で述べたように、Fe は B-H 曲線にヒステリシスを持つ。そのため Fe を磁気シールド内に配置し周辺磁場を遮蔽したとしても、地磁気による磁化を幾らか保持することが考えられる。Fe の磁化の保持率は Fe の結晶構造などによって変化するため、正確に見積もることは難しい。そのため今回は地磁気による磁化を磁気シールド内部でも全て保持するという仮定のもと、シミュレーションを行う。

5.2.2 シミュレーション方法

まず最初に図 5.2 のように空気中に Fe を配置した状態をモデル化した。設定したパラメータを表 5.1 に示す。FEMTET の「解析ソルバ」を磁場解析、「種類」を静磁場解析とした。また「標準メッシュサイズ」を $5 \mu\text{m}$ とし、Fe のみ個別で $1 \mu\text{m}$ に設定した。より細かいメッシュを作ることも可能であるが、解析結果に大きな変化がないことを確

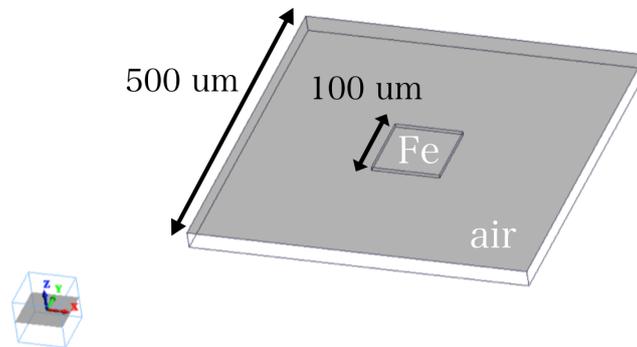


図 5.2 Fe と空気のモデル

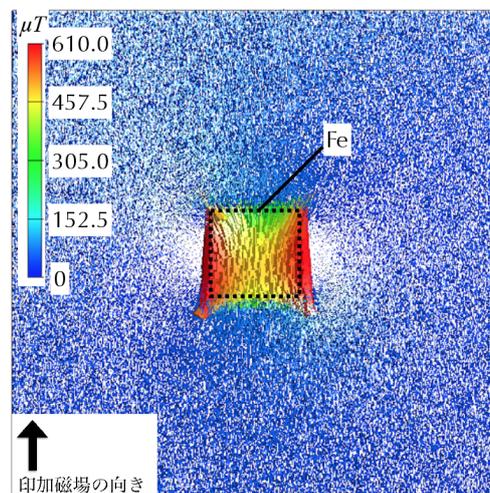


図 5.3 地磁気を模した一様磁場を Fe に対して水平方向に印加した際の図

認した上で、解析時間を考慮しこの値に決定した。次に地磁気の大きさとして国土地理院のホームページ 2015 年磁気図より $B = 46 \mu\text{T}$ を採用し、「外部磁界」として同等の 37 A/m を設定した。

これらの設定で地磁気程度の一様磁場中で Fe がどの程度磁化するのかを調べた。Fe 面に対して水平方向に磁場を印加した際のシミュレーションの結果を図 5.3 に示す。シミュレーションの結果、Fe 内部では最大 $600 \mu\text{T}$ 程度の磁束密度をもつことがわかった。同様に垂直方向に印加した際には最大 $150 \mu\text{T}$ 程度の磁束密度であった。これらのシミュレーション結果を用いて、磁化した Fe が真空中に作る磁場について調べる。

5.2.3 磁化した Fe が周囲に作る磁場

5.2.2 で行ったシミュレーションにより、地磁気程度の磁場中で $100 \times 100 \times 5 \mu\text{m}$ の Fe は面に対して水平方向に最大 $600 \mu\text{T}$ 、垂直方向に最大 $150 \mu\text{T}$ 程磁化することがわかった。この結果をもとに、真空中にこれらの磁化を持った Fe を配置した際に周囲に作る磁場の大きさをシミュレーションにより見積もる。シミュレーションに用いたモデル図を図 5.4 に示す。Fe の周囲は $500 \times 2000 \times 25 \mu\text{m}$ の真空領域で覆った。また実際のカロリメータをイメージするため Fe と TES を接続する構造として $100 \times 1000 \times 5 \mu\text{m}$ の Au も加えているが、Au は常磁性体であり比透磁率を 1 としているため、熱パス構造の有無によるシミュレーション結果の変化は無い。またここでは磁気遮蔽された真空中を模擬するため、「外部磁界」は 0 A/m に設定した。

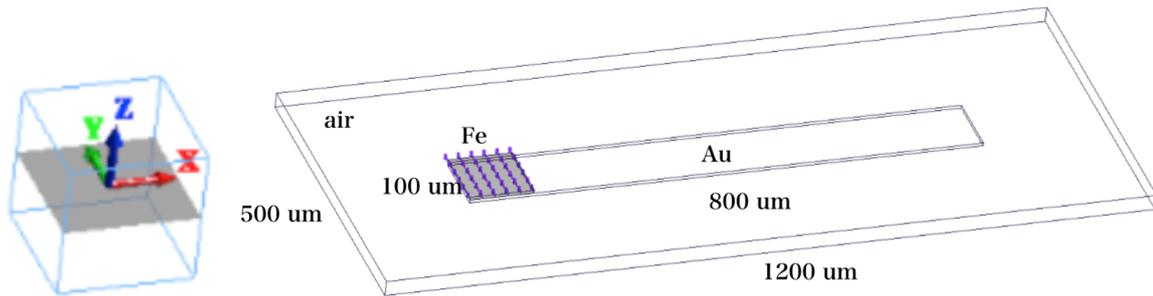


図 5.4 磁化した Fe を真空中に配置した図

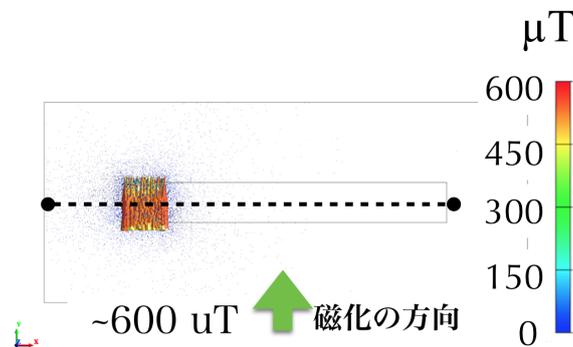


図 5.5 Fe を y 方向に磁化させた図

5.2.3.1 パターン 1

まずは図 5.5 のように、配置した Fe に対し図面 y 方向に $600 \mu\text{T}$ の磁化を持たせ、周囲に生じる磁束密度を計算した。図 5.5 中の点線は、TES を配置する x 方向の断面において TES の高さ (Fe の下面から $-5 \mu\text{m}$) の位置を表し、この線上に生じる磁束密度を調べた。

シミュレーションの結果を図 5.6 に示す。図 5.6 には磁束密度の x 方向、y 方向、z 方向の強度をそれぞれ赤、緑、青色で表してあり、それらを合成した強度を黄色で表してある。また Fe を配置している $\pm 50 \mu\text{m}$ の領域を赤い半透明の領域で示している。また図 5.6(右) はシミュレーション結果の拡大図であり、TES に対して無視できる磁束密度の大きさとして $B = \pm 1 \mu\text{T}$ に点線を引いている。

図 5.6 を見ると、TES に垂直な z 方向の磁束密度 B_z はほとんど無視することができると分かる。また参考としてその他の成分については、x 方向の磁束密度 B_x も無視することができ、y 方向の磁束密度 B_y は約 $410 \mu\text{m}$ の位置で $1 \mu\text{T}$ を下回る。これは Fe の端から $360 \mu\text{m}$ の距離に相当する。また各成分を合成した磁束密度の強度は Fe の端から $360 \mu\text{m}$ の位置で $|B| = 1 \mu\text{T}$ を下回る。

5.2.3.2 パターン 2

次に図 5.7 のように、配置した Fe に対し図面 x 方向に $600 \mu\text{T}$ の磁化を持たせ、周囲に生じる磁束密度を計算した。図 5.7 中の点線は、TES を配置する x 方向の断面において TES の高さ (Fe の下面から $-5 \mu\text{m}$) の位置を表し、この線上に生じる磁束密度を調べた。

シミュレーションの結果を図 5.8 に示す。図 5.8 には磁束密度の x 方向、y 方向、z 方向の強度をそれぞれ赤、緑、青色で表してあり、それらを合成した強度を黄色で表してある。また Fe を配置している $\pm 50 \mu\text{m}$ の領域を赤い半透明の

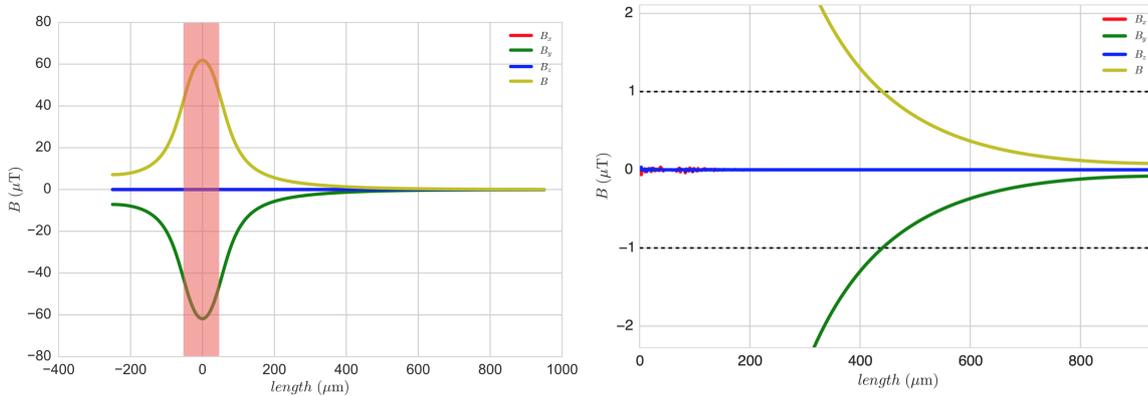


図 5.6 シミュレーション結果。(右) 拡大図。

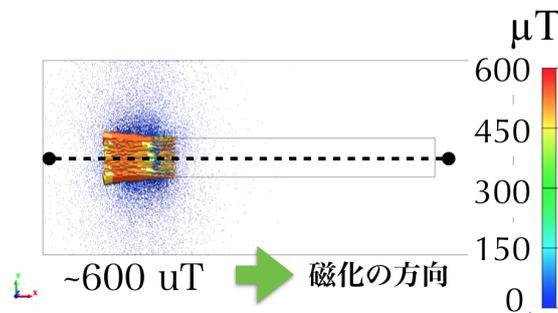


図 5.7 Fe を x 方向に磁化させた図

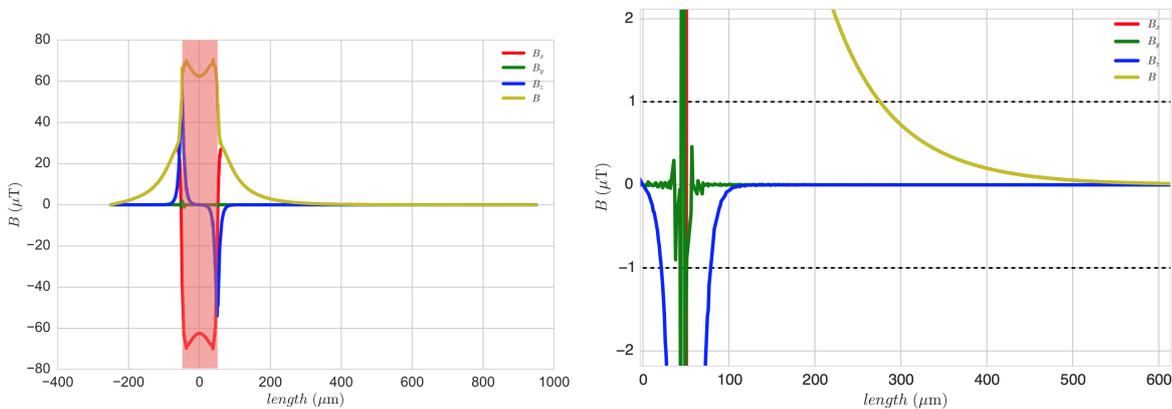


図 5.8 シミュレーション結果。右は拡大図。

領域で示している。また図 5.8(右) はシミュレーション結果の拡大図であり、TES に対して無視できる磁束密度の大きさとして $B = \pm 1 \mu\text{T}$ に点線を引いている。

図 5.8 を見ると、TES に垂直な z 方向の磁束密度 B_z は $x = 80 \mu\text{m}$ で $1 \mu\text{T}$ を下回る。これは Fe の端から $30 \mu\text{m}$ の距離に相当する。また参考としてその他の成分については、 B_x は $x = 280 \mu\text{m}$ 、 B_y は $x = 50 \mu\text{m}$ で $1 \mu\text{T}$ を下回る。これは Fe の端からそれぞれ $230 \mu\text{m}$ 、 $0 \mu\text{m}$ の距離に相当する。また合成した磁束密度の強度は Fe の端から $230 \mu\text{m}$ の位置で $|B| = 1 \mu\text{T}$ を下回ることが分かる。



図 5.9 Fe を z 方向に磁化させた図

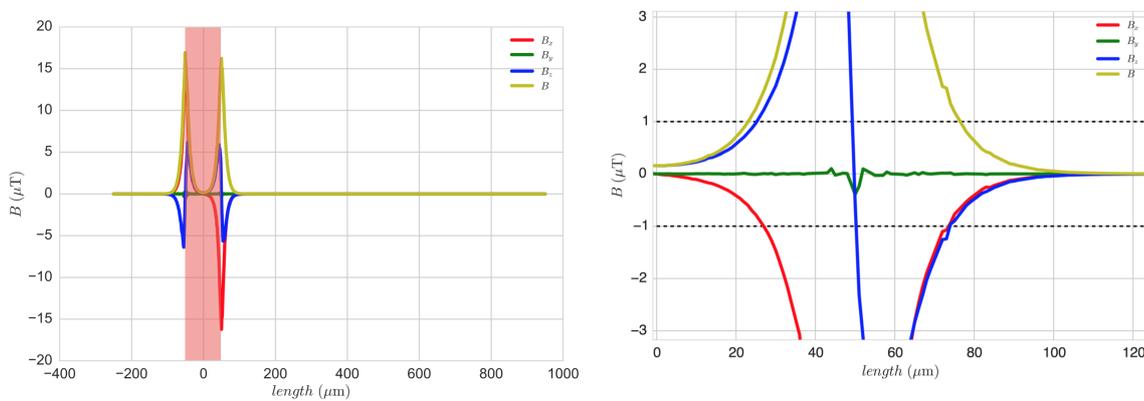


図 5.10 シミュレーション結果。右は拡大図。

5.2.3.3 パターン 3

最後に図 5.9 のように、配置した Fe に対し図面 z 方向に $150 \mu\text{T}$ の磁化を持たせ、周囲に生じる磁束密度を計算した。図 5.9 中の点線は、TES を配置する x 方向の断面において TES の高さ (Fe の下面から $-5 \mu\text{m}$) の位置を表し、この線上に生じる磁束密度を調べた。

シミュレーションの結果を図 5.10 に示す。図 5.10 には磁束密度の x 方向、y 方向、z 方向の強度をそれぞれ赤、緑、青色で表してあり、それらを合成した強度を黄色で表してある。また Fe を配置している $\pm 50 \mu\text{m}$ の領域を赤い半透明の領域で示している。また図 5.10(右) はシミュレーション結果の拡大図であり、TES に対して無視できる磁束密度の大きさとして $B = \pm 1 \mu\text{T}$ に点線を引いている。

図 5.10 を見ると、TES に垂直な z 方向の磁束密度 B_z は $x = 70 \mu\text{m}$ で $1 \mu\text{T}$ を下回る。これは Fe の端から $20 \mu\text{m}$ の距離に相当する。また参考としてその他の成分については、y 方向の磁束密度 B_y は無視することができ、x 方向の磁束密度 B_x は約 $70 \mu\text{m}$ の位置で $|B_y| = 1 \mu\text{T}$ を下回る。これは Fe の端から $20 \mu\text{m}$ の距離に相当する。各成分を合成した磁束密度の強度は Fe の端から $20 \mu\text{m}$ の位置で $|B| = 1 \mu\text{T}$ を下回る。

5.3 まとめ

本章では強磁性体である Fe が周囲に作る磁場の大きさについてシミュレーションを行った。その結果、TES の薄膜面に垂直な磁束密度について、 $|B_{\perp}| = 1 \mu\text{T}$ を下回るためには Fe の端から $30 \mu\text{m}$ 離す必要があることがわかった。今回行ったシミュレーションは、Fe が地磁気により磁化し磁気シールド内部でも同じだけの磁化を保持するという仮定を置いている。Fe の磁化の保持力が明確で無いためこのような仮定を置いたが、実際には磁化を 100% 保持すること

は考えにくいため、今回の結果は実際よりも大きく見積もっていると考えている。

従って、Fe 吸収体と TES の間に $30\ \mu\text{m}$ の間隔をとれば十分である。

第 6 章

熱シミュレーション

本章では、我々が想定しているアクシオン検出用 TES 型マイクロカロリメータの形状が、検出器として成立するのかどうかを確認し、さらに、設計パラメータを最適化することを目的として、有限要素法を用いた熱的シミュレーションを行う。6.2 節で吸収体への熱入力からパルスを出力するまでのシミュレーション手法を確立し、6.3 節でその手法を用いて、検出器動作を確認し、設計を最適化する。

6.1 熱シミュレーションの必要性

我々は従来、TES の真上に吸収体を配置した構造の TES カロリメータを製作してきた。しかしアクシオン検出用の TES 型マイクロカロリメータでは、第 4 章で述べたような、アクシオン吸収体である鉄からの磁場を避けるために、吸収体を横置きする方針とした。第 5 章では、磁気シミュレーションを行い、その結果から Fe 吸収体と TES との間に $30\mu\text{m}$ 程度の間隔をとるべきであるという結論を得た。TES カロリメータは熱量を温度変化として測る検出器であるため、Fe 吸収体から TES へ熱を運ぶための構造 (以下、熱パスと呼ぶ。) が必要となるが、我々の研究グループではこのような構造の TES カロリメータを製作した実績がない。そこで熱的シミュレーションを行うことで、この形状で TES マイクロカロリメータとして動作することを確認し、さらに、熱パスの最適化を行う必要がある。

6.2 シミュレーション方法

本節では離れた吸収体と TES を熱パスで接続した構造を有限要素法を用いた熱数学モデルにより記述する。さらに、TES の内部の温度分布変化による TES の抵抗変化を計算し、それによって吸収体にデルタ関数的な熱入力があった後に、TES に生じる信号パルスを求める。

有限要素法によるシミュレーションを行なうツールとして Thermal Desktop を使用した。Thermal Desktop は AutoCAD のアドインソフトウェアとして使用できる統合解析ツールであり、単一環境に、CAD・FEM(有限要素法モデル)・FDM(差分法モデル)・輻射計算が統合されている。Thermal Desktop は、系のモデリングに AutoCAD の 3 次元 CAD 機能用い、熱解析ソルバー (SINDA) と流体解析ソルバーである (FLUINT) を統合した SINDA/FLUINT によって、熱流体ネットワークの解析を行なう事ができる。これにより、形状モデル作成 熱ネットワークモデル作成 温度計算 結果表示までグラフィカルに行なう事ができる。温度計算の後には TES の温度分布を抵抗分布に変換し、その抵抗ネットワークの全抵抗値を計算する必要があるが、これは、Thermal Desktop では行えないので、SPICE を用いた。

TES の抵抗を測定するために TES に電流を流す必要があるが、この電流により熱が発生する。第 3 章で述べたように、その電流により発生した熱は TES の動作に影響を与える (電熱フィードバック)。TES 型マイクロカロリメータの動作をより完全にシミュレーションするためには、電熱フィードバックの効果まで考慮する必要がある。これを実施

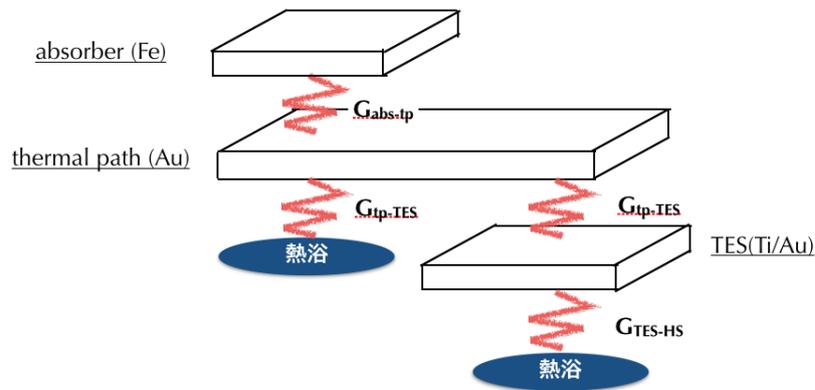


図 6.1 TES カロリメータのモデル。TES カロリメータを吸収体-熱パス-TES-熱浴の 4 つの要素からなる系とみなす。

するには、SPICE による電気計算の結果を Thermal desktop の熱計算にフィードバックしてイテレーションを行う必要がある。本研究では、熱パスの動作を確認することが主目的であるため、電熱フィードバックの効果までは含めずにシミュレーションを行うことにした。電熱フィードバックを含まないと、信号の decay の時定数がオーダーで長くなってしまい、アクシオン吸収位置依存性の影響が小さくでしまう。そこで、後述するように、熱浴との各要素間の熱伝導度を恣意的に調整し時定数を電熱フィードバックを含む場合に合わせるようにした。熱浴との熱伝導度を大きくすると、TES に伝わる熱は少なくなり、この観点ではエネルギー分解能は不利になる。これについて補正はせず、最悪値を与えるものと考えたことにした。

なお、Thermal Desktop を使った TES 型 X 線マイクロカロリメータの熱シミュレーションは、我々のグループでは、吉野友崇氏が 2005 年度に修士論文、「超伝導遷移端型 X 線マイクロカロリメータの熱数学モデルの構築と設計の最適化」[22] の中で扱っている。本論文のシミュレーションは基本的に吉野友崇氏の熱数学モデルを引き継いで拡張したものである。ただし、吉野友崇氏のシミュレーションでは合成抵抗の計算を簡易的に扱っており、厳密にはモデルの範囲でも正しくなかった。本論文では、これを正しく扱っている。

6.2.1 TES カロリメータの熱数学モデル

TES カロリメータを、吸収体-熱パス-TES-熱浴の 4 つの要素からなる系とみなす (図 6.1)。各要素には、大きさ、熱伝導率、比熱を与えて node 分割する。各要素間には熱伝導度を指定する。

6.2.2 各要素のノードへの分割と各要素の属性

吸収体は大きさ $100 \times 100 \times 5 \mu\text{m}$ の 'block' とし、 $5 \times 5 \times 5 = 125$ 個のノードに分割した。TES は大きさ $140 \times 140 \times 0.15 \mu\text{m}$ の 'surface' とし、 $9 \times 9 \times 1 = 81$ 個のノードに分割した。

熱浴として、比熱 ∞ である 'boundary node' を用い、温度を指定する。TES と熱浴との間の熱リンク (実際の素子では SiN_x と SiO_2 の薄膜) としては、分割された TES の複数のノードと熱浴の boundary node を接続し熱伝導度を与える。ここでは TES の 81 個のノード全てから熱浴に接続した。

Fe 吸収体を TES から離して横置きで配置しているので、Fe 吸収体と TES とを熱的に接続する熱パスを設置している。その基本的な構造は図 6.7 の黄色で示した構造である。図中の熱パスにおいて Fe 吸収体と重なる領域、および、

要素	種類	大きさ [μm^3]	ノード数	熱伝導率 [W/m/K]	比熱 [J/g/K]	初期温度
吸収体	block	$100 \times 100 \times 5$	$5 \times 5 \times 5$	4.0×10^{-2}	9.11×10^{-6}	100 mK
熱パス	surface	-	-	4.0×10^{-2}	3.72×10^{-7}	100 mK
TES	surface	$140 \times 140 \times 0.15$	$9 \times 9 \times 1$	3.3×10^{-1}	c_{TES}	100 mK
熱浴	boundary node	-	1	-	∞	100 mK
吸収体と熱パスの接続	conductor	-	-	$G_{\text{abs-path}}$	-	-
熱パスと TES の接続	conductor	-	-	$G_{\text{path-TES}}$	-	-
熱パスと熱浴の接続	conductor	-	-	$G_{\text{path-sink}}$	-	-
TES と熱浴との接続	conductor	-	-	$G_{\text{TES-sink}}$	-	-

表 6.1 TES カロリメータのモデルの各要素、要素間に指定するパラメータ

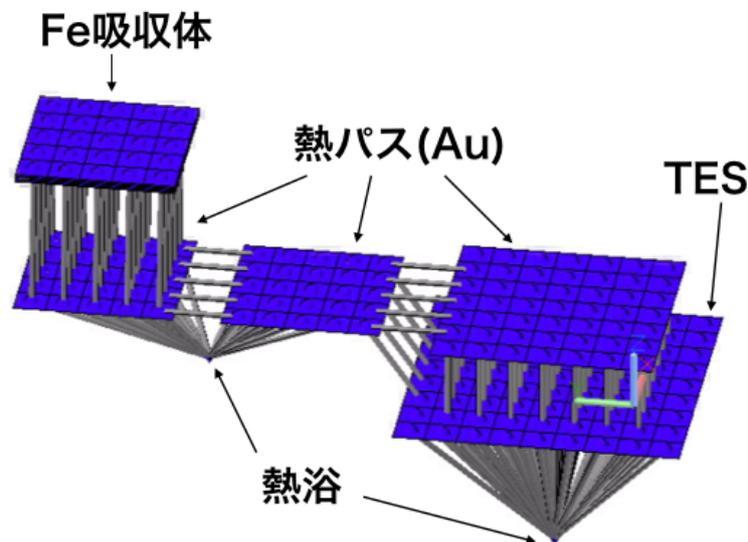


図 6.2 Thermal Desktop で作成した Fe 吸収体 TES カロリメータのモデル

TES と重なる正方形の領域については、全シミュレーションを通して、それぞれ $100 \times 100 \mu\text{m}$ 、 $140 \times 140 \mu\text{m}$ の領域に固定する。その上で、それらをつなぐ熱パスの長さや幅、また熱パス全体の厚みについては最適化パラメータの対象として、値を振ることとする。

熱パスの中で、熱リンクの薄膜と接触している部分については、熱浴との間についても TES と同様の接続方式をとった。各要素の属性を表 6.1 にまとめる。

吸収体と熱パス、熱パスの界面には 'nono-node-conductor' を用いて、2つのノード間をある熱伝導度で接続した。

Ti/Au の bilayer である TES の比熱、また吸収体と熱パスの接続及び熱パスと TES の接続については、吉野修論 [22] を参考に $c_{\text{TES}}=75 \text{ J/K/m}^3$ 、 $G_{\text{abs-path}}=G_{\text{path-TES}}=100 \mu\text{W/K}$ とした。

Thermal Desktop で作成した Fe 吸収体 TES カロリメータのモデルを図 6.2 に示す。熱パスの構造が3つに分かれているのは、6.3節で行う熱パス形状の変更を行いやすくするためのものであり、設定したパラメータは連続的につながれている構造と全く同じものである。

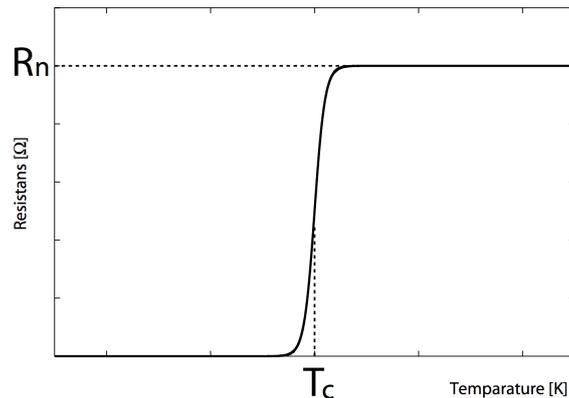


図 6.3 TES の抵抗値と温度の関係図

6.2.3 熱浴との間の熱伝導度

熱バスと熱浴、吸収体（その下に敷いた金）と熱浴、TES と熱浴の間の熱伝導は、窒化シリコンと酸化シリコンの 2 層膜を通しての熱伝導である。この熱伝導は、この 2 層薄膜のフォノンの性質から、薄膜の長さに依存せず、薄膜と接触する TES などの面積と温度にのみ依存することが知られている。我々の TES 型 X 線マイクロカロリメータにおいては、その特性測定から全熱伝導度の値を 1 nW/K と見積もっている。そこで、 $G_{\text{path-sink}}$ 及び $G_{\text{TES-sink}}$ について、TES 型 X 線マイクロカロリメータの TES 面積と各ノードの面積比でスケールして与えることにした。

一方、6.2 で述べたように、本シミュレーションには電熱フィードバックを含めていないため、正しい熱伝導度を与えてしまうと、信号の decay 時定数が、TES の感度 α の分だけ長くなってしまふ。 $\alpha \sim 100$ であるので、TES 型 X 線マイクロカロリメータ相当の熱伝導度を 100 nW/K として与えて、時定数をあわせるようにした。

6.2.4 熱入力

吸収体への熱入力は 'heat load on node' を用いた。これは任意の指定したノードに対し発熱量 [W]、または熱量 [J] を時間の関数で与えることができる。ここでは一次関数

$$-4.6 \times 10^{-8}t + 4.6 \times 10^{-16} \quad (6.1)$$

を用い、0 から 1×10^{-8} sec の TES 型マイクロカロリメータの動作の時定数（立ち上がり $1\mu\text{s}$ 、立ち下がり $100\mu\text{s}$ と比べると十分に短く、関数と見做すことのできる時間内に $14.4\text{keV} = 2.3 \times 10^{-16}\text{J}$ の熱を入力した。）

本章では特に断りがない限り Fe 吸収体の中央上部のノードに熱入力を行いシミュレーションを行う。

6.2.5 温度から抵抗値への変換

Thermal Desktop では計算結果として、各ノードの温度が出力される。ここで、実際の TES カロリメータのパルス取得の際には、TES にバイアス電圧をかけ、TES の温度変化による抵抗値の変化を電流で読み出している。そのため出力波形を再現するためには、ノードの温度変化を抵抗値に変換する必要がある。そこで、TES の中で金の熱バスが上部に載っていない部分については、図 6.3 にあるような、超電導-常伝導転移の抵抗値変化をフェルミ関数で近似し、常伝導抵抗を R_n 、超電導-常伝導の温度を T_c として、温度 T での抵抗値 $R(T)$ を

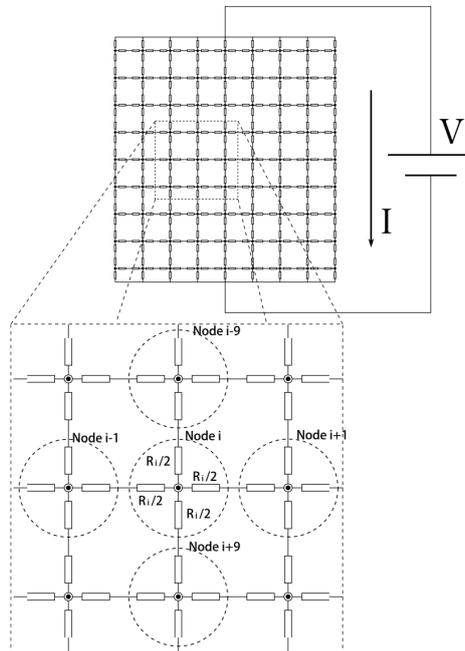


図 6.4 SPICE で用いた抵抗ネットワーク

$$R(T) = \frac{R_n}{1 + \exp(-A(T - T_c))} \tag{6.2}$$

と表す。転移点の温度の幅を ΔT とすると

$$\frac{dR}{dT}(T_c) = \frac{\Delta R}{\Delta T} \tag{6.3}$$

である。典型的な値として $\Delta T = 0.005 \text{ K}$ 、 $\Delta R = 0.1 \Omega$ を代入すると $A = 80/R_n$ と求まる。よって以下の計算では各ノード i の抵抗値 $R_i(T_i)$ を、

$$R_i(T_i) = \frac{R_n}{1 + \exp(-80(T_i - T_c)/R_n)} \tag{6.4}$$

として求める。ただし $R_n = 70 \text{ m}\Omega$ とする。

TES の中で上部に金の熱パスが乗っている部分は、金の近接効果によって超伝導転移せず、常に常伝導状態にある。この部分の抵抗値は常に R_n である。

6.2.6 抵抗ネットワーク

次に各ノードの抵抗を接続し、TES に流れる電流を計算する。抵抗の接続及び電流パルスの出力には電気回路シミュレータである LTspice を用いた。

電流が i 番目のノードを通過する際に R_i の抵抗を受ける必要があるため、各ノードは図 6.4 に示すように、あるノード i (抵抗値 $R(T_i)$) が隣接する j (抵抗値 $R(T_j)$) と抵抗値

$$R = \frac{R(T_i) + R(T_j)}{2} \tag{6.5}$$

で前後左右に接続する。

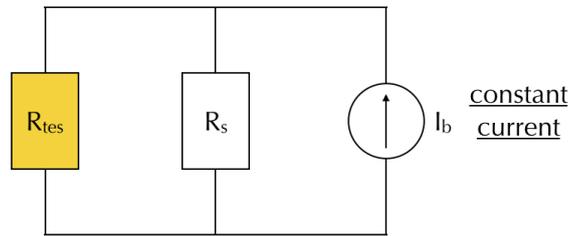


図 6.5 TES カロリメータ駆動時の回路図。

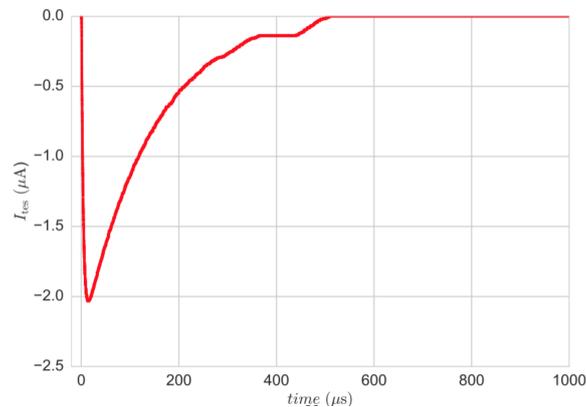


図 6.6 LTspice で計算した TES の電流パルス

6.2.7 電流パルスの出力

6.2.6 で作成した抵抗ネットワークを用いて、TES に流れる電流を計算する。電流の計算に用いた回路を図 6.5 に示す。 R_{TES} は 6.2.6 に示す TES の抵抗値、 R_s はシャント抵抗、 I_{bias} はバイアス電流を表す。それぞれ典型値として $R_s = 3.9\text{ m}\Omega$ 、 $I_{bias} = 270\text{ }\mu\text{A}$ を用いた。

これらの回路を用いて計算した TES の電流変化を図 6.6 に示す。

6.3 設計の最適化

熱パスにおいて Fe 吸収体と重なる領域、および、TES と重なる正方形の領域の大きさは、それぞれ Fe 吸収体と TES の大きさで、一意的に決まる。一方、両者を結ぶ部分の幅と厚さについては任意性がある。もちろん、熱パスを大きくすると熱容量が大きくなりエネルギー分解能としては不利になるので可能な範囲で小さくしたい。また、磁気シミュレーションからは両者の間を $30\text{ }\mu\text{m}$ 以上離せば TES の動作としては安全であることが示されているが、熱設計上必要であれば、離すべき距離を変更する必要があるかもしれない。従って、Fe 吸収体と TES の間の距離についても検討する価値がある。

本節では熱パスの形状について幾つかのシミュレーションを行うことにより、電流パルスの出力がより大きくなるような熱パスの形状の最適化を行う。なお以下の熱パスの形状に関する記述において、「熱パスの厚み」は Fe 吸収体や TES と重なる部分も含む Au の構造全体の厚みを表すが、「熱パスの幅」及び「熱パスの長さ」については図 6.7 の黄色の領域で示すように、Fe 吸収体や TES と重なる部分を除いた Au の構造の幅、長さを表すものとする。

また熱パスの初期設計を、熱パスの厚みを $5\text{ }\mu\text{m}$ 、熱パスの幅を $100\text{ }\mu\text{m}$ 、熱パスの長さを $100\text{ }\mu\text{m}$ 設定し、各パラ

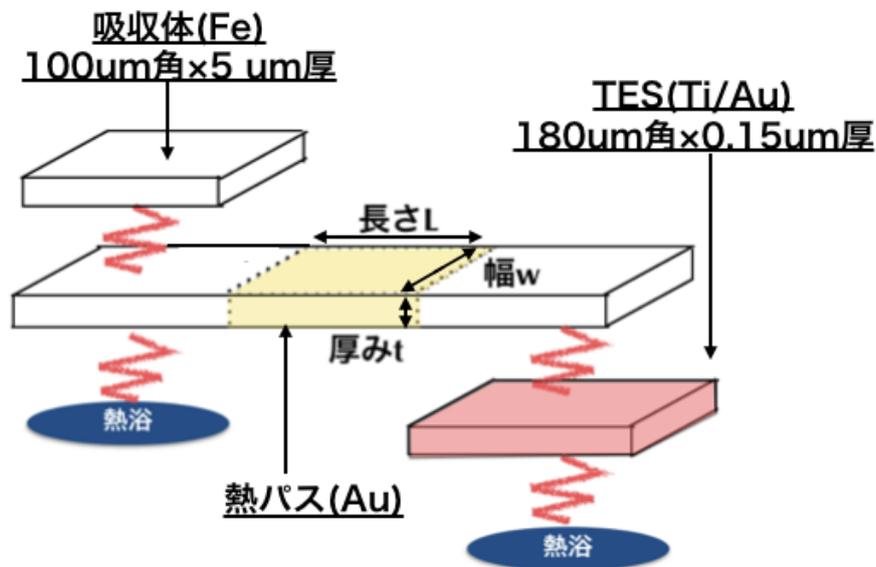


図 6.7 Fe 吸収体 TES カロリメータのモデル図

メータを変更する際にその他のパラメータは初期設計のまま固定するものとする。

6.3.1 熱パスの厚み

従来我々が製作してきたような TES の真上に吸収体を配置したカロリメータでは、吸収体で吸収した熱は直接 TES に伝わり、メンブレンを通して熱浴へと移動していく。しかし今回の熱バスを有する構造では、TES に伝わる前に熱バスからメンブレンへと逃げていく熱が存在する。そのため熱バスはできるだけ熱伝導を大きくするため厚くすべきである。一方で熱バスを厚くするとカロリメータ全体の熱容量が大きくなり、パルスハイトが小さくなることが懸念される。このトレードオフを考慮し、熱バスの最適な厚みを調べる。

図 6.8 に熱バスの厚みを $1\mu\text{m}$ 、 $3\mu\text{m}$ 、 $5\mu\text{m}$ 、 $7\mu\text{m}$ 、 $10\mu\text{m}$ と変えた時の TES の電流パルスを示す。熱バスを厚くするに従いパルスハイトが大きくなるが、 $5\mu\text{m}$ を超えたあたりからパルスハイトが減少していることが分かる。これは上で述べたように熱容量の増加が原因であると考えられる。製作の都合上、現段階で成膜できる Au の厚みの上限は $5\mu\text{m}$ 程度であるため、熱バスの厚みは $5\mu\text{m}$ とする。

6.3.2 熱バスの幅

次に熱バスの幅について調べる。熱バスの幅も厚みと同様に熱伝導を大きくするという観点からできるだけ太くした方が良い。一方で熱容量の増加に加えて、幅を太くするとメンブレンとの接触面積が増え熱バスから逃げる熱が増えることが考えられる。熱バスの幅について $20\mu\text{m}$ 、 $60\mu\text{m}$ 、 $100\mu\text{m}$ の3つの幅でシミュレーションを行った。図 6.9 に示したように、熱バスを太くするに従いパルスハイトは増加している。これは熱バスとメンブレンとの接触面積は Fe の真下の Au がかなり支配的であり、中央部分の面積の増減は全体にあまり影響していないことが考えられる。

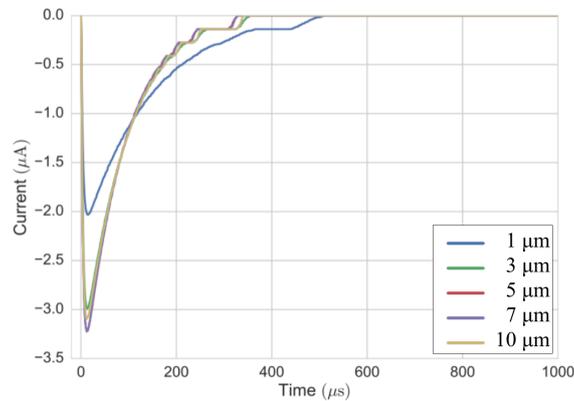


図 6.8 熱パスの厚みを $1\ \mu\text{m}$ 、 $3\ \mu\text{m}$ 、 $5\ \mu\text{m}$ 、 $7\ \mu\text{m}$ 、 $10\ \mu\text{m}$ と変えた時の TES の電流パルスの変化

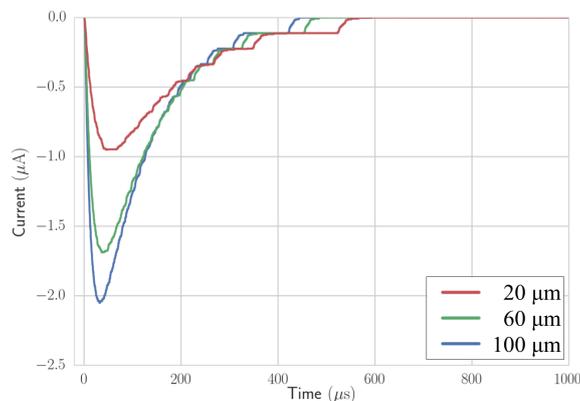


図 6.9 熱パスの幅を $20\ \mu\text{m}$ 、 $60\ \mu\text{m}$ 、 $100\ \mu\text{m}$ と変えた時の電流パルスの変化

6.3.3 熱パスの長さ

熱パスの長さについては、熱的にはできるだけ短くした方が良いと考えられる。理由としては短くすることで Fe から TES までの熱伝導を大きくでき、熱容量を抑えられ、メンブレンとの接触面積も小さくできるからである。図 6.10 に熱パスの長さを $40\ \mu\text{m}$ 、 $60\ \mu\text{m}$ 、 $100\ \mu\text{m}$ 、 $200\ \mu\text{m}$ 、 $300\ \mu\text{m}$ と変化させた際の出力の変化を示すが、確かに短くするほどパルスハイトは大きくなっていることが分かる。

しかし熱パスの長さを小さくするほど磁場の影響を強く受ける。第 5 章で行ったシミュレーションによれば、 $30\ \mu\text{m}$ 離せば安全であるが、ぎりぎりどこまで近づけることができるかは、実験的に決める必要がある。そのため熱パスの長さを変えた素子を複数試作し、その動作試験を行なった上で、最終的な値は決めるべきであろう。

6.3.4 熱入力位置依存性

次に熱入力位置の違いによる出力の違いを調べる。これまで行ったシミュレーションでは熱入力位置を常に Fe 吸収体の中央に配置してきたが、実際には Fe 吸収体のどこで吸収されるかはわからない。そこで熱入力位置を Fe 吸収体の異なる位置に配置した際に出力波形がどのように変化し、それがエネルギー分解能をどの程度劣化させるかについて議論する。図 6.11 に熱入力位置を Fe 吸収体上で 6 点変化させた際の出力の違いを示す。また表 6.2 にそれぞれのパルスの積分値と case1 の積分値との差を示した。信号の大きさは、第 3 章に述べたように、雑音と信号のパワースペク

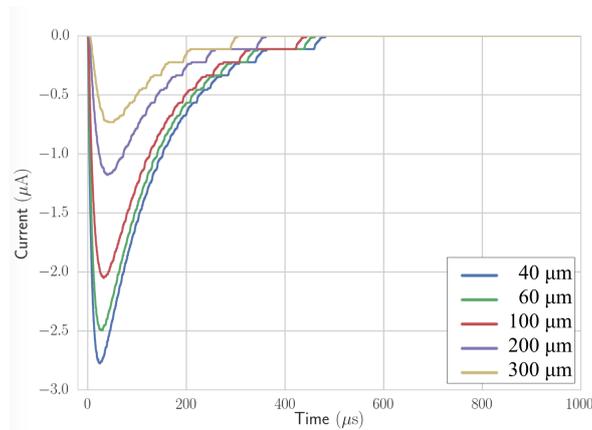


図 6.10 熱パスの長さを $40\ \mu\text{m}$ 、 $60\ \mu\text{m}$ 、 $100\ \mu\text{m}$ 、 $200\ \mu\text{m}$ 、 $300\ \mu\text{m}$ と変えた時の電流パルスの変化

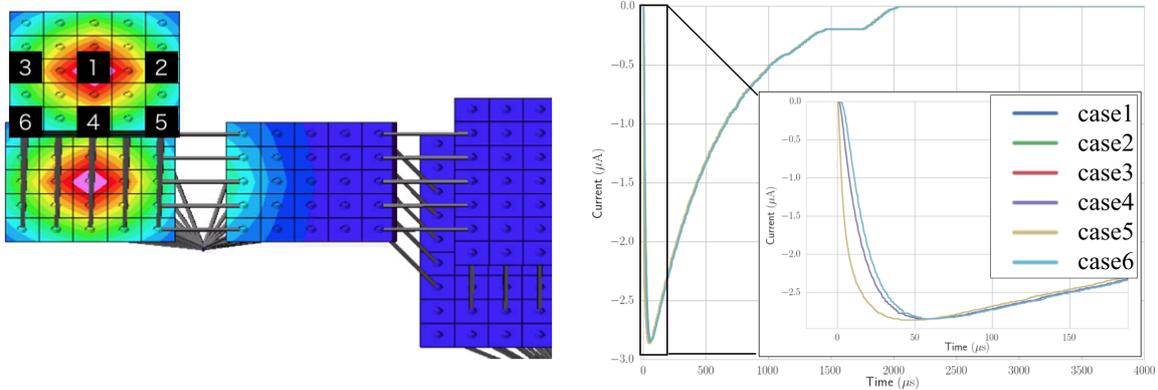


図 6.11 6つの熱入力位置(左)熱入力位置を変えた時の出力の変化(右)

トルの違いを考慮した、最適フィルターを信号波形に適応して求める。雑音が white noise の場合は、これは、信号を積分することとほとんど同等になる。5.9 keV の X 線に対して 4.8 eV のエネルギー分解能が得られている TES 型 X 線マイクロカロリメータでは、雑音としては SQUID の雑音が支配的で、雑音はほぼ、white noise である。ここでは最適フィルター処理をした後の信号の強さとして簡易的に信号の積分値を用いることにしたが、この近似は高い精度で成り立っていると期待できる。case1 と比較した際に最も積分値の差が大きいのは case6 であり、その差は約 0.02% である。これは 14.4 keV のエネルギーにに対しておよそ 3 eV 程度に相当する。目標とするエネルギー分解能を 10 eV とした時、この程度のエネルギー分解能の劣化は大きな問題にはならないが、Fe 吸収体の大きさを現在の $100\ \mu\text{m}$ 角からさらに大きくしていくと熱入力位置の違いによるエネルギー分解能の劣化が無視できなくなると考える。

6.3.5 パルスハイトの実験値との比較

次に熱シミュレーションで計算したパルスの大きさの妥当性について検討する。比較対象として、我々の研究室で過去に行った TES カロリメータのパルス取得試験のデータを用いる。試験に使用した TES については表 6.3 にまとめる。この試験は Ti/Au でできた TES の真上に Au 吸収体を配置した従来型の TES カロリメータを使用しており、放射線源として ^{241}Am を用いたものである。図 6.12 右に 13.9 keV の NpL_{α} のラインを用いて作成した抵抗変化の平均パルスを、左に今回のシミュレーションで計算した抵抗変化のパルスを示す。またシミュレーション結果と実験結果の情報を表 6.4 にまとめる。計算値が $3.1\ \text{m}\Omega$ 、実験値は $23.3\ \text{m}\Omega$ と約 7.5 倍の違いがある。主な原因として熱容量の違

	熱入力位置	積分値 (a.u.)	case1 に対する差の割合 (%)
case1	中央	-0.0302781688	0
case2	手前	-0.0302781572	-0.00004
case3	奥	-0.0302721870	-0.00198
case4	中央端	-0.0302760596	-0.00697
case5	手前端	-0.0302742932	-0.01280
case6	奥端	-0.0302714452	-0.02221

表 6.2 図 6.11 で示した 6 つのパルスの積分値と case1 の積分値に対する差

吸収体サイズ (μm^3)	吸収体材質	TES サイズ (μm^3)	TES 材質	動作温度 (mK)	放射線源
120 × 120 × 4	Au	180 × 180 × 0.15	Ti/Au	160	^{241}Am

表 6.3 実験で用いた TES カロリメータについて

	抵抗変化量 (m Ω)	熱容量 (pJ/K)	入射熱量 (keV)
計算結果	3.1	4.70	14.4
実験結果	23.3	0.73	13.9

表 6.4 計算結果と実験結果の比較

いがあげられる。今回シミュレーションで設定した熱容量は 4.70 pJ/K、実験に使用した素子は 0.73 pJ/K と約 6.4 倍の違いがあり、これがパルスハイトの違いとして大きく表れているものと理解できる。なお、図 6.12、図 6.13 において、パルスの decay の途中で、パルス波形が階段状になっている場合があるが、これは、thermal desktop が数値を出力する際に桁落ちしてしまうためである。thermal desktop の内部では、十分な桁で計算しており、階段状になるのは、見かけ上の問題である。

さらに今回のシミュレーションでは TES に届く前にメンブレンから熱浴へと逃げていく熱が存在するため実際よりもパルスハイトを小さく見積もっていると考えられる。この効果を確認するため、熱バスと熱浴間の熱伝導を 0 nW/K、0.1 nW/K、1 nW/K、10 nW/K、100 nW/K と変化させた時の出力の違いを調べた。その結果を図 6.13 に示す。熱バスと熱浴間の熱伝導率を 0 nW/K とするのは現実には不可能であるが、TES に熱が届くまでに全く損失がない理想的なモデルとしてシミュレーションを行った。熱バスと熱浴間の熱伝導率を 0 nW/K とした時のパルスハイトが 2.7 μA であるのに対し、熱バスと熱浴間の熱伝導率を 100 nW/K とした時のパルスハイトは 2.0 μA であり、約 25% 程のパルスハイトの減少がある。

これらの効果を考慮に入れると今回シミュレーションで計算したパルスハイトは実験結果と比較して十分説明のつくものであることがわかる。一方、本来の熱伝導度である 1 nW/K の場合は、0 nW/K の 0.5% 減であり、熱浴に逃げる熱は実際には、さらに小さいと予想される。従って、熱容量で決まるエネルギー分解能に対して、エネルギー分解能の劣化は 25% 程度以下に留まると予想される。

6.4 まとめ

本シミュレーションでは、 $100 \times 100 \times 5 \mu\text{m}^3$ の大きさの吸収体を仮定し、熱バスの幅の最適化、アクション吸収位置の違いに対する TES 信号の依存性、TES が検出する熱の大きさを検討した。熱バスの幅は吸収体と同じ幅まで大きくするほうがよいことがわかった。アクションの吸収依存性については、この吸収体の大きさではエネルギー分解能に与える影響は 3eV 程度で十分に小さい。また、TES を通らずに窒化シリコン + 酸化シリコン 2 層薄膜を通して熱浴に逃

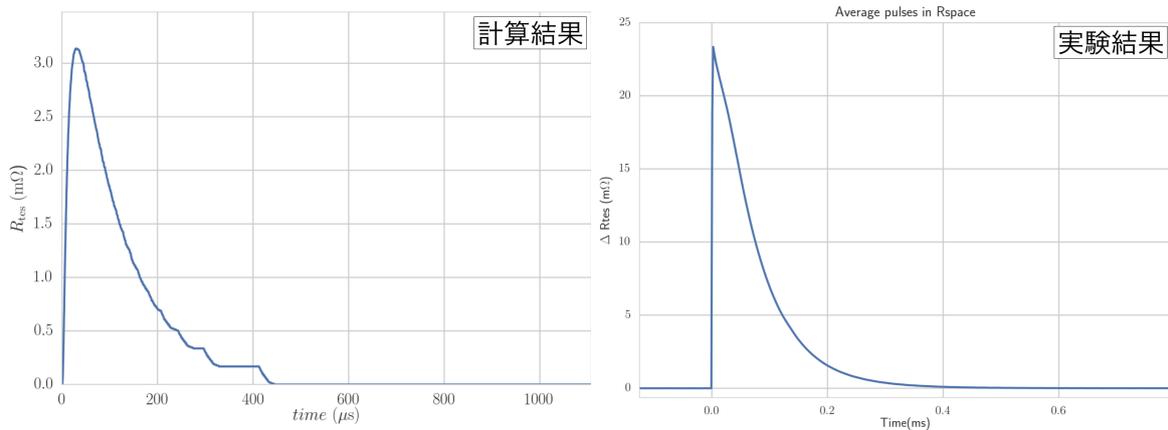


図 6.12 熱シミュレーションで計算した抵抗パルス (左) と実験で取得した抵抗パルス (右)

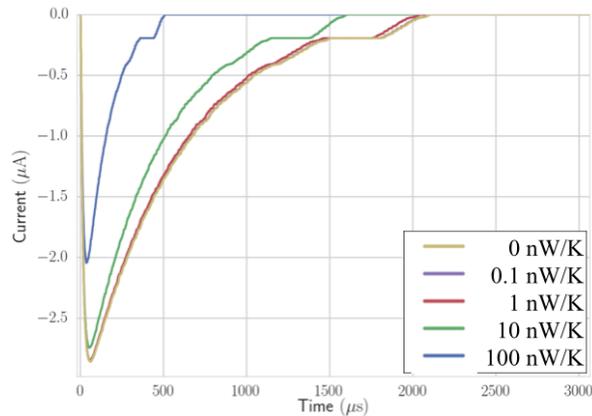


図 6.13 熱パスと熱浴間の熱伝導率を変化させた際の電流パルス

げる熱は 25% 以下であり、エネルギー分解能に与える影響も 25% 程度以下と予想される。

従って、本シミュレーションの範囲では、モデル設計の TES 型マイクロカロリメータは TES 型マイクロカロリメータとして動作し、そのエネルギー分解能としても、理想的な予想値に近い値が得られると予想する。

吸収位置依存性の影響は、長さの 2 乗に依存する形で現れる。従って、 $200\mu\text{m}$ 角の大きさにすると、 10eV の分解能に対しては無視できない影響を生ずると予想される。本シミュレーションで使用したパラメータの中で、鉄のパラメータは使用する範囲での実験値がなく、大きな不確定性がある。特に低温での熱伝導度は、その製作方法に大きく依存すると考えられ、ここでは、電析法による製作で、RRR を 10 程度まで大きくできるとの前提でパラメータを設定した。吸収位置依存性は、鉄の低温での熱伝導に強く依存するので、吸収体の大きさとエネルギー分解能の関係をシミュレーションによりこれ以上詳細に検討するためには、電析法による製作した鉄薄膜の低温での電気抵抗を実測する必要がある。

熱パスの長さについては、素子全体の熱容量が小さくなる分だけ、エネルギー分解能の観点では短い方がよいという結論となった。磁気シミュレーションからは $200\mu\text{m}$ の距離をおけば安全、という結果がでていますが、これについても実験的に検証し、できるだけ近づけることを考えた方がよいと考える。また素子設計にあたっては、熱パスの熱容量も考慮して設計する必要がある。

第7章

まとめと今後

本修士論文では、Moriyama (1995)[12] が示した、線スペクトルを持つ太陽アクションを TES マイクロカロリメータを用いて検出可能性について、基礎的な検討を行なった。

まず、信号と荷電粒子が作るバックグラウンドのポアソン統計をノイズ源と考えて、その S/N 比の一般的な検討を行い、64 画素程度の TES マイクロカロリメータでも、半導体検出器を用いたこれまでの実験と遜色のない上限値が得られること、画素数を増やすことで感度は高くなり、現在開発が進められている多素子読み出しの方法を適応することで、2 桁以上の感度の改善がはかれることがわかった。TES マイクロカロリメータでは使用できるアクション変換物質（吸収体）の量を半導体検出器の方法に比べて大きくできないが、内部転換電子を検出できるため検出効率が高いこと、エネルギー分解能が高いことでバックグラウンドの影響を小さくできることの二つが TES マイクロカロリメータで感度を高めることのできる要因である。

アクション吸収体として用いる鉄は強磁性を持つ。これは TES の動作に大きな影響を与えるため、これまで TES の近傍において用いた前例はない。鉄を吸収体として用いた TES 型マイクロカロリメータが成立しうるのかを、二つの有限要素法による数値シミュレーションを行なって確認した。

第一は、TES の位置に鉄が作る磁場の強さである。地球磁場で完全に鉄が磁化していた、という最悪ケースを想定しても、 $200\ \mu\text{m}$ の間隔をおけば、TES が影響を受けない強度まで磁場の強さを低減できることがわかった。

次に、このように TES から鉄吸収体を離して配置した場合に、TES に熱を伝えることができるか、また、アクションの吸収位置の違いにより TES 信号波形が変化してエネルギー分解能に影響がでないのか、を熱シミュレーションにより確認した。 $100 \times 100 \times 5\ \mu\text{m}^3$ の大きさの吸収体を仮定し、TES との間を金の熱パスで接続する設計の場合をシミュレーションした。その結果、まず、熱パスの幅は吸収体と同じ幅まで大きくするほうがよいことがわかった。次に、アクションの吸収位置依存性については、この吸収体の大きさではエネルギー分解能に与える影響は $3\ \text{eV}$ 程度で十分に小さいこと、さらに、TES を通らずに窒化シリコン + 酸化シリコン 2 層薄膜を通して熱浴に逃げる熱は 25% 以下であり、エネルギー分解能に与える影響も 25% 程度以下と予想されることがわかった。従って、本シミュレーションの範囲では、モデル設計の TES 型マイクロカロリメータは TES 型マイクロカロリメータとして動作し、そのエネルギー分解能としても、理想的な予想値に近い値が得られると結論した。

TES 型マイクロカロリメータの各ピクセルの吸収体の大きさは、吸収体の大きさに対するエネルギー分解能の位置依存性に依じた最適値が存在すると予想される。吸収体の大きさの影響は、長さの 2 乗に依存する形で現れるので、 $200\ \mu\text{m}$ 角の大きさにすると、 $10\ \text{eV}$ の分解能に対しては無視できない影響を生ずると予想される。これらの予想は鉄の熱伝導度の値に依存している一方で、鉄の熱伝導率については実験値が存在せず大きな不確定性があるという問題がある。低温での熱伝導度は、その製作方法に大きく依存すると考えられ、実際の値がどうなるかは作って見ないとわからない。本シミュレーションは、電析法による製作を仮定し、これまでの経験から電析法は一般的に他の方法よりも大きな RRR が得られることから RRR は 10 程度まで大きくできるとの前提でパラメータを設定した。

本修論の成果を踏まえて、今後は以下のように研究をすすめることを提案する。

まず電析による鉄薄膜を測定し、その極低温での電気抵抗を実測する。この結果から低温での鉄の熱伝導度を求める。続いて TES 動作への鉄の影響についても、鉄薄膜を TES の近くにおいた状態で特性を測定し、設置可能最短距離を確定する。

以上の結果を踏まえて、素子のシミュレーションを再度行い、素子の最適化を行う。その結果に基づいて、試作する素子の設計を複数設定して、それらを実際に製作して特性の評価を行う。試作素子では、高価な ^{57}Fe を用いる必要はなく、自然同位体の鉄で十分である。また特性評価は ^{57}Co からの 14.4keV のガンマ線を使うことができる。

素子の製作プロセスの中で、鉄の電析プロセスはこれまで経験がない。ただし、電析による Bi を X 線吸収体として用いた経験があり、また、電析プロセスで共同研究を行っている早稲田大学の研究室は、鉄化合物の電析プロセスを多く有している。素子の製作に時間をかける必要があると予想されるが、原理的な困難はないと思われる。従って、以上の手順を経ることで、比較的短かい時間で、64 画素の実験は実行可能ではないかと予想している。

参考文献

- [1] Brookhaven National Laboratory Selected Cryogenic Data Notebook.
- [2] H. W. Babcock. The rotation of the Andromeda Nebula. *Lick Observatory Bulletin*, 19:41–51, 1939.
- [3] Akira Chiba. TES 型 X 線マイクロカロリメータレイの実用化に向けた低温フロントエンド部の開発. Master's thesis, University of Tokyo, 2015.
- [4] J. L. Feng. Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection. *Ann. Rev. Astro. Astrophys.*, 48:495–545, September 2010.
- [5] R. A. Hijmering, P. Khosropanah, M. Ridder, M. Lindeman, L. Gottardi, M. Bruijn, J. Kuur, P. Korte, J.-R. Gao, H. Hoevers, and B. Jackson. Effect of Magnetic Fields on TiAu TES Bolometers for the SAFARI Instrument on the SPICA FIR Telescope. *Journal of Low Temperature Physics*, 167:242–247, May 2012.
- [6] Kent D. Irwin. *Phonon-mediated particle detection using superconducting tungsten transition-edge sensors*. PhD thesis, Stanford University, 1995.
- [7] R. L. Kelley, K. Mitsuda, C. A. Allen, P. Arsenovic, M. D. Audley, T. G. Bialas, K. R. Boyce, R. F. Boyle, S. R. Breon, G. V. Brown, J. Cottam, M. J. Dipirro, R. Fujimoto, T. Furusho, K. C. Gendreau, G. G. Gochar, O. Gonzalez, M. Hirabayashi, S. S. Holt, H. Inoue, M. Ishida, Y. Ishisaki, C. S. Jones, R. Keski-Kuha, C. A. Kilbourne, D. McCammon, U. Morita, S. H. Moseley, B. Mott, K. Narasaki, Y. Ogawara, T. Ohashi, N. Ota, J. S. Panek, F. S. Porter, A. Serlemitsos, P. J. Shirron, G. A. Sneiderman, A. E. Szymkowiak, Y. Takei, J. L. Tveekrem, S. M. Volz, M. Yamamoto, and N. Y. Yamasaki. The Suzaku High Resolution X-Ray Spectrometer. *PASJ*, 59:77–112, January 2007.
- [8] R.A. Krakowski and R.B. Miller. . *Nuclear Inst. Meth.*, 100:93, 1972.
- [9] M. et al. Krcmar. . *Physics Letters B*, 442:38, 1998.
- [10] L.L.Isaacs. . *Journal of Chemical Physics*, 43(307), 1965.
- [11] John C. Mather. Bolometer noise: nonequilibrium thoery. *Applied Optics*, 21(6):1125–1129, March 1982.
- [12] S. Moriyama. Proposal to Search for a Monochromatic Component of Solar Axions Using ^{57}Fe . *Physical Review Letters*, 75:3222–3225, October 1995.
- [13] S H Moseley, J. C. Mather, and D McCammon. Thermal detectors as x-ray spectrometers. *Journal of Applied Physics*, 56(5):1257–1262, September 1984.
- [14] T. Namba. Results of a search for monochromatic solar axions using ^{57}Fe . *Physics Letters B*, 645:398–401, February 2007.
- [15] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, M. Ashdown, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, R. B. Barreiro, J. G. Bartlett, and et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *A and A*, 594:A13, September 2016.
- [16] T. A. Porter, R. P. Johnson, and P. W. Graham. Dark Matter Searches with Astroparticle Data. *Ann. Rev. Astro. Astrophys.*, 49:155–194, September 2011.

-
- [17] J. Rico, M. Wood, A. Drlica-Wagner, J. Aleksić, for the MAGIC Collaboration, and the Fermi-LAT Collaboration. Limits to dark matter properties from a combined analysis of MAGIC and Fermi-LAT observations of dwarf satellite galaxies. *ArXiv e-prints*, August 2015.
- [18] V. C. Rubin and W. K. Ford, Jr. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *ApJ*, 159:379, February 1970.
- [19] N. Sekiya, N.Y. Yamasaki, and K. Mitsuda. . *PASJ*, 68:519, 2016.
- [20] Y.Y.Y. Wong and R.W.T.H. Aachen. . *COSMO 2011*, August 2011.
- [21] H. Kurabayashi Y. Ishisaki. Effect of On-Chip Magnetic Shielding for TES Microcalorimeters. *Journal of Low Temperature Physics*, 151(1):131–137, January 2008.
- [22] Tomotaka Yoshino. 超伝導遷移端型 X 線マイクロカロリメータの熱数学モデルの構築と設計の最適化. Master's thesis, University of Tokyo, 2005.
- [23] F. Zwicky. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127, 1933.