

修士論文

GHz帯共振により多重化されたX線マイクロカロリメータの
信号復調処理系の研究

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所 山崎研究室

中山 貴博

指導教官: 山崎 典子

平成 29 年 1 月

概要

アメリカの宇宙物理学者が観測ロケットで X 線検出器を打上げ、予想をはるかに起える強い X 線を世界で初めて観測してから約 50 年間を経て、宇宙の全貌を知る上では X 線観測が不可欠の手段と考えられるようになり、X 線天文学は宇宙物理学の重要な一分野に成長した。宇宙の構造とその進化に関わる課題に関して銀河団の高温ガスや中高温銀河間物質といった広がった天体は重要である。銀河団の形成と合体において期待される高温ガスの運動（数 100 - 1000 km/sec）を検出するためには数 100 km/s の精度で分光する必要があり、検出器としては非分散型で数 eV のエネルギー分解能を持つ X 線マイクロカロリメータが最有力である。我々の研究グループではエネルギー分解能の面では要求される性能を徐々に達成しつつある。一方 X 線マイクロカロリメータは ~ 100 mK の極低温で動作させる分光器であるため、大規模なアレイを一素子一読み出しで動作させると、低温部への配線は数千本となり、配線からの熱流入が無視できなくなる。したがって複数の素子をつなぐ読み出し系で測定する信号の多重化は必須であり、これまでに周波数分割方式などの信号多重化法が研究されてきた。しかし多素子化という面では未だに課題が多く、現状では数 100 素子程度である。次世代の衛星用としては大規模なアレイが強く求められており、例えば 2028 年に打ち上げ予定の大型 X 線天文衛星 Athena (Advanced Telescope for High - Energy Astrophysics) では、40 素子/ch \times 96 ch = 3840 素子の遷移端温度計 (TES; Transition edge sensor) 型 X 線マイクロカロリメータを達成目標としている。数 eV の精密分光かつ 100 万素子を同時に達成することは X 線観測の夢であり、Athena 衛星以降の衛星にはさらなる素子数の向上が望まれている。

本研究では X 線マイクロカロリメータの大規模アレイ化実現に向け、マイクロ波 SQUID を用いた多重化方式を採用した読み出しシステムの開発を行い、X 線信号に最適化したこれまでにない素子数の信号読み出し方法を確立することを目標とした。この多重化方式ではランプ磁束変調法を用いた SQUID の入出力の関係を線形化する変調方法を取り入れている。ガンマ線カロリメータにおいてすでにこの方式による研究が進まれているが、X 線マイクロカロリメータでの研究はまだなされていない。ガンマ線信号と X 線信号ではその信号の速さに違いがあり、X 線信号の方が 100 倍程度速い。また、エネルギー分解能の面でも X 線マイクロカロリメータではその原理的な分解能まで追究されているため、信号の読み出し系によってエネルギー分解能が制限されてしまうことは望ましくない。したがってガンマ線カロリメータで用いられている多重化方式を X 線マイクロカロリメータに応用できるかどうかは検証が必要である。そこで本修士論文の目的として、信号の読み出しの立場から、どのような機能が必要であり、その機能を持つ回路はどのような回路になるのかを考えた上で X 線信号を読み出せるかどうかの検討のために復調計算ロジックを組み立て、それに基づく計算から回路系に必要な諸元を明らかにすることとした。

まず、マイクロ波 SQUID を用いた読み出しのために必要な処理を整理し、最低限必要な要素を持った回路系を考えた。次にその回路系における信号フローを追い、変復調のロジックを構築した。さらに典型的な TES の X 線信号を仮定して、前述の変復調処理に従って数値シミュレーションを行った。その結果、ロジックとしてきちんと復調できることが確認できた。その後、ランプ磁束に対する X 線の相対的な入射時刻を変化させてその復調誤差への影響を調べたところ、ランプ磁束周期の真ん中で入射されるときに復調精度が最も悪くなるということを確認した。続いて、入射相対時刻を最も復調精度が悪いランプ周期の真ん中の場合に固定し、復調誤差の rms 値とランプ磁束周波数との関係を調べた。その結果、例えば復調精度として $10^{-3}\Phi_0$ （ここで、 $\Phi_0 (= \frac{h}{2e})$ は磁束量子）を要求するとした場合に、

ランプ磁束周波数として 400 kHz は必要であるという結論を得た。次に離散信号のサンプリングレートを振りサンプリングレートが復調誤差に与える影響を調べた。その結果、100 Msps 程度のサンプリングレートであればマイクロ波 SQUID による多重化において復調可能であるという結論を得、現有の機器に本研究で考えた復調ロジックを組み込むことで、マイクロ波 SQUID による信号多重化の実装が可能であることが分かった。

目次

第 1 章	X 線天文学と分光観測	7
1.1	X 線分光による宇宙の進化の解明	7
1.1.1	Missing baryon 問題	8
1.2	次世代の X 線分光器への要求	9
1.2.1	X 線マイクロカロリメータ	10
1.2.2	次世代の X 線衛星計画	11
1.3	本修士論文の目的	14
第 2 章	検出器開発	17
2.1	X 線マイクロカロリメータ	17
2.1.1	温度計	18
2.2	X 線マイクロカロリメータの多素子アレイと信号多重化	21
2.3	X 線マイクロカロリメータの多素子化の開発状況	23
2.4	マイクロ波 SQUID による多重化	25
第 3 章	マイクロ波 SQUID を用いた新アレイシステム	29
3.1	必要な処理	29
3.2	信号の変復調ロジック	32
3.2.1	時間空間における理想的な振る舞い	32
3.2.2	周波数空間における振る舞い	36
3.3	共振器	39
3.3.1	$\frac{\lambda}{4}$ 共振器	39
3.3.2	キャパシタカップリング	39
3.3.3	Inductive Load	41
3.3.4	SQUID Direct Coupling	42
第 4 章	読み出し回路シミュレーション	45
4.1	TES 信号の復調	45
4.2	パラメータの変更	56
4.3	パラメータの制限	59
4.4	現行の多重信号読み出しシステムへの適応の是非	61
第 5 章	まとめと今後の課題	63
付録 A	rf-SQUID の原理	65

A.1	ジョセフソン接合	65
A.2	rf SQUID のインダクタンス	66
付録 B	復調手順	71
B.1	関数の定義	71
B.2	使用したパラメータ	71
B.3	復調のプログラム	72
付録 C	X 線マイクロカロリメータの動作原理	77
C.1	電熱フィードバック (ETF: Electro-thermal feedback)	77
C.1.1	電熱フィードバックのもとでの温度変化に対する応答	77
C.1.2	電熱フィードバックの一般論と電流応答性	79
C.2	固有ノイズ	82
C.3	最適フィルタとエネルギー分解能	84
	参考文献	89

第 1 章

X 線天文学と分光観測

1.1 X 線分光による宇宙の進化の解明

宇宙には様々な電磁波が飛び交っている。それは電場と磁場が進行方向に対して直交する横波であり、真空中では光速で伝播する。特に、波長が $\sim 10^{-11} - 10^{-8}$ m 程度の電磁波を X 線と呼ぶ。X 線の特徴として、高い物質透過力を持つことが挙げられる。しかし、X 線は地球の大気を透過することができない。1962 年、R. Giacconi ら AS&E 社の研究者は、観測ロケットや人口衛星など大気外に観測装置を運ぶ手段によって、地表には届かない宇宙からの X 線を計測することを試みた。その結果、予想をはるかに超える強度の X 線が観測された。こうして X 線天文学が始まり、天文学・宇宙物理学の中でも重要な分野として発展してきている。これまでの観測により、宇宙に存在する多くの天体が X 線を放出していること、1 ミリ秒以下の短い時間で不規則に X 線強度が変動する天体があること、1 千万- 1 億度の超高温ガスの存在や、電子を光速近くまで加速するという超高エネルギー現象が宇宙様々な箇所に存在すること、そしてそこには、ブラックホールや銀河団などの巨大な重力が関与していて、巨大な爆発を伴う天体現象があることなどがわかってきた。宇宙に存在するほとんどの天体や現象は X 線との間になんらかの関係で結びついていると言っても過言ではない。それでは、宇宙はいつ頃誕生し、どのように星が生まれ、銀河が形成され、さらに銀河団のような巨大な構造が作られたのであろうか。

恒星には我々人間と同じように一生がある。恒星の元となるのは宇宙に希薄に存在しているガス、つまり星間物質である。星間物質の重力収縮により原始星が生まれ、さらに重力収縮を続けると原始星中心部で核融合反応が起こるようになり主系列星となる。核融合反応の燃料が使い果たされると、恒星の質量によって、あるものは赤色巨星に、あるものは白色矮星に、また、超新星爆発を起こして自分自身を吹き飛ばして中性子星やブラックホールを残すものがある。銀河とは恒星の集団であり、無数の恒星が独立に、あるいは互いに作用しながらその一生を繰り返す。銀河はさらに銀河団という集団を形成する。銀河団の重力ポテンシャルは電磁波では見ることができない暗黒物質によって作られており、銀河はそのポテンシャルに束縛されている。また、銀河団内部ではそのポテンシャルに束縛された 1 億程度程度の高温ガスで満たされており、その総質量は銀河の質量の総和よりも大きい。この高温ガス内にも重元素が存在し、それぞれの恒星で作られて銀河風として放出された星間物質が大きく関係している。銀河団同士も衝突合体を繰り返し、さらに大きな銀河団へと成長している。このように現在の宇宙の構造は、進化の過程で互いに密に関係しながら作られたものである。したがって、宇宙の進化の解明には、個々の天体の進化と互いの関係を観測していくことが重要である。

近年になって観測技術が飛躍的に進歩し、X 線では 1999 年には NASA の Chandra 衛星、2000 年には ESA の XMM-Newton 衛星が軌道に投入、さらに 2005 年には JAXA のすざく衛星が投入された。すざく衛星は、結像性能や有効面積においては、Candra 衛星や XMM-Newton 衛星に劣っているが、低バックグラウンドのため、広がった天体に対しては最も感度が高い。例えばペルセウス座銀河団について、これまでの X 線観測では中心付近の高温ガスやその中心にあるブラックホールからの宇宙ジェットが周囲の高温ガスを押しつけているのが確認されており、これにともなって高温ガスが激しく動いているものと考えられていた。そんな中、2016 年にひとみ衛星が投入され、その観測結

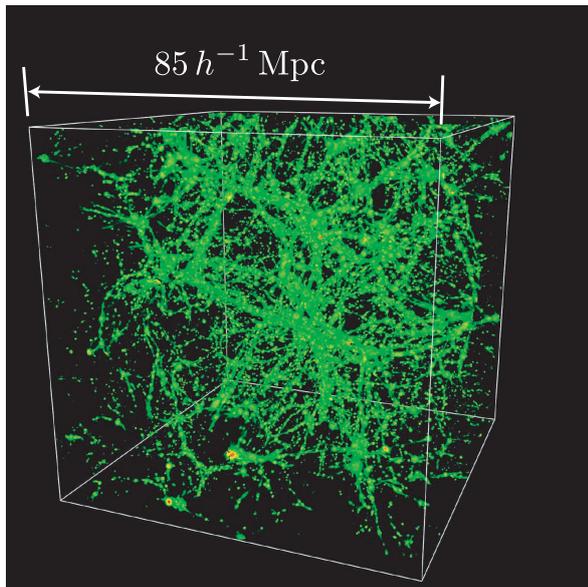


図 1.1.1 宇宙流体シミュレーションに基づく中高温銀河間物質の空間分布 [5]

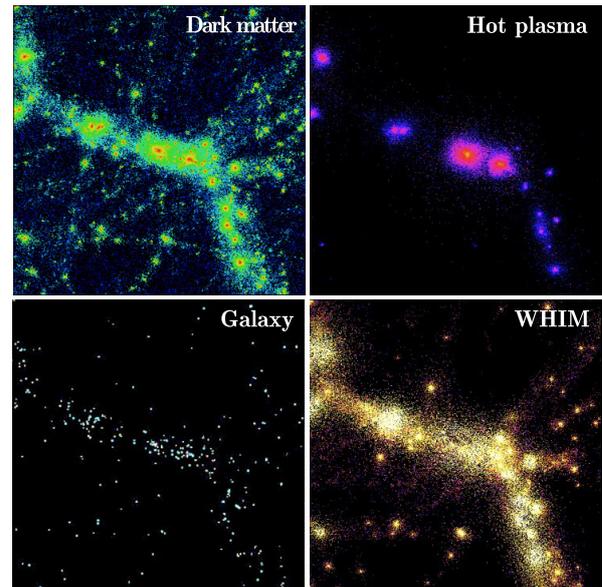


図 1.1.2 流体シミュレーションによる銀河団周辺の物質分布 (左上: ダークマター、右上: 温度 1000 万 K 以上の高温プラズマ、左下: 銀河 (星)、右下: 温度 10 万–1000 万 K の WHIM)[32]

果からペルセウス銀河団の高温ガス運動が予想より穏やかであることが判明したのは記憶に新しい。

X 線は高エネルギー電子によるシンクロトロン放射や逆コンプトン散乱、さらに高温物質からの熱制動放射や黒体放射によって生み出されるため、宇宙における高エネルギー現象をとらえるのに最も適した電磁波であると言える。また、100 eV から 10 keV のエネルギーの間には、炭素、窒素、酸素、ネオン、マグネシウム、シリコン、イオウ、アルゴン、カルシウム、鉄等の、宇宙に存在する主要な重元素の K 輝線、K 吸収端が存在することから、これらの重元素の量や物理状態を知る上でも X 線による観測が有効である。さらにこれらの輝線のエネルギーシフトは、これらの元素を含むガスの運動状態を知る上で有効である。従って、X 線による分光観測は宇宙の進化を解明する上での重要な手段の一つであるといえる。

1.1.1 Missing baryon 問題

現在宇宙に存在する全バリオン量は Λ CDM モデルのもと詳細に求められており、NASA の WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) での宇宙マイクロ波背景放射観測をはじめとした様々な観測によると、現在の宇宙の構成の約 4% がバリオンである。これまでに我々は星や銀河、銀河団ガスなどになって存在するバリオンを様々な波長で観測してきた。しかし、現在存在しているバリオンのうち観測にかかる高密度で高温のものは、バリオン総量のわずか 10% 程度しかない。他の波長域での観測と合わせても半分程度が直接観測されていないのである。このような現在の宇宙に存在するバリオンの半分が未だに検出されていない問題を missing baryon 問題といい、これらのバリオンを総じて dark baryon または missing baryon と呼ぶ。

Missing baryon は宇宙流体シミュレーションによって、図 1.1.1 のように密度が小さい領域については銀河団同士をフィラメント状につなぐ 10^5 – 10^7 K 程度のガスとなって分布していることが示唆された [4, 5]。この希薄なガスを総じて中高温銀河間物質 (WHIM; Warm-hot intergalactic medium) という。WHIM は他の温度帯のガスよりもダークマターの分布をトレースしていることがシミュレーションによって示されており、WHIM を広視野で観測することがダークマターの構造を解明することにつながる (図 1.1.2)[32]。

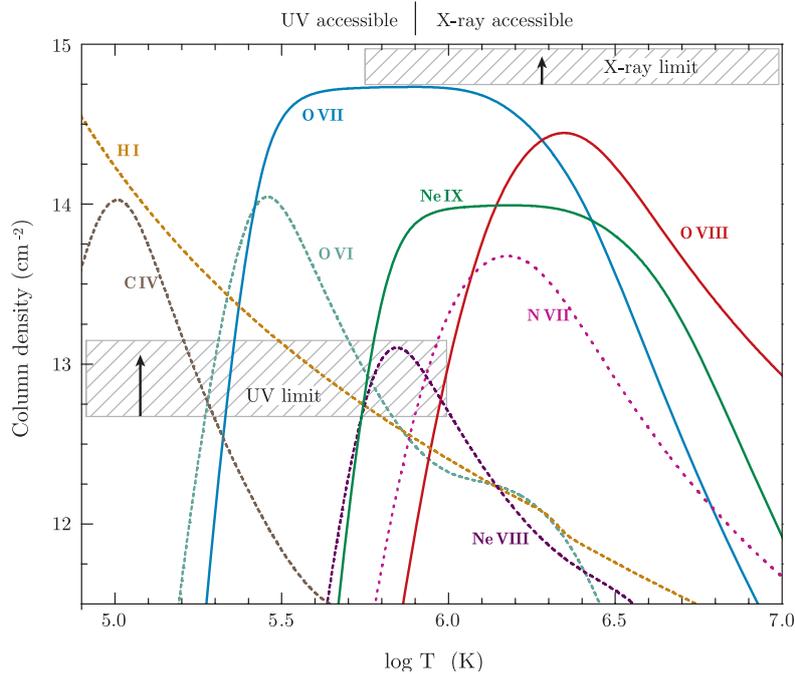


図 1.1.3 柱密度で表した原子の電離状態の密度分布 (ガスの柱密度を 10^{19} cm^{-2} 、金属量を $0.1 Z_{\odot}$ と仮定)[3]

10^5 – 10^7 K のガスは図 1.1.3 を見ると、電離酸素の組成比が最も大きく、これらの輝線吸収線が目立つ。そのため UV や X 線領域での WHIM 探索が行われてきた。しかし UV による OVI Ly α の吸収線観測では WHIM の背景にレーザーなどの点光源が必要であり、観測位置が点光源の位置のみに制限されてしまう。一方、OVII、OVIII の輝線吸収線を X 線で直接観測することができれば WHIM の空間分布を明らかにすることができる。現在の X 線検出器では WHIM を観測するに十分なエネルギー分解能と視野を備えていない。そのため missing baryon 問題解決のためにはよりよい検出器と次世代の X 線望遠鏡が求められている。

1.2 次世代の X 線分光器への要求

次世代検出器に必要なエネルギー分解能と撮像能力について考える。銀河団の形成と合体において、高温ガスの熱運動の速度は数 100 km/s から 1000 km/s である。乱流も同程度の速度で運動していると考えられ、これらの内部構造を知るためには 100 km/s の速度が分離できるエネルギー分解能が必要である。

また、精密なプラズマ診断を行なうためには、各輝線の微細構造を十分に分離できる分解能が必要である。微細構造を分離できない場合、プラズマの状態によって輝線構造の中心エネルギーが変化するため、統計に関わらずエネルギーの決定精度が制限されてしまう。従って微細構造の分離は不可欠なものである。

例として、宇宙に最も多く存在する元素の 1 つで、X 線分光で最も興味のある鉄輝線（静止エネルギーで 6.4 - 6.9 keV）について考える。ヘリウム様に電離された鉄の K α 線のエネルギーは 6.7 keV であるが、この鉄イオンが一階励起された状態は LS カップリングによって、 $1s2s \ ^1S_0$ 、 $1s2s \ ^3S_1$ 、 $1s2p \ ^1P_1$ 、 $1s2p \ ^3P$ の 4 つの状態に分裂する。このうち $1s2p \ ^1P_1 \rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ は双極子遷移によって 6698 eV の共鳴 X 線を放射する [22]。一方で、 $1s2s \ ^3S_1 \rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ と $1s2p \ ^3P \rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ は双極子遷移が禁止されており、プラズマの物理状態によって 6637 eV の禁制線と 6673 eV の intercombination 線として観測される。また、これら輝線の近くにはリチウム様イオンやベリリウム様イオンから出るサテライト線が現れる。したがってこれらの微細構造を分離するためには、 $\Delta E < 10 \text{ eV}$ のエネルギー分解能が必要である。X 線 CCD カメラなどの半導体検出器では原理的なエネルギー分解能はこれよりも 1 桁以上悪い。図 1.2.1 に、

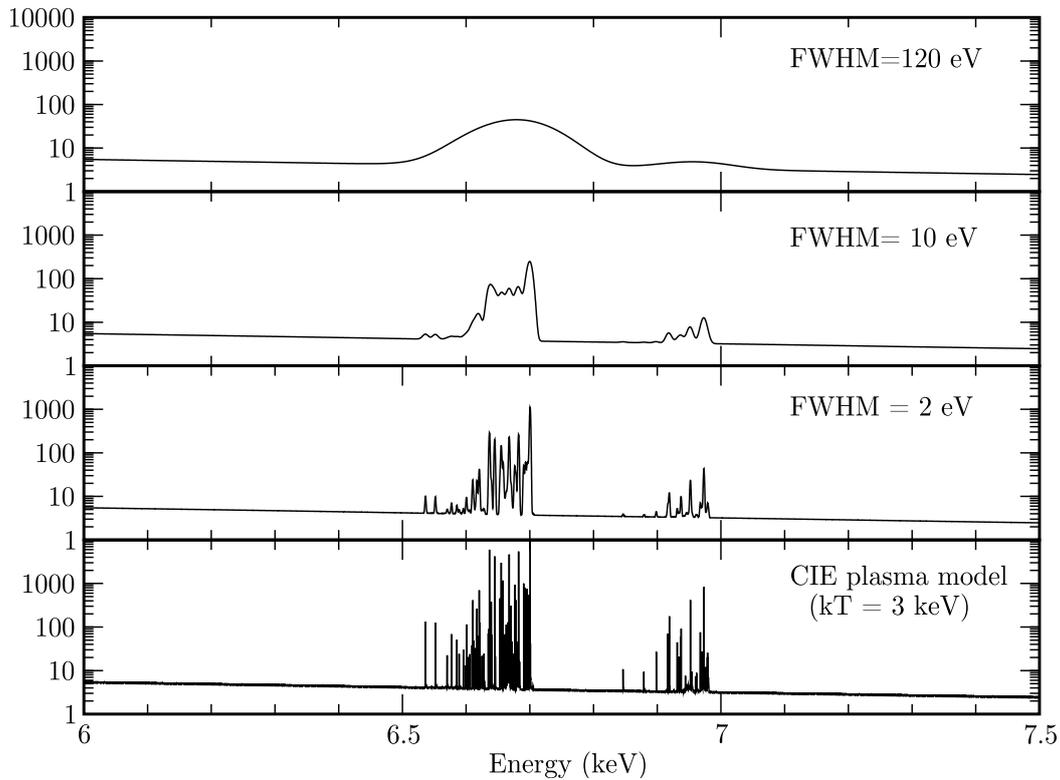


図 1.2.1 $\Delta E_{\text{FWHM}} = 120\text{eV}$ 、 10eV 、 2eV の X 線検出器で温度 3000 万 K の電離平衡高温プラズマを観測したときに予想される鉄 K 輝線付近のスペクトル

温度 $kT = 3\text{keV}$ の光学的に薄いプラズマから放射される鉄 K 輝線を、エネルギー分解能が 120eV 、 10eV 、 2eV の検出器で観測する場合のシミュレーション結果のスペクトルを示す。図 1.2.1 からわかるように、エネルギー分解能が 120eV の検出器 (X 線 CCD カメラ) では、微細構造を分離出来ずなだらかな連続スペクトルとなるが、分解能 10eV の検出器では共鳴線を分離でき、さらに 2eV の検出器では複雑な微細構造まで分離できている。

100km/s の運動によって起こるドップラーシフトは、 6.7keV の鉄輝線に対して 2.2eV である。これは運動の状態によって、エネルギーのシフトや輝線の広がりとして検出される。ゆえに、天体の運動を正確に知るためには、エネルギー分解能 \sim 数 eV が必要となる。このエネルギー分解能を持つ検出器として最も有力であるのはマイクロカロリメータである。

次に撮像について述べる。X 線マイクロカロリメータ 1 ピクセルの大きさは典型的に $200\mu\text{m}$ 角である。そこで望遠鏡の焦点距離を 10m とすると、1 ピクセルで $4'' \times 4''$ の視野をカバーできる。典型的な X 線衛星の視野は数 10 分角であり、例えば視野が Chandra 衛星の 30 分角であるとき、X 線マイクロカロリメータでその視野を見るために必要なピクセル数は 2×10^5 となる。

1.2.1 X 線マイクロカロリメータ

半導体検出器はエネルギー分解能の側面で要求に届かず、分散型分光器は広がった天体の観測には向かず、また低いエネルギー領域でしか十分なエネルギー分解能を達成できない。現時点において、鉄の $K\alpha$ 線領域に対して十分なエネルギー分解能を持つ検出器は、X 線マイクロカロリメータが最も有力である。X 線マイクロカロリメータは、入射エネルギーを素子の温度上昇として測定する検出器であり、極低温 ($\sim 100\text{mK}$) において高いエネルギー分解能を達成できる。超伝導トンネル接合 (STJ) 検出器も低温で動作する検出器として開発が進められている。STJ は X 線マイクロカ

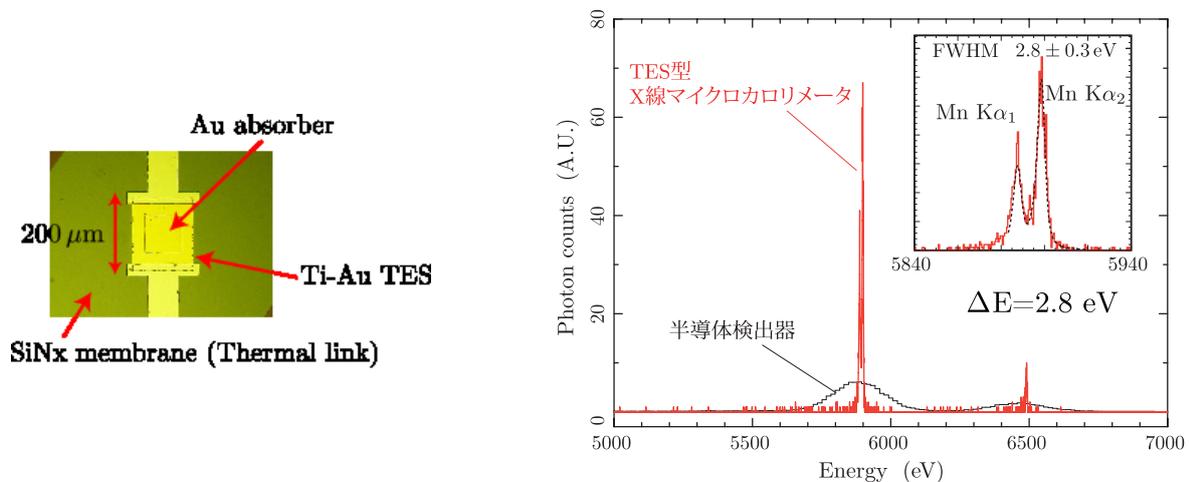


図 1.2.2 我々のグループが開発した TES 型マイクロカロリメータ (左) と達成したエネルギー分解能 (右)[1]

ロリメータに比べ高速応答であるため、高い計数率で用いることができる。しかし、高エネルギー分解能との両立が難しく、1 keV 程度以下の X 線の分光には有効であるが、それ以上のエネルギーの X 線には向いていない。X 線天文学で重要な輝線の多くは 1 keV 以上にあるので、STJ は X 線天文学用の検出器としては不向きである。

半導体温度計から、エネルギー分解能のさらなる改善に向けて、超伝導遷移端型温度計 (TES) を用いた新しいタイプのマイクロカロリメータの開発が進められている。TES 型マイクロカロリメータの読み出し系としては超伝導量子干渉素子 (SQUID) を用いる。すでに我々のグループ (宇宙科学研究所と首都大学東京のグループ) の開発した素子で、5.9 keV の X 線に対して 2.8 eV のエネルギー分解能が得られている (図 1.2.2)[1]。また、NASA の素子では 1.8 eV の分解能が報告されている。

このように、エネルギー分解能については要求される性能を達成しつつある。一方、1000 素子の読み出し系はまだ開発段階である。すざく衛星に搭載の XRS では 32 素子を独立に読み出ししていたが、これと同じように 1000 素子を独立に読み出すのは配線による熱流入の影響などを考えると現実的でない。したがって 1000 素子以上の読み出しを達成するためには何らかの信号多重化を行うことで配線数を減らし、熱流入の問題を解決することが必須である。読み出しに用いる SQUID の周波数帯域幅は TES の帯域よりもずっと広いことを利用すれば信号の多重化が原理的に可能となる。我々のグループでは、多入力 SQUID を用いた磁場加算方式の開発、またカロリメータの交流駆動の特性の研究に取り組んできた [23, 30, 10, 16, 9, 8]。

1.2.2 次世代の X 線衛星計画

次に、次世代の X 線衛星について X 線マイクロカロリメータを搭載した、または搭載予定の 2 つの衛星計画についてまとめる。

ひとみ衛星

日本は約 50 年前に X 線天文学が始まって以来、「はくちょう」、「てんま」、「ぎんが」、「あすか」、「すざく」と特徴のある衛星を連続して打ち上げ、国際的に大きな役割を担ってきた。日本で 6 番目の X 線天文衛星となる「ひとみ」衛星は X 線天文学の分野で世界をさらにリードし、宇宙科学の分野に新たな流れを作るために提案されたものである。2003 年の最初の提案後、2008 年にプロジェクトとして開始し、2016 年に打ち上げられた。

ひとみ衛星では、軟 X 線領域に 2 台、硬 X 線領域に 2 台の合計 4 台の X 線望遠鏡が搭載された。軟 X 線望遠鏡 (SXT) の焦点面検出器の 1 つとしてマイクロカロリメータが搭載されている。そのエネルギー分解能は 7 eV 以下を

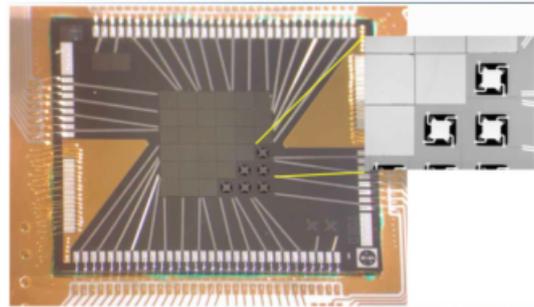


図 1.2.3 ひとみ衛星に搭載された SXS

表 1.1 ひとみ衛星に搭載した観測装置とその性能

スペック	軟 X 線分光検出器 (SXS)	軟 X 線撮像検出器 (SXI)	硬 X 線撮像検出器 (HXI)	軟ガンマ線検出器 (SGD)
検出器	マイクロカロリメータ	X 線 CCD	Si/CdTe	Si/CdTe
焦点距離	5.6 m	5.6 m	12 m	-
有効面積	210 cm ² @6 keV 160 cm ² @6 keV	360 cm ² @6 keV	300 cm ² @30 keV	> 20 cm ² @100 keV Compton mode
エネルギー範囲	0.3 – 12keV	0.4 – 12keV	5 – 80keV	60 – 600keV
エネルギー分解能 (FWHM)	< 7eV (@6keV)	< 200eV (@6keV)	2keV (@60keV)	< 4keV (@60keV)
角度分解能	< 1.3 arc min	< 1.3 arc min	< 1.7 arc min	-
有効視野	~ 3 × 3 arc min ²	~ 38 × 38 arc min ²	~ 9 × 9 arc min ²	~ 0.6 × 0.6 deg ² (< 150keV)
時間分解能	5μs	4s/0.1s	25.6μs	25.6μs

達成しており、非分散系として初めて実現された。これが SXS である (図 1.2.3)。このセンサーを実現するために、50 mK という極低温環境を軌道上で実現するための冷却システムが新たに開発された。これを補完し、10 keV 以下で汎用の撮像と分光を行ない、38 分角の広い視野をカバーするものが、SXT と国産 X 線 CCD カメラ (SXI) の組み合わせである。ひとみ衛星は、 $\Delta E \leq 7\text{eV}$ というこれまでに比べて 30 倍も優れたエネルギー分解を持つマイクロカロリメータを搭載することで、高温ガスの原子状態を正確に決定し、さらにドップラー分光により高温ガスの運動を高い精度で明らかにする。硬 X 線から軟ガンマ線の領域において、すざく衛星の 1 桁以上も高い感度をもち、したがって、プラズマの運動とそれによる加熱、さらに、粒子加速の両面からダイナミカルな天体现象を調べることが初めて可能になる。ひとみ衛星に搭載された観測装置をまとめたものを表 1.1 に示す。

ひとみ衛星は以上のように我が国のこれまでの実績と能力を基に、日本がリードする国際協働プロジェクトとして、従来より広帯域かつ 10 倍以上の感度を持つ検出器を搭載することで宇宙の大規模構造とその進化の様子を捉え、その成長を支配していると考えられている暗黒物質や銀河とブラックホールの共進化の謎に挑む目的であった。しかしながら、観測するための姿勢変更の際に姿勢制御系に誤作動がおり、実際には衛星は回転していないにもかかわらず、姿勢制御系は衛星が回転していると自己判断し、その回転を止めようとする向きにリアクションホイール (RW) が作動した結果、衛星が反対に回転するという姿勢異常状態となった。この想定以上の回転運動により、太陽電池パネルの一部や伸展式光学ベンチなど高速回転に対して構造的に弱い部位が分離してしまった。これに伴い、航空研究開発機構ではひとみ衛星は今後機能回復することが期待できない状態であると判断し、ひとみ衛星による観測を停止している。一

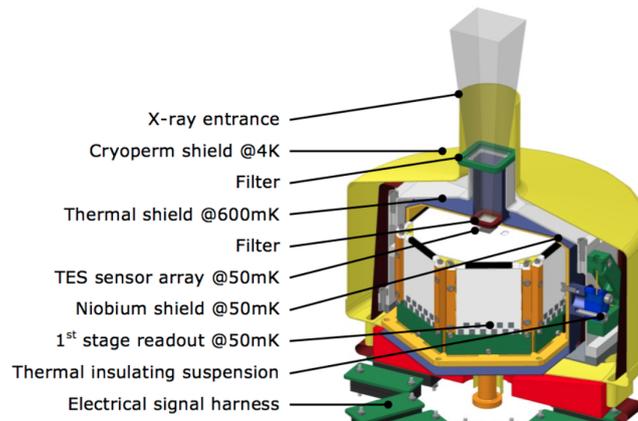


図 1.2.4 TES 型 X 線カロリメータ X-IFU[2]

方で SXS について初期観測データにより軌道上性能が実証され、その超高分解能分光能力は圧倒的な性能を持つことが証明された。2010 年代後半には、ALMA(サブミリ波)、ハッブル宇宙望遠鏡の後継の JWST 衛星、ガンマ線衛星 Fermi、2020 年代にはすばる望遠鏡後継の TMT などの次世代の大型天文台(衛星)が稼働することになり、X 線領域でひとみ衛星が他波長領域との同時観測が期待されていたが、ひとみ衛星の喪失に伴い、次に紹介する Athena 衛星打ち上げまでの 12 年間 X 線領域で空白期間が生じてしまう。したがって、ひとみ衛星の超高分解能分光性能を活かすことに基本とした後継機が早期に製作されることが国内外で期待されている。

Athena 衛星

欧州宇宙機関 (European Space Agency; ESA) は「Cosmic Vision」として宇宙ミッションによって挑戦すべきサイエンス課題の長期計画をまとめている [31]。この計画に沿って 2028 年打ち上げ予定のサイエンステーマとして”The Hot and Energetic Universe”が選ばれ、これは、

1. “Hot Universe” : どのようにして物質が集積し、今日の大規模構造が作られたのか
2. “Energetic Universe” : どのようにして超巨大ブラックホールが成長し、宇宙に影響を与えたのか

という宇宙物理の二つの根本問題の解決を目指すものである。2014 年 6 月にこのサイエンステーマに挑戦するためのミッションとして大型衛星計画 “Advanced Telescope for High - Energy Astrophysics (Athena)” が選ばれた。Athena 計画は、ひとみ衛星の後継として世界で唯一の大型 X 線天文衛星である。

Athena には 3 つの X 線検出器が搭載される。1 つ目は Silicon Pore Optics(SPO) で、シリコンポア光学系技術を用いた大面積かつ高角度分解能の X 線望遠鏡である。SPO 技術により、焦点距離 12m、角度分解能約 5 秒角^{*1}、1 keV の X 線に対して有効面積 2m² の X 線望遠鏡が実現できると期待されている。2 つ目は X-ray Integral Field Unit (X-IFU) で、超伝導遷移端温度計 (Transition Edge Sensor; TES) を利用した高エネルギー分解能 X 線カロリメータである。Athena に搭載される X 線カロリメータは、すざく衛星やひとみ衛星の発展版に当たる (図 1.2.4)。X-IFU のエネルギー範囲は 0.2 – 12 keV、エネルギー分解能は 6 keV の X 線に対して ~ 2.5eV、サイズは直径 5 分角、ピクセル数は 3840 である。ひとみ衛星の SXS が温度上昇測定に半導体温度計を使用しているのに対し、X-IFU は超伝導遷移端温度計を使用する。これによりエネルギー分解能が向上し、素子のピクセル数も 100 倍以上に増えている。SPO の優れた角度分解能と合わせることで、詳細な空間分解分光が可能になる。図 1.2.5 に X-IFU によるスペクトルのシ

*1 Half Power Diameter(HPD) で評価した値、すなわち、点光源から X 線を焦点面に集光した時、半分の光量を含む円の直径。

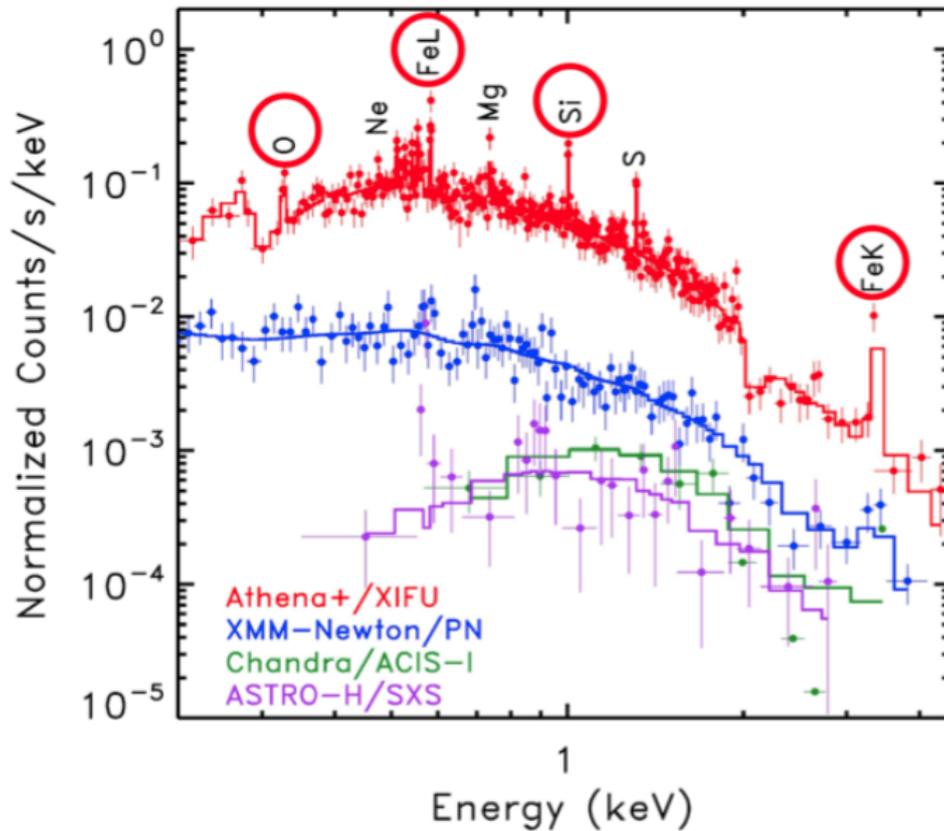


図 1.2.5 X-IFU による $z=1$ の遠方銀河のスペクトルシミュレーション。温度 $kT = 3 \text{ keV}$ 、X 線光度 $L_X = 10^{44} \text{ erg s}^{-1}$ を仮定している。[27]

シミュレーションを示す。3つ目は Wide Field Imager(WFI) で、MOS 型のシリコン DEPFET センサーを用いた広視野 X 線検出器である。DEPFET は各ピクセルの信号電荷を転送しないで読み出すことが可能であるため、読み出し速度が早い (約 0.5 ミリ秒で 1 素子の読み出し)。エネルギー分解能は X 線 CCD と同等であり、6 keV の X 線に対して、約 130 eV である。約 40 分四方の視野を 4 つの素子でカバーし、各素子は 512×512 程度のピクセル数である。

1.3 本修士論文の目的

X 線検出器の撮像性能とエネルギー分解能の向上は宇宙の構造とその進化を解明するためにも重要である。我々研究グループでは X 線マイクロカロリメータの開発に取り組み、エネルギー分解能については世界と肩を並べられるほどの結果を出しつつある。一方で多素子化による検出効率の向上は未だ課題が多く、多素子化数の向上とともにさらなる発展にはブレイクスルーが求められる。

本研究では X 線マイクロカロリメータの大規模アレイ化実現に向け、マイクロ波 SQUID を用いた多重化方式を採用した読み出しのシステム開発を行い、X 線信号に最適化した読み出し方法を確立することを目標とした。この多重化方式ではランプ磁束変調法を用いた SQUID の入出力の関係を線形化する変調方法を取り入れている。ガンマ線カロリメータにおいて、すでにこの方式による信号多重化の研究が進まれている (節 2.4) が、X 線マイクロカロリメータでの研究はまだなされていない。ガンマ線信号と X 線信号ではその信号の速さが異なり、X 線信号の方が 100 倍程度速い。また、エネルギー分解能の面でも X 線マイクロカロリメータではその原理的な分解能まで追究されているため、信号の読み出し系によってエネルギー分解能が制限されてしまうことは望ましくない。したがってガンマ線カロリメータ

で用いられている多重化方式を X 線マイクロカロリメータに応用できるかどうかは検証が必要である。そこで本修士論文では信号の読み出しの立場から、どのような機能が必要であり、その機能を持つ回路はどのような回路になるのかを考えた上で X 線信号を読み出せるかどうかの検討のために復調計算ロジックを組み立て (3 章)、それに基づく計算から回路系に必要な諸元を明らかにすることを目的とする (4 章)。

第 2 章

検出器開発

本章では、これまで開発されてきた X 線マイクロカロリメータについて述べ、多素子化に必要な要求と現状をまとめる。さらに新しく提案された多素子化方法についてまとめ、その現状に触れる。

2.1 X 線マイクロカロリメータ

X 線マイクロカロリメータは、入射した X 線光子 1 つ 1 つのエネルギーを素子の温度上昇から測定する検出器である。そのため極低温 (~ 100 mK) で高いエネルギー分解能を達成することができる。

X 線マイクロカロリメータは図 2.1.1 に示すように、吸収体、ピクセル、温度計、サーマルリンク、熱浴から構成される。入射してきた X 線光子は光電効果によって吸収体に吸収され、そのエネルギーが熱に変わる。入射 X 線光子のエネルギー E に対する素子の温度変化 ΔT は、カロリメータピクセルの熱容量を C として、

$$\Delta T = \frac{E}{C} \quad (2.1.1)$$

と書ける。この温度変化を、温度計の物理量の変化として測定する。現在は温度計素子として電気抵抗体が主流である。カロリメータピクセルは、熱浴と弱いサーマルリンクによってつながっているため、吸収体で生じた熱はサーマルリンクを通して熱浴に逃げて行き、ゆっくりと元の定常状態に戻る。ここで熱の流出入の関係から、

$$C \frac{d\Delta T}{dt} = -G\Delta T \quad (2.1.2)$$

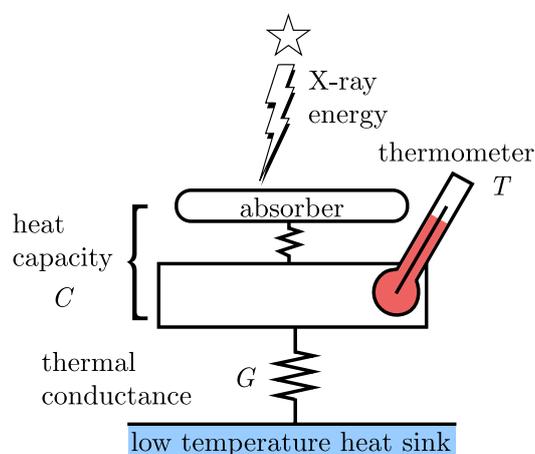


図 2.1.1 X 線マイクロカロリメータの構造概念図

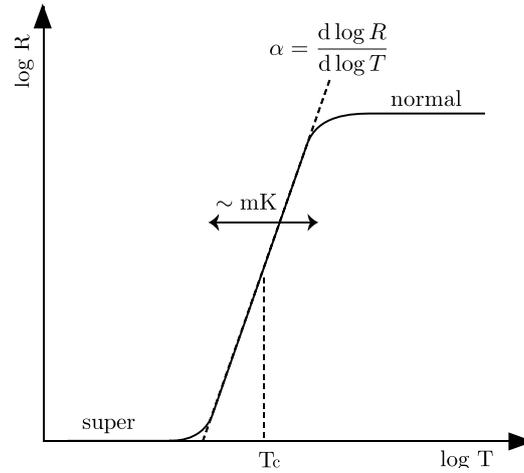


図 2.1.2 超伝導遷移端

が成り立つ。ただし、 G はサーマルリンクの熱伝導度である。したがって式 (2.1.2) より、素子の温度上昇は時定数

$$\tau_0 = \frac{C}{G} \quad (2.1.3)$$

で指数関数的に減衰していくことが分かる。

X線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は素子の熱揺らぎによって制限される。カロリメータピクセル中のフォノン数は $N \sim CT/k_B T = C/k_B$ と書けるので、素子の熱揺らぎは、

$$\Delta U \sim \sqrt{N} k_B T = \sqrt{k_B T^2 C}. \quad (2.1.4)$$

となる。より一般的には、X線マイクロカロリメータの intrinsic なエネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35\xi\sqrt{k_B T^2 C} \quad (2.1.5)$$

と書ける [24]。ただし、 ξ は温度計の感度や動作条件などによって決まるパラメータである。熱容量の温度依存性を考慮すると、エネルギー分解能は温度に強く依存し、極低温 (~ 100 mK) で非常に高いエネルギー分解能が達成されることがわかる。

2.1.1 温度計

超伝導遷移端温度計

温度計は、半導体や金属の抵抗値が温度に依存して変化することを利用したものである。温度計の感度 α (無次元) を、

$$\alpha \equiv \frac{d \log R}{d \log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \quad (2.1.6)$$

と定義する。ただし、 T は温度計の温度、 R はその抵抗値である。温度計の感度 α が良くなると、カロリメータのエネルギー分解能を改善する。半導体温度計を用いた XRS では $|\alpha| \sim 6$ であるが、超伝導遷移端を利用した温度計 TES を用いれば、感度 α を非常に大きくすることができる。

遷移端温度計 (Transition Edge Sensor) とは、超伝導-常伝導遷移端の急激な抵抗変化を利用した温度計である。図 ?? のように、超伝導遷移は典型的には数 mK という非常に狭い温度範囲で起こり、(2.1.6) 式で定義される温度計の感

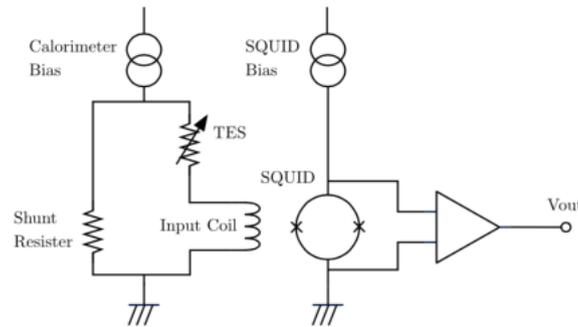


図 2.1.3 SQUID を用いたカロリメータの読み出し系模式図

度 α は 1000 にも達する。そのため TES を用いたカロリメータは、従来の半導体温度計のカロリメータに比べ、原理的に 1 桁以上もエネルギー分解能は改善することが可能である。したがって、TES カロリメータでは吸収体の熱容量の大きさに対して余裕ができ、熱化の早い常伝導金属を使用したり、大きな吸収体を用いて受光面積を増やすことなども可能になる。

TES を用いる場合その遷移端を使用することから、カロリメータの動作温度は TES の遷移温度に保たなければならない。したがって、動作温度は TES の遷移温度付近になる。TES の遷移温度は、TES を二層薄膜にすることで生じる近接効果 (proximity effect) を利用することでコントロールすることが出来る。近接効果とは、超伝導体に常伝導体を接触させるとクーパ対が常伝導体に漏れ出し、膜厚の比に依存して超伝導体の臨界温度が下がる効果である。

TES を駆動させる際、低電圧バイアス下で TES の電流変化を読み出すには相応の電流計が必要である。TES の電流は $\sim 100\mu\text{A}$ と小さく、また TES の出力インピーダンスも数 $10\text{ m}\Omega$ と小さいので、低インピーダンスの電流計が望ましい。一般的に低インピーダンスの電流計は、電流をコイルに流し、発生した磁場を計測することで成り立っているが、その点で磁束量子程度の極僅かな磁束に感度がある SQUID は最良の電流計であると言える。SQUID を用いたカロリメータの読み出し系の模式図を図 2.1.3 に示す。TES からの電流は SQUID の超伝導リングと結合された数 10 pH から数 nH 程度の入力コイルを介し磁束に変換され SQUID へ入力される。SQUID からは入力した磁束に応じた電圧が出力され、TES からの信号を読み出すことが出来るようになる。このように TES の読み出しでは SQUID は電流電圧変換器 (トランスインピーダンスアンプ) として用いられる。入力コイルと SQUID の超伝導リング間の相互インダクタンスを M_{in} とすると、dc SQUID の入力電流と出力電圧の変換係数、すなわちトランスインピーダンスゲイン Z_{tran} は

$$Z_{\text{tran}} = M_{\text{in}} V_{\Phi} \quad (2.1.7)$$

となる。また、SQUID の電圧ノイズを入力電流へ換算した入力電流換算ノイズ I_N は、上記の Z_{tran} を用いて

$$I_N = \frac{\sqrt{S_V}}{Z_{\text{tran}}} = \frac{\sqrt{S_{\Phi}}}{M_{\text{in}}} \quad (2.1.8)$$

となる。

誘電体温度計

TES 型カロリメータの開発と並行して、我々は温度計素子として誘電体を用いた誘電体 X 線マイクロカロリメータ (Dielectric x-ray MicroCalorimeter ; DMC) の研究を進めている。DMC における温度計感度 α は、

$$\alpha \equiv \frac{d \log \epsilon_r}{d \log T} = \frac{T}{\epsilon_r} \frac{d \epsilon_r}{dT} \quad (2.1.9)$$

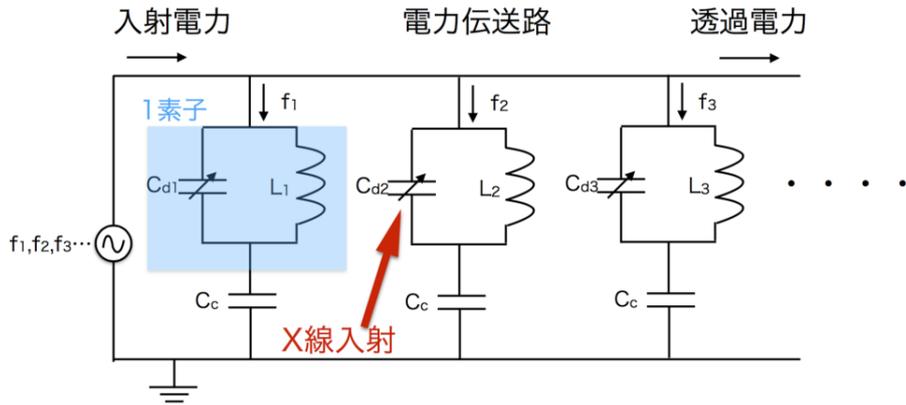


図 2.1.4 誘電体 X 線マイクロカロリメータの共振回路

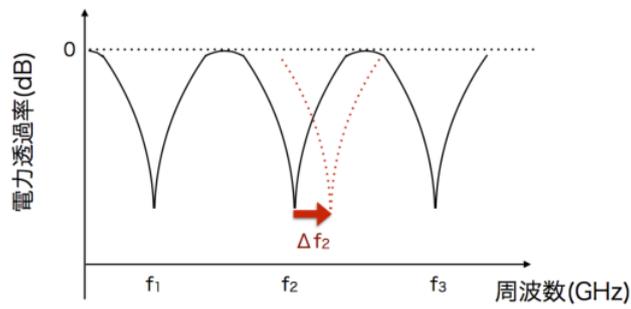


図 2.1.5 共振周波数が増減する様子の概念図

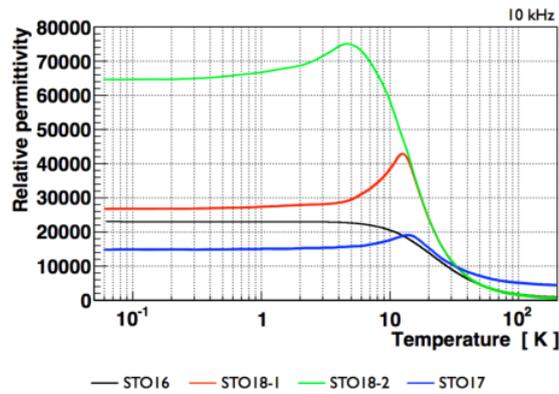


図 2.1.6 チタン酸ストロンチウムの比誘電率の温度依存性 [29]

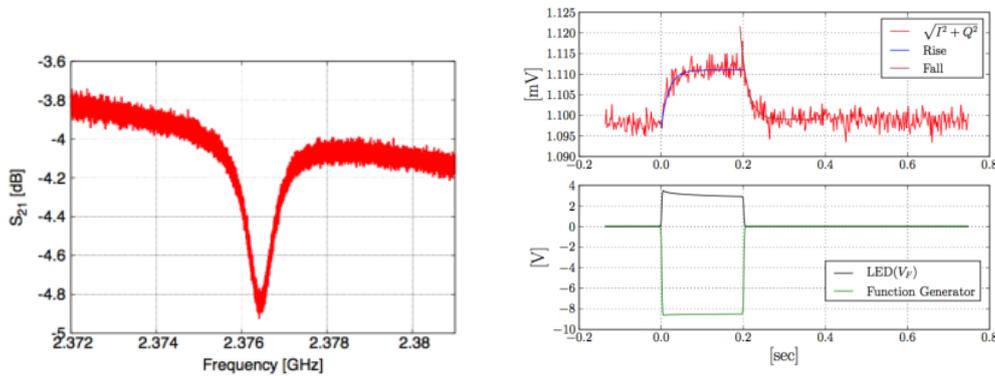


図 2.1.7 チタン酸ストロンチウムを用いた共振器の共振構造と LED 照射実験結果 [12]

と定義される。ただし、 T は温度計の温度、 ϵ_r は誘電体の比誘電率である。

DMC は誘電体素子をキャパシタとした LC 共振回路を伝送路に並列に接続し、X 線が入射した際に生じる共振周波数変化を読み出す。並列接続のため読み出し用の配線数を抑えることが可能である。また、広帯域の共振周波数をもつ素子を並列に並べることで、伝送路あたり 1 万素子程度の読み出しが可能であると考えられている。したがって、検出器の素子数を飛躍的に向上させることができ、原理的には CCD 検出器と同等の撮像能力が得られる。伝送路との結合容量 C_c および、誘電体素子を極板間物質として用いた容量 C_{d_i} のコンデンサ、リアクタンス L_i からなる i 番目の LC 共振回路が並列接続されて構成される回路を図 2.1.4 に示す。X 線の測定は入力電力と透過電力の比を用いて計算することができる。 i 番目の LC 共振回路の共振周波数を f_i とすると、入射電力の周波数が f_i のときに、その電力は GND に落ちて透過電力が減少する共振現象が起こる。X 線が誘電体温度計素子に入射すると、光電効果によって誘電体の温度が上昇する。すると誘電体の比誘電率が変化し、それに伴ってキャパシタンス、そして共振回路の共振周波数も変化する。したがって、この LC 共振回路の共振周波数変化が X 線のエネルギーに相当する (図 (2.1.5))。この方法では、これまでの X 線マイクロカロリメータと異なり電気抵抗体を用いないため、理想的な読み出し回路において従来の X 線マイクロカロリメータでは避けられなかったジョンソンノイズによる原理的なエネルギー分解能への制限を除くことができる。誘電体は半導体、超伝導体、常磁性体などに比べて材料の選択の幅が広く、また原子番号の大きな元素を含ませることで X 線吸収効率を高めることができる。したがって誘電体 X 線マイクロカロリメータによる X 線の検出に向けては、カロリメータに用いるのに最適な誘電体素子を見つけていくことが必要である。これまでに、チタン酸ストロンチウム (SrTi_2O_3) やその酸素同位体置換したものが、極低温において誘電率に温度依存性を持つことを明らかにし、 SrTi_2O_3 を用いて作成した共振器で、LED 光による GeV のエネルギーの検出に成功し、ボロメータとしての動作を確認している (図 2.1.6、図 2.1.7)。

2.2 X線マイクロカロリメータの多素子アレイと信号多重化

TES アレイの各チャンネルをそれぞれ独立に読み出す場合、TES のチャンネル数と同じ数の SQUID が必要となる。したがって TES のチャンネル数が数 10 から数 100 程度となると、独立読み出しを行うには配線数が膨大となり、室温回路からの熱流入や配線引き回しの問題が生じてしまう。つまり TES アレイシステムを実現するには、信号の多重化を行い配線数を減らす必要がある。例えば 3840 ピクセルの TES アレイを搭載予定の Athena 衛星では、周波数分割方式による多重化が予定されている。TES の信号が多重化されると、それに応じて必要な SQUID の数は大幅に減る。ここでは独立読み出しおよび信号多重化読み出しについてまとめる。

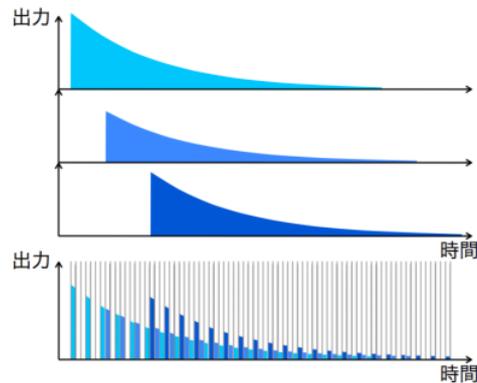


図 2.2.1 時間分割方式による 3 素子の信号多重化の概念図

独立読み出しの場合

TES のチャンネル数が数 10 程度の場合には独立読み出しが簡単であるが、この方式では室温からの配線数が非常に多くなる。一般的な TES と SQUID を仮定すると、1 チャンネルを駆動するためには、TES バイアスで 2 本、SQUID バイアスと出力で 4 本、フィードバックで 2 本の合計 8 本の室温回路からの信号線が必要となる。従って室温からの熱流入には注意を払わなければならない。SQUID は極低温下で動作するので、一般的に TES と同じ極低温ステージに配置される。TES より一つ上のステージに配置されることもあるが、その分 TES と SQUID 間の配線が長くなり、回路のインダクタンス成分が無視出来なくなることが考えられ好ましくない。また、TES と同じステージに多数の SQUID が密集して配置されると、SQUID 自身の発熱が無視出来なくなる。SQUID からの排熱が冷凍機の冷却能力を上回ってしまうと、ステージの温度が上昇したり、温度が安定しなくなってしまうといった問題が発生してしまう。このように、独立読み出しでの SQUID への要請は主に熱への対処である。室温からの配線による熱流入は、配線を長く取り、また各ステージで熱アンカをしっかりと取る事で対応することができると考えられる。一方、SQUID 自身の発熱への対処は、SQUID の発熱を抑える以外に方法がない。一般的に SQUID の発熱量 P は、SQUID の臨界電流 I_0 、シャント抵抗 R を用いて

$$P = 2RI_0^2 \quad (2.2.1)$$

と表される。よって発熱を抑えるためには、式 (2.2.1) から分かるように、臨界電流 I_0 とシャント抵抗 R のいずれか、またはその両方が小さい SQUID を使用すれば良い。しかし、それらは増幅率と関連していて、小さくしてしまうと S/N は悪くなる。

信号多重化読み出しの場合

TES の信号多重化には、時分割方式 (TDM; Time-division multiplexing)、符号分割方式 (CDM; Code-division multiplexing)、周波数分割方式 (FDM; Frequency-division multiplexing) の 3 つの方式がある。

TDM は、各 TES からの入力に対応した SQUID を順次オン・オフすることで時間を区切り一つの信号線で複数の TES チャンネルを読み出す方式である。例として図 2.2.1 に、TDM 方式による 3 素子の信号読み出しの概念図を示す。SQUID のスイッチングを X 線パルスの時定数よりも十分早く行えば多重化が可能となる。この方式は 3 つの多重化方式の中で最も歴史が古く実績がある。一方、多重化数を N をすると、SQUID のノイズはエイリアシングによって \sqrt{N} 倍悪化してしまうことが知られている。TES の分解能を悪化させないためには多重化数をあまり大きく取ること

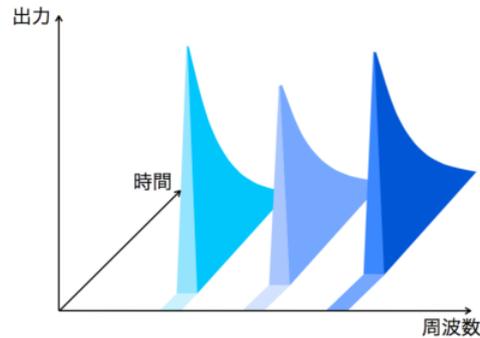


図 2.2.2 周波数分割方式による 3 素子の信号多重化の概念図

は出来ない。

CDM は、TDM で行っていた SQUID のスイッチングを直交符号 (Walsh code) を用いて行うことで複数の TES チャンネルの多重化を行う方式である。TDM と異なり、同時に全ての TES チャンネルが符号は異なりながら導通している。この方式でも SQUID のノイズエイリアシングにより SQUID ノイズが \sqrt{N} 倍悪化するが、全ての TES チャンネルが常に導通しているので S/N が \sqrt{N} 倍好転し、多重化による分解能への影響はなくなる。多重化方法が TDM と似ており、TDM で使用した機器をほぼそのまま使えば分解能も悪化しないという利点から、これまで TDM を研究開発していた機関が CDM の研究開発を行っている。例えば NIST では CDM で 8 チャンネルの多重化を行いエネルギー分解能 2.6 eV を達成している [6]。

FDM は、複数の TES チャンネルを異なる周波数で交流駆動し周波数変調をかけ、それらの信号を加算し 1 つの SQUID で読み出す方式である。例として図 2.2.2 に、FDM 方式による 3 素子の信号読み出しの概念図を示す。加算された信号は室温回路においてそれぞれの駆動周波数で復調し、各チャンネルの信号を取り出す。変調は X 線パルスの時定数より十分高速で、数 100 kHz から数 MHz 程度での変調を行う。この方式では SQUID ノイズのエイリアシングは起こらず、従って多重化による分解能への影響はない。FDM での信号加算は、SQUID への入力磁場を加算する磁場加算方式と、SQUID への入力電流を加算する電流加算方式の 2 通りがある。磁場加算方式は 1 つの超伝導リングに複数の入力コイルからなる専用の SQUID を用いる。各入力には電気的には絶縁されており、クロストークが少ないという利点を持つ。但し、SQUID の形状が複雑であり、入力数はそれによって上限が決まる。電流加算方式は SQUID の入力コイルに全ての TES チャンネルからの信号をつなげる。特殊な SQUID を用いる必要はなく、入力数も磁場加算方式に比べれば比較的簡単に増やすことが出来る反面、1 つの入力コイルを共有する形になるのでクロストークや共通インピーダンスが発生する。我々の研究グループでは信号多重化に FDM を採用し、磁場加算方式の 8 入力 SQUID をセイコーインスツル株式会社と共同開発し評価を行ってきた [13]。

2.3 X線マイクロカロリメータの多素子化の開発状況

宇宙の高エネルギー現象の解明のためにはさらなるエネルギー分解能と角度分解能の向上が求められている。エネルギー分解能に関して、ひとみ衛星では 7eV の要求に対して 5 eV を達成し、さらに実験室系では 2eV が達成されている。また Athena 衛星では 2.5eV の分解能が要求されている。一方で多素子化に関しては、ひとみ衛星では平行にピクセルを並べることで 32 素子を達成し、Athena 衛星では FDM により 40 素子/ch \times 96 ch = 3860 素子を達成目標としている。現状 FDM では数 10 MHz 帯域が用いられていて、1 組の配線で読み出せる限界は数 10 素子となり、原理的には数 1000 素子が限界である。また、TES には交流バイアスをかけると発生源が特定できない雑音が増加するという難しさがある。さらに FDM においては Feedback の為の DAC の分解能によりシステムの分解能が制限されて

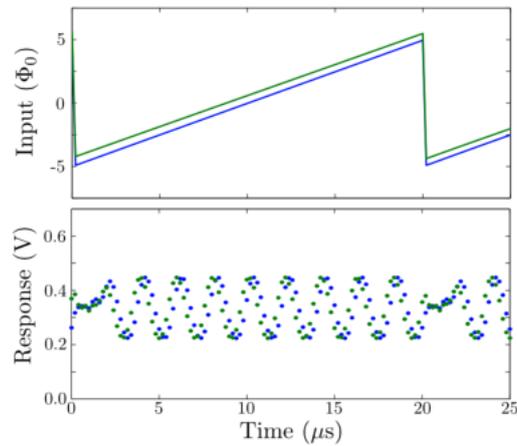


図 2.4.1 ランプ磁束変調法。(上) SQUID の磁束バイアス線に流れる入力電流測定値のベースライン値とオフセット値 (下) SQUID 応答の測定値。ランプ磁束のオフセットにより SQUID 応答に位相変化が生じる。[18]

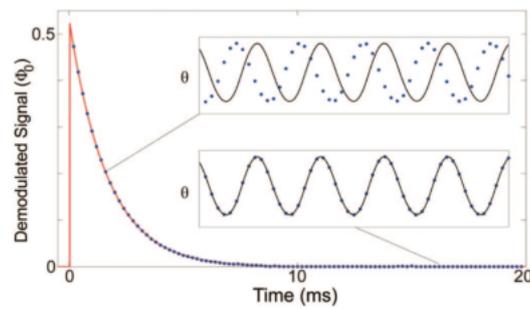


図 2.4.2 復調された信号。(赤線) 入力磁束信号 (青点) SQUID 応答の位相変化から求められる SQUID 内磁束 [17]

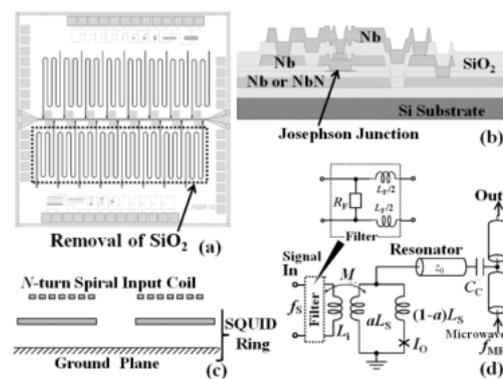


図 2.4.3 産業総合研究所多重回路チップ [14]

しまう [28]。次世代の X 線分光器に要求される性能は節 1.2 で述べた。特に素子数に関して現状の FDM ではその要求を満たすことができない。従って素子数を飛躍的に向上させるにはなんらかのブレイクスルーが必要である。

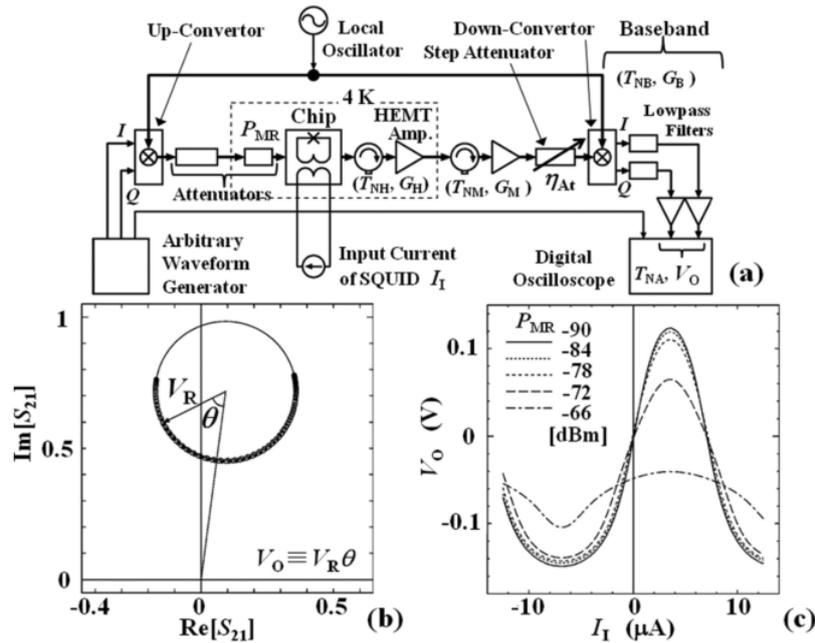


図 2.4.4 マイクロ波共振に基づく周波数多重読み出し回路 [14]

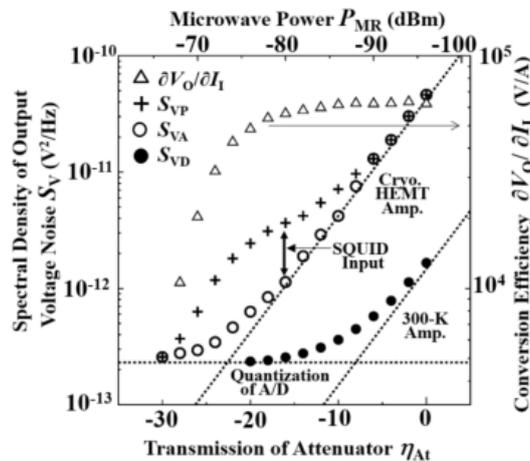


図 2.4.5 システム出力雑音電圧スペクトル密度 S_V [14]

2.4 マイクロ波 SQUID による多重化

新たな信号多重化の方法として、GHz 帯を用いたマイクロ波 SQUID による信号多重化方式が提案されている [19]。マイクロ波 SQUID による多重化では TES には直流バイアスをかける。また、GHz 帯域を利用することで、これまで FDM で用いてきた数 10 MHz 帯域と比較して 10 -100 倍の帯域が使用できるようになるため、1 組の配線で読み出せる限界は数 100 - 数 1000 素子となり原理的に最大多重化数となる。従って、節 1.2 で述べた素子数の要求を満たすことが可能となる。

FDM において、超伝導力学的インダクタンス検出器 (Microwave Kinetic Inductance Detectors; MKIDs) 同様の $Q > 10^4$ を持ち、素子ごとに共振周波数 f_R が異なる数 GHz 帯の超伝導薄膜共振器群を、ほとんど発熱のないマイク

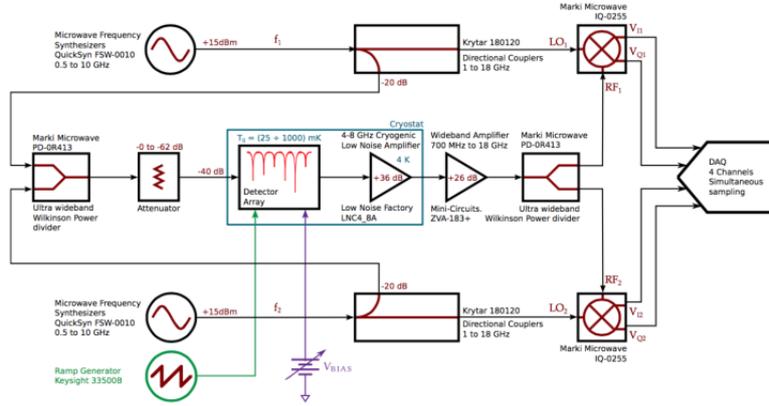


図 2.4.6 HOLMES 実験のための 2 素子同時読み出し回路 [7]

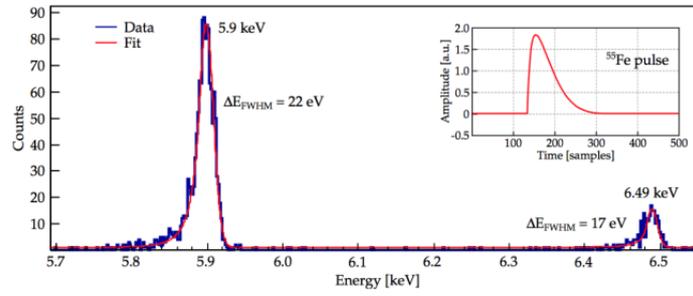


図 2.4.7 マイクロ波読み出しシステムで得られたエネルギースペクトル [7]

ロ波 SQUID で終端した読み出し回路が米国標準研究所 (NIST) で提案され、ガドリニウムからの 100keV のガンマ線の 2 素子同時読み出しに用いられた。この方式では、入出力 1 本ずつの信号読み出し同軸線上に多重化可能な原理的素子数 N は、

$$N = \frac{B}{\kappa f_s} \quad (2.4.1)$$

で与えられる。ここで、 B はチップの出力に接続する極低温の高移動度トランジスタ (High Electron Mobility Transistor; HEMT) 増幅器の帯域、 f_s は TES 1 素子あたりの信号帯域で、通常 $f_s \approx f_R/Q$ が成り立つように Q を設計する。 κ は隣接する共振周波数間隔と f_s との比である。それぞれ典型的な値を用いると、

$$N = 1 \times 10^4 \left(\frac{B}{10 \text{ GHz}} \right) \left(\frac{f_s}{0.1 \text{ MHz}} \right)^{-1} \left(\frac{\kappa}{10} \right)^{-1} \quad (2.4.2)$$

を得る。したがってマイクロ波帯域を用いることで素子数の向上が期待される。

本方式の実用化に向けて Lehnert らは、4.6 – 5.7GHz 帯で共振器の f_R の設計値と実測値のずれを定量的に評価し、 $\pm 2\text{MHz}@2\sigma$ (f_R で規格化した場合、 $\pm 0.04\%$) を得た [15]。また、Mates らは、0.1K 以下の読み出し回路の 0.1 – 100kHz 帯の雑音電流スペクトル密度 S_I の周波数依存性が、 k_1, k_2 を f に独立な係数として、

$$S_I \approx \begin{cases} k_1/f & (f < 0.7\text{kHz}) \\ k_2/f & (0.7 < f < 100\text{kHz}) \end{cases} \quad (2.4.3)$$

に従い、 $\sqrt{S_I} \approx 40\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}@f = 100\text{kHz}$ を報告している [17, 18]。さらに、dc-SQUID や従来の TES 読み出し回路

で用いられていた Flux Locked Loop の適用が困難である本方式のダイナミックレンジの拡大方法として ランプ磁束変調法を提案し、その基本動作を実証している (図 2.4.1、2.4.2) [17, 18, 26]。また、MKIDs 用に開発された 256 素子読み出し用室温エレクトロニクスに、磁束変調機能を付加したシステムの開発に着手している [21]。

産業総合研究所では、上記の NIST による報告に対し、 f_R の設計値の実現と読み出し雑音の評価および主要雑音源の同定と、読み出し雑音 \ll 検出器雑音の実証に関して研究を進めている [14]。まず多重回路チップに関して、図 2.4.3 のような構成をしていて、結合キャパシタ C_c を介して 1 本の読み出し線に接続する 16 素子分の Coplanar Waveguide(CPW) 超伝導薄膜共振器から構成されている。CPW 共振器は図 2.4.3(a) のような屈曲部を持ち、単に線路中央の幾何学的長さから f_R を見積もるのではなく、この屈曲部長に補正を加えることで設計値と実測値の一致を得た。また図 2.4.3(c) のようなマイクロストリップ線路構造 SQUID リングとすることで TES 信号測定のための rf SQUID のヒステリシスを持たない条件を満たすように、SQUID の自己インダクタンス L_s を設計し、実測値と良い一致を得ている。さらにチップは図 2.4.3(b) のような構造を持つ高 Q 値 ($\sim 10^4$)NbN 共振器と Nb SQUID からなっている。図 2.4.4 の読み出し系のもと、チップのマイクロ波透過特性から雑音評価を行い、 $\sqrt{S_I} \approx 31\text{pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ を得た。さらにマイクロ波の入力パワー P_{MR} を変化させることで図 2.4.5 のようなシステム出力雑音電圧スペクトル密度 $S_V[\text{V}^2/\text{Hz}]$ を得、その主要雑音源が、読み出しマイクロ波が TES に流入することを阻止するために SQUID 入力コイル側に配置したフィルタの抵抗 R_F による熱雑音によるものと結論付けた。

また、A. Giachero らは、図 2.4.6 のような読み出し系を用いて 2 素子の TES の X 線同時読み出しの研究が進められており、その読み出しに成功しているが、一方でエネルギー分解能としては $22\text{eV} @ 5.9\text{keV}$ および $17\text{eV} @ 6.49\text{keV}$ を報告しており、改善が必要である。(図 2.4.7) [7]。

第 3 章

マイクロ波 SQUID を用いた新アレイシステム

本章では、2.4 節で述べたマイクロ波 SQUID を用いた信号多重化方式を TES 型 X 線マイクロカロリメータに応用した場合に、そのアレイシステムにおいてどのような処理が必要であるのかをまとめ、その為にはどのような機能をもった回路となるのか、そしてその信号復調までのロジックを考える。

3.1 必要な処理

マイクロ波 SQUID を用いて信号を読み出すにあたり、どのような機能が必要で、最低限どのような回路になるのかを考えてみる。節 2.4 で述べたガンマ線の場合と大きく異なるのは、X 線信号がガンマ線信号よりも 100 倍程度早いことである。

まず、TES の典型的な R-T 特性を図 3.1.1 に示す。図 3.1.1 を見ると、TES はその超伝導転移付近で数 mK の温度変化に対して、数十 mΩ の抵抗変化をもつことがわかる。

次に TES に X 線が入射したときのパルスを図 3.1.2 に示す。図 3.1.2 を見ると、X 線のエネルギーが温度変化として TES に伝わりになり、R-T 関係から抵抗が変化したことによって、定電圧のかかる TES に流れる電流は数 10 μA 変化する。また、そのパルスのタイムスケールは ~kHz のオーダーであることもわかる。

回路に流れる電流の変化は、インプットコイルに流れる電流が変化することでもある。よって SQUID 側に入る磁束は相互インダクタンスにより決まり、それは 100 pH 程度であるから、一連の流れで SQUID に入る磁束 $\Delta\Phi$ は、

$$\Delta\Phi \sim 10^{-15} [\text{Wb}] \quad (3.1.1)$$

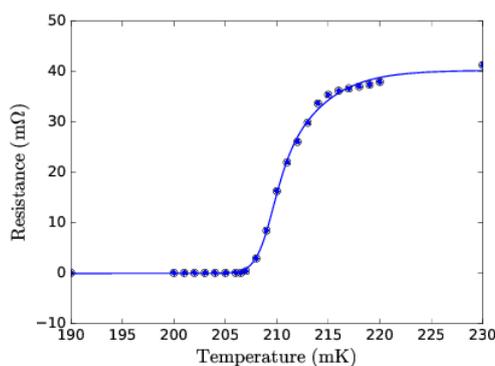


図 3.1.1 我々のグループで測定された TES の R-T 特性

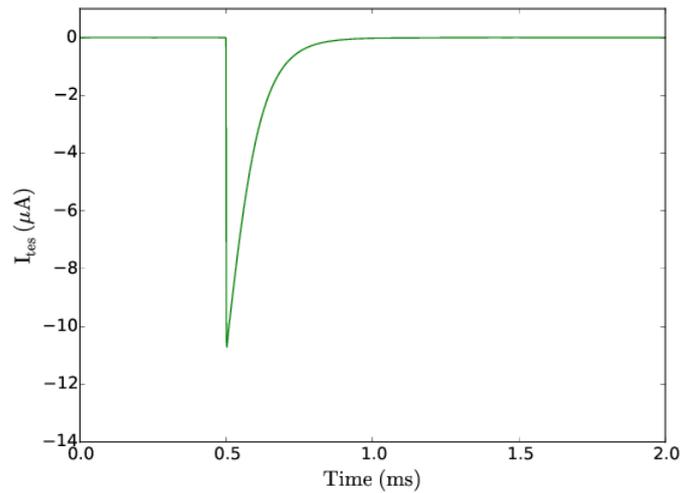
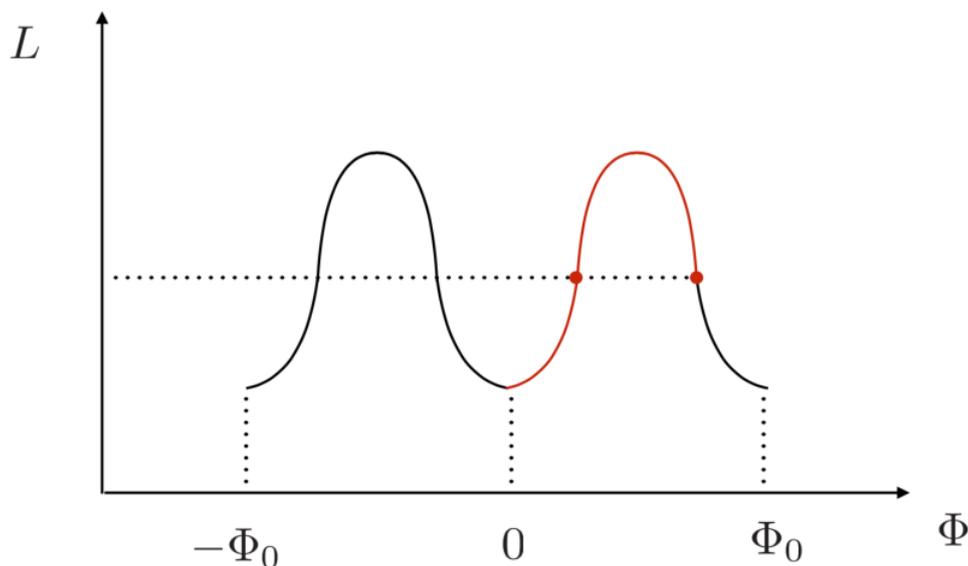


図 3.1.2 我々のグループで測定された入射 X 線パルス

図 3.1.3 SQUID の $L - \Phi$ 応答

程度になる。ここで SQUID の $L - \Phi$ 応答は図 3.1.3 のようである。磁束量子は $\Phi_0 \sim 2 \times 10^{-15} [\text{Wb}]$ であり、先の概算によると TES にエネルギーが入射してきた場合その変化 $\Delta\Phi$ は、

$$\Delta\Phi \sim \frac{1}{2}\Phi_0 \quad (3.1.2)$$

となる。ただしこの値はあくまで概算であるので、図 3.1.3 から、SQUID の応答は非線形な振る舞いをするのが容易に予測できる。したがって読み出しのためには入出力特性の線形化が求められる。TES の信号読み出しに一般的に用いられる DC-SQUID は FLL(Flux Lock Loop) と呼ばれる負帰還回路を取り入れることでその動作点を感度の良い点で固定している。しかしこの読み出し方法では SQUID 毎に負帰還回路が必要となり、結果として信号の多重化による配線数減は望めなくなってしまう。そこでマイクロ波が流れるフィードライン上に、可変インダクタンスと等価な殆ど発熱のない RF-SQUID を終端した共振器をキャパシタでカップリングし、そのマイクロ波の透過率を測定すると

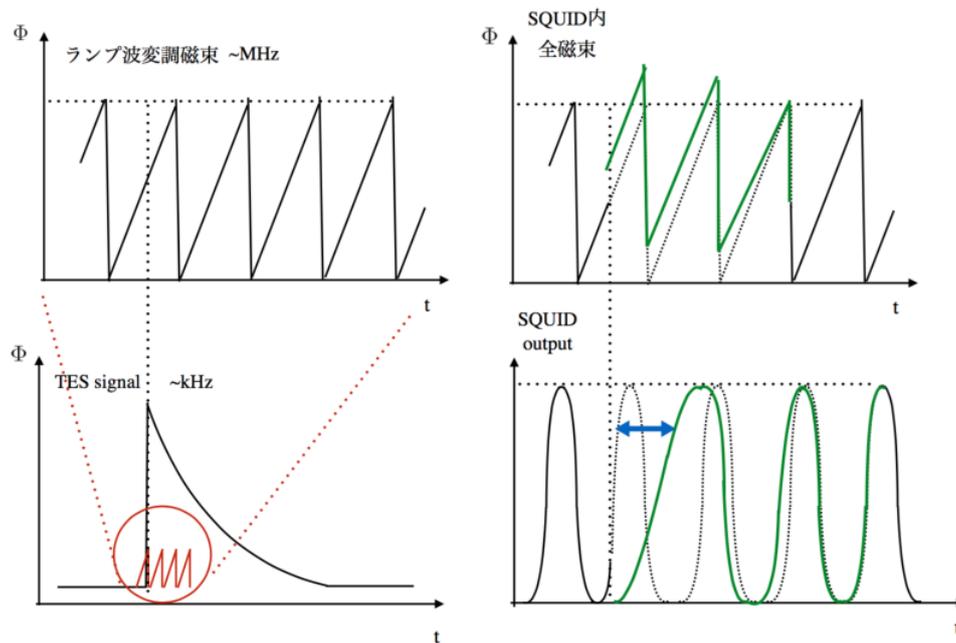


図 3.1.4 ランプ磁束変調法概略イメージ。TES 信号のところで縦軸のスケールは異なる。

いう手法を取り入れる。ここではランプ磁束変調法を用いることで SQUID の入出力特性の線形化を行う。この方式は振幅が Φ_0 より大きく、TES の X 線信号 ($\sim\text{kHz}$) より十分速いランプ波信号 ($\sim\text{MHz}$) を用いて SQUID に変調をかける。これにより入力信号に対する感度が実効的に Φ_{TES} に依らず一定とする方法である。

ランプ波以外の信号、つまり TES からの信号があるときに見られる周期応答からのずれ（位相差）を読み出すことで SQUID への入力磁束 Φ_{TES} を復調する（図 3.1.4）。また全画素分の SQUID と磁氣的に結合した印加線にランプ波電流を流すことで、磁束トラップ等に起因する各々の SQUID の位相のばらつきに関係なく、全 SQUID に磁束変調をかけることできる。したがって FLL 法のように各 SQUID に負帰還回路を設ける必要がなくなり、配線の総数を抑えることができる。

以上から X 線からの信号の流れをまとめると次のようになる。

- TES に入射した X 線（エネルギー ΔE ）が TES の吸収体に吸収され光電効果により温度変化 ΔT ($\sim\text{mK}$) が生じる
- TES の $R-T$ 特性から温度変化 ΔT より抵抗変化 ΔR ($\sim 10\text{ m}\Omega$) が生じる
- TES 回路において抵抗変化 ΔR により、回路に流れる電流変化 ΔI ($\sim 10\text{ }\mu\text{A}$) が生じる
- TES のインプットコイルと SQUID との相互インダクタンスにより SQUID に磁束変化 $\Delta\Phi$ ($<\sim\Phi_0$) が入力される
- SQUID の $L-\Phi$ 特性より、インダクタンス変化 ΔL が生じる
- 共振器全体のインピーダンスが変化したことにより、共振周波数変化 Δf_r が生じる
- 共振の形がずれることで、注目している周波数に対して透過特性 S パラメータ S_{21} が変化し、振幅および位相が変化する
- 振幅、位相変化を IQ ミキサにより I（同相）成分と Q（直交）成分として取り出す
- I, Q 信号の共振円上の変化を、中心からみた角度 θ として次元を落とす（ランプ磁束変調法）
- ランプ磁束以外の信号があったときとないときの角度 θ の周期応答からの位相変化 ϕ を取り出す

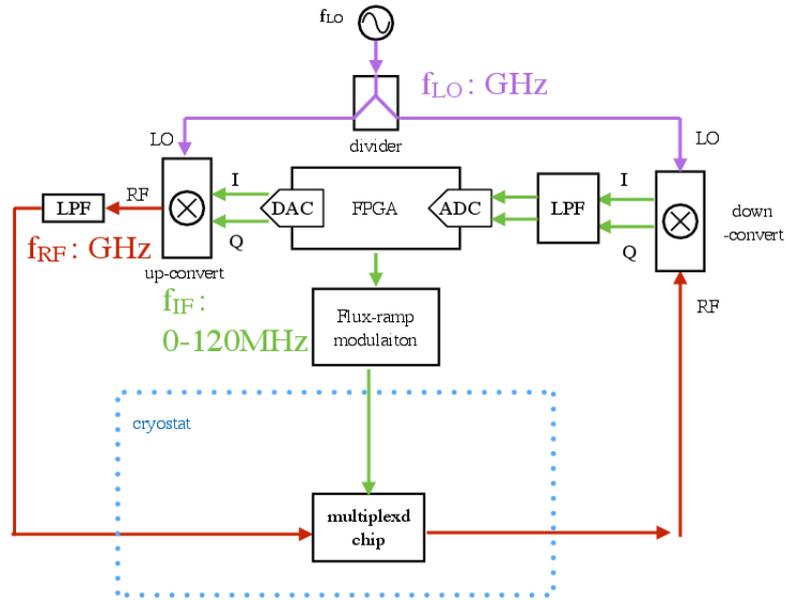


図 3.2.1 必要なコンポーネントのみによる読み出し回路

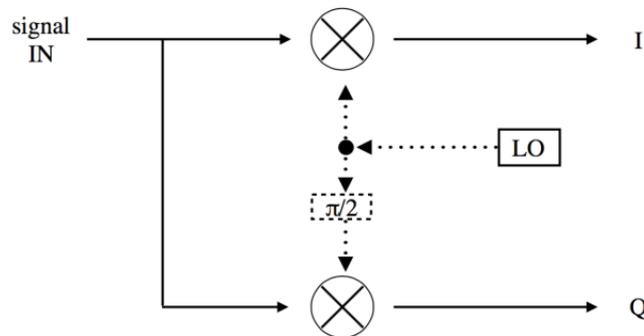


図 3.2.2 IQ ミキサ概念図

したがって、この信号を読み出すには X 線 TES の信号よりも十分早い周波数でランプ磁束変調をかけると同時に、共振器の共振特性を利用する為に周波数を GHz 帯までアップコンバートする回路が必要である。共振器出力後は、アップコンバートした分の周波数を落とすためのミキサが必要となる。

3.2 信号の変復調ロジック

3.2.1 時間空間における理想的な振る舞い

節 3.1 を基に、読み出し回路としてどのような回路が考えられるのか、ノイズを考えない理想的な状態でコンポーネントととして最低限必要なものだけを用いて考えてみると図 3.2.1 のようになる。多重化の方法として heterodyne 方式を採用することとし、FPGA(Field-Programmable Gate Array) 内で、多重化した各チャンネルを信号の処理をする。また、回路としてループをなしているように見えるが、FPGA 内部でループは切れており、各チャンネルからの信号処理後ホスト PC にデータを送信することでデータ収集を行うと考えている。したがって DAC からの出力される

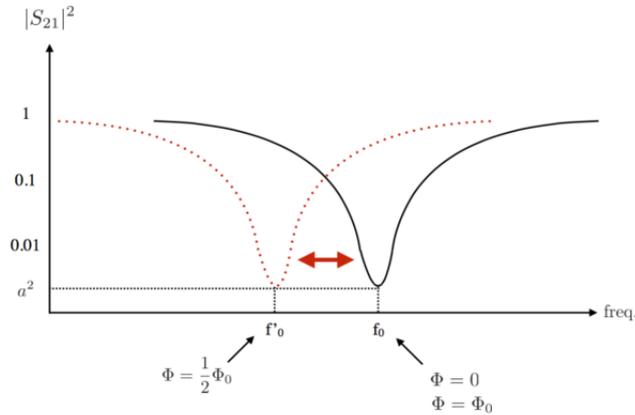


図 3.2.3 共振器の共振の概形。赤の点線はランプ磁束が SQUID に入力されることにより共振ディップが動いているところを表している。

信号は、回路を通過して ADC に入力される信号とは独立の信号であることに注意しておく。

まず、DAC から出る I、Q 信号を、

$$\begin{cases} I = \sum_i \cos \omega_{i,IF} t \\ Q = \sum_i \sin \omega_{i,IF} t \end{cases} \quad (3.2.1)$$

と仮定する。ここで添え字 i は i 番目のチャンネルからの信号を表している。また、 ω_{IF_i} は 0 - 160 MHz である。この信号は IQ ミキサ (図 3.2.2) に入力され、局所発振器からの GHz 信号 $\cos \omega_{LO} t$ と乗算し、狙っている共振周波数付近までアップコンバートされる。我々はこの周波数に着目した成分をモニターすることになる。IQ ミキサにより I,Q 成分はそれぞれ

$$I : \cos \omega_{i,IF} t \times \cos \omega_{LO} t = \frac{1}{2} [\cos (\omega_{i,IF} + \omega_{LO}) t + \cos (\omega_{i,IF} - \omega_{LO}) t] \quad (3.2.2)$$

$$Q : \sin \omega_{i,IF} t \times \cos \left(\omega_{LO} t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} [\cos (\omega_{LO} + \omega_{i,IF}) t - \cos (\omega_{i,IF} - \omega_{LO}) t] \quad (3.2.3)$$

となり、したがって出力される RF 信号 $S(t)$ は、 $\omega_{i,IF} + \omega_{LO} = \omega_{i,fix}$ とおくと、

$$S(t) = \sum_i \cos \omega_{i,fix} t \quad (3.2.4)$$

となる。以下省略して i 成分のみ考えることとし、

$$S(t) = \cos \omega_{fix} t \quad (3.2.5)$$

と書くことにする。この信号は実際には高調波などがあると考えられ、この高調波成分を LPF (Low-pass filter) によって除去する。今回の場合、LPF はカットオフ周波数 ω_{cut} 以下で完全に透過し、 ω_{cut} 以上で完全に透過しないものとして考え、 $\omega_{i,fix} < \omega_{cut}$ であるとする。したがって理想的にアッテネータや配線による減衰がないものとするれば、この $S(t)$ が共振器に入る信号となるはずである。

次に、共振器による応答を考えていく。共振の形を図 (3.2.3) のように仮定する。共振周波数付近に注目してその減衰を、

$$|S_{21}| = a \quad (\text{for } \omega = \omega_{fix}) \quad (3.2.6)$$

と仮定する。ここで S_{21} とは共振器の S パラメータの透過特性を表し、その絶対値は振幅の減衰となる。さらに位相変化を ϕ とすると共振器を通った信号出力は、

$$S(t) = A \cos(\omega_{\text{fix}}t + \phi) \quad (3.2.7)$$

となる。ここで振幅の減衰 A は、

$$A = 10^{\frac{\alpha}{20}} \quad (3.2.8)$$

とおいた。ランプ磁束変調がかけられている場合、可変インダクタと等価な SQUID に磁束が入力され、共振器全体の共振周波数が変化することから、着目している周波数においてその振幅の減衰と位相は時間変化することになる。そこで改めて $A \rightarrow A(t)$, $\phi \rightarrow \phi(t)$ としてやると、ランプ磁束変調による変調波は、

$$S(t) = A(t) \cos(\omega_{\text{fix}}t + \phi(t)) \quad (3.2.9)$$

となる ($A(t)$, $\phi(t)$ の具体的な形は 4 章で考える)。次にこの共振器透過信号は、アップコンバート時と同じ参照波によってミキサで乗算されてダウンコンバートされる。このときの信号は、

$$I = S(t) \cos \omega_{\text{LO}}t \quad (3.2.10)$$

$$Q = S(t) \sin \omega_{\text{LO}}t \quad (3.2.11)$$

で計算すると、

$$I = \frac{1}{2}A(t) [\cos(\omega_{\text{IF}}t + \phi(t)) + \cos(\{2\omega_{\text{LO}} + \omega_{\text{IF}}\}t + \phi(t))] \quad (3.2.12)$$

$$Q = \frac{1}{2}A(t) [\sin(\omega_{\text{IF}}t + \phi(t)) - \sin(\{2\omega_{\text{LO}} + \omega_{\text{IF}}\}t + \phi(t))] \quad (3.2.13)$$

これを理想的な LPF に通して、 $2\omega_{\text{LO}}$ の成分を落としたものを改めて I, Q とおけば

$$I = \frac{1}{2}A(t) \cos(\omega_{\text{IF}}t + \phi(t)) \quad (3.2.14)$$

$$Q = \frac{1}{2}A(t) \sin(\omega_{\text{IF}}t + \phi(t)) \quad (3.2.15)$$

となる。これが A/D 変換器への入力信号となる。

式 (3.2.14)、(3.2.15) の I, Q 成分の波形が A/D 変換器に入力され、サンプリングされてデジタル部に入ってくる。FPGA にはクロック信号を送り、FPGA はそのクロック信号のタイミングに応じて I, Q ミキサなどの処理を行う。ビット分解能はとりあえずおいておくことにする。 $t = t_0 = 0$ でサンプルを開始するものとして、サンプリングの時間間隔を t_s とおき、サンプル数を N とすると、 n 番目のサンプル点における時刻は、

$$t_n = t_0 + nt_s \quad n : 0 \rightarrow N - 1 \quad (3.2.16)$$

となる。対応する波形の成分を、 I_n, Q_n と置くと、

$$I_n = \frac{1}{2}A(t_n) \cos(\omega_{\text{IF}}t_n + \phi(t_n)) \quad (3.2.17)$$

$$Q_n = \frac{1}{2} A(t_n) \sin(\omega_{IF} t_n + \phi(t_n)) \quad (3.2.18)$$

とかける。これらの信号から、IF 搬送波成分を除くための複素ミキサにかけるために、I,Q をそれぞれ実部、虚部 ($i^2 = -1$) として、

$$\begin{aligned} S_n &= I_n + iQ_n \\ &= \frac{1}{2} A(t_n) \exp\{i(\omega_{IF} t_n + \phi(t_n))\} \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

のようにミキサ入力信号 S_n をつくる。これと IF 参照波を複素ミキサで乗算することで、

$$S'_n = \frac{1}{2} A(t_n) \exp\{i\phi(t_n)\} \quad (3.2.20)$$

IF の成分が落とされる。CIC(Cascade Integrator-Comb) デジメーションの入力用に整形するために実部虚部を取り出して、改めて I,Q とおいてやると、

$$I = \frac{1}{2} A(t_n) \cos(\phi(t_n)) \quad (3.2.21)$$

$$Q = \frac{1}{2} A(t_n) \sin(\phi(t_n)) \quad (3.2.22)$$

となる。その後必要であれば CIC デジメーションにより間引きされ、ダウンサンプルされる。続いて LPF に通されて高調波を取り除く。

続いて復調操作に入る。I,Q 成分は式 (3.2.21)、(3.2.22) から予想されるように IQ 平面上で円を描く (式 (3.2.23)、(3.2.24))。

$$I^2 + Q^2 = \frac{1}{4} A^2(t_n) \quad (3.2.23)$$

$$\phi(t_n) = \arctan(Q/I) \quad (3.2.24)$$

一方ランプ磁束の入力により、IQ 平面上で 2 次元的な動きをもつことになる。まず、この 2 次元成分を 1 次元に落とし込む。そのために、ある I,Q の組に対して決まる一点に対して、角度 θ を導入する。これは、ランプ磁束がない状態の角度 θ_{offset} を原点として、そこから測った角度と定義する。本来ならば、ノイズや mismatches の影響で IQ の共振円の中心は IQ 平面の原点からずれがあるはずであるが、今回は理想的な状態として考えているため原点の補正のための平行移動は行わない。式 (3.2.24) より、上記で定義した角度 θ は、

$$\theta(t) = \phi(t_n) - \theta_{\text{offset}} \quad (3.2.25)$$

となる。SQUID にランプ磁束以外の信号があった場合、つまり TES による信号があった場合、この位相に変化として現れる。今、式 (3.2.25) をフーリエ展開して、

$$\theta(t) = \sum_k \{a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)\} \quad (3.2.26)$$

のように SQUID の応答波形を sine/cosine で近似した時を考える。さらに主要な周波数成分 ω_c により表現できると仮定すると、

$$\theta(t) = a \cos(\omega_c t) + b \sin(\omega_c t) \quad (3.2.27)$$

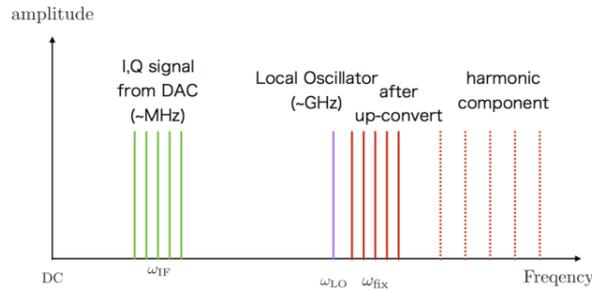


図 3.2.4 周波数空間における IF, RF 搬送波の振る舞いとミキサ出力の様子

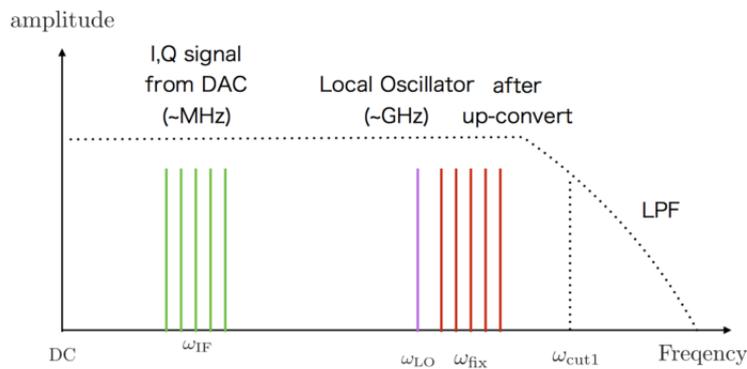


図 3.2.5 Low-Pass フィルタで高調波成分を落とす

となる。さらに変形すると、

$$\theta(t) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\omega_c t + \varphi) \quad (3.2.28)$$

となり、この φ が欲しい信号による位相のズレに相当するものとなる。式 (3.2.28) より、

$$\varphi = \arctan(b/a) \quad (3.2.29)$$

であり、 a, b は ω_c におけるフーリエ係数であるから、

$$a = \Sigma_t \theta(t) \cos(\omega_c t) \quad (3.2.30)$$

$$b = \Sigma_t \theta(t) \sin(\omega_c t) \quad (3.2.31)$$

とかける。ただし Σ_t の範囲はランプ磁束周期であり、したがってランプ磁束の 1 ギザが復調パルスの 1 サンプルとなる。以上の式 (3.2.29)-(3.2.31) より、TES 信号による位相のズレを求めることができる。

3.2.2 周波数空間における振る舞い

前節では、時間空間における理想的なランプ磁束変調の復調ロジックを追った。次に、ノイズの影響を議論するために周波数空間での振る舞いを考えていく。

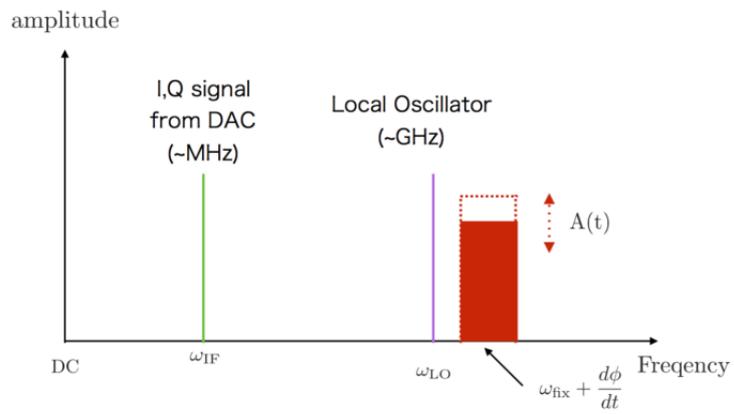


図 3.2.6 共振器による周波数空間での変化

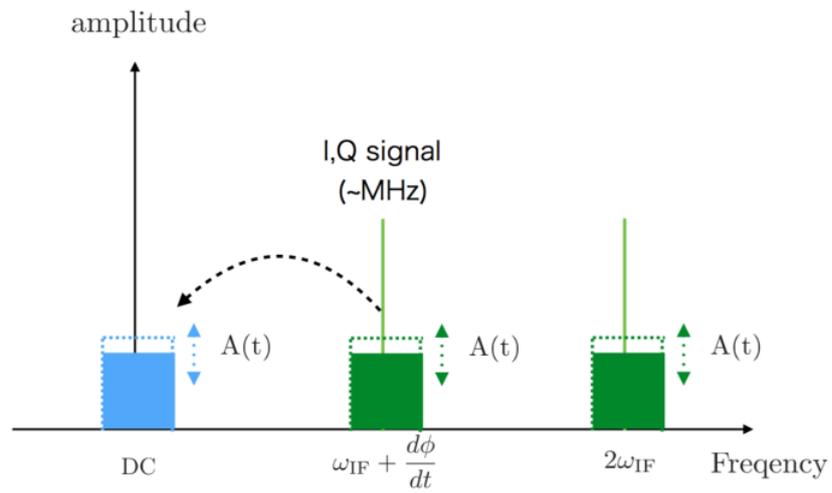


図 3.2.7 ADC サンプルング後複素ダウンコンバートした後の周波数空間

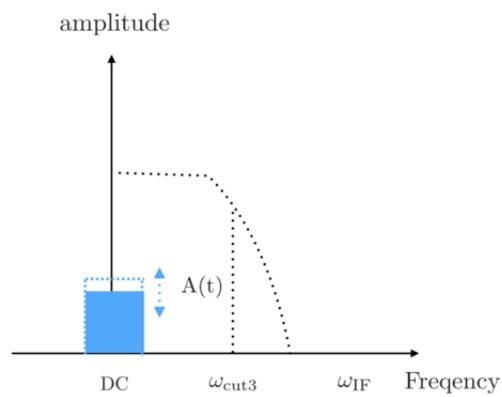


図 3.2.8 複素ダウンコンバート後 LPF によって DC+ 変調信号に移った周波数空間での様子

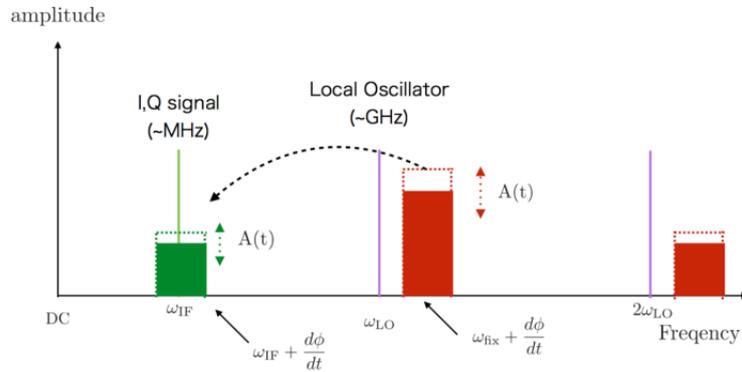
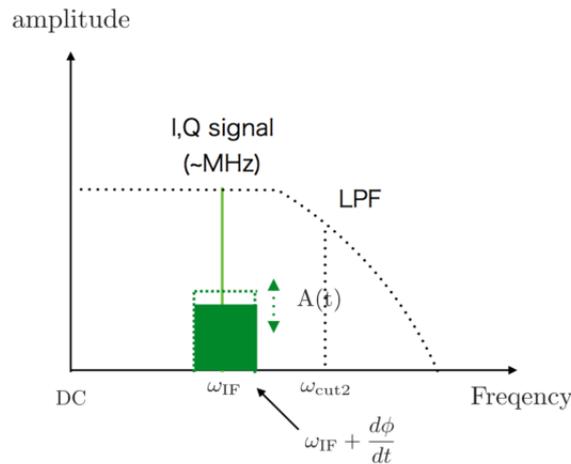


図 3.2.9 IQ 復調後の周波数空間での様子

図 3.2.10 IQ 復調後 LPF によって $2\omega_{LO}$ の成分を取り除いた後の周波数空間での様子

まず、DAC からの I,Q 信号、局所発振器からの信号は、式 (3.2.1)、(3.2.4) のように IQ ミキサによって乗算される。その時の周波数空間での振る舞いを図 3.2.4 に示す。図 3.2.4 から読み取れるように、IF 帯の搬送波が GHz 搬送波に乗ることで周波数が GHz 帯まで移動する。ここで複数の IF 搬送波が書かれているが、多重化用であることを考慮したものである。また、乗算により高調波成分が現れる。これを Low-Pass フィルタにかけることで取り除く (図 3.2.5)。

以下、時間空間と同様に周波数空間でも、1つの周波数の動きに着目して追っていくことにする。共振器に搬送波が入力されると、式 (3.2.7) のように減衰と位相変化が起こる。この時の周波数空間における様子は、振幅、位相の変化に伴い図 3.2.6 のようになる。

冷凍機からの出力は、アンプやアッテネータによるゲインの調節を考えているがこの段階では考えない。したがって冷凍機出力が、IQ ミキサによりアップコンバートの時と同じ局所発振器からの信号と乗算され、式 (3.2.10)-(3.2.15) に従って RF 成分を取り除き IF 成分の I,Q の成分に分かれた信号が得られる (図 (3.2.9))。

ADC でサンプリングされた IF 信号を、複素ミキサを用いて IF 成分から DC 成分にダウンコンバートする (図 3.2.7)。さらに、CIC デシメーション、LPF により DC+ 変調成分のみを取り出す (図 3.2.10)。これで変調にされた成分を復調してやればよく、式 (3.2.23)-(3.2.31) にしたがってパルスを取り出す。

3.3 共振器

節 3.2 では、ある共振の形を仮定して行った。ここでは、実際に考えている共振器について述べる。

3.3.1 $\frac{\lambda}{4}$ 共振器

まず $\frac{\lambda}{4}$ 共振器についてまとめる。この共振器では、open 側の端では電流が流れず、short 側の端では電圧はゼロである。

波が立つのは境界条件として、

$$l = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (3.3.1)$$

が成り立つときである。ただし l は同軸の長さ、 n は整数である。位相速度 v_p とすると第 1 モードの周波数は、

$$f_1 = \frac{v_p}{4l} \quad (3.3.2)$$

で書くことができる。周波数 ω を持つ電圧と電流の波動に関してより正確に書くと、 $\beta = \frac{\omega}{v_p}$ として、

$$V(z) = V_0^+ e^{-i\beta z} + V_0^- e^{i\beta z} \quad (3.3.3)$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_1} e^{-i\beta z} - \frac{V_0^-}{Z_1} e^{i\beta z} \quad (3.3.4)$$

と書ける。 $z = 0$ で GND にショートしているとし、共振器のインピーダンス $Z_1 = 50\Omega$ である。初期条件

$$\begin{cases} V(0) = 0 \\ I(0) = I \end{cases} \quad (3.3.5)$$

の下で解くと、

$$V(z) = -iIZ_1 \sin(\beta z) \quad (3.3.6)$$

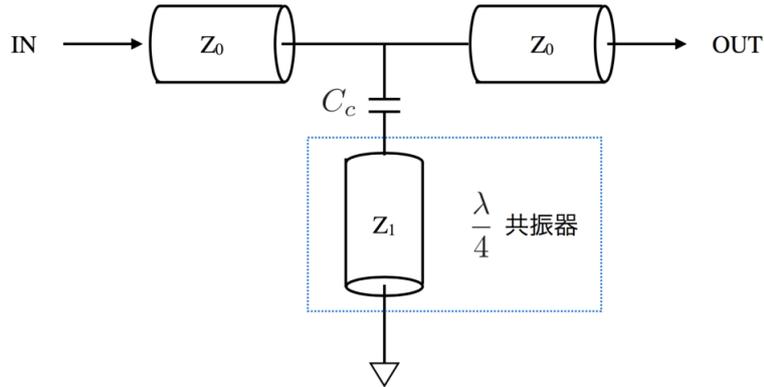
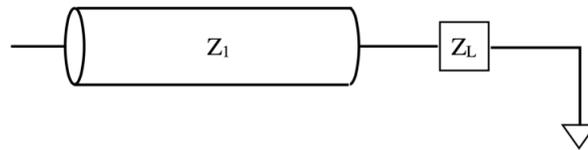
$$I(z) = I \cos(\beta z) \quad (3.3.7)$$

となる。

3.3.2 キャパシタカップリング

$\frac{\lambda}{4}$ 共振器を他の透過ラインへカップリングさせるためには小さいキャパシタンス C_C を用いる (図 3.3.1)。ここからはこの構造における共振周波数を考えていく。共振はカップリングキャパシタと $\frac{\lambda}{4}$ 透過線のリアクタンスが打ち消しあう時に起こる図 3.3.2 の場合、系のインピーダンスは、

$$Z = Z_1 \frac{Z_L + iZ_1 \tan\left(\omega \frac{l}{v_p}\right)}{Z_1 + iZ_L \tan\left(\omega \frac{l}{v_p}\right)} \quad (3.3.8)$$

図 3.3.1 $\frac{\lambda}{4}$ 共振器のカップリング図 3.3.2 load インピーダンスで終端した $\frac{\lambda}{4}$ 共振器

となるので、 $\frac{\lambda}{4}$ 共振器をキャパシタでカップルさせた系で共振が起こるのは、 $\omega = \omega_0$ に対して

$$Z = \frac{1}{i\omega_0 C_C} + iZ_1 \tan\left(\omega_0 \frac{l}{v_p}\right) = 0 \quad (3.3.9)$$

となる時で、さらに $\omega_1 \equiv \frac{\pi v_p}{2l}$ とおいて整理すると、

$$\omega_0 C_C Z_1 = \cot\left(\omega_0 \frac{\pi}{2\omega_1}\right) \quad (3.3.10)$$

ここで右辺を $\frac{\pi}{2}$ まわりで展開すると、

$$\omega_0 C_C Z_1 = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2\omega_1}(\omega_0 - \omega_1)\right) \quad (3.3.11)$$

$$\approx 0 - \frac{\pi}{2\omega_1}(\omega_0 - \omega_1) \quad (3.3.12)$$

したがって共振周波数は、

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{1 + 2\frac{\omega_1 C_C Z_1}{\pi}} \quad (3.3.13)$$

$$f_0 = \frac{f_1}{1 + 4f_1 C_C Z_1} \quad (3.3.14)$$

と求められる。

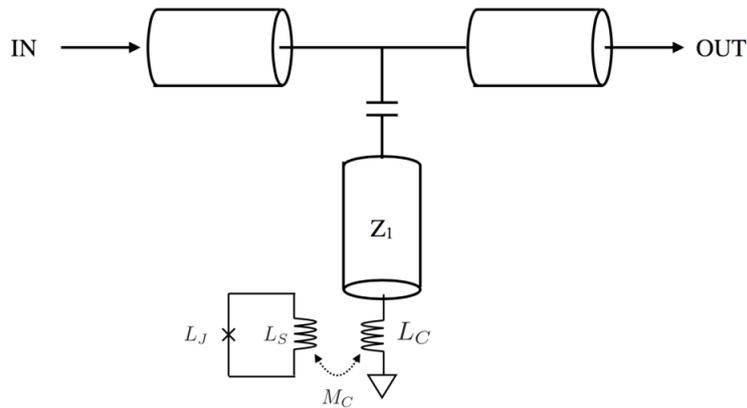


図 3.3.3 $\frac{\lambda}{4}$ 共振器を rf SQUID にスクリーニングされたインダクタで終端

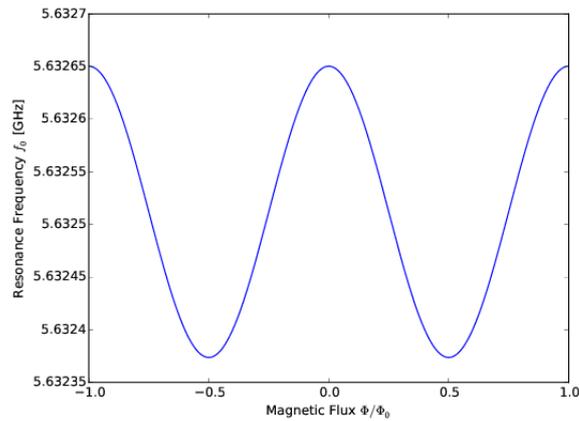


図 3.3.4 共振周波数と SQUID への入力磁束との関係。 $C_C = 20\text{fF}$ とした。

3.3.3 Inductive Load

$\frac{\lambda}{4}$ 共振器を終端側を SQUID にスクリーニングされたインダクタで終端することを考える (図 3.3.3)。SQUID への磁束の変化が SQUID のインダクタンスを変化させ、それによって共振器のパラメータ、特に共振周波数が変化するはずである。ゆえに共振器は SQUID 内の磁束を測ることができる。

このとき、

$$Z = \frac{1}{i\omega_0 C_C} + Z_1 \frac{i\omega_0 L \cot\left(\omega_0 \frac{l}{v_p}\right) + iZ_1}{Z_1 \cot\left(\omega_0 \frac{l}{v_p}\right) - \omega_0 L} = 0 \quad (3.3.15)$$

$$\therefore Z_1 \cot\left(\omega_0 \frac{\pi}{2\omega_1}\right) - \omega_0 L - \omega_0 C_C Z_1 \left(\omega_0 L \cot\left(\omega_0 \frac{\pi}{2\omega_1}\right) + Z_1\right) = 0 \quad (3.3.16)$$

さらに ω_1 の周りで展開すると、

$$Z_1 \left(\frac{\pi}{2} - \omega_0 \frac{\pi}{2\omega_1} \right) - \omega_0 L - \omega_1^2 C_C Z_1 L \cot \left(\frac{\pi}{2} - \omega_0 \frac{\pi}{2\omega_1} \right) - \omega_0 C_C Z_1^2 = 0 \quad (3.3.17)$$

$$\left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) - \frac{2\omega_0 L}{\pi Z_1} - \omega_1^2 C_C L + \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) - \frac{2\omega_0 C_C Z_1}{\pi} = 0 \quad (3.3.18)$$

$$\frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{1 - \omega_1^2 C_C L}{1 + \frac{2\omega_1 C_C Z_1}{\pi} + \frac{2\omega_1 L}{\pi Z_1} - \omega_1^2 C_C L} \quad (3.3.19)$$

ここで、 $\frac{1}{\omega_1 C_C} \gg Z_1$ 、 $\omega_1 L \ll Z_1$ のとき、

$$\frac{\omega_0}{\omega_1} \sim \frac{1}{1 + \frac{2\omega_1 C_C Z_1}{\pi} + \frac{2\omega_1 L}{\pi Z_1}} \quad (3.3.20)$$

となるから、系の共振周波数は

$$f_0 = \frac{f_1}{1 + 4f_1 C_C Z_1 + \frac{4f_1 L}{Z_1}} \quad (3.3.21)$$

となる。これより L の変化に対して共振周波数が変化することがわかる。変化量を計算すると、

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial L} = \frac{-\omega_1}{\left(1 + \frac{2\omega_1 C_C Z_1}{\pi} + \frac{2\omega_1 L}{\pi Z_1} \right)^2} \frac{2\omega_1}{\pi Z_1} \quad (3.3.22)$$

$$= -\frac{2\omega_0^2}{\pi Z_1} \quad (3.3.23)$$

したがって、

$$\therefore \frac{\partial f_0}{\partial L} = -\frac{4f_0^2}{Z_1} \quad (3.3.24)$$

となる。SQUID 内の磁束変化によるインダクタンスの変化と合わせると、共振周波数は位相変化に対して、

$$f_0(\phi) \sim f_1 - 4f_1^2 C_C Z_1 - \frac{4f_1^2}{Z_1} + \frac{4f_1^2 \lambda M_C^2}{Z_1 L_S} \cos \phi \quad (3.3.25)$$

となる。例として図示してみると図 3.3.4 のようになる。

3.3.4 SQUID Direct Coupling

我々のグループでは図 3.3.5 のように $\frac{1}{4}$ 共振器の終端側に、ループインダクタンスの非対称性 a を持つ SQUID を直接取り付けを考える。[25] まず SQUID 部分のアドミッタンス Y_S は、

$$\begin{aligned} Y_S &= \frac{1}{i\omega(1-a)L_s} + \frac{1}{i\omega a L_s + i\omega L_J \sec \phi} \\ &= \frac{i\omega L_s + i\omega L_J \sec \phi}{i\omega(1-a)L_s(i\omega a L_s + i\omega L_J \sec \phi)} \end{aligned} \quad (3.3.26)$$

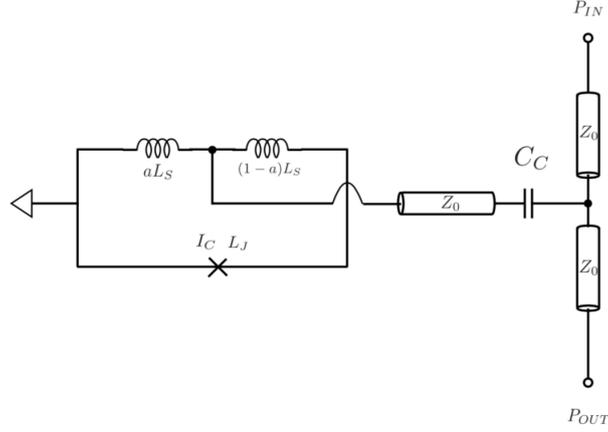


図 3.3.5 我々のグループで作成する共振器の終端方法。rf SQUID で直接終端している。[25]

である。したがって SQUID のインピーダンス Z_S は、

$$\begin{aligned}
 Z_S &= \frac{i\omega(1-a)L_S(i\omega aL_S + i\omega L_J \sec\phi)}{i\omega L_S + i\omega L_J \sec\phi} \\
 &= i\omega \frac{(1-a)L_S(1 + a\lambda \cos\phi)}{1 + \lambda \cos\phi} \\
 &= i\omega \frac{(1-a)L_S \left\{ 1 + a\lambda \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \right\}}{1 + \lambda \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}
 \end{aligned} \tag{3.3.27}$$

したがって rfSQUID の等価インダクタンス L は、

$$L(\Phi) = \frac{(1-a)L_S \left\{ 1 + a\lambda \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \right\}}{1 + \lambda \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)} \tag{3.3.28}$$

となる。次に共振周波数を計算するのだが、小節 3.3.3 の計算がそのまま使えて、

$$f_0(\Phi) = \frac{f_1}{1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L(\Phi)}{Z_0}} \tag{3.3.29}$$

である。続いて、共振周波数の変化 Δf_{pp} を求めると、

$$\begin{aligned}
 \Delta f_{pp} &= f_0\left(\frac{\Phi_0}{2}\right) - f_0(0) \\
 &= \frac{\frac{4f_1^2}{Z_0} \left\{ L(0) - L\left(\frac{\Phi_0}{2}\right) \right\}}{\left(1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L\left(\frac{\Phi_0}{2}\right)}{Z_0}\right) \left(1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L(0)}{Z_0}\right)}
 \end{aligned} \tag{3.3.30}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 L(0) - L\left(\frac{\Phi_0}{2}\right) &= \frac{(1-a)L_s(1+a\lambda)}{1+\lambda} - \frac{(1-a)L_s(1-a\lambda)}{1-\lambda} \\
 &= \frac{(1-a)L_s}{1-\lambda^2} \{(1+a\lambda)(1-\lambda) - (1-a\lambda)(1+\lambda)\} \\
 &= \frac{(1-a)L_s}{1-\lambda^2} 2\lambda(a-1) \\
 &= -\frac{2\lambda(1-a)^2 L_s}{1-\lambda^2}
 \end{aligned} \tag{3.3.31}$$

であるから、

$$\begin{aligned}
 |\Delta f_{pp}| &= \frac{\frac{4f_1^2}{Z_0} \frac{2\lambda(1-a)^2 L_s}{1-\lambda^2}}{\left(1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L(\frac{\Phi_0}{2})}{Z_0}\right) \left(1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L(0)}{Z_0}\right)} \\
 &= \frac{\frac{8\lambda L_s f_1^2 (1-a)^2}{Z_0(1-\lambda^2)}}{\left(1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L(\frac{\Phi_0}{2})}{Z_0}\right) \left(1 + 4f_1 C_C Z_0 + \frac{4f_1 L(0)}{Z_0}\right)} \\
 &\approx \frac{8\lambda L_s f_0^2 (1-a)^2}{Z_0(1-\lambda^2)}
 \end{aligned} \tag{3.3.32}$$

となる。ただし最後の近似は、 $\frac{1}{\omega_1 C_C} \gg Z_0$ 、 $\omega_1 L \ll Z_0$ とした場合で、このとき、 $f_0 \approx f_1$ を用いた。また、この共振周波数変化が、BW に等しいと置くと SQUID 非対称性 a を見積もることができて、

$$\begin{aligned}
 |\Delta f_{pp}| &\approx \frac{8\lambda L_s f_0^2 (1-a)^2}{Z_0(1-\lambda^2)} = BW \\
 \therefore a &= 1 - \sqrt{\frac{Z_0(1-\lambda^2) BW}{8\lambda L_s f_0^2}}
 \end{aligned} \tag{3.3.33}$$

となる。また、信号線とのカップリング Q 値である Q_c は、

$$Q_c = \frac{1}{8\pi f_r^2 C_c^2 Z_0^2} \tag{3.3.34}$$

である。

第 4 章

読み出し回路シミュレーション

本章では、節 3.2 で述べたロジックに対し、具体的なパルスに変調を加えて読み出すとして復調処理を行い、パルスを取り出すことができるのかを検証する。さらにロジックのパラメータを変更したときに復調にどのような影響が出るのか議論する。

4.1 TES 信号の復調

まず節 3.2 で述べたロジックについて、ある信号パルスを仮定して復調できるのかの確認を行う。付録 B に示したような、作成プログラムの復調手順に従い数値シミュレーションを行った。マイクロ波読み出し回路の共振チップの概略は図 4.1.1 のようになっている。

TES パルス

まず、TES 型 X 線マイクロカロリメータの信号から考えていくことにする。我々が最終的に欲しい信号はこの信号である。TES にあるエネルギーの X 線が入射すると、素子の温度が上昇して TES の抵抗値が上昇する。その結果、

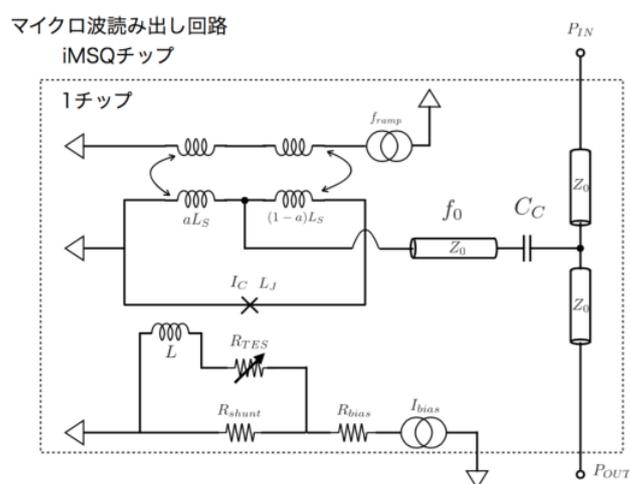


図 4.1.1 マイクロ波 SQUID 共振チップ 1 素子 [25]

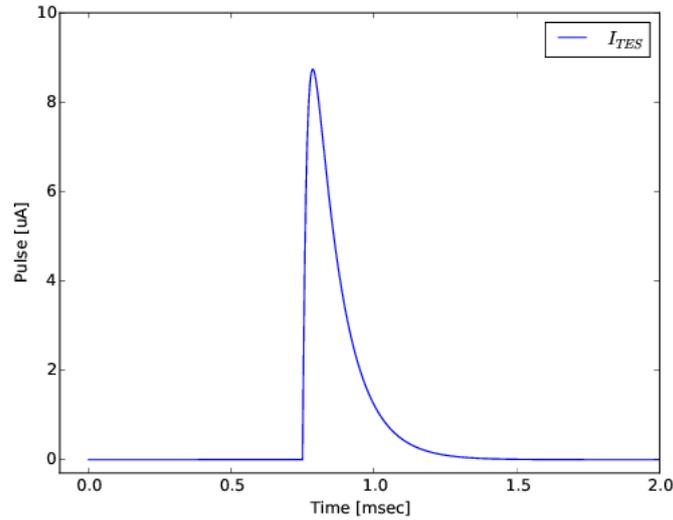


図 4.1.2 TES パルス

表 4.1 TES パルスのパラメータ

パラメータ	値
A	$15 \mu\text{A}$
τ_{rise}	$20 \mu\text{sec}$
τ_{fall}	$100 \mu\text{sec}$
t_0	0.75 msec

TES 回路に流れる電流 I_{TES} が変化する。そこで I_{TES} を次のように定義する。

$$I_{TES}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{rise}}}\right) \right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{fall}}}\right) & t \geq 0 \end{cases} \quad (4.1.1)$$

ここで、 $t = 0$ のときに X 線が入射するものとし、 A は振幅、 τ_{rise} 、 τ_{fall} はそれぞれパルスの立ち上がり、立ち下りの時定数である。表 4.1 にまとめたパラメータを用いて、ある時刻 t_0 に X 線が入射した場合のパルスを図 4.1.2 に示す。本章における計算では TES パルスとして全て 1 パルスのみを考えることとする。

Input コイル

TES 回路に流れる電流変化 I_{TES} が Input コイルに流れることで、ある相互インダクタンス M をもってカップリングしたコイルに磁束変化 Φ_{TES} をもたらす。この関係は

$$\Phi_{TES}(t) = M I_{TES}(t) \quad (4.1.2)$$

である。今は rfSQUID のコイルとカップリングしているものとする。図 4.1.2 のような電流が TES 回路に流れるとき、式 (4.1.2) に従って rfSQUID 側のコイルには図 4.1.3 のような磁束パルスが入力されることになる。ここで、 $M = 75 \text{ pH}$ とした。

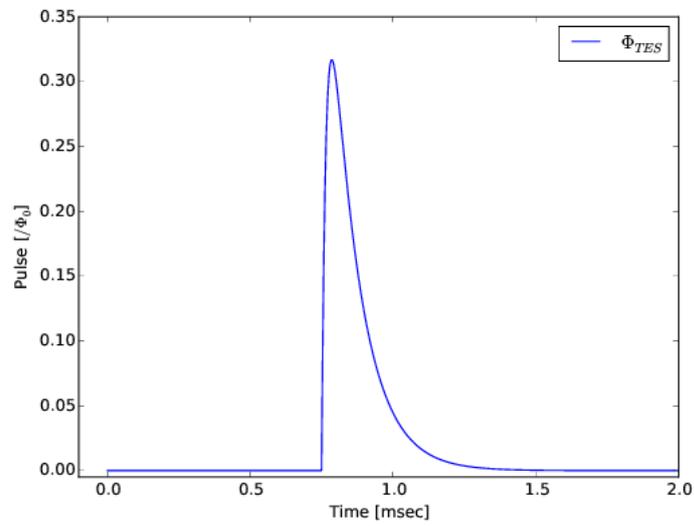


図 4.1.3 TES パルスによって rfSQUID に入力される磁束

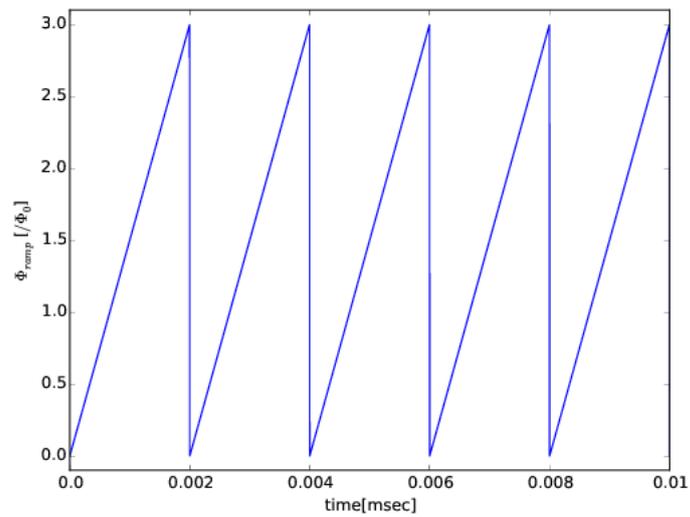


図 4.1.4 ランプ磁束

ランプ磁束

次にランプ磁束を考える。SQUID にランプ磁束 Φ_{ramp} をある周期 T_{ramp} 間隔で $0 \sim 3\Phi_0$ まで入力すると仮定すると、1 周期では次式 (4.1.3) のように置くことができる。

$$\Phi_{\text{ramp}}(t) = \begin{cases} \frac{3\Phi_0}{T_{\text{ramp}}}t & 0 \leq t \leq T_{\text{ramp}} \end{cases} \quad (4.1.3)$$

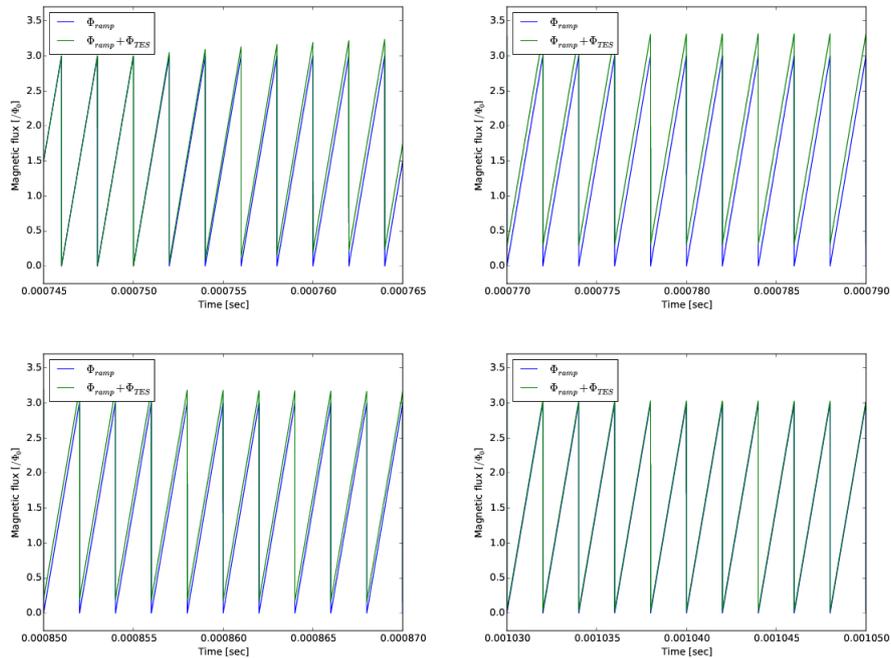


図 4.1.5 SQUID に入力される合計磁束の時間変化 (左上) TES パルス立ち上がり付近 (右上) TES パルス立ち下がり付近 (左下) TES パルスのテール付近 (右下) TES パルスの影響がないところの拡大図

これを描いたものを図 4.1.4 に示す。また、ランプ磁束の周波数 $f_{ramp} = 500 \text{ kHz}$ とし、周期 $T_{ramp} = 1/f_{ramp} = 2 \mu\text{sec}$ とした。^{*1}

SQUID に入力される磁束

rfSQUID に入力される磁束 Φ_{IN} は、ランプ磁束 Φ_{ramp} と TES 磁束 Φ_{TES} の合計である。 Φ_{IN} を図 4.1.5 に示す。

SQUID のインダクタンス変化

rfSQUID に磁束が入力されることにより、rfSQUID の等価インダクタンス L は式 3.3.28 にしたがって変化する。図 4.1.5 のような磁束入力があったとき、等価インダクタンス L の変化を図 4.1.6、4.1.7 に示す。

共振器の共振周波数変化

SQUID 等価インダクタンスの変化により、共振器全体の共振周波数が式 3.3.29 にしたがって変化する。図 4.1.6 のような等価リアクタンスの変化があったときその共振周波数の変化は図 4.1.8、4.1.9 のようになる。

共振器の共振の形について、透過特性の S パラメータの振幅減衰 $|S_{21}|$ と位相変化 $\arg\{S_{21}\}$ が次式 (4.1.4)、(4.1.5)

^{*1} 式 (4.1.3) をフーリエ級数展開すると、

$$\Phi_{ramp}(t) = \frac{3}{2}\Phi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ -\frac{3\Phi_0}{\pi n} \sin\left(\frac{2\pi n}{T_{ramp}}t\right) \right\}$$

となる。しかし、今回は線形近似するものを用いている。

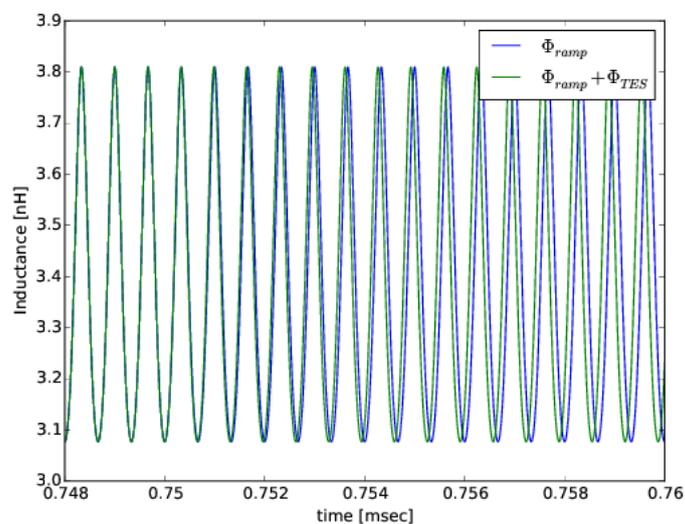


図 4.1.6 磁束入力による SQUID 等価インダクタンスの時間変化。TES パルスの立ち上がり付近を拡大している。

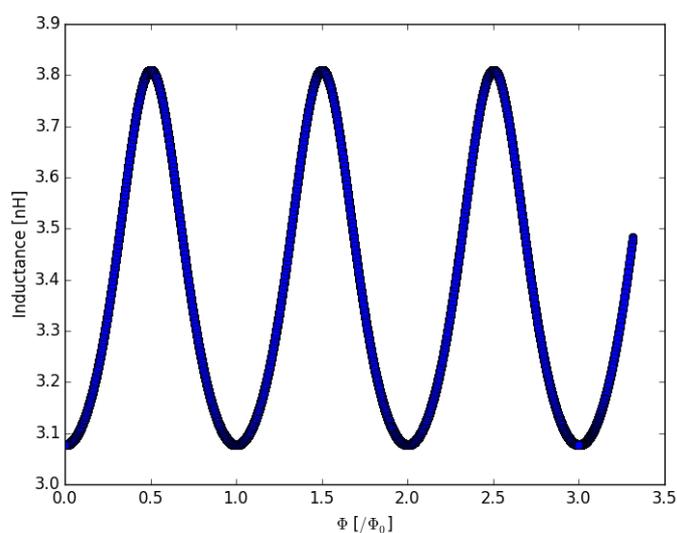


図 4.1.7 磁束入力と SQUID 等価インダクタンスの関係

に従う対称共振としたものを用いることにする。

$$|S_{21}| = \frac{Q_c^2 + (2Q_i Q_c D)^2}{(Q_i + Q_c)^2 + (2Q_i Q_c D)^2} \quad (4.1.4)$$

$$\arg \{S_{21}\} = \arctan \left\{ \frac{2Q_i^2 D}{Q_i + Q_c + 4Q_i^2 Q_c D^2} \right\} \times \frac{180}{\pi} \quad (4.1.5)$$

ここで D は、共振周波数 f_r に対して、

$$D = \frac{f - f_r}{f_r} \quad (4.1.6)$$

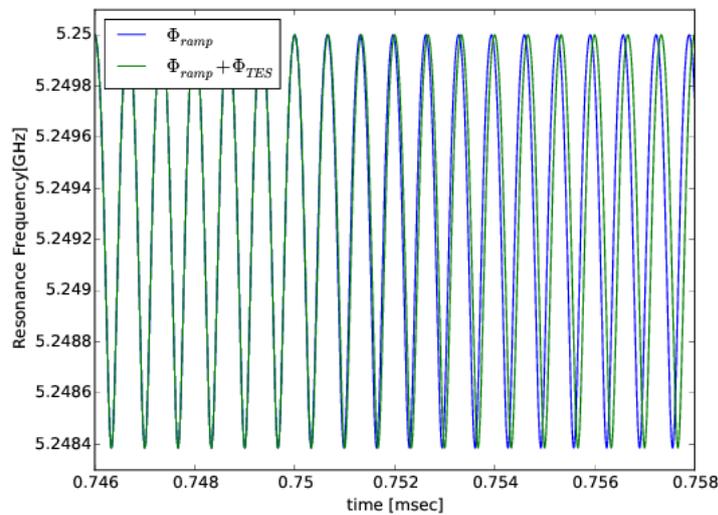


図 4.1.8 共振器全体の共振周波数の時間変化。TES パルスの立ち上がり付近を拡大している。

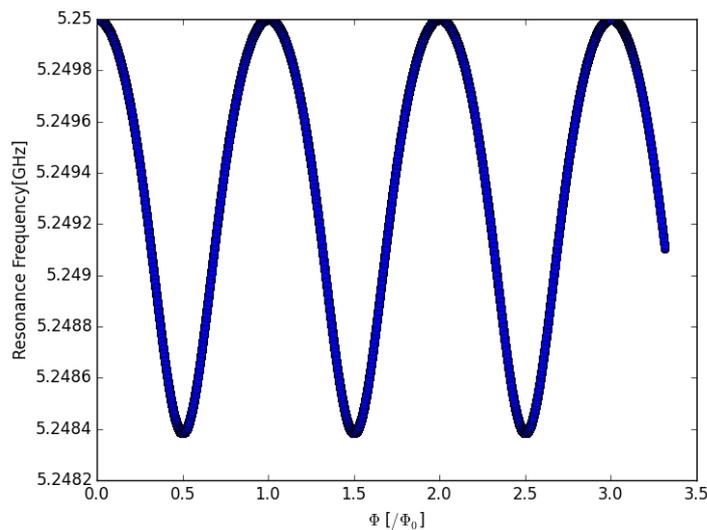


図 4.1.9 入力磁束と共振周波数変化の関係

としたものである。 $Q_i = 2000$ 、 Q_c は式 3.3.34 に従うものとする、透過特性の振幅変化および位相変化はそれぞれ図 4.1.10 のようになる。

また、磁束入力に対して、共振の形は図 4.1.11 のような変化をする。ただし、図 4.1.11 において $\Phi/\Phi_0 = 0$ と $\Phi/\Phi_0 = 1$ は重なっている。さらに、我々はある周波数に着目した透過成分を測定することになる。共振周波数の変化に対して共振の形が変化する時、その周波数における透過特性も変化する。固定する周波数 f_{fix} を

$$f_{\text{fix}} = \frac{f_0(\Phi/\Phi_0 = 1) - f_0(\Phi/\Phi_0 = \frac{1}{2})}{2} \quad (4.1.7)$$

とした時の透過特性の変化を図 4.1.12、図 4.1.13 に示す。この時間変化が式 (3.2.9) における、 $A(t)$ 、 $\phi(t)$ に相当する。

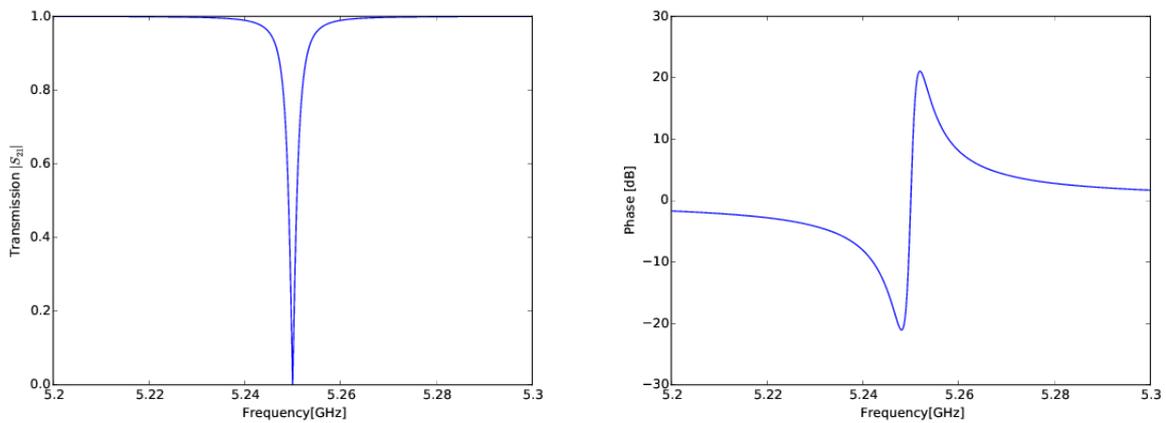


図 4.1.10 共振器の透過特性 (左) 振幅減衰 $|S_{21}|$ (右) 位相変化 $\arg\{S_{21}\}$

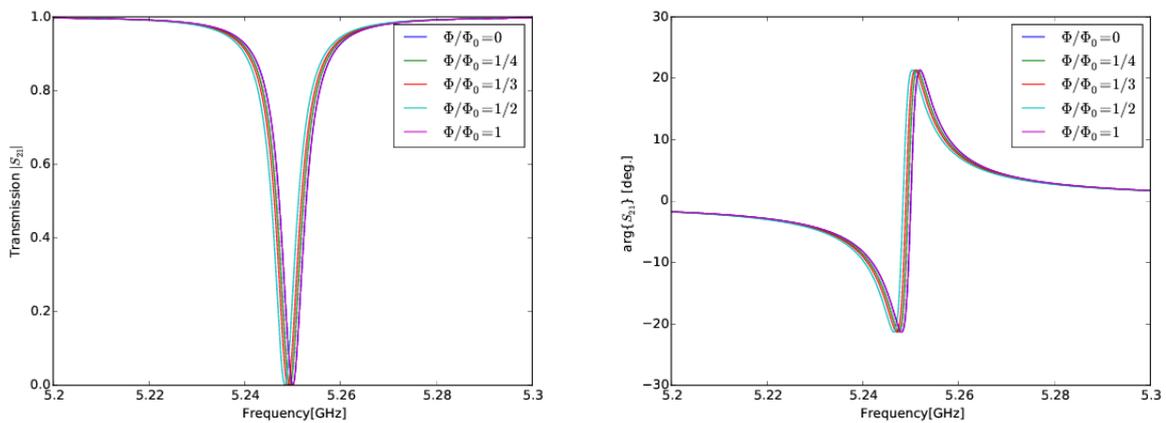


図 4.1.11 入力磁束に対する共振器の透過特性の変化 (左) 振幅減衰 $|S_{21}|$ (右) 位相変化 $\arg\{S_{21}\}$

GHz ダウンコンバート

式 (3.2.9) のように共振器を透過したことによる特性変化を受けた信号は、局所発振器と IQ ミキサにかけられた後 LPF によって GHz 成分を落とすことで周波数はダウンコンバートされ IF 搬送波まで周波数が落ち、式 (3.2.14)、(3.2.15) に従う I, Q 信号がそれぞれ得られる。この様子を図 4.1.14 に示す。

復調-1 (IF 復調)

まずは先に求めたデータを全て使えるデータとして考えていく。ADC から入ってきた信号は式 (3.2.20) に従い複素ダウンコンバートされて LPF を通った後、IF 搬送波の成分が落とされる。式 (3.2.21)、(3.2.22) に従って得られる I, Q 信号はそれぞれ図 4.1.15 のようになる。

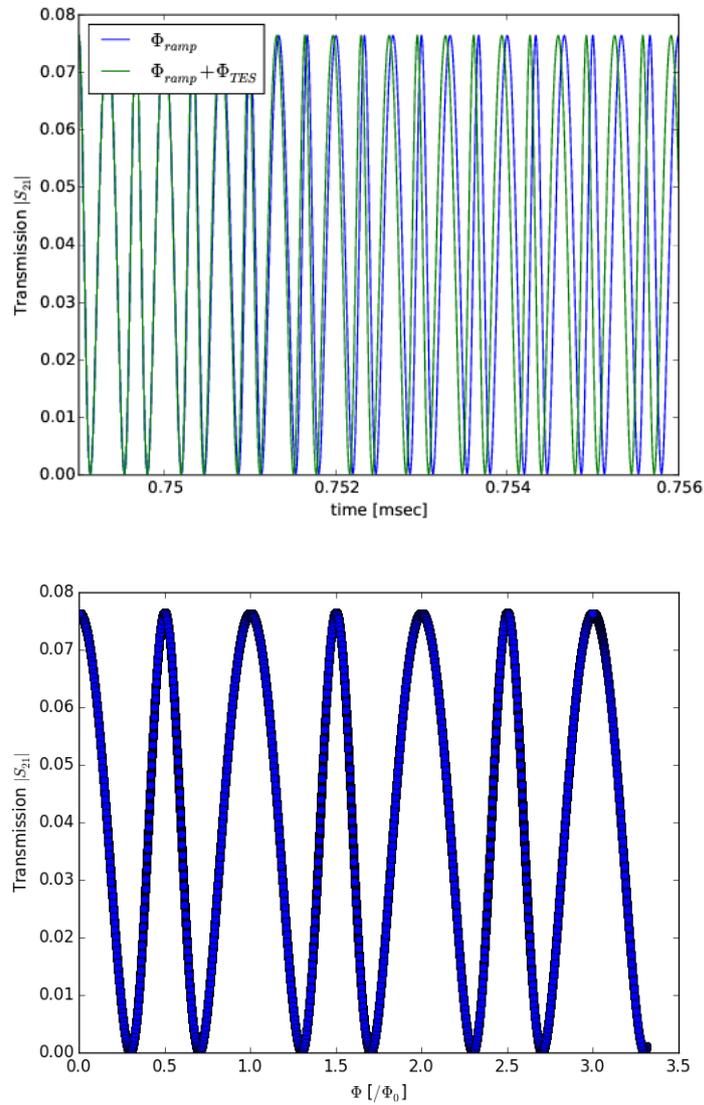


図 4.1.12 周波数を固定した時の透過特性振幅減衰 $|S_{21}|$ (上) TES パルス立ち上がり付近の時間変化 (下) 磁束との関係

復調-2 (ランプ磁束復調)

IQ 平面における 2 次元成分を、 $\Phi/\Phi_0 = 0$ のときの I 軸から測った角度をオフセットとして、そこからの角度の変化量を θ と定義する。角度 θ の周期 T_c は $\Phi: 0 \rightarrow \Phi_0$ の入力磁束によって決まることから、ランプ磁束の周期 T_{ramp} に対して、

$$T_c = \frac{1}{3} T_{ramp} \quad (4.1.8)$$

となる。従って角度 θ の基本周波数 f_c は、

$$f_c = 3f_{ramp} \quad (4.1.9)$$

と求まる。図 4.1.16 に、TES 信号がある場合、ない場合に対してプロットした角度 θ の時間変化を示す。以上より式

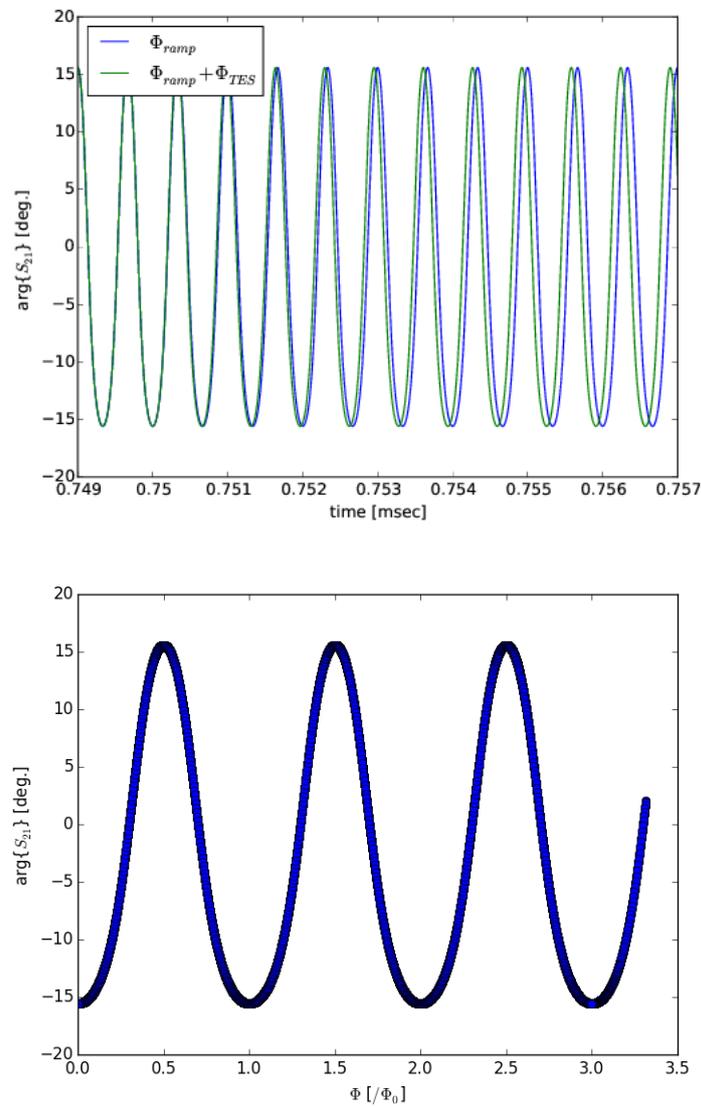


図 4.1.13 周波数を固定した時の透過特性位相変化 $\arg\{S_{21}\}$ (上) TES パルス立ち上がり付近の時間変化 (下) 磁束との関係

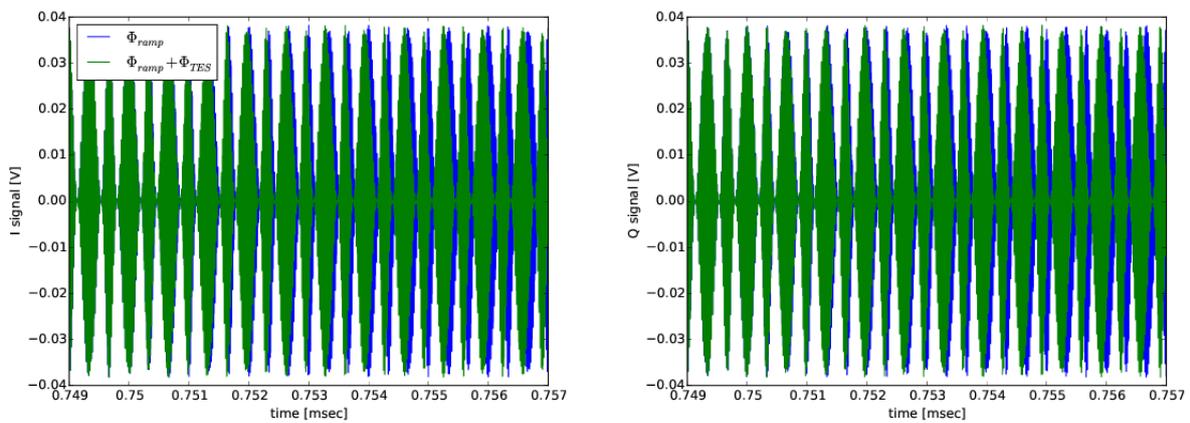


図 4.1.14 IF 領域信号の TES パルス立ち上がり時刻付近の変化 (左) I 成分 (右) Q 成分

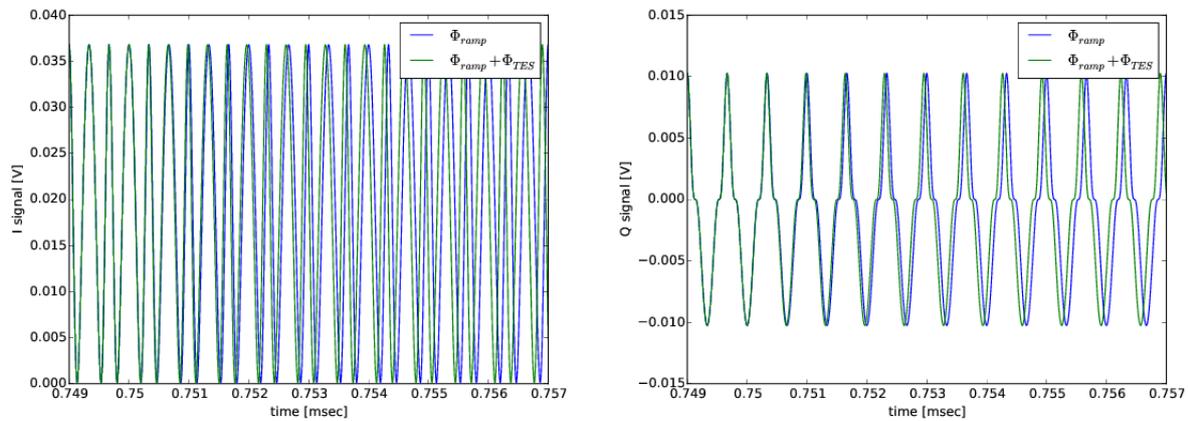


図 4.1.15 DC 領域信号の TES パルス立ち上がり時刻付近の変化 (左) I 成分 (右) Q 成分

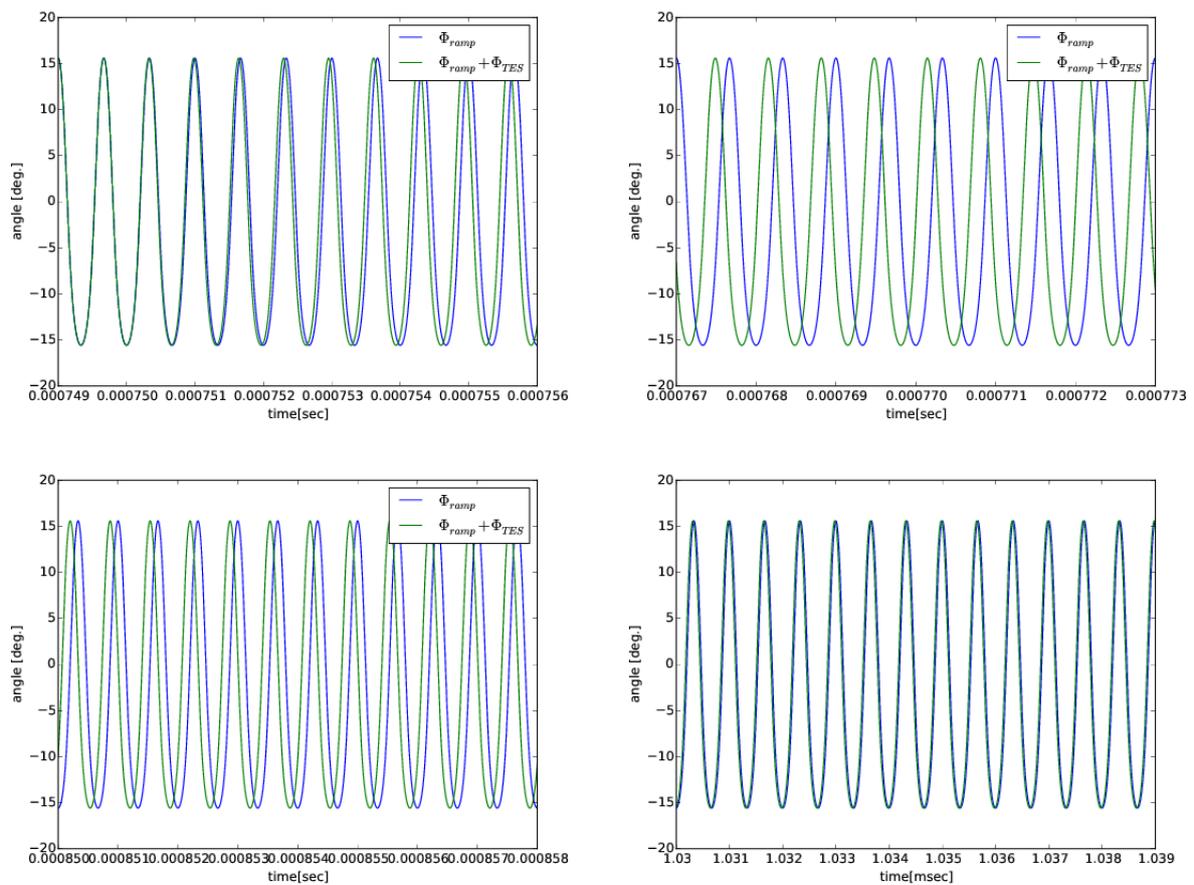


図 4.1.16 TES 信号がある場合とない場合の角度 θ の時間変化。(左上) TES パルス立ち上がり付近 (右上) TES パルス立ち下がり付近 (左下) TES パルスのテール付近 (右下) TES パルスの影響がないところの拡大図

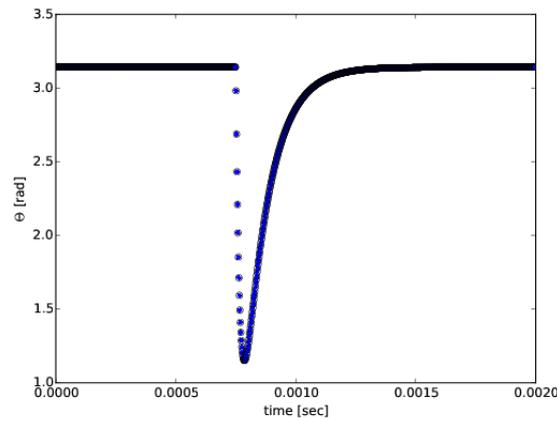
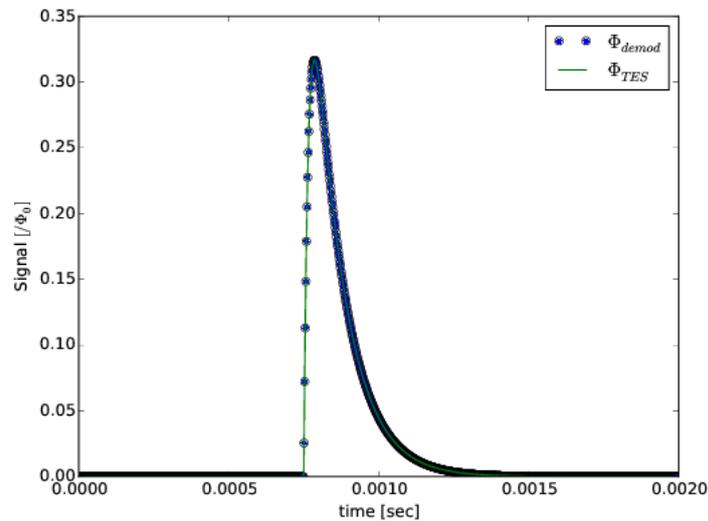


図 4.1.17 TES 信号による位相角度のずれ

図 4.1.18 復調した $\Phi_{\text{TES}}(t)$ と入力モデル $\Phi_{\text{TES}}(t)$ の比較

(3.2.28)-(3.2.31) から、ランプ磁束復調を行う。TES の信号による位相 $\varphi(t)$ のずれを求めると図 4.1.17 のようになる。またランプ磁束変調では、入力磁束が Φ_0 変化すると位相が 2π 変化するので、

$$\Phi_{\text{TES}} = \frac{\varphi(t)}{2\pi} \Phi_0 \quad (4.1.10)$$

が得られ、これにより $\Phi_{\text{TES}}(t)$ を求めることができる。復調した $\Phi_{\text{TES}}(t)$ と入力した $\Phi_{\text{TES}}(t)$ を重ねてプロットしたものを図 4.1.18 に示す。また、図 4.1.18 の両者を比をとったものを図 4.1.19 に示す。図 4.1.19 において始め値が 0 であるのは、この区間で $I_{\text{TES}} = 0$ だからである。パルス入射時刻以降、その比がほぼ 1 となっており、これによって先のロジックにより復調できることが確認できた。

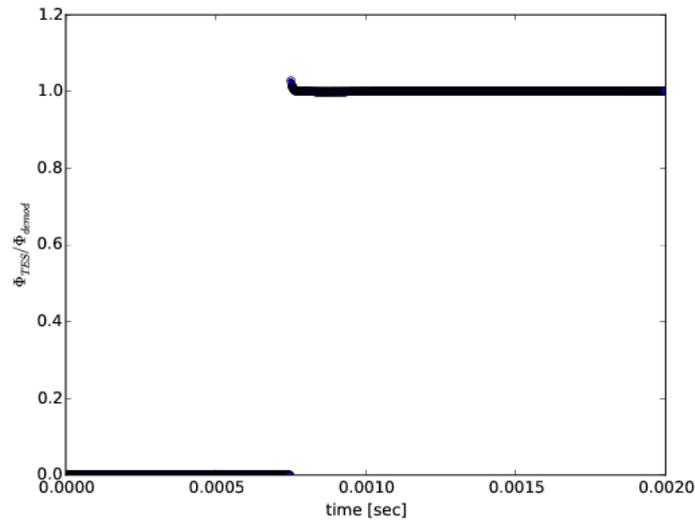


図 4.1.19 復調した $\Phi_{TES}(t)$ と入力 $\Phi_{TES}(t)$ の比

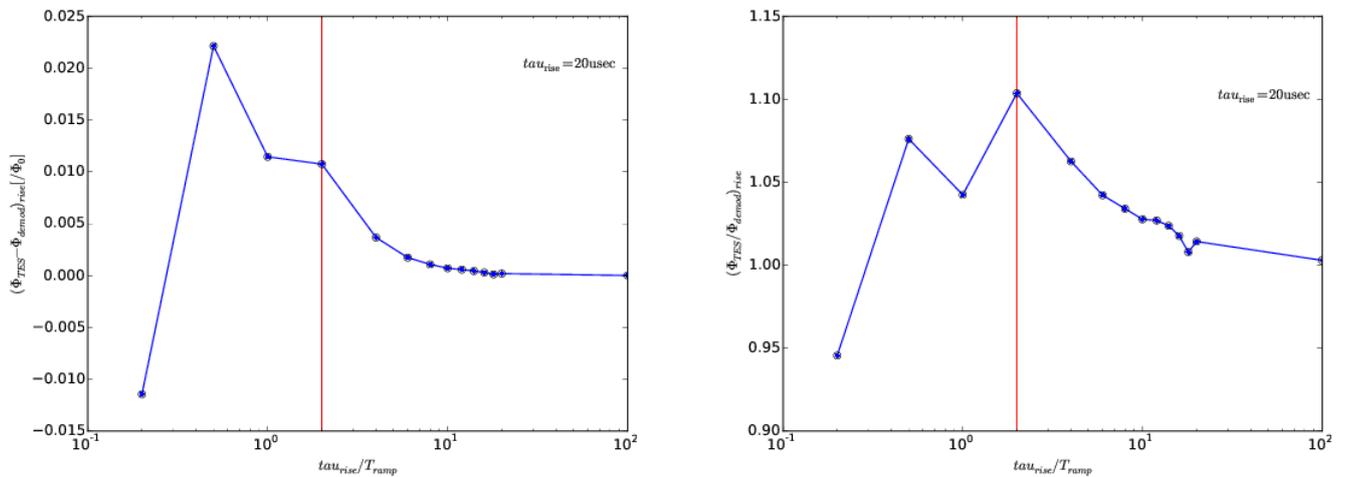


図 4.2.1 ランプ磁束の周波数を振ったときの入力磁束に対する復調磁束のずれ (左) 差 (右) 比。赤線はサンプリング定理が成り立つ境界を示している。

4.2 パラメータの変更

前節では、あるパラメータを持つ信号を仮定して復調ロジックの一連の流れを確かめ、適応できることを確かめた。そこで次に、各パラメータが復調にどの程度の影響があるのかを議論するために、パラメータを変えて再度復調ロジックを当てはめてみる。変更するパラメータは、復調した時のサンプリングレートとなるランプ磁束の入力周波数と TES 信号の入射時刻を考える。

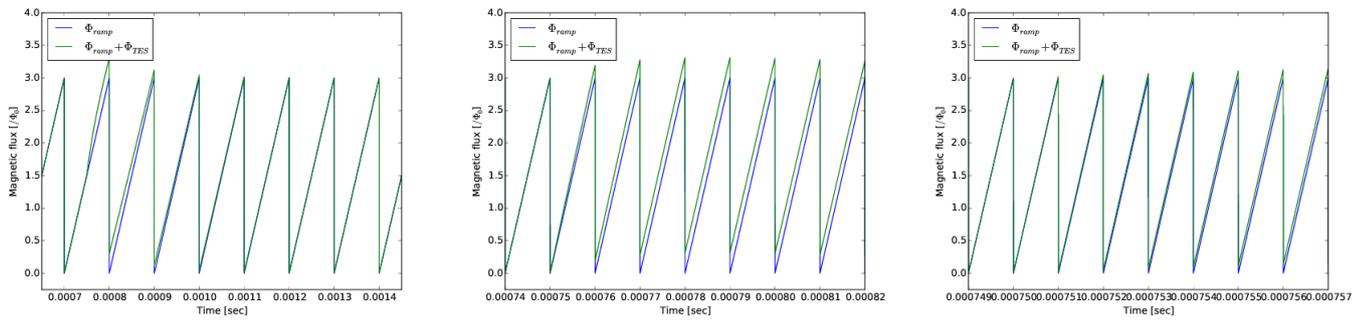


図 4.2.2 入力磁束の周波数 (左) 10kHz (中) 100kHz (右) 1MHz の時の TES パルス入射時刻付近を拡大したもの

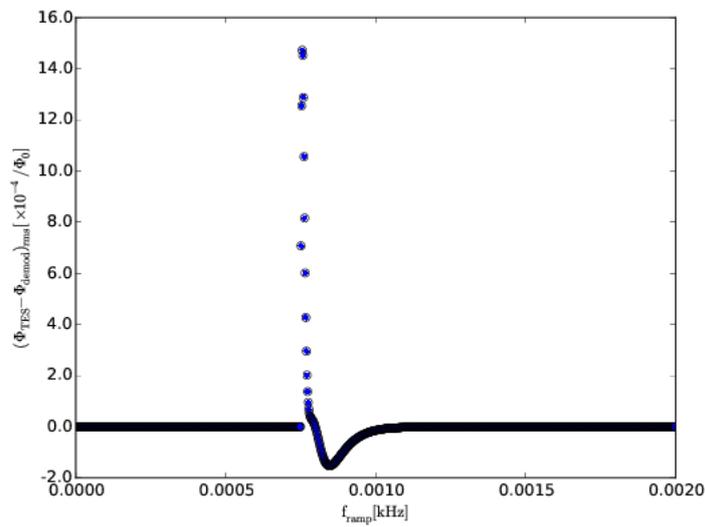


図 4.2.3 ランプ磁束周波数 500 kHz のときの復調誤差

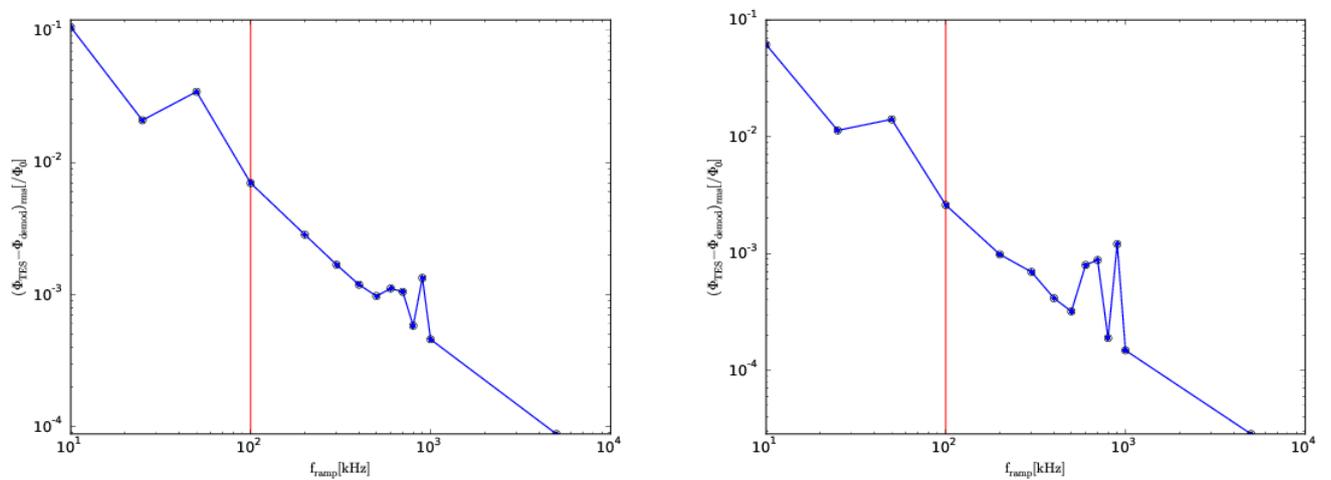


図 4.2.4 ランプ磁束周波数を振っていった時の復調誤差 rms 値 (左) 信号入射から立ち上がりまでの区間 (右) 信号入射から立ち下りの 2 倍までの区間での評価。赤線はサンプリング定理が成り立つ境界を示している。

ランプ磁束の入力周波数 f_{ramp}

ランプ磁束変調法では、ランプ磁束のノコギリ 1 つに対して 1 つのサンプルを取得することになる。したがってランプ磁束の周波数がそのまま復調パルスのサンプリングレートになる。ここではランプ磁束周波数のみを変化させた時、復調信号にどのような影響が現れるのかを議論するため、TES パルスの立ち上がりの時定数 $\tau_{\text{rise}} = 20 \mu\text{sec}$ などは固定する。

ランプ磁束の周波数を、10 kHz から 5 MHz まで振っていき、その復調磁束に対して、図 4.1.19 のようにパルスの立ち上がりに見えていたオフセットを入力磁束と比べたものが図 4.2.1 である。これを見るとランプ磁束の周波数を上げていくことでその差（比）が改善していく傾向があることがわかる。ここで入力磁束について、例えば 10 kHz, 100 kHz, 1 MHz の場合を図 4.2.2 に示す。図 4.2.2 を見ると、周波数が小さいときは、ランプ磁束 Φ_{ramp} に対して、TES の磁束 Φ_{TES} が非線形的になっている。復調信号の 1 サンプルはランプ磁束の 1 ギザに対応することを考えると、復調誤差が大きいことはこの非線形的なオフセットが効いていると考えられる。

次に復調精度の評価として、入力磁束パルスから復調パルスの差の rms 値を考える。評価する時刻として、パルスが入射した時刻付近を考え、立ち上がり τ_{rise} までと、立ち下がり τ_{fall} の 2 倍までを考え、式 4.2.1 に従うものとする。

$$(\Phi_{\text{TES}} - \Phi_{\text{demod}})_{\text{rms}} = \frac{\sqrt{\sum_{n(t=t_0)}^{n(t=t_m)} (\Phi_{\text{TES}} - \Phi_{\text{demod}})^2}}{N_s} \quad (4.2.1)$$

ここで、 Φ_{TES} は仮定した入力パルス、 Φ_{demod} は復調して得たパルス、 N_s は考えている区間のサンプル数であり、 $t_m = t_0 + \tau_{\text{rise}}$, $t_0 + \tau_{\text{rise}} + 2\tau_{\text{fall}}$ である。例として、ランプ磁束周波数が 500 kHz の場合の復調誤差を図 4.2.3 に示す。TES パルスの立ち上がり、立ち下がりで誤差が大きくなっている。さらに各ランプ磁束周波数の復調誤差に対して式 (4.2.1) に従って rms 値を求めたものを図 4.2.4 に示す。サンプリング定理が成り立つ、復調パルスのサンプリングが十分なところにおいて対数的に直線になっている様子がわかる。

TES 信号の入射時刻 t_0

先の計算では TES 信号の入射時刻 t_0 と、ランプ磁束の立ち上がり開始の時刻が一致していた。しかし実際に測定する上で、X 線がいつ入射されるのか予測することは難しい。そこで入射時刻 t_0 をランプ磁束の立ち上がりに対して相対的に変化させてたときに復調信号にどのような影響が見られるのかを議論する。ここでは $f_{\text{ramp}} = 500 \text{ kHz}$ とする。したがってランプ磁束周期 $T_{\text{ramp}} = 2 \mu\text{sec}$ である。

TES 信号の入射時刻 $t_p = t_0 + \Delta t$ として、ランプ磁束 1 周期を 10 分割、つまり $\Delta t = 0.2 \mu\text{sec}$ 間隔で相対時刻を振っていき、その復調パルスに対して入力磁束との差をとる。例として、 $\Delta t = 0.4 \mu\text{sec}$ の時の復調パルスと入力磁束パルスの差を図 4.2.5 に示す。ランプ磁束を周波数評価した時と同様に、評価する時刻として、パルスが入射した時刻付近を考え、立ち上がり τ_{rise} までと、立ち下がり τ_{fall} の 2 倍までを考えるものとする、各 TES 信号入力時刻に対する復調パルスの誤差 rms 値は図 4.2.6 の様になる。図 4.2.6 を見ると、TES 信号の入射時刻が、ランプ磁束周期の真ん中である場合に復調誤差がもっとも大きくなることがわかる。この結果について、まず相対時刻がランプ磁束周期の半分以下の領域では、TES 信号の立ち上がりの非線形性について積分範囲が広がることで平均化され誤差が小さくなる。一方相対時刻がランプ磁束周期の半分以上の領域では TES 信号がない部分が多く、積分することで誤差が小さくなる。このような理由から TES 信号の入射相対時刻がランプ磁束周期の真ん中である場合に最も大きくなることは自然であると言える。

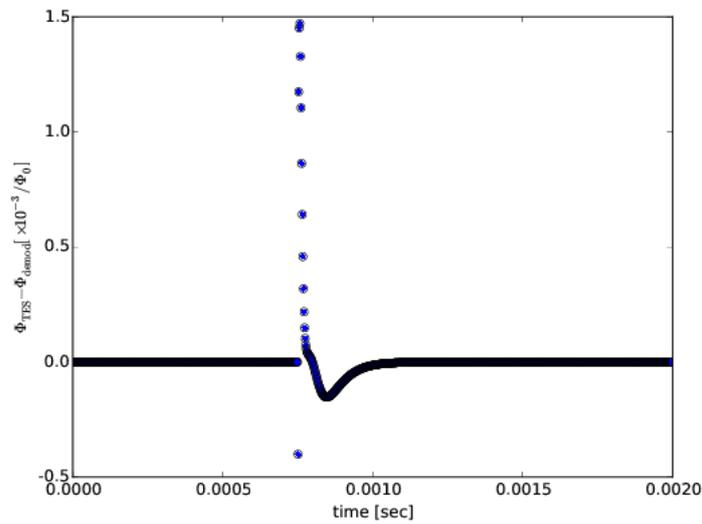


図 4.2.5 $\Delta t = 0.4 \mu\text{sec}$ のときの入力磁束パルスに対する復調パルスの差

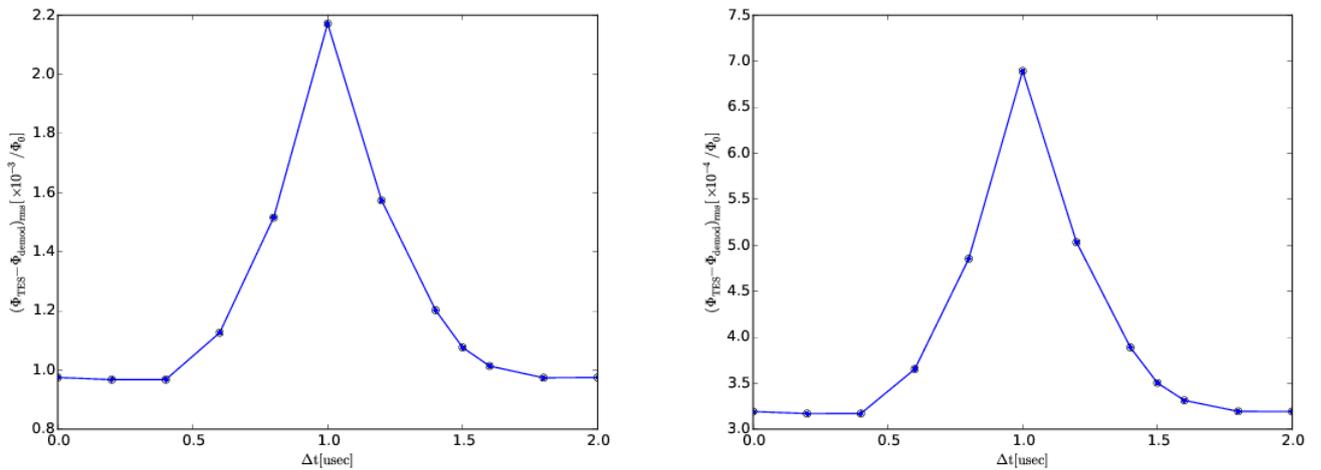


図 4.2.6 TES 信号の入射時刻を振っていった時の復調誤差 rms 値 (左) 信号入射から立ち上がりまでの区間 (右) 信号入射から立ち下がりまでの 2 倍までの区間で評価したもの

4.3 パラメータの制限

節 4.2 において、まず TES 信号の入射時刻によってその復調誤差に影響があり、ランプ磁束 1 周期の真ん中で入射されるときが最大で、2 倍程度復調誤差が大きくなることがわかった。この場合を考えることで、読み出しパラメータの下限値を見積もることができるはずである。従って以降では TES 信号のランプ磁束に対する入射相対時刻をランプ磁束周期の真ん中に固定するものとして、ランプ磁束周波数の下限値を見積もる。また、波形のサンプリングは十分取れているものとして考える。

節 4.2 と同様に、各ランプ磁束周波数に対しての復調パルスと入力磁束パルスの差をとり、入力磁束パルスの立ち上

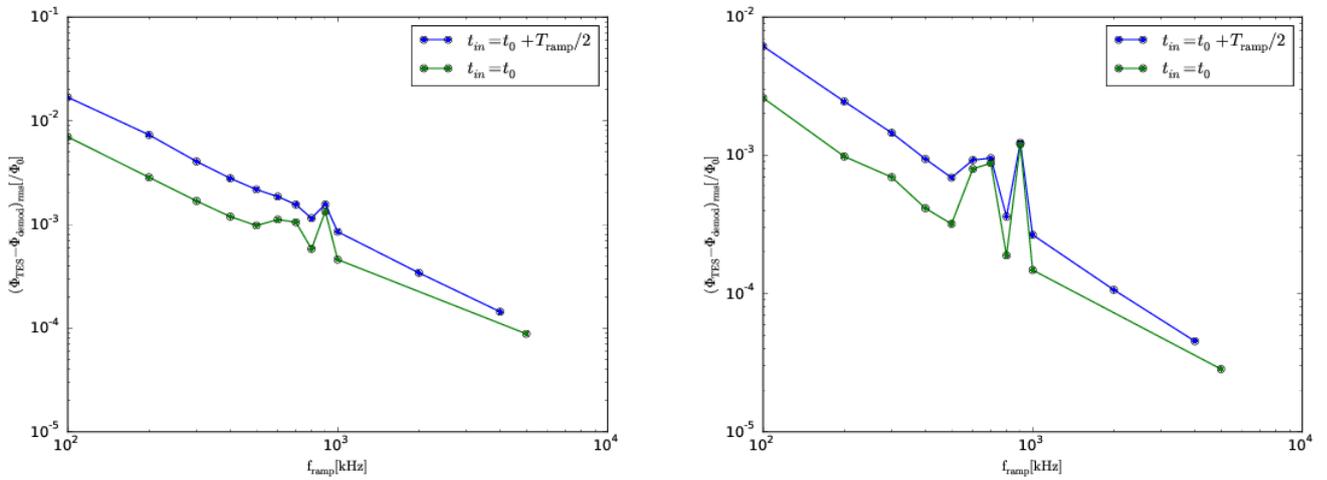


図 4.3.1 入射時刻がランプ磁束の半周期の時になる場合に、ランプ磁束周波数を振っていった時の復調誤差 rms 値 (左) 信号入射から立ち上がりまでの区間 (右) 信号入射から立ち下りの 2 倍までの区間での評価

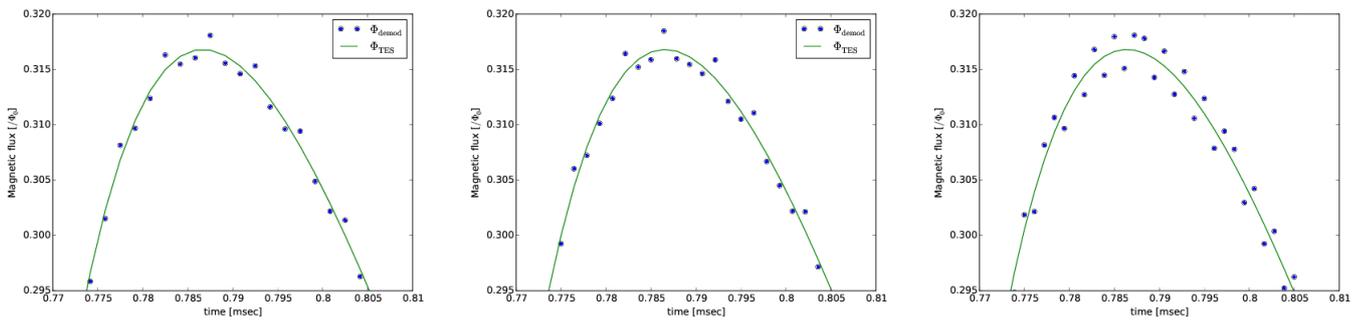


図 4.3.2 $f_{\text{ramp}} = 600 \text{ kHz}, 700 \text{ kHz}, 900 \text{ kHz}$ の場合の復調パルスの様子。モデルパルスに対して復調サンプルがばらついていない。

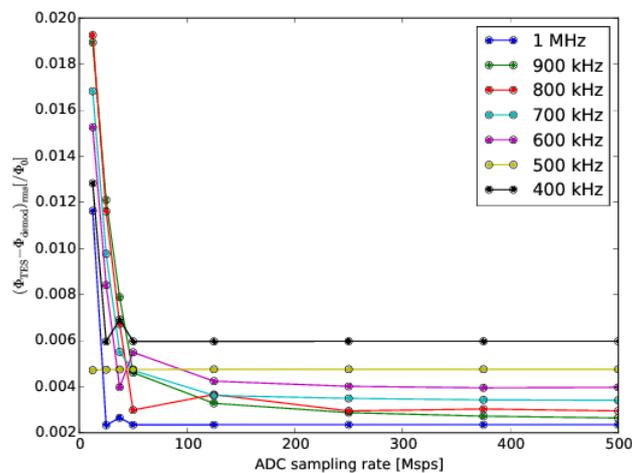


図 4.3.3 サンプリングレートを振った場合の復調誤差 rms 値 (信号入射から立ち下りの 2 倍までの区間での評価)

表 4.2 ADC / DAC ボード FMC150 の仕様

ADC (ADS62P49)		DAC(DAC3283)	
チャンネル数	2	チャンネル数	2
チャンネル分解能	14 bit	チャンネル分解能	16 bit
入力電圧範囲	$2V_{pp}$ (10 dBm)	出力電圧範囲	$1V_{pp}$
入力ゲイン	0 - 6 dB for 0.5dB step	出力インピーダンス	50 Ω
入力インピーダンス	50 Ω	アナログ出力帯域	82 MHz (5次チェビチエフ LPF)
アナログ入力帯域	0.40 - 500 MHz		3 MHz HPF (出力送信のため)
SNR	71 dBFS @ 45 MHz	THD	-67 dBc
SFDR	80 dBc @ 45 MHz		

がり τ_{rise} までと、立ち下がり τ_{fall} の 2 倍までの区間での rms 値を計算したものを図 4.3.1 に示す。図 4.3.1 より、確かに入射時刻による影響が出ていることがわかる。また、 $f_{ramp} = 600 \text{ kHz}, 700 \text{ kHz}, 900 \text{ kHz}$ を除くと、ランプ磁束周波数と復調誤差の rms 値には対数的にほぼ直線となり、その指数として $-3 \times 10^{-8} \Phi_0 / \text{Hz}$ を得た。仮にパルス全体の復調磁束誤差の要求を $10^{-3} \Phi_0$ 以下とすると、ランプ磁束の周波数は $\sim 400 \text{ kHz}$ 程度必要になる。

一方で図 4.3.2 に $f_{ramp} = 600 \text{ kHz}, 700 \text{ kHz}, 900 \text{ kHz}$ の場合の復調パルスを示す。図 4.3.2 を見ると、正しく復調できていないことがわかる。このように特定の周波数において復調が正しくできていないことに関しては今後の課題とする。この問題をまだ解決できていないが、今回に限り、2 点間の平均をとることとする。

次に、計算プログラムにおける離散信号のサンプリングレートを変更する。これまでは、0 - 2 msec までを 2 nsec のレート、つまり 500 Msps でサンプリングを行い離散信号を作成していた。実際には連続信号を ADC で離散信号とするため、これが ADC のサンプリングレートに対応する。このレートを下げて行ったときに復調にどのような影響があるのかを議論する。サンプリングレートを、500 Msps, 375 Msps, 250 Msps, 125 Msps, 50 Msps, 25 Msps, 12.5 Msps として与え、各ランプ磁束周波数に対する復調誤差 rms 値を求めると、図 4.3.3 のようになった。図 4.3.3 をみると、各ランプ磁束周波数に対し、ADC のサンプリングレートが小さいところでは誤差が大きいが、100 Msps 程度以上の領域ではほぼ誤差が一定値となっていることがわかる。この計算結果より、ADC のサンプリングレートとして 100 Msps 程度あれば十分であると結論づけた。

4.4 現行の多重信号読み出しシステムへの適応の是非

今回得られた読み出しに対する制限に対して、我々宇宙科学研究所におけるの FDM 多重信号読み出しシステムと比較する。

まず、現在 FDM 多重信号読み出しに使用しているデジタルエレクトロニクスについてまとめる。ADC / DAC ボードとして 4DSP FMC150 ADC / DAC ボードを選んでおり、2 つの 250 Msps, 14-bit の ADC と、2 つの 800 Msps, 16-bit の DAC が搭載され、low-pin count(LPC) FPGA mezzanine card (FMC) コネクタがある FPGA にマウントされている。表 4.2 に ADC / DAC ボードの詳細をまとめる。FPGA ボードとしては、Xilinx 社 ML605 評価ボードを選んでおり、Xilinx Virtex-6 LX240T (XC6VLX240T1FFG1156) FPGA に基づいている。240k のロジックセル、768 の 25-bit \times 18-bit の乗算器、および 15 MB の block RAM を持つ。ボードには LPC FMC コネクタと HPC (high-pin count) FMC コネクタが 1 つずつあり、2 つの FMC150 ボードをマウントすることで十分な FPGA リソースにより 32 シグナルの多重化が可能である。図 4.4.1 にデジタル BBFB(BaseBand FeedBack) のダイヤグラムの概略図を示す。入力信号は ADC によって 245.76 Msps でデジタル化され、各チャンネルに送られる。その後 64 分の 1 に間引きされて 3.84 Msps までダウンサンプリングされる。アナログ回路において安定した復調のために IQ

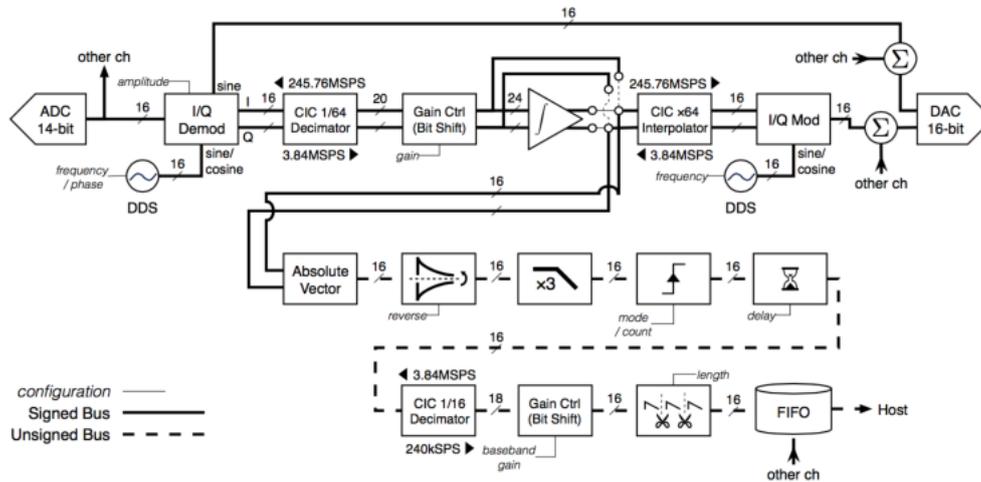


図 4.4.1 デジタル BBFB(BaseBand FeedBack) のダイアグラム

ミキサが用いられており、そのために高調波成分が生まれる。この 2 次高調波成分をカットし、磁束固定ループのために IQ 信号が離散時間積分器にかけられる。フィードバック信号を作るために、各信号は 64 倍され、搬送波でアップコンバートを経て、IQ 変調器で位相調整搬送波により変調される。このフィードバック信号は他チャンネルのフィードバック信号と合計され、多重化チャンネルに分けられる。最終的に 245.76 Msp/s の DAC によってアナログ信号に変換される。以上が現行システムのコアロジックである。

本研究における計算結果では、マイクロ波 SQUID の多重化方式において、1 パルスでは 100 Msp/s 程度あれば復調に十分であった。このサンプリングレートは現行の読み出しシステムと比較するとかなり余裕がある。したがって現行の読み出しシステムに、マイクロ波 SQUID による多重化のロジックを組み込み、その読み出しを実証することが今後の課題である。

第 5 章

まとめと今後の課題

本修士論文では、X 線マイクロカロリメータ、特に超伝導遷移端温度計 (Transition Edge Sensor; TES) に対して、マイクロ波 SQUID により多重化された信号の変復調処理ロジックについて検討を行った。以下まとめと今後の課題について述べる。

まとめ

X 線マイクロカロリメータのこれまでに研究されてきた周波数分割型などの信号多重化方式では数 1000 ピクセル程度が限界であったが、次世代衛星に搭載する検出器としてはさらなるピクセル数の向上が求められており、何らかのブレイクスルーが必要であった。近年マイクロ波 SQUID による GHz 帯を用いた多重化方式が提案されガンマ線 TES での検証が始められている。本研究では、X 線マイクロカロリメータの大規模アレイ化実現に向け、マイクロ波 SQUID を用いた多重化方式を採用した読み出しのシステムについて、X 線信号に最適化した読み出し方法を確立することを目標としている。そこで本修士論文では、信号の読み出しの立場から、どのような機能が必要であり、その機能を持つ回路はどのような回路になるのかを考えた上で、X 線信号を読み出せるかどうかの検討のために復調計算ロジックを組み立て、それに基づく計算から回路系に必要な諸元を調べた。

まず信号の復調ロジックを組み立てた。X 線が TES に入力されると、光電効果により温度が数 mK 上昇し、TES の抵抗値が数 10 m Ω 増える。その結果回路に流れる電流が数 10 μ A 変化し、SQUID のコイルとカップリングしている入力コイルとの間の相互インダクタンス (数 10pH) により、SQUID に磁束 ($< \Phi_0$) が入力される。ここで Φ_0 は磁束量子である。これに伴って SQUID の $L-\Phi$ 特性から、SQUID の等価インダクタンスが変化 (\sim nH) し、共振器の共振周波数が変化する (\sim MHz)。これにより、GHz までアップコンバートした搬送波が共振器を通過することでその振幅と位相に変化がおこる。ここでさらにランプ磁束変調法を採用することで、非線形的な SQUID の $L-\Phi$ 特性に対して出力を線形化する。共振器出力にはミキサを用いて GHz 搬送波の周波数を IF 帯域までダウンコンバートし、共振器の等価特性を I,Q 信号として取り出す。この信号を A / D 変換器へ取り込み、FPGA へと送る。FPGA 内部では、IF 帯域信号をさらにダウンコンバートして DC レベルの I,Q 信号を取り出し、その I,Q 組を角度 θ として 1 次元化する。最後にこの角度 θ に関して、ランプ磁束以外の信号、すなわち TES 信号が入力された時に変化する位相変化 φ を求めることで TES 信号の復調が完了する。

次に、TES による X 線信号を仮定して GHz 変調およびランプ磁束変調をかけ、X 線信号が復調できるかどうかを数値的シミュレーションにより確認を行った。その結果上記の復調ロジックにより仮定した X 線信号を取り出すことができた。さらに、X 線信号の入射時刻をランプ磁束周期に対して相対的に少しずつズラしていくと、ランプ周期の真ん中で入射されるときに最も復調誤差が大きくなることがわかった。また、X 線信号の入射相対時刻をランプ周期の真ん中に固定した場合にランプ磁束の周波数を変化させ、その復調誤差を調べると、復調誤差 rms 値とランプ磁束周波数は対数的に比例することが分かり、仮に復調誤差の要求を $10^{-3}\Phi_0$ とすると、ランプ磁束の周波数の下限値として

$f_{\text{ramp}} = 400 \text{ kHz}$ 必要であることがわかった。さらに離散信号のサンプリングレートを振りサンプリングレートが復調誤差に与える影響を調べた。その結果、100 Msps 程度のサンプリングであれば、十分に復調可能であるという結論を得た。このレートは現行の読み出しシステムと比較するとかなり余裕があるサンプリングレートとなり、この結果から、我々の現有の機器にマイクロ波 SQUID による信号多重化のロジックを組み込むことで、実際に運用できる見込みが十分であるということを確認した。

今後の課題

本研究で組み立てた復調ロジックにおいて計算パラメータを変更した時、一部のランプ周波数に対して復調パルスにばらつきが生じ、うまく復調することができていなかった。従って、作成したプログラムにおいてこの不具合の修正にとりかかることが直近の課題である。次に、今回の数値シミュレーションでは雑音まで考慮できていないため、各雑音を考慮したシミュレーションを行い、回路の各コンポーネントにおける S/N を求めたい。さらに TES の波高値を決めるテンプレート計算を行うことで、復調誤差のエネルギー分解能への寄与を確認したいと思っている。また、我々現有の機器にマイクロ波による信号多重化方式を組み込み、実際のマイクロ波 SQUID 多重化チップを用いて信号を読み出すことが大きな課題である。

付録 A

rf-SQUID の原理

マイクロ波 SQUID の理論をまとめる。

A.1 ジョセフソン接合

まず、ジョセフソン接合の概要図を図 A.1.1 に示す。ジョセフソン接合の間には接合前後の位相差に応じてトンネル超伝導電流が流れる。

$$I = I_C \sin \phi \quad (\text{A.1.1})$$

ここで I_C は接合の臨界電流、 ϕ は接合前後の位相差である。接合前後での電圧降下は位相の進み具合を低電圧側よりも高電圧側で早くするため、接合前後の位相の時間発展は

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} \quad (\text{A.1.2})$$

と書ける。従って電流の時間変化は、

$$\frac{dI}{dt} = I_C \cos \phi \frac{d\phi}{dt} = I_C \cos \phi \frac{2eV}{\hbar} \quad (\text{A.1.3})$$

V について解くと、

$$V = \frac{\hbar}{2eI_C \cos \phi} \frac{dI}{dt} \quad (\text{A.1.4})$$

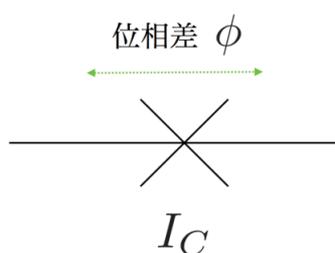


図 A.1.1 ジョセフソン接合概要図

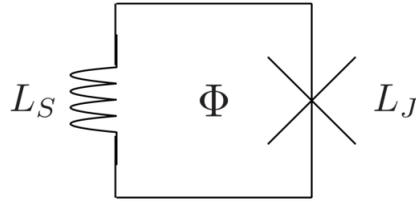


図 A.2.1 rf SQUID 概要図

従って、ジョセフソン接合の自己インダクタンスは、

$$L(\phi) \equiv L_J \sec \phi \quad (\text{A.1.5})$$

と求まる。ここで、

$$L_J \equiv \frac{\hbar}{2eI_C} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_C} \quad (\text{A.1.6})$$

である。また、 $\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2 \times 10^{-15} [\text{Wb}]$ は磁束量子である。 L_J の値を変化させることで I_C を制御することができる。

A.2 rf SQUID のインダクタンス

rf SQUID は図 A.2.1 のように 1 つのジョセフソン接合を持つ超伝導ループから構成される。ジョセフソン接合の前後で初めはゼロだったの位相差 ϕ は磁束の関数として、

$$\phi = \frac{2e}{\hbar} \int \frac{d\Phi}{dt} dt = \frac{2e\Phi}{\hbar} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \quad (\text{A.2.1})$$

のようにかける。ループは自己インダクタンス L_S を持っているため、接合に流れる電流と同じ電流がループに流れる。したがってループ内の磁束 Φ は外場磁束 Φ_e に対して、

$$\Phi_e = \Phi - I_C L_S \sin \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \quad (\text{A.2.2})$$

の関係が成り立つ。ヒステリシスがないようにするためには外場磁束が単調増加であれば良いから、

$$\frac{d\Phi_e}{d\Phi} > 0 \quad (\text{A.2.3})$$

が条件として課される。これを計算すると、

$$\frac{d\Phi_e}{d\Phi} = 1 - I_C L_S \cos \left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \frac{2\pi}{\Phi_0} \quad (\text{A.2.4})$$

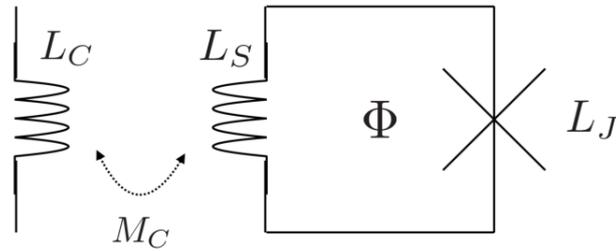


図 A.2.2 rf SQUID のインダクタンス測定のための回路図

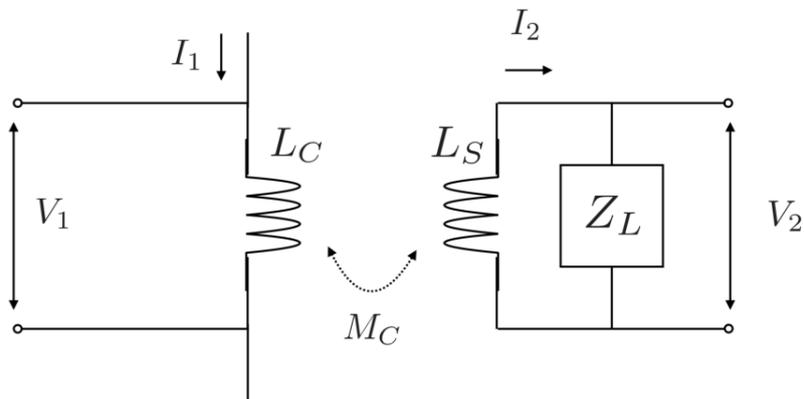


図 A.2.3 rf SQUID のインダクタンス測定回路図モデル

となり、式 (A.2.3) より、

$$\begin{aligned}
 1 - I_C L_S \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right) \frac{2\pi}{\Phi_0} &> 1 - \frac{2\pi I_C L_S}{\Phi_0} \\
 &> 1 - \frac{L_S}{L_J} \\
 &> 0
 \end{aligned}
 \tag{A.2.5}$$

したがって $\lambda \equiv \frac{L_S}{L_J}$ とおくとヒステリシスを持たないための条件は、

$$\lambda < 1
 \tag{A.2.6}$$

となる。

rf SQUID のインダクタンスを測定するには図 A.2.2 のように別回路にあるインダクタを利用することで求めることができる。そこでまず簡単のために図 A.2.3 のように考える。この回路では、

$$\begin{aligned}
 V_1 &= i\omega I_1 L_C - i\omega I_2 M_C \\
 V_2 &= -i\omega I_2 L_S + i\omega I_1 M_C = I_2 Z_L
 \end{aligned}
 \tag{A.2.7}$$

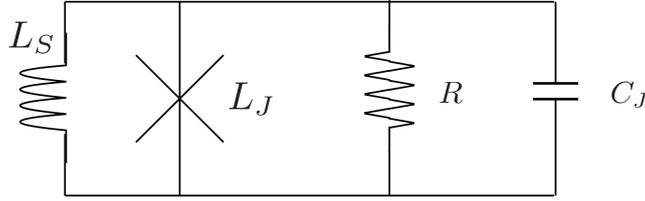


図 A.2.4 rf SQUID の RSJ モデル

が成り立ち、これを整理すると、

$$I_1 = \frac{i\omega L_S + Z_L}{i\omega M_C} I_2 \quad (\text{A.2.8})$$

$$V_1 = i\omega \left(L_C - \frac{M_C^2}{L_S + \frac{Z_L}{i\omega}} \right) I_1 \quad (\text{A.2.9})$$

を得る。従って有効インピーダンスは、

$$Z_{eff} = i\omega \left(L_C - \frac{M_C^2}{L_S + \frac{Z_L}{i\omega}} \right) \quad (\text{A.2.10})$$

となる。実際のジョセフソン接合では図 A.2.4 のようなジャンクションのインダクタンスに並列に入ったキャパシタンス C_J や抵抗 R があると考える。まず rf SQUID 部分のアドミッタンス Y_L は、

$$Y_L = \frac{1}{i\omega L} + \frac{1}{R} + i\omega C_J = \frac{R(1 - \omega^2 LC) + i\omega L}{i\omega RL} \quad (\text{A.2.11})$$

であるからインピーダンス Z_L に戻すと、

$$\frac{Z_L}{i\omega} = \frac{RL}{R(1 - \omega^2 LC) + i\omega L} = \frac{L}{1 - \omega^2 LC + \frac{i\omega L}{R}} \quad (\text{A.2.12})$$

ここで $y_s \equiv i\omega L_J Y_s$ 、 $Y_s \equiv \frac{1}{R} + i\omega C_J$ と置くと、

$$\frac{Z_L}{i\omega} = \frac{L_J}{\cos\phi + y_s} \quad (\text{A.2.13})$$

となるので、有効インピーダンスは、

$$Z_{eff} = i\omega \left(L_C - \frac{M_C^2}{L_S + \frac{L_J}{\cos\phi + y_s}} \right) \quad (\text{A.2.14})$$

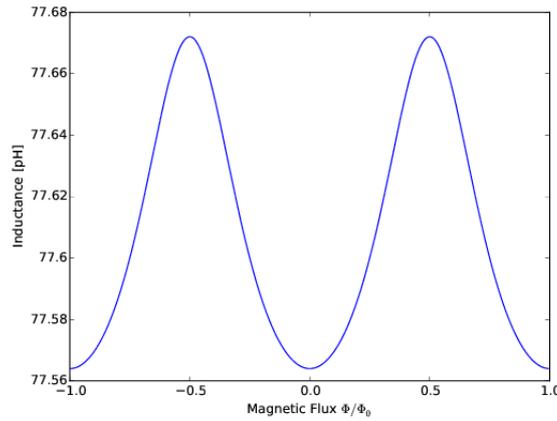


図 A.2.5 有効インダクタンス。 $L_C = 77.6[\text{pH}]$ 、 $M_C = 1.65[\text{pH}]$ 、 $L_S = 18.9[\text{pH}]$ 、 $\lambda = 1/3$ の場合で書いてみた。

となる。今 y_s が十分小さい時を考えると、

$$\begin{aligned}
 Z_{eff} &= i\omega \left(L_C - \frac{M_C^2}{L_S + L_J \sec\phi} \right) - i\omega \frac{M_C^2}{L_J} \left(\lambda + \frac{1}{\cos\phi} \right)^{-2} (\cos\phi)^{-2} y_s + \dots \\
 &\cong i\omega \left(L_C - \frac{M_C^2}{L_S + L_J \sec\phi} \right) - i\omega \frac{M_C^2}{L_J} (1 + \lambda \cos\phi)^{-2} y_s \\
 &\cong i\omega \left(L_C - \frac{M_C^2}{L_S + L_J \sec\phi} \right) + \frac{(\omega M_C)^2 Y_S}{(1 + \lambda \cos\phi)^2}
 \end{aligned} \tag{A.2.15}$$

以上より、スクリーニングインダクタが持つ有効インダクタンスは磁束の関数として、

$$\begin{aligned}
 L(\Phi) &= L_C - \frac{M_C^2}{L_S + L_J \sec\phi} \\
 &= L_C - \frac{M_C^2}{L_S} \frac{\lambda \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}{1 + \lambda \cos\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)}
 \end{aligned} \tag{A.2.16}$$

各変数に値を入れて図示してみると図 A.2.5 のようになる。peak-to-peak のインダクタンスの変化量は、

$$L_{pp} = \frac{M_C^2}{L_S} \left(\frac{1}{1 + \lambda^{-1}} - \frac{1}{1 + \lambda} \right) = \frac{M_C^2}{L_S} \frac{2\lambda}{1 - \lambda^2} \tag{A.2.17}$$

さらに、インダクタンスの磁束に対する変化率は、

$$\begin{aligned}
 \frac{dL}{d\phi} &= \frac{M_C^2}{L_S} \frac{-\lambda \sin\phi (1 + \lambda \cos\phi) + \lambda \sin\phi \lambda \cos\phi}{(1 + \lambda \cos\phi)^2} \\
 &= -\frac{M_C^2}{L_S} \frac{\lambda \sin\phi}{(1 + \lambda \cos\phi)^2}
 \end{aligned} \tag{A.2.18}$$

付録 B

復調手順

ここでは実際に信号復調のために作成したプログラムについてまとめておく。使用した言語は python である。

B.1 関数の定義

TES パルス

TES パルスを作る関数 : `i_tes(t,amp,tau_r,tau_f,t0)`

```
def i_tes(t,amp,tau_r,tau_f,t0):  
    a = 0  
    if t - t0 < 0:  
        a = 0  
    else:  
        a = amp * (1 - np.exp(-(t-t0)/tau_r))*np.exp(-(t-t0)/tau_f)  
    return a
```

ここで、引数 `t` は時刻、`amp` はパルスの振幅、`tau_r` はパルスの立ち上がり時定数、`tau_f` がパルスの立ち下がり時定数、`t0` はパルスの入射時刻である。

ランプ磁束

線形なランプ磁束を作る関数 : `saw_tooth_ideal(t,amp,period)`

```
def saw_tooth_ideal(t,amp,period):  
    y = 0  
    y = amp / period * t  
    if y > amp:  
        while y > amp:  
            y -= amp  
    return y
```

ここで、引数 `t` は時刻、`amp` はランプの振幅、`period` はランプの 1 周期の時間である。

B.2 使用したパラメータ

使用したパラメータ（デフォルト値）を表 [B.1](#) にまとめる。

パラメータ	パラメータ記号	値 (デフォルト値)
TES パルス振幅	A	15 μ A
TES パルス立ち上がり時定数	τ_{rise}	20 μ sec
TES パルス立ち上がり時定数	τ_{fall}	100 μ sec
TES パルス入射時刻	t_0	0.75 msec
TES input コイルと SQUID の相互インダクタンス	M_{in}	75 pH
ランプ磁束周波数	f_{ramp}	500 kHz
プランク定数	h	6.626×10^{-34} J \cdot sec
電気素量	e	1.602×10^{-19} C
磁束量子	$\Phi_0 = \frac{h}{2e}$	2×10^{-15} Wb
共振器の共振周波数	f_r	5.25 GHz
SQUID の自己インダクタンス	L_s	10 pH
SQUID のインダクタンス比	λ	0.3
マイクロ波線の特性インピーダンス	Z_0	50 Ω
共振器の intrinsic な Q 値	Q_i	2000
時間	t	0 – 2msec
周波数	f	5.2 – 5.3 GHz
サンプリング数	n	10^6

表 B.1 本プログラムで使したパラメータ

B.3 復調のプログラム

実際に作成した復調プログラムを手順とともに説明する。

変数の定義

離散信号を生成するための時間変数 t と、周波数 f を定義する。

```
t = linspace(0,2e-3,1e6)
```

```
freq = linspace(5.20e9,5.30e9,1e6)
```

TES パルスの作成

定義した時間 t に対して、TES のパルス I_{TES} 及び Φ_{TES} を生成する。

```
I_tes = []
```

```
for i in range(len(t)):
```

```
I_tes.append(i_tes(t[i],A,tau_r,tau_f,t0))
```

```
I_tes = np.array(I_tes)
```

```
phi_in = Min * I_tes
```

ランプ磁束の作成

定義した時間 t に対して、ランプ磁束 Φ_{ramp} を生成する。

```
saw = []
for i in range(len(t)):
saw.append(saw_tooth_ideal(t[i], 3 * phi0, 1/f_saw))
saw = np.array(saw)
```

SQUID に入力される磁束

TES パルスとランプ磁束の合計が SQUID に入力される。TES 信号がある時を `event`、ない時を `non_event` と言っている。

```
phi_event = saw + phi_in
phi_non_event = saw
```

SQUID の等価インダクタンス

SQUID に磁束が入力されることで、SQUID の等価インダクタンスが変化する。TES 信号がある `event` について計算する。

```
L_event = (Ls * (1-a) * (1 + a * lam * np.cos((2*pi*phi_event)/phi0))) / (1 + lam * np.cos((2*pi*phi_event)/phi0))
```

共振器の共振周波数

SQUID の等価インダクタンスが変化することで、共振器全体のインピーダンスが変化する、それに伴って共振周波数も変化する。

```
f0_event = f1 / (1+4*f1*Cc*Z0 + 4*f1*L_event/Z0)
```

磁束に対する共振の引数計算

磁束に対して共振周波数も変化する。特に $\Phi = 0$ 、 $\Phi = \frac{1}{2}\Phi_0$ 、 $\Phi = \Phi_0$ のときの引数の計算を示した。プログラム内では他の値の引数も計算しているが使用するのは主にこの 3 つ。

```
phi_event_index_0 = argmin(abs(0-phi_event/phi0))
phi_event_index_phi_per_2 = argmin(abs(1./2.-phi_event/phi0))
phi_event_index_phi = argmin(abs(1.-phi_event/phi0))
以上の引数を配列に詰める
phi_event_index = [phi_event_index_0,,,phi_event_index_phi_per_2,,, phi_event_index_phi,,,]
```

固定する周波数の計算

固定する周波数、すなわちモニターする周波数を定める計算を行う。`phi_event_index[0]` が $\Phi = 0$ 、`phi_event_index[3]` が $\Phi = \frac{1}{2}\Phi_0$ の引数である。固定周波数は、磁束によって動く共振周波数の中心とした。

```
f_fix_event = (f0_event[phi_event_index[0]] + f0_event[phi_event_index[3]]) / 2.
```

固定する周波数の引数の計算を行う。

```
fix_event_index = argmin(abs(f_fix_event - freq))
```

固定された周波数における共振の透過特性

共振器の共振周波数が変化ために、共振の形が変化する。したがって、固定された周波数における透過特性は振幅、位相ともに変化する。

まず、振幅変化の計算を行う。

```
s21_amp_fix_dmc_event = []
for i in range(len(f0_event)):
    D0 = (freq[fix_event_index] - f0_event[i])/f0_event[i]
    ue_a0 = Qc*2 + (2*Qi*Qc*D0)**2
    sita_a0 = (Qi+Qc)**2 + (2*Qi*Qc*D0)**2
    s21_amp0_event = ue_a0 / sita_a0
    s21_amp_fix_dmc_event.append(s21_amp0_event)
s21_amp_fix_dmc_event = np.array(s21_amp_fix_dmc_event)
```

次に位相変化の計算を行う。

```
ue_b0 = 2*Qi**2*D0
sita_b0 = Qi+Qc+4*Qi**2*Qc*D0**2
th_fix_dmc0_event = np.arctan(ue_b0/sita_b0)*180./np.pi
th_fix_dmc_event.append(th_fix_dmc0_event)
th_fix_dmc_event = np.array(th_fix_dmc_event)
```

IQ ミキサによるダウンコンバート

GHz までアップコンバートしている周波数を、IF 帯域までダウンコンバートして I,Q 信号を取り出す。

```
f_lo = 5.3e9
f_if = f_fix_event - f_lo
th_fix_dmc_rad_event = th_fix_dmc_event * np.pi / 180.
I_event = s21_amp_fix_dmc_event / 2. * np.cos(2*np.pi*f_if * t + th_fix_dmc_rad_event)
Q_event = s21_amp_fix_dmc_event / 2. * np.sin(2*np.pi*f_if * t + th_fix_dmc_rad_event)
```

複素ダウンコンバート

IF 帯域の I,Q 信号を DC 帯域まで下げる。

```
Is_event = s21_amp_fix_dmc_event / 2. * np.cos(th_fix_dmc_rad_event)
Qs_event = s21_amp_fix_dmc_event / 2. * np.sin(th_fix_dmc_rad_event)
```

角度 θ の算出

I,Q の 2 次元成分から、角度 θ への 1 次元化の計算

```
theta_event = np.arctan(Qs_event/Is_event)*180/np.pi
```

non event での計算

角度 θ の算出まで、non event の場合と同様に計算する。

ランプ磁束復調計算

ランプ磁束変調がかけられて角度 θ の算出まで出来ている。ランプ磁束の振幅を $3\Phi_0$ と定義しており、角度 θ は磁束に対して $0 \rightarrow \Phi_0$ で 1 周期となるため、ランプ磁束 1 周期の間に 3 周期分変動する。その周期を求め、角度 θ の周波数（角速度）を算出する。

```
T_saw = 1./f_saw
```

```
T_c = T_saw / 3.
```

```
f_c = 1./T_c
```

```
w_c = 2*pi*f_c
```

次にランプ磁束復調のための計算準備を行う。

```
n = floor(np.max(t) / T_saw)
```

```
n = int(n) r
```

```
xt = theta_event*np.pi/180. + np.pi/2.
```

```
varphi = []
```

```
a_int = []
```

```
b_int = []
```

ランプ磁束 1 周期毎の積分計算行う。

```
for i in range(n):
```

```
    tmin = i*T_saw
```

```
    tmax = (i+1)*T_saw
```

```
    a_int_i = 0
```

```
    b_int_i = 0
```

```
    var_i = 0
```

```
    for j in range(len(t)):
```

```
        if tmin <= t[j] and t[j] <= tmax:
```

```
            a_int_i += xt[j] * np.cos(w_c*t[j])
```

```
            b_int_i += xt[j] * np.sin(w_c*t[j])
```

```
            var_i = np.arctan2(b_int_i, a_int_i)
```

```
            a_int.append(a_int_i)
```

```
            b_int.append(b_int_i)
```

```
            varphi.append(var_i)
```

```
varphi = np.array(varphi)
```

```
a_int = np.array(a_int)
```

```
b_int = np.array(b_int)
```

サンプル時間の決定

ランプ磁束復調によりランプ磁束 1 周期毎の平均化されたものが 1 サンプルになっている。その対応する時間の決定する。サンプル時間は 1 周期の真ん中とした。

```
t_sam = []
ti = 0
for i in range(n):
    if i == 0:
        ti = 0
    else:
        ti = (2*i+1)/2. * T_saw
    t_sam.append(ti)
t_sam = array(t_sam)
```

算出した位相差 φ から磁束に変換

TES 信号により生じた角度 θ の位相差 φ から、相当する磁束 Φ_{demod} の計算をする。

```
varphi_hosei = np.abs(varphi)
varphi_hosei = varphi_hosei*(-1) + np.pi
demod_phi = varphi_hosei / (2*np.pi)
```

復調パルスのサンプル時間に対する入力磁束 Φ_{TES} の計算

復調磁束パルス Φ_{demod} との比較のため、サンプル時間に対応する入力磁束 Φ_{TES} の計算をする。

```
i_tes_test = []
for i in range(len(t_sam)):
    i_tes_test.append(i_tes(t_sam[i],A,tau_r,tau_f,t0))
ites_test = np.array(i_tes_test)
phi_tes_test = ites_test * Min / phi0
```

付録 C

× 線マイクロカロリメータの動作原理

読み出しの対象としている、TESX 線マイクロカロリメータの原理を述べる。

C.1 電熱フィードバック (ETF: Electro-thermal feedback)

TES は温度計として非常に高い感度を持っているが、感度を持つ温度域が非常に狭い (\sim mK) ため、動作点を吸収端中に保つ必要がある。これは TES を定電圧バイアスで動作させ、強いフィードバックをかけることで実現する。これを電熱フィードバック (ETF: Electro-Thermal Feedback) と呼ぶ [11]。

この節では電熱フィードバック中でのカロリメータの動作について述べる。

C.1.1 電熱フィードバックのもとでの温度変化に対する応答

図 C.1.1 左に示すような定電圧バイアスで TES を動作させた場合を考える。熱入力によって温度が上昇すると、TES の抵抗値は急激に増加する。定電圧なので電流は減少し、ジュール発熱も減少する。このように、熱入力を打ち消す方向にジュール発熱量が急激に変化して負のフィードバックが働くので、素子の温度も安定に保たれる。実際には室温からの配線抵抗があるため、TES と並列にシャント抵抗をつないで疑似的に定電圧バイアスを実現する (図 C.1.1

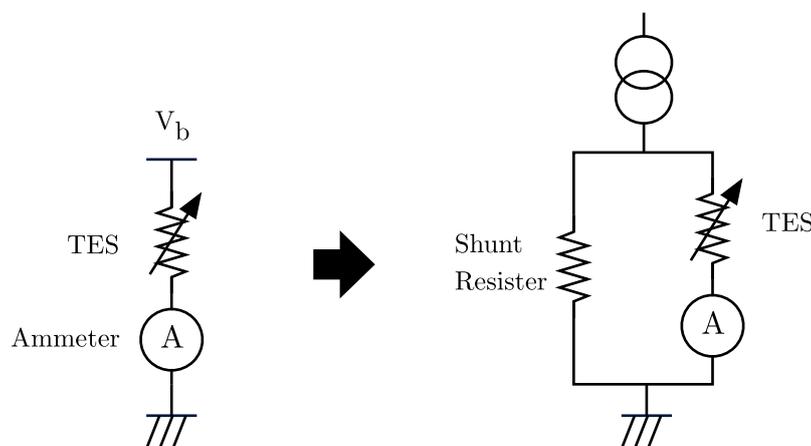


図 C.1.1 (左) 定電圧バイアス、(右) シャント抵抗を使って疑似的に作る定電圧バイアス

右)。以下では理想的な定電圧バイアスで動作しているものとする。

熱伝導度は

$$G \equiv dP/dT \quad (\text{C.1.1})$$

で定義される。一般的に熱伝導度は温度依存性を持ち、

$$G = G_0 T^{n-1} \quad (\text{C.1.2})$$

と温度に対するべき n を用いて表される。電子が熱伝導度を担う場合 $n = 2$ 、格子振動が熱伝導度を担う場合 $n = 4$ となる。熱浴と TES との間の熱伝導度を考える。一般に $T \gg T_{\text{bath}}$ であるので、熱浴との熱伝導度による熱の流れは

$$P = \int_{T_{\text{bath}}}^T G dT = \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (\text{C.1.3})$$

と (C.1.1) 式を積分して計算できる。

平衡状態では、TES の温度を T_0 として、TES におけるジュール発熱 $P_b \equiv V_b^2/R_0$ とカロリメータピクセルから熱浴へ流れる熱量とがつり合っているので、

$$P_b = \frac{G_0}{n} (T_0^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (\text{C.1.4})$$

と書ける。ただし、 V_b はバイアス電圧、 G_0 は $G = G_0 T^{n-1}$ を満たす定数 (G は熱伝導度)、 R_0 は動作点での TES の抵抗値、 T_{bath} は熱浴の温度である。

微小な温度上昇 $\Delta T \equiv T - T_0$ によって素子の温度が T になった場合、内部エネルギーの変化は熱の収支に等しいので、

$$C \frac{dT}{dt} = \frac{V_b^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n} (T^n - T_{\text{bath}}^n) \quad (\text{C.1.5})$$

が成り立つ。温度上昇 ΔT は 1 次の近似で、

$$C \frac{d\Delta T}{dt} \simeq -\frac{V_b^2}{R_0^2} \Delta R - G_0 T^{n-1} \Delta T \quad (\text{C.1.6})$$

$$= -\frac{P_b \alpha}{T} \Delta T - G \Delta T \quad (\text{C.1.7})$$

となる。最後の項の G は TES の温度 T での熱伝導度 $G(T)$ を表す。以後 G を簡単のために TES の温度 T での熱伝導度を表すこととする。(C.1.6) 式の解は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (\text{C.1.8})$$

と書ける。ただし、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{C/G}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (\text{C.1.9})$$

$$= \frac{\tau_0}{1 + \frac{P_b \alpha}{GT}} \quad (\text{C.1.10})$$

は有効時定数である。(C.1.4) 式、(C.1.10) 式より、 τ_{eff} は

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{T}\right)^n\right)} \quad (\text{C.1.11})$$

のように書ける。さらに、熱浴の温度が TES の温度よりも十分に低い場合 ($T_{\text{bath}}^n \ll T^n$) は、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \quad (\text{C.1.12})$$

$$\approx \frac{n}{\alpha} \tau_0 \quad (\text{C.1.13})$$

と近似できる。ただし、(C.1.13) 式は $\alpha/n \gg 1$ の場合である。このように、 α が大きい場合は、電熱フィードバックによって応答速度が非常に速くなることがわかる。また、X 線のエネルギーは電流値の変化として読み出され、

$$\Delta I = \frac{V_b}{R(T_0 + \Delta T)} - \frac{V_b}{R(T_0)} \quad (\text{C.1.14})$$

$$\simeq -\frac{\Delta R}{R} I \quad (\text{C.1.15})$$

$$\simeq -\alpha \frac{E}{CT} I \quad (\text{C.1.16})$$

となる。

C.1.2 電熱フィードバックの一般論と電流応答性

定電圧バイアスで動作するカロリメータに、時間に依存する微小なパワー $\delta P e^{i\omega t}$ が入射したときの応答について考える。系の応答は線型であり、入射 $\delta P e^{i\omega t}$ に対する温度変化は $\delta T e^{i\omega t}$ で表されるとする。フィードバックがない場合は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.17})$$

が成り立つ。ただし、 P_{bgd} はバックグラウンドパワー、 \bar{G} は平均の熱伝導度である。定常状態では、

$$P_{\text{bgd}} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) \quad (\text{C.1.18})$$

である。(C.1.17) 式と (C.1.18) 式から、 δT は δP を用いて

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \delta P \quad (\text{C.1.19})$$

と表される。ここで、 $\tau_0 \equiv C/G$ は系の固有時定数である。

電熱フィードバックがかかった状態では、エネルギー保存の式は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + P_b + \delta P_b e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.20})$$

となる。また、定電圧バイアスでは以下の関係が成り立つ。

$$\delta P_b e^{i\omega t} = \frac{dP_b}{dI} \delta I e^{i\omega t} = V_b \delta I e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.21})$$

$$\delta I e^{i\omega t} = \frac{dI}{dR} \delta R e^{i\omega t} = \frac{d}{dR} \left(\frac{V_b}{R} \right) \delta R e^{i\omega t} = -\frac{V_b}{R^2} \delta R e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.22})$$

$$\delta R e^{i\omega t} = \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \alpha \frac{R}{T} \delta T e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.23})$$

これらを使うと (C.1.20) 式は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + \frac{V_b^2}{R} - \frac{V_b^2}{R^2} \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\text{bath}}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.24})$$

と書き換えられる。(C.1.24) 式の解は、

$$\delta T e^{i\omega t} = \frac{1}{\alpha \frac{P_b}{T} + G + i\omega C} \delta P e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.25})$$

$$= \frac{1}{G} \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_b}{GT}} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}} \delta P e^{i\omega t} \quad (\text{C.1.26})$$

ここで、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_b}{GT}} \frac{C}{G} \quad (\text{C.1.27})$$

は、電熱フィードバックがかかった状態での実効的な時定数である。

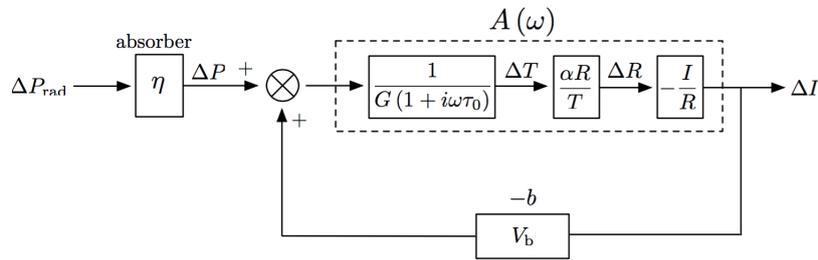


図 C.1.2 電熱フィードバックのダイアグラム

一般的なフィードバックの理論に当てはめると、電熱フィードバックの系は図 C.1.2 のように表すことができる。フィードバック量 b と系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ はそれぞれ

$$b = -V_b \quad (\text{C.1.28})$$

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \times \alpha \frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R} \right) \times (-V_b) = \frac{\alpha P_b}{GT} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1 + i\omega\tau_0} \quad (\text{C.1.29})$$

と書ける。ただし、

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{\alpha P_b}{GT} \quad (\text{C.1.30})$$

は、周波数 0 でのループゲインである。ループを閉じた場合の伝達関数

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P} \quad (\text{C.1.31})$$

は $\mathcal{L}(\omega)$ を使って、

$$S_I(\omega) = \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \quad (\text{C.1.32})$$

$$= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_0} \quad (\text{C.1.33})$$

$$= -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{C.1.34})$$

と書ける。ここで、

$$\tau_{\text{eff}} \equiv \frac{\tau}{\mathcal{L}_0 + 1} \quad (\text{C.1.35})$$

である。ループゲインが十分に大きい場合 ($\mathcal{L}_0 \gg 1$) は、

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V_b} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{C.1.36})$$

となる。さらに $\omega \ll 1/\tau_{\text{eff}}$ を満たす周波数範囲では、

$$S_I = -\frac{1}{V_b} \quad (\text{C.1.37})$$

と表され、電圧 V_b の逆数になる。 $S_I(\omega)$ のことを特に電流応答性と呼ぶことがある。

入力 $P(t) = E\delta(t)$ に対する応答は、以下のように計算される。角周波数空間 ($-\infty < \omega < +\infty$) での入力は、

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t)e^{i\omega t} dt \quad (\text{C.1.38})$$

$$= \frac{E}{2\pi} \quad (\text{C.1.39})$$

であるので、出力はそれに電流応答性をかけて、

$$I(\omega) = S_I(\omega)P(\omega) \quad (\text{C.1.40})$$

$$= -\frac{E}{2\pi V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{C.1.41})$$

と表される。これを逆フーリエ変換して時間軸に戻すと

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{C.1.42})$$

$$= -\frac{1}{2\pi} \frac{E}{V_b} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \quad (\text{C.1.43})$$

$$= -\frac{E}{V_b\tau_{\text{eff}}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (\text{C.1.44})$$

$$= -\frac{\alpha E}{CT} I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (\text{C.1.45})$$

なり、(C.1.16) 式と一致する。ただし、 I_0 は平衡状態で TES を流れる電流である。一方、入力 $P(t) = E\delta(t)$ による温度上昇は周波数空間で

$$\Delta T(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} P(\omega) \quad (\text{C.1.46})$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \quad (\text{C.1.47})$$

と書けるので、時間軸に直すと

$$\Delta T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(\omega)e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{C.1.48})$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} d\omega \quad (\text{C.1.49})$$

$$= \frac{E}{G\tau_{\text{eff}}} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (\text{C.1.50})$$

$$= \frac{E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \quad (\text{C.1.51})$$

である。

ループゲイン \mathcal{L}_0 が一定とみなせる時、(C.1.44) 式より

$$\int V_b I(t) dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} E \quad (\text{C.1.52})$$

したがって、X線入射に伴うジュール発熱の積分量は入射エネルギー E に比例する。入射エネルギーのうち $\mathcal{L}_0/(\mathcal{L}_0+1)$ はジュール発熱の変化で補償され、 $1/(\mathcal{L}_0+1)$ が熱浴に逃げていくことになる。特に $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は X線入射に伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

C.2 固有ノイズ

エネルギー分解能を見積もるためにはノイズレベルを評価する必要がある。ノイズには、バックグラウンドの放射、熱浴の温度揺らぎ、外部磁場、 $1/f$ ノイズ、rf ノイズなど様々な起源のものが存在する。その中でも、ジョンソンノイズとフォノンノイズは X 線マイクロカロリメータでは必須のノイズであり、原理的なエネルギー分解能はこれらで制限される。また、前置アンプなどの読み出し系ノイズも大きく寄与することが多い。ここではジョンソンノイズとフォノンノイズについて述べる。なお、ここでは理想的な定電圧バイアスの場合を考える。

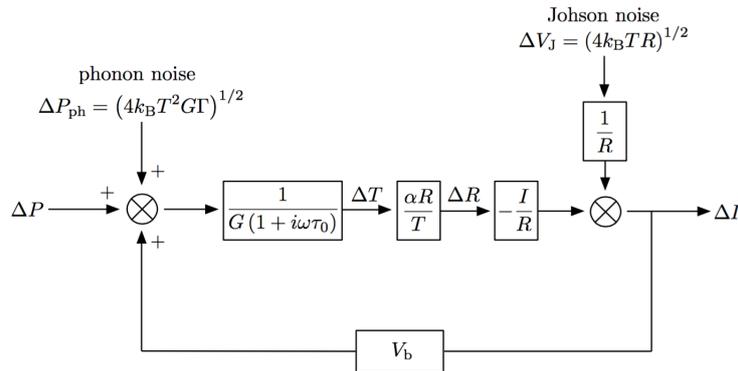


図 C.2.1 ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム

マイクロカロリメータには 2 種類の固有ノイズ源がある。1 つは、温度計の抵抗で発生するジョンソンノイズ、もう 1 つは熱浴との熱伝導度が有限であるために発生する熱揺らぎ (フォノンノイズ) である。図 C.2.1 は、これらのノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラムである。フォノンノイズは熱起源であるので、信号と同じ部分に入力される。これに対して、ジョンソンノイズはカロリメータの抵抗に起因するため、フォノンノイズとは伝達の仕方が異なる。微小な熱揺らぎ δP_{ph} がもたらす電流の揺らぎは、

$$\delta I_{\text{ph}} = -\frac{1}{V_b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta P_{\text{ph}} \quad (\text{C.2.1})$$

$$= S_I \delta P_{\text{ph}} \quad (\text{C.2.2})$$

である。これより、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\text{ph}}^2 = |S_I|^2 \delta P_{\text{ph}}^2 \quad (\text{C.2.3})$$

$$= \frac{1}{V_b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\text{eff}}^2} \delta P_{\text{ph}}^2 \quad (\text{C.2.4})$$

となる。[20] によると、フォノンノイズのパワースペクトル密度は $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\delta P_n^2 = 4k_B G T^2 \frac{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{t\kappa(t)}{T\kappa(T)} \right)^2 dt}{\int_{T_{\text{bath}}}^T \left(\frac{\kappa(t)}{\kappa(T)} \right) dt} \quad (\text{C.2.5})$$

$$\equiv 4k_B G T^2 \Gamma \quad (\text{C.2.6})$$

と表される。ただし、 $\kappa(T)$ はサーマルリンクを構成する物質の熱伝導率である。 $\theta \equiv T_{\text{bath}}/T$ とし、 $\kappa(T)$ は $\kappa(T) = \kappa(T_{\text{bath}})\theta^{-(n-1)}$ と表されると仮定すると、 Γ は、

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1} \frac{1 - \theta^{(2n+1)}}{1 - \theta^n} \quad (\text{C.2.7})$$

となる。(C.2.6) 式を (C.2.4) 式に代入すると、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\text{ph}}^2 = 4k_{\text{B}}GT^2\Gamma|S_I|^2 \quad (\text{C.2.8})$$

$$= \frac{4k_{\text{B}}GT^2\Gamma}{b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \quad (\text{C.2.9})$$

$$= \frac{4k_{\text{B}}GT^2\Gamma}{V_{\text{b}}^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \quad (\text{C.2.10})$$

と表される。

一方、ジョンソンノイズ δV_{J} による電流の揺らぎ δI_{J}^0 は、

$$\delta I_{\text{J}}^0 = \frac{\delta V_{\text{J}}}{R} \quad (\text{C.2.11})$$

であり、この揺らぎが系に入力されると、出力の揺らぎは、

$$\delta I_{\text{J}} = \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta I_{\text{J}}^0 \quad (\text{C.2.12})$$

$$= \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_{\text{J}}}{R} \quad (\text{C.2.13})$$

$$= \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \frac{\delta V_{\text{J}}}{R} \quad (\text{C.2.14})$$

となる。ジョンソンノイズの電圧密度は $0 \leq f < \infty$ 空間では $\delta V_{\text{J}}^2 = 4k_{\text{B}}TR$ と与えられるので、出力電流密度は

$$\delta I_{\text{J}}^2 = \frac{4k_{\text{B}}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \left| \frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\text{eff}}} \right|^2 \quad (\text{C.2.15})$$

$$= \frac{4k_{\text{B}}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \quad (\text{C.2.16})$$

$$= \begin{cases} \frac{4k_{\text{B}}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{4k_{\text{B}}T}{R} & \text{if } \omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1} \end{cases} \quad (\text{C.2.17})$$

となる。これより、 $\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲では、ジョンソンノイズは電熱フィードバックによって抑制され、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ の周波数範囲では元の値に戻る事がわかる。

これら全ての電流密度は自乗和によって与えられ、 $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\delta I^2 = \delta I_{\text{J}}^2 + \delta I_{\text{ph}}^2 \quad (\text{C.2.18})$$

$$= \frac{4k_{\text{B}}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1 + \omega^2\tau_0^2}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} + 4k_{\text{B}}GT^2\Gamma \frac{1}{V_{\text{b}}^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \quad (\text{C.2.19})$$

$$= \frac{4k_{\text{B}}T}{R} \frac{1 + \Gamma\alpha\mathcal{L}_0}{(\mathcal{L}_0 + 1)^2 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \quad (\text{C.2.20})$$

となる。これは、強い電熱フィードバックの極限では、

$$\delta I^2 = \frac{4k_{\text{B}}T}{R} \frac{n/2 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2}{1 + \omega^2\tau_{\text{eff}}^2} \quad (\text{C.2.21})$$

となる。図 C.2.2 にノイズ電流密度と信号の周波数特性を示す。フォノンノイズとジョンソンノイズの関係を見るために両者の比をとると、

$$\frac{\delta I_{\text{ph}}^2}{\delta I_{\text{J}}^2} = \frac{\alpha\mathcal{L}_0\Gamma}{1 + \omega^2\tau_0^2} \quad (\text{C.2.22})$$

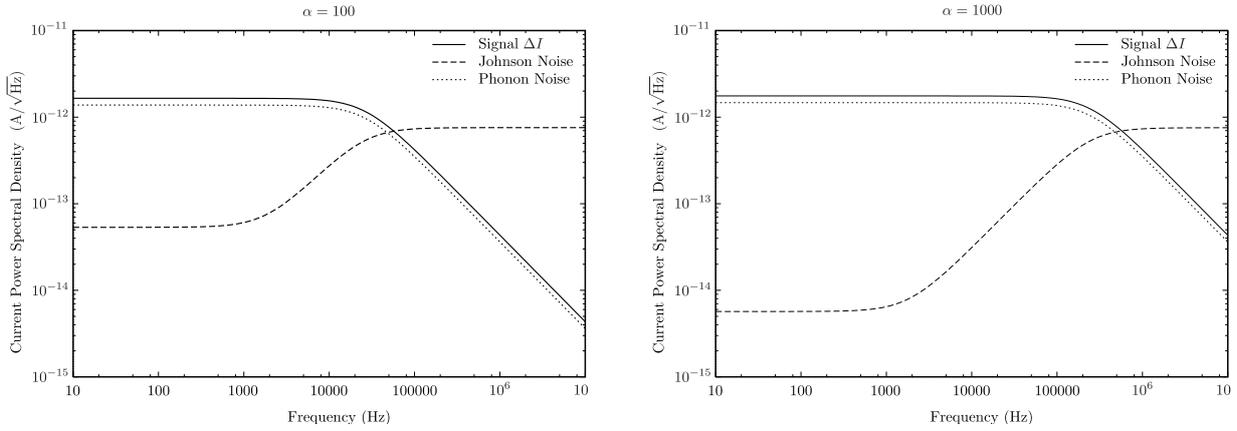


図 C.2.2 ノイズ電流密度。左は $\alpha = 100$ 、右は $\alpha = 1000$ の場合。実線が信号、破線がジョンソンノイズ、点線がフォノンノイズを表す。低い周波数では電熱フィードバックによってジョンソンノイズが抑制される。

したがって、低い周波数ではジョンソンノイズが抑制され、フォノンノイズが $\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma$ 倍大きい。 $\omega > \tau_0^{-1}$ ではジョンソンノイズの寄与が大きくなりはじめ、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ ではジョンソンノイズが支配的になる。一方、パルスとフォノンノイズの比は

$$\frac{\delta P_{\text{signal}}^2}{\delta P_{\text{n}}} = \frac{2E^2}{4k_B G T^2 \Gamma} \quad (\text{C.2.23})$$

となり、周波数に依存しない。これは両者がまったく同じ周波数依存性を持つためである。

(C.1.34) 式と (C.2.17) 式より、ジョンソンノイズは電流応答性 S_I を用いて

$$\delta I_{\text{J}}^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2 (1 + \omega^2 \tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2} |S_I|^2 \quad (\text{C.2.24})$$

とかける。(C.2.9) 式と (C.2.17) 式から、固有ノイズは

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} b^2 |S_I|^2 + 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2 \quad (\text{C.2.25})$$

となる。雑音等価パワー (noise equivalent power) $\text{NEP}(f)$ は、信号のパワーと $\text{NEP}(f)$ の比が S/N 比となる値として定義され、

$$\text{NEP}(f)^2 = \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \quad (\text{C.2.26})$$

と計算される。固有ノイズに対する $\text{NEP}(f)$ は

$$\text{NEP}(f)^2 = \left| \frac{\delta I}{S_I} \right|^2 \quad (\text{C.2.27})$$

$$= \frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \left(1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} R G T \Gamma \right) \quad (\text{C.2.28})$$

$$= 4k_B T P_b \left(\frac{1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} + \frac{\alpha \Gamma}{\mathcal{L}_0} \right) \quad (\text{C.2.29})$$

となる。

C.3 最適フィルタとエネルギー分解能

X線マイクロカロリメータは、原理的には非常に高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、実際にはパルス波形がノイズによって変形されるため単純にパルスのピーク値を取っただけではよい分解能が得られない。そ

ここで、一般的には最適フィルタ処理を行うことにより、その誤差を小さくできると考えられている。最適フィルタ処理ではすべての X 線パルスが相似系であることを仮定して以下のようにエネルギーを決定する。

測定により得られたパルスを $D(t)$ とし、周波数空間では

$$D(f) = A \times M(f) + N(f) \quad (\text{C.3.1})$$

のように表されるとする。ただし、 $M(f)$ と $N(f)$ はそれぞれ理想的なパルス (電流応答性 S_I と同等のもので、ここではモデルパルスと呼ぶ) とノイズのスペクトルであり、 A は振幅を表す。相似系を仮定しているので、パルスは $A \times M(f)$ と書ける。実際に得られたパルスとモデルパルスの差が小さくなるように、振幅 A の値を最小自乗法によって決定する。実際に得られたパルスとモデルパルスの差を、

$$\chi^2 \equiv \int \frac{|D(f) - A \times M(f)|^2}{|N(f)|^2} \quad (\text{C.3.2})$$

と定義すると、 χ^2 を最小にする A は、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^* + D^*M}{2|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \quad (\text{C.3.3})$$

で与えられる。 $D(f)$ と $M(f)$ は実関数のフーリエ成分であるから、 $D(-f) = D(f)^*$ 、 $M(-f) = M(f)^*$ を満たす。したがって、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(f)M(f)^*}{2|N|^2} df = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(-f)M(-f)^*}{2|N|^2} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(f)D(f)^*}{2|N|^2} df \quad (\text{C.3.4})$$

が成り立つので、 A は

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^*}{|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \quad (\text{C.3.5})$$

あるいは

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{M} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (\text{C.3.6})$$

となる。(C.3.6) 式から、 A は S/N 比 $[M(f)/N(f)]^2$ を重みとした場合の $D(f)/M(f)$ の平均値になっていることがわかる。(C.3.6) 式はさらに

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t) \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df} \quad (\text{C.3.7})$$

と変形できる。ただし、 \mathcal{F}^{-1} は逆フーリエ変換を表し、 $T(t) \equiv \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2} \right)$ を最適フィルタのテンプレートと呼ぶことにする。したがって、テンプレートを用いるとパルスハイト H は

$$H = N \int_{-\infty}^{\infty} D(t) T(t) dt \quad (\text{C.3.8})$$

あるいは離散的なデータ点に対して

$$H = N \sum_i D_i(t) T_i(t) \quad (\text{C.3.9})$$

となる。ただし、 N は最適な規格化定数、 $D_i(t)$ と $T_i(t)$ はそれぞれデジタイズされたパルスデータとテンプレートである。最適フィルターテンプレートを作成するためのモデルパルスとしては、実際に得られた X 線パルスの平均 (平均パルスと呼ぶ) を用いればよい。

最適フィルタ処理を施した場合のエネルギー分解能の限界 (1σ エラー) は (C.3.2) 式の χ^2 が最適値より 1 だけ増える A の変化分で計算でき、これは雑音等価パワー NEP(f) を用いて

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^\infty \frac{4df}{\text{NEP}^2(f)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{C.3.10})$$

と表される [24]。固有ノイズによるエネルギー分解能を計算する。(C.2.29) 式を (C.3.10) 式に代入するとエネルギー分解能は

$$\Delta E_{\text{rms}} = \left(\int_0^\infty \frac{4df}{\frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} ((1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2) + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{C.3.11})$$

$$= \sqrt{\frac{4k_B T}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \tau_0 \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}} \quad (\text{C.3.12})$$

$$= \sqrt{4k_B T^2 C \frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}} \quad (\text{C.3.13})$$

となる。 ξ を

$$\xi \equiv 2 \sqrt{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2} \sqrt{1 + \frac{\Gamma}{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}}}} \quad (\text{C.3.14})$$

と定義すると、エネルギー分解能は半値全幅 (FWHM) で

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.35\xi \sqrt{k_B T^2 C} \quad (\text{C.3.15})$$

となる。(C.3.14) 式に (C.1.28) 式と (C.1.30) 式を代入すると、

$$\xi = 2 \sqrt{\frac{1}{\alpha \mathcal{L}_0} \sqrt{1 + \alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}} \quad (\text{C.3.16})$$

のように書ける。 $T_{\text{bath}} \ll T$ の場合は、 $\Gamma \sim 1/2$ 、 $P_b \sim GT/n$ 、 $\mathcal{L}_0 \sim \alpha/n$ であり、 $\xi \simeq 2\sqrt{\sqrt{n/2}/\alpha}$ となる。 α が大きい場合は、固有ノイズによるエネルギー分解能は $\alpha^{-1/2}$ に比例して良くなることがわかる。例えば、 $\alpha \sim 1000$ では ξ が 0.1 以下にもなる。

実際は読み出し系ノイズ、熱浴の温度揺らぎ、これらとは別の原因不明なノイズなどによりエネルギー分解能が制限されることがあり、一般的にはエネルギー分解能は (C.3.15) 式とは異なる依存性を持つ。また、パルス波形がイベントごとにばらつく場合には、S/N 比から計算されるエネルギー分解能より実際のエネルギー分解能は悪化する。

謝辞

本修士論文を執筆するにあたり、多くの方々にご指導やご協力をいただきました。ここに感謝の意を述べさせていただきます。

指導教官である山崎典子先生には、大変お世話になりました。誘電体 X 線マイクロカロリメータからマイクロ波読み出しに至るまで私の研究の指針をいただきました。研究以外のことでも親身に相談に乗っていただきありがとうございました。

満田和久先生には、研究全般、そして研究者としての考え方をご指導していただきました。ミーティングでの鋭い指摘に対して、何度も答えにつまることもありましたが、それが確かな理解に繋がり着実に進歩できたと思っています。ありがとうございました。

秘書の横山章子さんには、旅費をはじめとする事務にて大変お世話になりました。研究室ミーティングでいつも淹れていた紅茶はとても美味しく、楽しみでもありました。また宇宙研で会えることを楽しみにしております。

同じく秘書の高橋紀子さんは着任すぐに旅費の事務をお願いしてしまいました。まだ引き継ぎでドタバタしていたところ対応していただきありがとうございました。来年度からもよろしく願いいたします。

山本亮さんには、実験機器の取り扱いから研究の些細な疑問を嘯み砕いて教えていただきました。山本さんとの議論は大変有意義であり、相手をしていただきありがとうございました。

菊地貴大さんには、誘電体チームとしてその理論や各種実験の方法について 1 から教えていただきました。菊地さんのおかげで実験ができるようになったと言っても過言ではありません。何度も遅くまで研究室でアドバイスしてくれたこととても感謝しています。

林佑さん、村松はるかさんには TES のことに関して色々教えていただきました。研究とは別に他愛無い話もし、研究の合間合間での息抜きにもなっていました。ありがとうございました。

同期の中島裕貴さん、前久景星さんとはいろいろな話に付き合ってください本当にありがとうございました。同期として 2 人とこの研究室に入れたことはとても嬉しく思います。

首都大学東京の山田真也さん、一戸悠人さんにはマイクロ波 SQUID や FPGA に関することの相談に乗っていただきました。マイクロ波 SQUID 読み出しの理解はお二人の助けなしにはできなかったと思います、ありがとうございました。

最後になりましたが、父、母、姉、兄の家族一同には大変ご心配をおかけしました。1 人暮らしということで色々サポートしていただき、大変助かりました。同時に大学院まで進学させてくれていること、この場を借りて深く感謝を申し上げます。

参考文献

- [1] H. Akamatsu, Y. Abe, K. Ishikawa, Y. Ishisaki, Y. Ezoe, T. Ohashi, Y. Takei, N Y Yamasaki, K Mitsuda, and R. Maeda. Impedance measurement and excess-noise behavior of a Ti/Au bilayer TES calorimeter. In *THE THIRTEENTH INTERNATIONAL WORKSHOP ON LOW TEMPERATURE DETECTORS-LTD13. AIP Conference Proceedings*, pages 195–198. Department of Physics, Tokyo Metropolitan University, 1-1 Minami-Osawa, Hachioji, Tokyo 192-0397, Japan, December 2009.
- [2] D. Barret, T. Lam Trong, J.-W. den Herder, L. Piro, X. Barcons, J. Huovelin, R. Kelley, J. M. Mas-Hesse, K. Mitsuda, S. Paltani, G. Rauw, A. RoŽanska, J. Wilms, M. Barbera, E. Bozzo, M. T. Ceballos, I. Charles, A. Decourchelle, R. den Hartog, J.-M. Duval, F. Fiore, F. Gatti, A. Goldwurm, B. Jackson, P. Jonker, C. Kilbourne, C. Macculi, M. Mendez, S. Molendi, P. Orleanski, F. Pajot, E. Pointecouteau, F. Porter, G. W. Pratt, D. Prêle, L. Ravera, E. Renotte, J. Schaye, K. Shinozaki, L. Valenziano, J. Vink, N. Webb, N. Yamasaki, F. Delcelier-Douchin, M. Le Du, J.-M. Mesnager, A. Pradines, G. Branduardi-Raymont, M. Dadina, A. Finoguenov, Y. Fukazawa, A. Janiuk, J. Miller, Y. Nazé, F. Nicastro, S. Sciortino, J. M. Torrejon, H. Geoffray, I. Hernandez, L. Luno, P. Peille, J. André, C. Daniel, C. Etcheverry, E. Gloaguen, J. Hassin, G. Hervet, I. Maussang, J. Moueza, A. Paillet, B. Vella, G. Campos Garrido, J.-C. Damery, C. Panem, J. Panh, S. Bandler, J.-M. Biffi, K. Boyce, A. Clénet, M. DiPirro, P. Jamotton, S. Lotti, D. Schwander, S. Smith, B.-J. van Leeuwen, H. van Weers, T. Brand, B. Cobo, T. Dauser, J. de Plaa, and E. Cucchetti. The Athena X-ray Integral Field Unit (X-IFU). In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 9905 of *Proceedings of SPIE*, page 99052F, July 2016.
- [3] J. N. Bregman. The Search for the Missing Baryons at Low Redshift. *The Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 45:221–259, September 2007.
- [4] R. Cen and J. P. Ostriker. Where Are the Baryons? *The Astrophysical Journal*, 514:1–6, March 1999.
- [5] Renyue Cen and Jeremiah P Ostriker. Where Are the Baryons? II. Feedback Effects. *The Astrophysical Journal*, 650(2):560–572, October 2006.
- [6] J W Fowler, W. B. Doriese, G. Hilton, K Irwin, D Schmidt, G Stiehl, D Swetz, J. N. Ullom, and L Vale. Optimization and Analysis of Code-Division Multiplexed TES Microcalorimeters. *Journal of Low Temperature Physics*, January 2012.
- [7] A. Giachero, D. Becker, D. A. Bennett, M. Faverzani, E. Ferri, J. W. Fowler, J. D. Gard, J. P. Hays-Wehle, G. C. Hilton, M. Maino, J. A. B. Mates, A. Puiu, A. Nucciotti, C. D. Reintsema, D. S. Swetz, J. N. Ullom, and L. R. Vale. Development of microwave-multiplexed superconductive detectors for the HOLMES experiment. *Journal of Physics Conference Series*, 718(6):062020, May 2016.
- [8] Toshishige Hagihara. 撮像型 X 線 TES マイクロカロリメーターのデジタル信号処理. Master’s thesis, University of Tokyo, 2008.
- [9] Wataru Hirakoso. X 線マイクロカロリメーターのための SQUID 信号多重化システムの構築. Master’s thesis,

- University of Tokyo, 2011.
- [10] Taro Ichitsubo. 交流駆動による TES 型 X 線マイクロカロリメータの信号多重化の研究と断熱消磁冷凍機を用いた試験環境の開発. Master's thesis, University of Tokyo, 2003.
- [11] Kent D. Irwin. *Phonon-mediated particle detection using superconducting tungsten transition-edge sensors*. PhD thesis, Stanford University, 1995.
- [12] Takahiro Kikuchi. 誘電体 X 線マイクロカロリメータの GHz 帯読み出しの研究. Master's thesis, University of Tokyo, 2014.
- [13] Shunsuke Kimura. X 線マイクロカロリメータ信号多重化用 8 入力 SQUID の性能評価. Master's thesis, University of Tokyo, January 2007.
- [14] Satoshi KOHJIRO, Fuminori HIRAYAMA, Daiji FUKUDA, Hirotake YAMAMORI, Shuichi NAGASAWA, and Mutsuo HIDAKA. マイクロ波共振に基づく超伝導転移端検出器の周波数多重読出回路. 低温工学, 49 巻 7 号, 2014.
- [15] K. W. Lehnert, K. D. Irwin, M. A. Castellanos-Beltran, J. A. B. Mates, and L. R. Vale. Evaluation of a Microwave SQUID Multiplexer Prototype. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 17:705–709, June 2007.
- [16] Kensuke Masui. X 線マイクロカロリメータ信号多重化のための広帯域 SQUID 駆動回路の開発. Master's thesis, University of Tokyo, 2006.
- [17] J. A. B. Mates, G. C. Hilton, K. D. Irwin, L. R. Vale, and K. W. Lehnert. Demonstration of a multiplexer of dissipationless superconducting quantum interference devices. *Applied Physics Letters*, 92(2):023514, January 2008.
- [18] J. A. B. Mates, K. D. Irwin, L. R. Vale, G. C. Hilton, J. Gao, and K. W. Lehnert. Flux-Ramp Modulation for SQUID Multiplexing. *Journal of Low Temperature Physics*, 167:707–712, June 2012.
- [19] John Arthur Benson Mates. *The Microwave SQUID Multiplexer*. PhD thesis, University of Colorado, 2011.
- [20] John C. Mather. Bolometer noise: nonequilibrium theory. *Applied Optics*, 21(6):1125–1129, March 1982.
- [21] S. McHugh, B. A. Mazin, B. Serfass, S. Meeker, K. O'Brien, R. Duan, R. Raffanti, and D. Werthimer. A readout for large arrays of microwave kinetic inductance detectors. *Review of Scientific Instruments*, 83(4):044702–044702, April 2012.
- [22] R. Mewe, E. H. B. M. Gronenschild, and G. H. J. van den Oord. Calculated X-radiation from optically thin plasmas. V. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series (ISSN 0365-0138)*, 62:197–254, November 1985.
- [23] Toshiyuki Miyazaki. *New Readout Method for High Energy Resolution X-ray Microcalorimeters*. PhD thesis, University of Tokyo, 2001.
- [24] S H Moseley, J. C. Mather, and D McCammon. Thermal detectors as x-ray spectrometers. *Journal of Applied Physics*, 56(5):1257–1262, September 1984.
- [25] Yuki Nakashima. TES 型 X 線マイクロカロリメータ大規模アレイの読み出し実現を目指したマイクロ波 SQUID マルチプレクサ高速化の研究. Master's thesis, University of Tokyo, 2017.
- [26] O. Noroozian, J. A. B. Mates, D. A. Bennett, J. A. Brevik, J. W. Fowler, J. Gao, G. C. Hilton, R. D. Horansky, K. D. Irwin, Z. Kang, D. R. Schmidt, L. R. Vale, and J. N. Ullom. High-resolution gamma-ray spectroscopy with a microwave-multiplexed transition-edge sensor array. *Applied Physics Letters*, 103(20):202602, November 2013.
- [27] E. Pointecouteau, T. H. Reiprich, C. Adami, M. Arnaud, V. Biffi, S. Borgani, K. Borm, H. Bourdin, M. Brueggen, E. Bulbul, N. Clerc, J. H. Croston, K. Dolag, S. Etti, A. Finoguenov, J. Kaastra, L. Lovisari, B. Maughan, P. Mazzotta, F. Pacaud, J. de Plaa, G. W. Pratt, M. Ramos-Ceja, E. Rasia, J. Sanders,

-
- Y.-Y. Zhang, S. Allen, H. Boehringer, G. Brunetti, D. Elbaz, R. Fassbender, H. Hoekstra, H. Hildebrandt, G. Lamer, D. Marrone, J. Mohr, S. Molendi, J. Nevalainen, T. Ohashi, N. Ota, M. Pierre, K. Romer, S. Schindler, T. Schrabback, A. Schwope, R. Smith, V. Springel, and A. von der Linden. The Hot and Energetic Universe: The evolution of galaxy groups and clusters. *ArXiv e-prints*, June 2013.
- [28] Kazuhiro Sakai. *A Frequency-Division Multiplexing Readout System for Large-Format TES X-Ray Microcalorimeter Arrays towards Future Space Missions*. PhD thesis, University of Tokyo, 2014.
- [29] Norio Sekiya. 誘電体 X 線マイクロカロリメータの概念検討と基礎実験. Master's thesis, University of Tokyo, 2012.
- [30] Yoh Takei. 超伝導遷移端 (TES 型)X 線マイクロカロリメータの熱的、電氣的応答とノイズ原因の物理的考察. Master's thesis, University of Tokyo, 2004.
- [31] C. Turon. ESA Space Science Programme, Cosmic Vision 2015-2025, for astrophysics. *Highlights of Astronomy*, 14:530–531, August 2007.
- [32] Kohji Yoshikawa, Klaus Dolag, Yasushi Suto, Shin Sasaki, Noriko Y Yamasaki, Takaya Ohashi, Kazuhisa Mitsuda, Yuzuru Tawara, Ryuichi Fujimoto, Tae Furusho, Akihiro Furuzawa, Manabu Ishida, Yoshitaka Ishisaki, and Yoh Takei. Locating the Warm–Hot Intergalactic Medium in the Simulated Local Universe. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 56:939–957, December 2004.