

修士論文

誘電体 X 線マイクロカロリメータの
概念検討と基礎実験

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻
宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所 山崎 典子研究室

関谷 典央

2011 年 1 月

概要

X 線マイクロカロリメータは素子に入射した X 線光子のエネルギーを温度上昇として測定する検出器であり、動作温度を極低温 (~ 100 mK) にすることで、 $E/\Delta E \gtrsim 1000$ という高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、これまでの X 線マイクロカロリメータでは数 1000 素子以上の多素子アレイの形成と信号多重化が困難であり、技術革新が求められている。本修士論文では X 線入射による素子の温度上昇を誘電体温度計を用いて測定する「誘電体 X 線マイクロカロリメータ」を提案し、概念検討および基礎実験を行う。誘電体温度計の読み出し回路には高周波 LC 共振回路を用いることができ、極低温下で単純な仕組みによる多素子アレイの形成と信号多重化が可能になる。これにより数 1000 素子、さらにはメガピクセルアレイが可能になることを期待している。まず、読み出し回路を含めた誘電体 X 線マイクロカロリメータの概念検討と、エネルギー分解能についての考察を行った。その結果、これまでの X 線マイクロカロリメータと同等の高いエネルギー分解能を達成できることを示した。また、2 K 以下における誘電体の誘電率等の温度依存性についてはこれまでほとんど測定例がなかったため、それらを測定できるシステムと方法を確立した。そして、極低温における誘電率の温度依存性が大きい誘電体の候補として、2 K 以上において誘電体温度計として利用されている量子強誘電体チタン酸ストロンチウム (SrTiO_3) を選び、実際の測定を行った。 SrTiO_3 は、酸素同位体置換によって一種の強誘電性が発現し、その置換率を変化させることで極低温における誘電率の温度依存性を制御できることが知られている。今回は、酸素同位体置換率が異なる 4 種類の SrTiO_3 について、2 K 以下における誘電率を世界で初めて測定した。その結果、 SrTiO_3 は絶対零度に近づくほど誘電率の温度依存性が小さくなり、誘電体温度計としての感度が小さくなることが明らかになった。極低温において高い精度で誘電体の物性値を測定できることが確認されたため、今後もこのシステムと方法によって誘電体素子として最適な材料を探索していく。また、誘電体素子上に形成する GHz 帯の LC 共振回路を電磁界シミュレータを用いて設計し、誘電率変化 (X 線入射) による共振周波数変化をシミュレーションによって再現した。このような概念検討と基礎実験から、今後は実際の X 線検出器へと発展させていく予定である。

目次

	i
第 1 章 序論	1
1.1 X 線天文学	1
1.2 宇宙 X 線の撮像、分光観測の重要性	2
1.2.1 X 線輝線を用いた高温プラズマの物理状態、運動状態の診断	2
1.2.2 ダークバリオン探査	3
1.3 X 線検出器	4
1.3.1 ガス検出器	4
1.3.2 マイクロチャンネルプレート	6
1.3.3 回折格子	6
1.3.4 半導体検出器	7
1.3.5 X 線 CCD カメラ	9
1.3.6 超伝導トンネル接合検出器	9
1.3.7 X 線マイクロカロリメータ	10
1.3.8 次世代の X 線検出器	11
1.4 本修士論文の目的	13
第 2 章 X 線マイクロカロリメータ	15
2.1 X 線マイクロカロリメータの原理	15
2.2 X 線マイクロカロリメータの素子	16
2.2.1 X 線吸収体としての素子	17
2.2.2 温度計としての素子	17
2.2.3 素子の熱設計	17
2.3 X 線マイクロカロリメータの種類	17
2.3.1 半導体サーミスタ型 X 線マイクロカロリメータ	18
2.3.2 TES 型 X 線マイクロカロリメータ	18
2.3.3 金属磁気型 X 線マイクロカロリメータ	19
2.3.4 動インダクタンス検出器	19
2.4 X 線マイクロカロリメータの多素子アレイと信号多重化	20
2.4.1 多素子アレイの形成	20
2.4.2 時分割方式による信号多重化	21
2.4.3 周波数分割方式による信号多重化	21
2.4.4 X 線マイクロカロリメータの撮像性能の現状と課題	22

2.5	X 線マイクロカロリメータのノイズとエネルギー分解能	22
第 3 章	誘電体 X 線マイクロカロリメータ	25
3.1	誘電体 X 線マイクロカロリメータの原理	25
3.1.1	X 線入射による誘電体素子の誘電率変化	26
3.1.2	X 線入射による共振周波数変化	28
3.1.3	高周波 LC 共振回路による誘電体 X 線マイクロカロリメータ	29
3.2	誘電体 X 線マイクロカロリメータの多素子アレイと信号多重化	42
3.3	誘電体 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能	44
第 4 章	交流回路中、極低温下における誘電体の物性	46
4.1	交流回路中での誘電体の物性	46
4.1.1	誘電正接と複素誘電率	46
4.1.2	分極と誘電率の周波数依存性	48
4.2	極低温下での誘電体の物性	49
4.2.1	常誘電体と強誘電体	49
4.2.2	量子常誘電体と量子強誘電体	51
4.3	誘電体チタン酸ストロンチウム SrTiO ₃	53
4.3.1	SrTiO ₃ の基本情報	53
4.3.2	SrTiO ₃ を用いた誘電体 X 線マイクロカロリメータ	55
4.3.3	極低温における誘電体の物性値測定	58
第 5 章	誘電体 SrTiO₃ の極低温における比誘電率、誘電正接測定実験	59
5.1	実験セットアップ	59
5.1.1	STO キャパシタの作成	59
5.1.2	ADR への試料取り付け	64
5.1.3	LCR メータを用いた静電容量、誘電正接の測定	68
5.2	試料以外の回路要素が試料の測定値に与える影響の補正	71
5.2.1	複素インピーダンスのずれに対する補正	71
5.2.2	浮遊容量に対する補正	75
5.3	STO の比誘電率と誘電正接の周波数依存性と温度依存性	78
5.3.1	STO の比誘電率の周波数依存性	78
5.3.2	STO の誘電正接の周波数依存性	82
5.3.3	STO の比誘電率の温度依存性 (2 K から実験室温まで)	85
5.3.4	STO の比誘電率の温度依存性 (60 mK から 2 K まで)	88
5.3.5	STO の比誘電率の温度依存性 (60 mK から実験室温まで)	91
5.3.6	STO の誘電正接の温度依存性 (60 mK から 2 K まで)	93
第 6 章	誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路設計	95
6.1	電磁界シミュレータを用いた GHz 帯交流回路の設計	95
6.1.1	$Z_0 = 50 \Omega$ の CPW によるフィードラインのデザイン	97
6.1.2	マイクロストリップラインによる共振線路のデザイン	97
6.1.3	電磁界シミュレーション結果	98

第 7 章	まとめと今後	111
7.1	誘電体 X 線マイクロカロリメータの概念検討	111
7.2	量子強誘電体 SrTiO ₃ の極低温における比誘電率、誘電正接測定	111
7.3	電磁界シミュレータを用いた高周波 LC 共振回路のデザイン	112
7.4	誘電体 X 線マイクロカロリメータの開発課題	112
付録 A	抵抗型 X 線マイクロカロリメータの熱的応答と電氣的応答	113
付録 B	X 線マイクロカロリメータのノイズとエネルギー分解能	116
B.1	X 線マイクロカロリメータの信号伝達過程と応答関数	116
B.2	フォノンノイズ	117
B.3	Johnson ノイズ	119
B.4	X 線マイクロカロリメータの信号伝達とノイズ	119
B.4.1	信号雑音比スペクトルとノイズ等価電力	119
B.5	最適デジタルフィルタ処理とエネルギー分解能	121
付録 C	高周波交流回路理論	123
C.1	分布定数回路	123
C.1.1	分布定数回路中の信号伝送線路	123
C.1.2	分布定数回路中の信号伝送線路のインピーダンス	126
C.1.3	反射と定常波	128
C.1.4	高周波信号伝送線路の種類	129
C.2	高周波交流回路の特性評価	129
C.2.1	S マトリックスと S パラメータ	129
C.2.2	2 ポート回路・直列インピーダンスの S パラメータ	130
C.2.3	2 ポート回路・並列アドミッタンスの S パラメータ	130
C.2.4	ネットワークアナライザによる S パラメータの測定	130
付録 D	LC 共振回路	131
D.1	集中定数による LC 共振回路	131
D.2	LC 共振回路と Q 値	134
参考文献		135

物理学賞を受賞した。1970年には世界初のX線天文衛星「*Uhuru*」(アメリカ)が打ち上げられ、長時間の全天走査観測によって約400個のX線天体を発見した。X線天文学はこうして始まり、その後多くの国によって様々な特徴を持ったX線天文衛星が打ち上げられてきた。現在では宇宙の多くの天体がX線を放射していることが知られており、カタログ化されたX線天体は10万個以上に達している。そして、X線天文学は天文学の中の重要な一分野として研究されるまでに至っている。

1.2 宇宙X線の撮像、分光観測の重要性

X線は高エネルギー電子によるシンクロトロン放射や逆コンプトン散乱、高温物質からの熱制動放射や黒体放射等によって放射される。従って、宇宙における高エネルギー、高温現象を捉えるのに適した電磁波である。また、0.1–10 keVのX線エネルギー帯(軟X線帯)には、炭素、窒素、酸素、ネオン、マグネシウム、シリコン、硫黄、アルゴン、カルシウム、鉄、ニッケル等の宇宙に存在する主要な重元素のK、L輝線が存在する。従って、宇宙におけるこれらの重元素の量や物理状態を知る上でも宇宙X線の観測は重要である。

X線を放射する天体は多岐に渡り、それぞれ異なった特徴のX線を放射している。例えば、白色矮星、中性子星、活動銀河核のブラックホール等の高密度天体と恒星(伴星)との連星系では、伴星からの質量降着によって高温の降着円盤が形成され、そこからの黒体放射や熱制動放射によるX線が観測される。中心星の自転や伴星の公転によってX線強度が周期的に変化するX線パルスが観測されることもある。また、超新星残骸からは相対論的粒子のシンクロトロン放射や逆コンプトン散乱による連続X線が観測される。さらに、銀河や銀河団からはそれらに付随する高温プラズマによる熱制動放射のX線が見られる。最近では、太陽系惑星周辺の中性原子と太陽風の電離プラズマによる電荷交換反応によってX線輝線が放射されることも分かってきた。X線を通して見ると宇宙は高エネルギー、高温現象で満ちあふれていることが分かる。こういった情報をより正確に捉えるために、X線検出器の撮像能力やエネルギー分解能、時間分解能等を向上させることは重要であり、現在もその余地は十分にある。

ここでは、高性能のX線撮像分光検出器を用いて数年以内を実現することを目指しているX線天文学の研究についていくつか述べる。

1.2.1 X線輝線を用いた高温プラズマの物理状態、運動状態の診断

X線検出器に単色のX線が入射したとしても測定の結果得られるエネルギースペクトルは有限の幅を持ってしまう。検出器のエネルギー決定精度(エネルギー分解能)はその半値全幅(FWHM: Full Width Half Maximum) ΔE_{FWHM} によって表すことができる。宇宙X線のエネルギー情報を正確に捉えるために、エネルギー分解能を向上させることは重要である。

電離、励起された原子の電子の遷移によって放射される輝線は、元素の種類や電子が遷移する準位の違いはもちろん、遷移前後の電子状態の違いによってもエネルギーが異なる。図1.2に $\Delta E_{\text{FWHM}} = 120$ eV、10 eV、2 eVのエネルギー分解能を持つ検出器を用いて温度3000万Kの電離平衡高温プラズマを観測したときに予想される鉄K輝線のスペクトルを示す。これらのエネルギー分解能は大体X線CCDカメラ、超伝導トンネル接合検出器、X線マイクロカロリメータの最高エネルギー分解能に相当する。これらのX線検出器の詳細については次節にて後述する。

例えば、約6.7 keV付近にあるヘリウム様に電離された鉄 $K\alpha$ 輝線に着目する。このFeイオンが1階励起された状態はLS結合によって、 $1s2s\ ^1S_0$ 、 $1s2s\ ^3S_1$ 、 $1s2p\ ^1P_1$ 、 $1s2p\ ^3P$ の4つに分裂する。それらのうち $1s2p\ ^1P_1 \rightarrow 1s^2\ ^1S_0$ は、双極子遷移によって6.698 keVの共鳴線を放射する。一方、 $1s2s\ ^3S_1$

$\rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ と $1s2p \ ^3P \rightarrow 1s^2 \ ^1S_0$ は双極子遷移が禁止されているが、物理状態によっては多重極子遷移によって 6.637 keV の禁制遷移線と 6.673 keV の異重項間遷移線として観測される。このような微細構造が分離できるようになると、高温プラズマの元素組成や個々の電離度と同時に温度や密度を独立に求めることができるようになる。

X線 CCD カメラのエネルギー分解能ではこれらの微細構造が混合し、1本の $K\alpha$ 輝線と認識することしかできない。輝線が連続 X 線に埋もれて検出できないような場合もある。これでは輝線によって得られる高温プラズマの情報の一部を落とすことになる。一方、超伝導トンネル検出器や X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能 ($\Delta E_{FWHM} \lesssim 10$ eV) になると微細構造が分解され始めることが分かる。

また、エネルギー分解能が高くなると輝線のエネルギーシフトや広がりから X 線天体の運動を求めることができるようになる。例えば、銀河団の高温プラズマの熱運動や乱流の速度は 100 km/s 程度であり、その Doppler シフトは 6.7 keV の鉄輝線に対して $\Delta E_{FWHM} = 2.2$ eV である。つまり、数 eV の輝線の広がりから銀河団の高温プラズマの熱運動や乱流についての情報を得ることができる。

このような X 線輝線の精密分光観測による X 線天体の物理状態や運動状態の精密診断はこれまで不可能であったが、近い将来、X 線マイクロカロリメータ等を用いて可能になることが期待される。

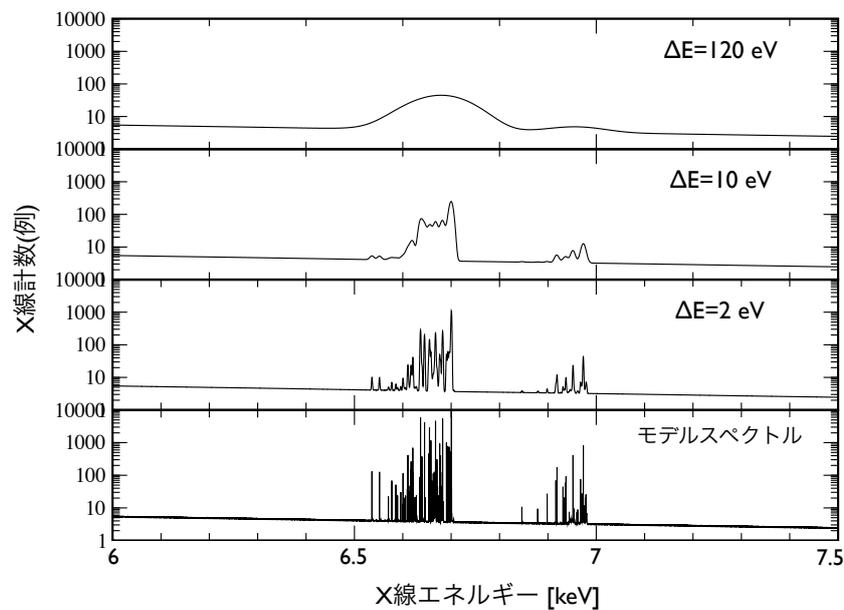


図 1.2: $\Delta E_{FWHM} = 120$ eV、10 eV、2 eV の X 線検出器で温度 3000 万 K の電離平衡高温プラズマを観測したときに予想される鉄 K 輝線付近のスペクトル

1.2.2 ダークバリオン探査

マイクロ波非等方性探査衛星「*WMAP*」(Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) 7 年データを用いた宇宙マイクロ波背景放射温度の揺らぎスペクトルの解析結果によると、宇宙のエネルギー組成はダークエネルギーが $72.7 \pm 3.0\%$ 、ダークマターが $22.8 \pm 2.7\%$ 、残りの $4.6 \pm 0.3\%$ がバリオン物質となる [1]。一方、バリオン物質がどのような形態で存在しているかを詳細に検討した結果、銀河中の星や X 線を放射する銀河団の高温プラズマがそれぞれ数 10% 程度を占めているものの、少なくとも半分以上のバリオン物質は直接観測されていないことを明らかにした [2]。この未観測のバリオン物質をダークバリオンと呼ぶ。

シミュレーションによると、ダークバリオンのは大半は 10 万 – 1000 万 K の温度を持ち、銀河団同士を結ぶフィラメント状の大規模構造に沿って分布している可能性がある (図 1.3) [3][4]。これを WHIM (Warm / Hot Intergalactic Medium) と呼ぶ。この温度領域では極紫外線から軟 X 線のエネルギー帯に存在する高階電離酸素からの輝線放射率が高く、酸素は銀河間物質の重元素の中で最も量が多い元素の 1 つであるため、WHIM からの輝線として最も観測しやすいのは酸素輝線であると考えられる。WHIM は希薄であり、これまでの検出器ではそこからの輝線を観測することができなかったが、十分に高いエネルギー分解能を持った検出器であれば観測できると考えられる。前述の通り、輝線の精密分光観測によって WHIM の物理状態を診断することができ、さらに、撮像観測と輝線の赤方偏移から WHIM の 3 次元構造をマッピングすることも可能である。

現在、WHIM からの酸素輝線を検出して全天の WHIM を探査することを主目的とした「DIOS」衛星の打ち上げが計画されている。ダークバリオンを含む宇宙の全バリオン物質の存在形態と存在量を明らかにすることは、高性能の X 線撮像分光検出器を駆使することによって 5–10 年スケールで実現可能な宇宙論的研究テーマである。

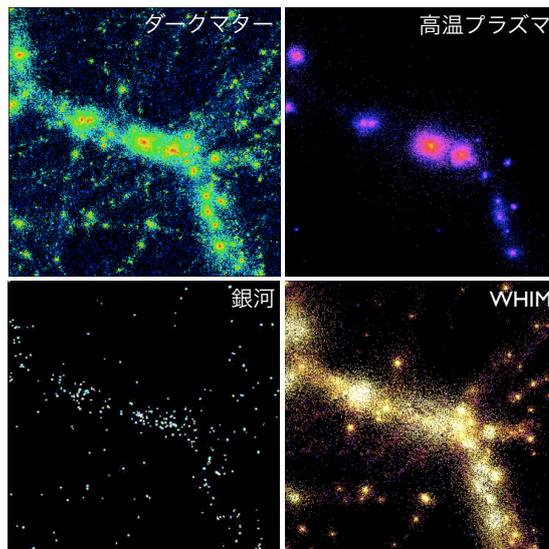


図 1.3: 流体シミュレーションによる銀河団周辺の物質分布 (左上: ダークマター、右上: 温度 1000 万 K 以上の高温プラズマ、左下: 銀河 (星)、右下: 温度 10 万 – 1000 万 K の WHIM) [5]

1.3 X 線検出器

X 線は物質との相互作用等を利用して検出することができる。これまで様々な種類の X 線検出器が開発され、X 線天文学の発展に貢献してきた。ここでは、代表的な X 線検出器を紹介し、その原理や特徴等について簡単に述べる。

1.3.1 ガス検出器

これまで X 線検出器として多用されてきたのはガス検出器と呼ばれるものである。ガス検出器の代表的なものとして比例計数管と蛍光比例計数管の 2 種類がある。

1.3.1.1 比例計数管

比例計数管は最も古くから使用されてきた X 線検出器である。図 1.4 に示すように、希ガスと少量の有機ガスの混合ガスを封入した筒型の密閉容器 (陰極) と、筒の中心に伸びている細い芯線 (陽極) からなる。容器の一部はベリリウムやプラスチックなどの X 線透過率の高い薄膜になっており、そこが X 線入射窓になっている。そこから X 線が入射すると、管内のガスによる光電吸収が起こり、ガスは電離して 1 次電子群とイオン群を生成する。X 線エネルギーが管内で完全に消費される場合、1 次電子の数は X 線エネルギーに比例するので、管内の 1 次電子群を陽極に集めてこれを電気信号として取り出すことができれば X 線エネルギーを測定することができる。しかし、1 次電子の数は信号として取り出すには小さすぎる。そこで、陰極と陽極の間に高電圧を印可する。すると 1 次電子群は陽極に移動する際に高いエネルギーまで加速され、ガスを電離して 2 次電子群とイオン群を生成する。これを繰り返すことによって電子数は増幅され (電子雪崩)、有意な信号として検出することができる。比例計数管に似た X 線検出器で X 線天文学の初期に使用された Geiger-Müller 計数管は、電子増幅が飽和するほど高い電圧を印可するものであり、エネルギー測定よりも X 線の計数に特化した検出器である。

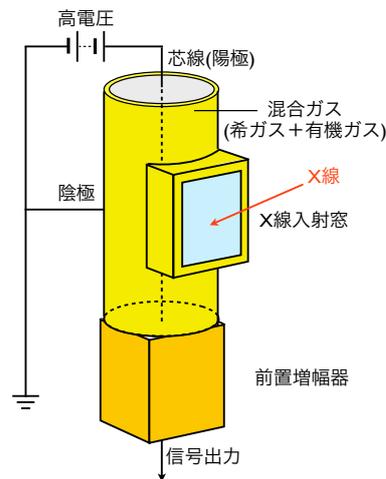


図 1.4: 比例計数管

電子数から X 線エネルギーを求める X 線検出器は、電子数の統計的な揺らぎによってエネルギー分解能が劣化してしまう。具体的に、 ΔE_{FWHM} は入射 X 線エネルギーを E 、光電吸収する物質の平均電離エネルギーを W とすると、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2\log 2}\sqrt{EW(F+f)} \quad (1.1)$$

となる。ここで、 $2\sqrt{2\log 2}$ は 1σ (rms) を FWHM に変換する係数であり約 2.355 である。また、 F と f (Fano 因子) はそれぞれ電子数の揺らぎ、あるいは電子雪崩の電子数増幅の揺らぎの Poisson 統計からのずれを表し、Poisson 統計に従う場合は 1 となる。式 (1.1) の ΔE_{FWHM} には読み出し回路のノイズを含めていない。比例計数管の場合は特に 2 次電子数の寄与が大きく、典型的に $W \sim 20$ eV、 $F+f \sim 1$ なので、 ^{55}Fe 線源のマンガン $K\alpha$ 輝線 (5.9 keV)^{*1} に対して $\Delta E_{\text{FWHM}} \sim 1$ keV 程度となる。

比例計数管の時間分解能は、ある X 線が入射した後に次の X 線が検出できない時間 (不感時間) によって決まり、数 μsec 程度である。また、線検出効率が高く、大面積化も容易である。世界初の X 線天文衛星

*1 ^{55}Fe 原子核の K 軌道電子捕獲 (β^+ 崩壊: $^{55}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{55}\text{Mn} + \nu_e$) によって生じた電子の孔を L 軌道電子が遷移して埋めることにより発生

Uhuru 衛星 (アメリカ) に搭載されて以来、これまで多くの衛星に搭載されてきた。中でも *Einstein* 衛星 (アメリカ) や *ROSAT* 衛星 (ドイツ) には、位置検出機能を備えた比例計数管が搭載され、X 線撮像分光検出器として X 線望遠鏡の焦点面に配置された。日本の衛星「ぎんが」にも非 X 線バックグラウンドを低減する反同時計数機能を持った比例計数管が搭載された。

1.3.1.2 蛍光比例計数管

蛍光比例係数管は比例計数管のエネルギー分解能を改善するために開発された検出器である。比例計数管では入射 X 線が生成する 1 次電子群によって電子雪崩を発生させて、電子数を増幅させるが、蛍光比例計数管では強い電場で 1 次電子群を加速して、シンチレーション光を発生させ、その光を光電子増倍管によって増幅して信号として取り出す。電子雪崩を生じないため、その分揺らぎがなく、比例計数管よりも ΔE_{FWHM} は高い。具体的に、 ΔE_{FWHM} は式 (1.1) によって算出することができ、 $F \sim 0.2$ 、 $f = 0$ なので、5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{\text{FWHM}} \sim 0.5$ keV 程度となる。これは鉄 K 輝線を区別するには十分なエネルギー分解能である。また、蛍光比例計数管は高い X 線検出効率や大きな視野、広いエネルギー帯域により、銀河団等の広がった天体の観測に適している。*Beppo-SAX* 衛星 (イタリア) や日本の衛星「てんま」、「あすか」等に搭載され、特にあすか衛星では位置検出機能を備えていた。これらの衛星の蛍光比例計数管によって鉄 K 輝線の分光観測等、様々な新しい観測が行われ、これらによって多くの科学的成果が生まれた。

1.3.2 マイクロチャンネルプレート

マイクロチャンネルプレートは X 線検出器の中では最も高い位置分解能を得ることができる検出器の一つである。図 1.5 に示すように、細管を多数束ねて平板状にした検出器である。細管の両端には電圧が印可されている。細管はそれぞれ光電子増倍管の役割を果たし、X 線が細管の内壁に入射した際に発生する光電子を増倍する。この過程で増倍された電子を信号として取り出すと X 線エネルギーの情報は得ることができないが、入射 X 線の位置の情報を得ることができる。そのため、X 線望遠鏡の焦点面に配置することで X 線画像を得ることができ、X 線撮像検出器として用いることができる。

これまで *Einstein* 衛星 (アメリカ) や *EXOSAT* 衛星 (ヨーロッパ)、*ROSAT* 衛星 (ドイツ)、*Chandra* 衛星 (アメリカ) 等に搭載され、銀河や銀河団の高温プラズマの空間分布の研究等に大きな貢献をした。

1.3.3 回折格子

回折格子は X 線検出器の中では最も高いエネルギー分解能を得ることができる検出器の一つである。ただし、分散型分光器である回折格子は分散された光だけがエネルギー情報を持つため、非分散型分光器に比べて X 線検出効率が低い。また、分散角が入射 X 線の波長に比例するため、波長の短い (エネルギーの高い) X 線に対しても高いエネルギー分解能を得ることができない。さらに、分散型分光器であるため、空間的に広がった天体に対しては高いエネルギー分解能を得ることができない。つまり、回折格子を用いた観測に適した対象は、軟 X 線で明るい点状の X 線源に制限される。

回折格子は X 線望遠鏡とその焦点面の間に配置され、エネルギー分解能は望遠鏡の角度分解能や X 線エネルギー等に依存する。具体的には $\Delta E_{\text{FWHM}} \propto E^2$ であり、典型的に 1 keV の X 線に対して ΔE_{FWHM} は数 eV 程度となる。

現在軌道上で観測を行っている *Chandra* 衛星 (アメリカ) には透過型回折格子 (HETG : High Energy Transmission Grating、LETG : Low Energy Transmission Grating)、*XMM-Newton* 衛星 (ヨーロッパ)

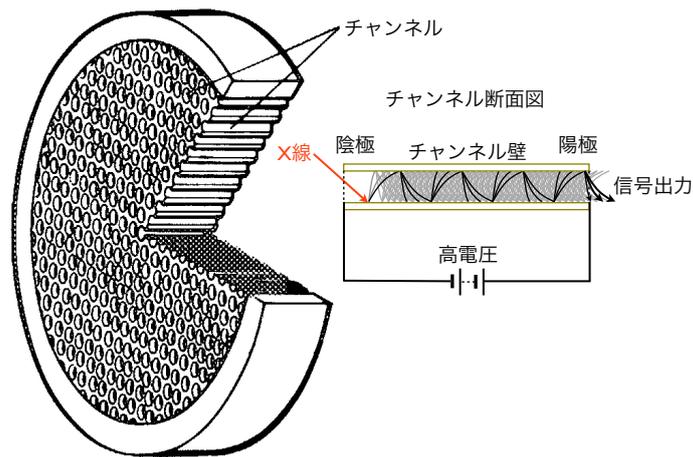


図 1.5: マイクロチャンネルプレート [6]

には反射型回折格子 (RGS : Reflection Grating Spectrometer) が搭載されている (図 1.6)。

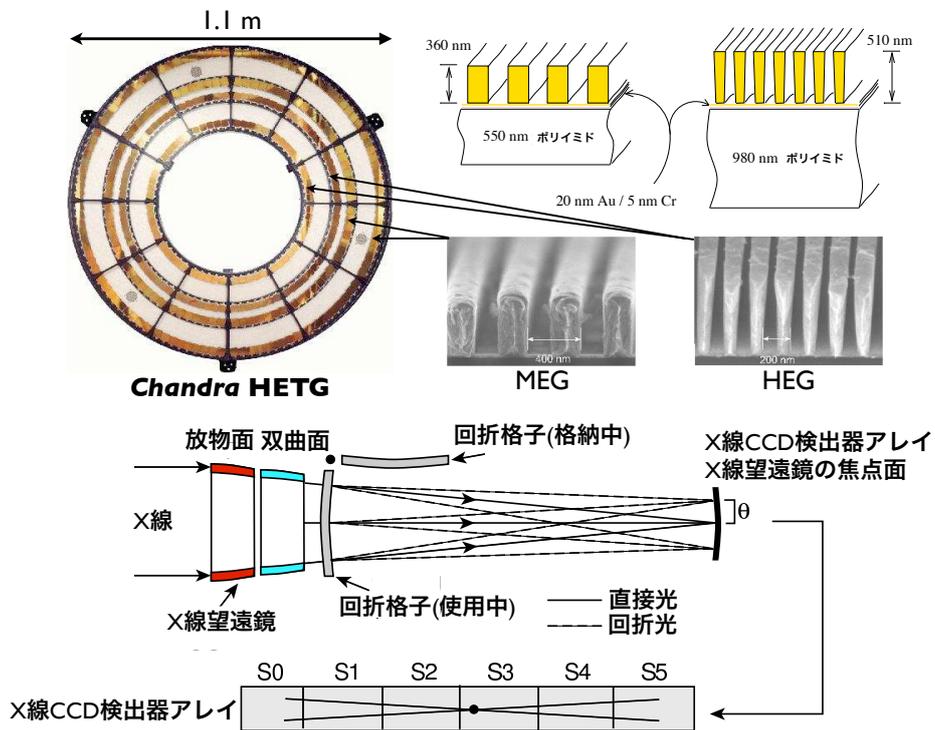


図 1.6: *Chandra* 衛星に搭載されている透過型回折格子「HETG」 [7]
MEG (Medium Energy Grating) と HEG (High Energy Grating) からなる

1.3.4 半導体検出器

半導体検出器はガス検出器に対して固体検出器とも呼ばれる。ガス検出器では X 線の希ガスによる光電吸収を用いたが、半導体検出器では半導体ダイオードによる光電吸収を用いる。図 1.7 に示すように PN

接合ダイオードに逆バイアス電圧を印可すると、キャリアがほとんど存在しない空乏層ができる。そこに X 線を入射させると光電吸収が起こり、X 線のエネルギーに応じた数の電子・正孔対が生成される。シリコン半導体の場合、1 対の電子・正孔対を生成するために必要なエネルギーは 3.65 eV であり、希ガスの平均電離エネルギー (約 20 eV) よりも 1 桁小さい。従って、1 次電子の数はガス検出器に比べて 1 桁多く、電子数増幅を行う必要がない。1 次電子群を電場によって電極に集めることで、これを電気信号として検出することができる。

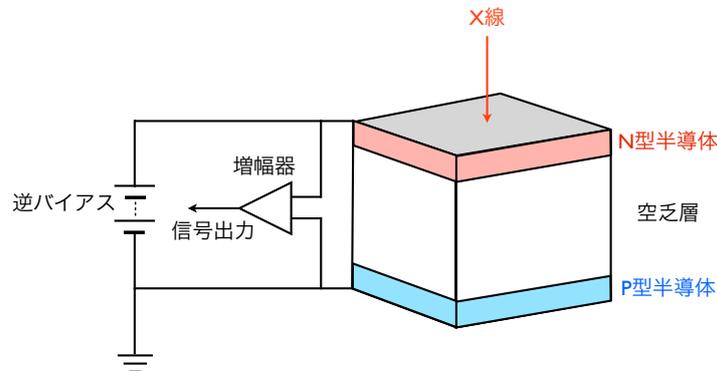


図 1.7: 半導体検出器

半導体ダイオードの空乏層は X 線の有感領域であり、これが十分に広い必要がある。リチウムドラフト型半導体検出器等は空乏層が広い半導体検出器である。これは P 型シリコン半導体の片側にリチウムを蒸着してこれを N 極とし、逆バイアス電圧を印加することでリチウムイオンをドリフトさせ、不純物がシリコン結晶中に作る不純物準位を電氣的に補償することで、数 mm の厚い空乏層を実現することができる。ただしリチウムの再ドリフトが起こらないようにするためにリチウムドラフト型半導体検出器は常に液体窒素等で冷却し続ける必要がある。これに対し、超高純度シリコンの両面に 3 価の原子 (P 型を作る原子) と 5 価の原子 (N 型を作る原子) を打ち込んで半導体検出器と利用する方式もあり、これも厚い空乏層を実現する。

エネルギー分解能は電子数の統計的なゆらぎが少ないのでガス検出器よりも優れる。具体的に ΔE_{FWHM} は式 (1.1) によって算出することができ、シリコン半導体を用いた場合、 $W \sim 3.65 \text{ eV}$ 、 $F \sim 0.1$ 、 $f = 0$ なので、5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{FWHM} \sim 120 \text{ eV}$ 程度となる。ただし、半導体検出器の場合はガス検出器に比べて読み出し回路系に入力される電子の数が少ないため、読み出し回路系の雑音が無視できなくなり、エネルギー分解能の劣化をもたらす。特に半導体検出器のリーク電流や前置増幅器から見た電気容量が大きく影響する (電気容量は空乏層を厚くすることで小さくなる)。読み出し回路系の雑音を低減させるために半導体検出器を -100°C 程度の低温で動作させることは有効である。半導体検出器のエネルギー分解能であれば、水素様とヘリウム様の重元素からの X 線輝線の違いを区別することができる。

半導体検出器の時間分解能は、空乏層を電子や正孔が移動するために必要な時間によって決まり、数 mm の空乏層であれば数 10 nsec となる。

Einstein 衛星 (アメリカ) 等では X 線分光検出器として X 線望遠鏡の焦点面に配置された。

1.3.5 X線 CCD カメラ

ビデオカメラやデジタルカメラ等としても多用される CCD (Charge Coupled Device) は X 線検出器としても有用である。X 線 CCD カメラは小さな半導体検出器をモザイク状に並べたようなものであり、1 つの半導体検出器が 1 つの画素に対応する。

現在軌道上で観測を行っている日本の衛星「すざく」には、XIS (X-ray Imaging Spectrometer) として X 線 CCD カメラが搭載されている (図 1.8)。

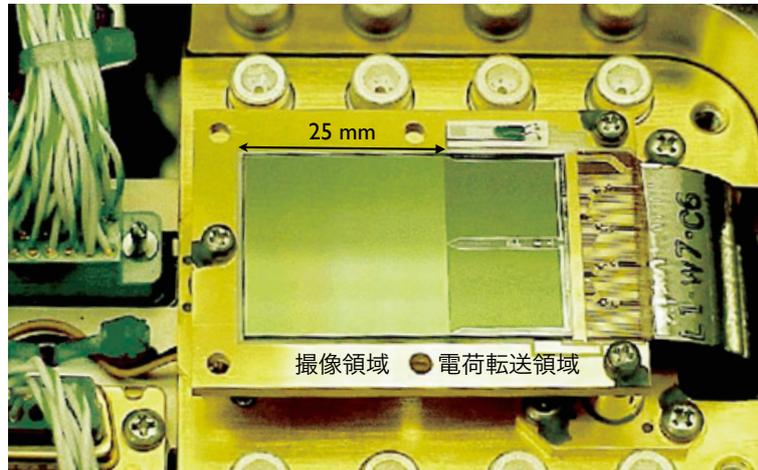


図 1.8: すざく衛星に搭載されている X 線 CCD カメラ「XIS」 [8]

エネルギー分解能は半導体検出器と同様に電子数のゆらぎと読み出し回路系の雑音によって決まる。電子数を正確に測定するためには、電子群の転送効率が 100% に近い必要がある。半導体結晶中に宇宙線等によって格子欠陥が生じると、電子がトラップされてしまい、転送効率が劣化してしまうため、これを防ぐ仕組みが必要である。すざく衛星の XIS では電荷注入機能によってそのトラップを埋め、転送効率の劣化を抑制する。また、X 線 CCD カメラでは前置増幅器から見た電気容量が小さくなり、さらに、低温で動作させることで読み出し回路系の雑音を大幅に低減させることができる。典型的に 5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{FWHM} \sim 120$ eV 程度となる。

X 線 CCD カメラの最大の長所はメガピクセルの精細撮像能力を持っていることである。多画素の情報を読み出すための仕組みとして、ある画素に入射した X 線光子が生成する電子群を電場によって電荷転送領域に移動させて蓄積し、電極に加える電圧を規則的に変化させることで蓄積された電子群をバケツリレー方式で読み出し口まで転送する。この方法を用いることで画素毎の信号を順番に取り出し、位置情報を再構築することができるが、時間分解能は数 sec 程度と低くなってしまふ。

1.3.6 超伝導トンネル接合検出器

超伝導トンネル接合検出器は極低温での固体物性を利用することで、高エネルギー分解能を実現する X 線検出器である。図 1.9 に示すように、素子は超伝導体 - 絶縁体 - 超伝導体 (SIS : Superconductor - Insulator - Superconductor) 構造をしており、X 線が入射すると光電吸収によって電子が生成され、これ

がさらに Cooper 対を破壊して準粒子 (単独の電子) 群を生成する。超伝導トンネル接合検出器ではトンネル効果で絶縁体を通じた準粒子を信号として検出する。1 つの Cooper 対を破壊するのに必要なエネルギーは数 meV であり、ガス検出器や固体検出器が 1 つの 1 次電子を生成するために必要なエネルギーよりもはるかに小さい。そのため情報キャリア数は多くなり、統計的な揺らぎは小さくなるので、エネルギー分解能が向上する。具体的に ΔE_{FWHM} は式 (1.1) によって算出することができ、超伝導体としてアルミニウムを用いた場合 $W \sim 0.34$ meV、ニオブを用いた場合 $W \sim 3.1$ meV、 $F \sim 0.2$ 、 $f = 0$ なので、5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{FWHM} \sim 1 - 4$ eV を達成することが可能であるが、実際に報告されている最高エネルギー分解能は $\Delta E_{FWHM} = 12$ eV である [9]。

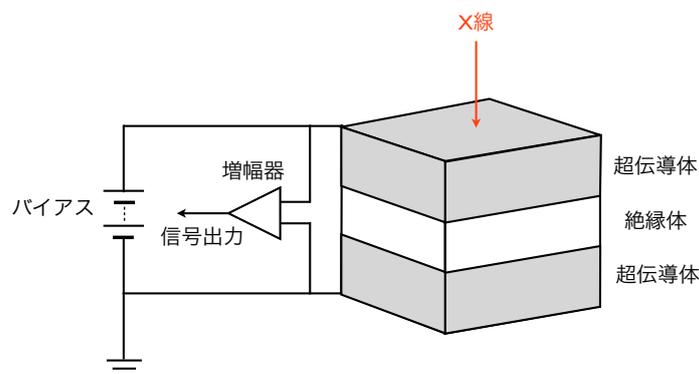


図 1.9: 超伝導トンネル接合検出器

超伝導トンネル接合検出器は超伝導状態への転移温度 T_c 以下に冷却する必要があるが、熱励起によるトンネル電流を抑える目的からなるべく低温 ($T/T_c \lesssim 0.1$) で動作させることが要求される。転移温度はアルミニウムの場合 1.196 K、ニオブの場合 9.23 K なので、素子にアルミニウムを用いた場合には動作温度を ~ 100 mK にする必要がある。

超伝導トンネル接合検出器の時間分解能は、準粒子が生成されてから再びクーパー対に戻るまでの時間によって決まり、典型的に数 nsec 程度と高い。また、多素子アレイの形成によって位置分解能を持たせ、X 線撮像分光検出器として用いることが可能であるが、素子の充填率の向上と信号多重化が課題となっている。素子それぞれに読み出し配線を施すような単純なアレイ化、信号多重化では配線スペースが大きくなり、素子の充填率が低下してしまう。超伝導トンネル接合検出器や次に紹介する X 線マイクロカロリメータ等の極低温検出器では、アレイ化、信号多重化に工夫が必要となる。これまで超伝導トンネル接合検出器では、 6×6 の素子を縦と横に並列に接続して読み出し配線を 12 本にしたものが開発されている。

1.3.7 X 線マイクロカロリメータ

これまで多くの X 線検出器の仕組みとして物質による X 線の光電吸収が利用されてきた。光電吸収が起こると X 線エネルギーは最終的に熱へと変換される。X 線マイクロカロリメータはこの熱を素子の温度上昇として測定し、X 線エネルギーを測定する検出器である。これまでガス検出器や半導体検出器等では、電子が X 線エネルギー情報のキャリアとなっていたが、X 線マイクロカロリメータではそれが熱を担う量

子(フォノン)に代わる。1個のフォノンを生成するのに必要なエネルギーはこれまでの検出器の情報キャリアと比べて非常に小さく、生成されるフォノンの数は非常に多い。エネルギー分解能はフォノン数の統計的な揺らぎや読み出し回路系の雑音によって決まり、具体的に ΔE は、素子が接している熱浴の温度を T_b 、素子の熱容量を C_{th} とすると、

$$\Delta E = 2\sqrt{2\log 2} \xi \sqrt{k_B T_b^2 C_{th}} \quad (1.2)$$

となる(次章参照)。ここで、 ξ は素子の温度計としての絶対感度や熱浴との熱コンダクタンスの温度特性によって決まる定数($\xi < 1$)であり、 k_B は Boltzmann 定数である。高いエネルギー分解能を達成するためには素子のサイズを小さくすればよく、X線マイクロカロリメータが「マイクロ」たる所以である。また、 C_{th} は温度を低くすることで小さくなるので、素子の動作温度を低くすればよいことが分かる。典型的なX線マイクロカロリメータの動作温度は ~ 100 mKである。これまで、素子の温度上昇を測定するための温度計として高感度の超伝導遷移端温度計(TES)を用いたTES型X線マイクロカロリメータ(次章参照)において、5.9 keVのX線に対して $\Delta E_{FWHM} = 1.8$ eVというエネルギー分解能が報告されている[10]。これはX線輝線の微細構造を分解できるエネルギー分解能である。

マイクロカロリメータの時間分解能は、X線入射後に素子が熱的に緩和するまでの時間によって決まり、典型的に数100 μsec 程度である。X線CCDカメラや超伝導トンネル接合検出器と同様に、多素子アレイの形成によって位置分解能を持たせ、X線撮像分光検出器として用いることが可能であるが、素子の充填率の向上と信号多重化が課題である。これまでに 16×16 素子や 20×20 素子の多素子アレイが製作され、 6×6 素子の信号多重化に成功している。

日本のX線天文衛星「すざく」にはXRS(X-Ray Spectrometer)として半導体サーミスタ型X線マイクロカロリメータ(次章参照)の 6×6 素子アレイが搭載され(図1.10)、 $\Delta E_{FWHM} = 6.7$ eVのエネルギー分解能が確認されたが、打上げから1ヶ月後に極低温冷却用の液体ヘリウムが枯渇してしまう不具合が生じ、本格的な科学観測は不可能となった。しかし現在、2011年に打ち上げ予定のロケット実験「Micro-X」(アメリカ)でTES型X線マイクロカロリメータを用いた宇宙X線の観測が行われる予定である[11]。また、すざく衛星の後継機として2013年度に打ち上げ予定の日本の衛星「Astro-H」や2016年に打ち上げ目標の日本の衛星「DIOS」(Diffuse Intergalactic Oxygen Surveyor)にX線マイクロカロリメータが搭載される予定である[12][13]。また、2020年代までには1000素子程度の多素子アレイと信号多重化、そして、エネルギー分解能 $\Delta E_{FWHM} \lesssim 2$ eVをX線マイクロカロリメータで達成することが目標となっている。

1.3.8 次世代のX線検出器

表1.1にこれまで開発されたX線検出器の典型的な性能をまとめる。また、図1.11にこれまで衛星に搭載されたX線分光検出器のエネルギー分解能のエネルギー依存性、図1.12に近年開発が進められているX線分光検出器のエネルギー分解能の変遷を示す。X線天文学初期からX線検出器の性能は向上し続けており、エネルギー分解能に至っては3桁も改善されていることが分かる。

これまで宇宙X線の観測に用いられてきたX線検出器としては、撮像に特化したマイクロチャンネルプレートやX線CCDカメラ、分光に特化した回折格子等があるが、次世代のX線検出器としては広視野に渡って精細なX線画像が得られる撮像性能と同時に高いエネルギー分解能を合わせ持つ総合的な検出器が必要とされる。

具体的には、WHIMやX線天体等の3次元構造の詳細なマッピング等を行うためにX線CCDカメラ並のメガピクセルアレイと信号多重化の仕組みを持ちつつ、高温プラズマの物理状態や運動状態を精密に

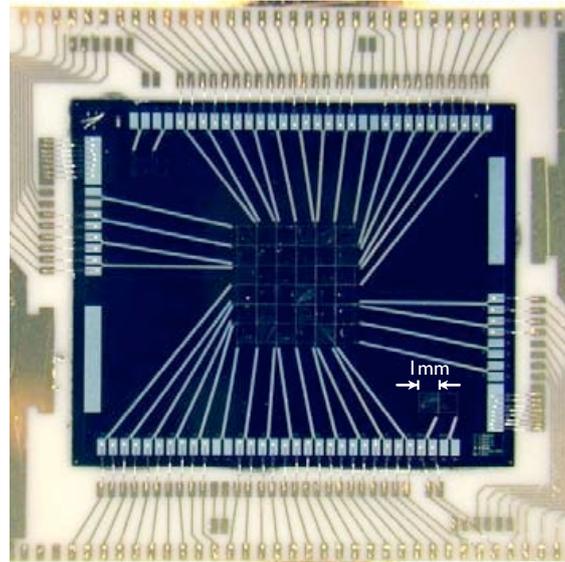


図 1.10: すざく衛星に搭載されている X 線マイクロカロリメータ「XRS」 [14]

表 1.1: X 線検出器の典型的な性能

	位置分解能	エネルギー分解能 (FWHM) ΔE_{FWHM}	時間分解能
比例計数管	0.1–1 mm	~ 1 keV@5.9 keV	1–100 μ sec
蛍光比例計数管	0.1–1 mm	~ 0.5 keV@5.9 keV	1–100 μ sec
マイクロチャンネルプレート	1–100 μ m	–	1–100 nsec
回折格子	–	1–10 eV@1 keV	–
半導体検出器	~ 20 μ m (アレイ化時)	~ 120 eV@5.9 keV	~ 10 nsec
X 線 CCD カメラ	~ 20 μ m	~ 120 eV@5.9 keV	0.1–10 sec
超伝導トンネル接合検出器	0.1–1 mm (アレイ化時)	~ 10 eV@5.9 keV	1–100 μ sec
X 線マイクロカロリメータ	0.1–1 mm (アレイ化時)	1–10 eV@5.9 keV	0.1–10 msec

診断するために 5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{FWHM} \lesssim 2$ eV のエネルギー分解能が欲しい。これらの性能を同時に満たす X 線検出器はこれまでに存在しないが、現在最も有力な検出器として開発が進められているのは X 線マイクロカロリメータである。

X 線マイクロカロリメータは現在最も高いエネルギー分解能が報告されている X 線検出器の一つである。これまで我々の研究グループにおいてもチタンと金の超伝導二重薄膜を利用した高感度 TES 素子による X 線マイクロカロリメータを開発し、 $\Delta E_{FWHM} = 2.8$ eV という世界最高レベルのエネルギー分解能を達成した。また、 16×16 素子のアレイを製作し、 $\Delta E_{FWHM} = 4.4$ eV という高いエネルギー分解能を達成した [16]。多素子アレイは数 100 素子、信号多重化は数 10 素子で実現しており、当面の課題は 1000 素子程度の多素子アレイの形成と信号多重化であるが、素子数をそれ以上増やすことは現在のところ困難であると言われている。

X 線 CCD カメラ以外に多素子アレイによる高い撮像性能を持つ検出器としては、動インダクタンス検出器がある。動インダクタンス検出器はマイクロ波の撮像検出器としての開発が進んでおり、GHz 帯の LC 共振回路を用いた信号読み出し方式によって既に数 1000 素子のアレイの形成や信号多重化が実現しようとしている。原理的にはメガピクセルアレイの形成と信号多重化が可能であると言われている。しかし、

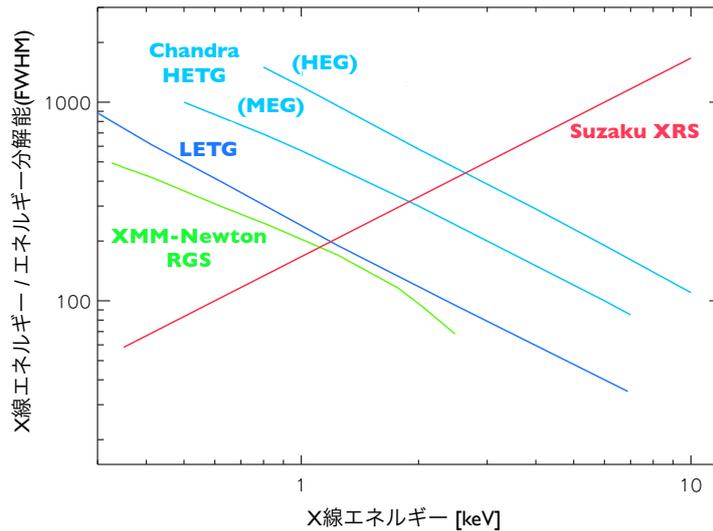


図 1.11: これまで衛星に搭載された X 線分光検出器のエネルギー分解能 [14]

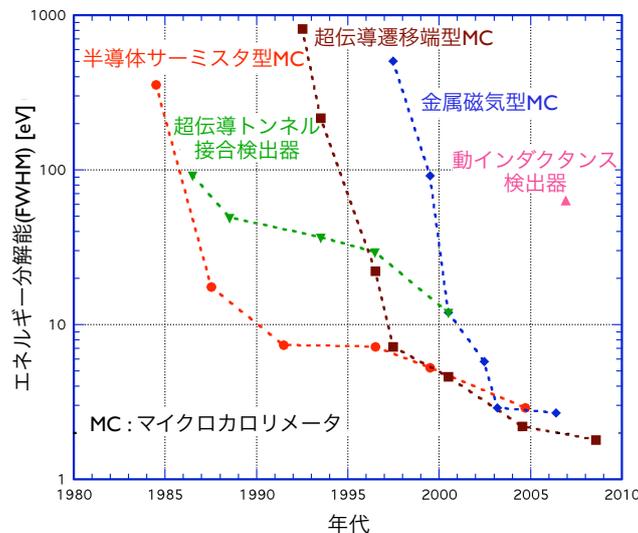


図 1.12: 近年開発が進められている X 線分光検出器のエネルギー分解能の変遷 [15]

動インダクタンス検出器を用いて X 線の分光観測を行った場合、5.9 keV の X 線に対して ΔE_{FWHM} が数 eV 以下のエネルギー分解能を達成することは困難であると言われている [17]。

1.4 本修士論文の目的

X 線検出器の撮像性能、エネルギー分解能の向上は X 線天文学を発展させるための重要な課題である。我々の研究グループは X 線マイクロカロリメータの開発によってこの課題に取り組んできた。これまでの X 線マイクロカロリメータでは高いエネルギー分解能を達成できるものの数 1000 素子以上の多素子アレイの形成と信号多重化が困難であり、技術革新が求められている。

本修士論文では X 線入射による素子の温度上昇を誘電体温度計を用いて測定する「誘電体 X 線マイクロカロリメータ」を提案し、概念検討および基礎実験を行う。信号の読み出し方式として動インダクタンス検出器で用いられているような GHz 帯の LC 共振回路を用いることができ、これによってこれまでの X

線マイクロカロリメータでは困難であるとされてきた数 1000 素子以上の多素子アレイの形成や信号多重化が実現可能であると期待される。

誘電体 X 線マイクロカロリメータの開発は、極低温 (~ 100 mK) において誘電率の温度依存性があり、温度計として用いることができるような誘電体を探索することから始まる。これまで極低温で誘電体の物性値を測定した例はあまり多くない。そこで、本修士論文では誘電体の極低温での物性値 (誘電率、誘電正接) を高精度で測定できるようなシステムを構築し、実際に極低温で誘電率の温度依存性が大きい可能性がある誘電体を測定する。今回は誘電体素子の材料候補として、2 K 以上において物性がよく研究され、誘電体温度計の材料として市販されているチタン酸ストロンチウム (SrTiO_3) を選び、その極低温での誘電率や誘電正接の高精度測定を試みる。

また、本修士論文では GHz 帯の LC 共振回路を用いた読み出し方式について検討し、電磁界シミュレータを用いて誘電体素子上に形成する共振回路を設計したり、誘電率変化 (X 線入射) による共振周波数変化を再現することで、X 線撮像分光検出器としての要求性能の実現可能性を検証する。

第 2 章

X 線マイクロカロリメータ

ここでは、X 線マイクロカロリメータの原理や特徴、これまで開発されてきた X 線マイクロカロリメータについて説明をする。

2.1 X 線マイクロカロリメータの原理

X 線は物質に入射すると光電吸収を受けてエネルギーを失う。そして、そのエネルギーは最終的に熱に変換され、物質の温度は上昇する。X 線マイクロカロリメータは、素子に入射した X 線光子 1 つ 1 つのエネルギーを温度上昇として測定する検出器である。図 2.1 に示すように素子 (X 線吸収体・温度計) と低温熱浴、これらをつなぐ熱リンクによって構成される。

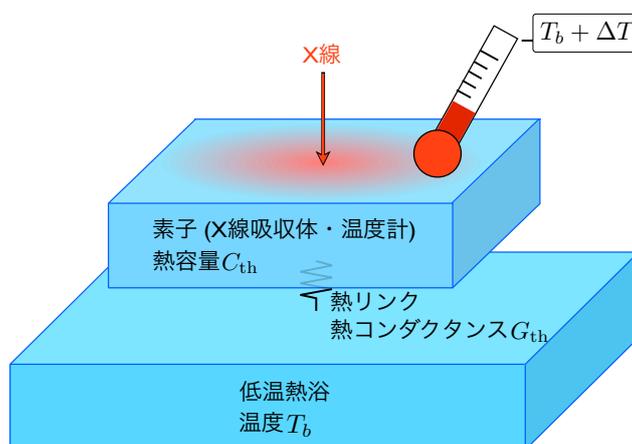


図 2.1: X 線マイクロカロリメータの構造

熱容量 C_{th} の素子が温度 T_b の熱浴に熱伝導率 G_{th} の熱リンクを通してつながっている単純なモデルを考える。素子にエネルギー E の X 線が入射するとき、入射直後 ($t = 0$) の素子の温度上昇 $\Delta T(0)$ 、素子の温度 $T(0)$ は、

$$\Delta T(0) = T(0) - T_b = \frac{E}{C_{th}} \quad (2.1)$$

となり、この温度上昇から X 線のエネルギーを求めることができる。ただし、素子の熱化は十分に速いことを仮定した。また、時刻 $t (> 0)$ における素子の温度変化 $\Delta T(t)$ は、熱伝導方程式より、

$$C_{th} \frac{d\Delta T(t)}{dt} = -G_{th} \Delta T(t) \quad \text{for } t > 0 \quad (2.2)$$

を満たす。つまり、 $\Delta T(t)$ (>0) は時間経過とともに指数関数的に減衰していく。式 (2.1)、(2.2) より、時刻 t (≥ 0) における $\Delta T(t)$ は、

$$\Delta T(t) = T(t) - T_b = \frac{E}{C_{th}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{for } t \geq 0 \quad (2.3)$$

となり、X線入射による信号はパルス状であることが分かる (図 2.2)。ここで、X線パルスの時定数 τ (熱的な緩和に要する時間) は、

$$\tau = \frac{C_{th}}{G_{th}} \quad (2.4)$$

であり、典型的に数 100 μsec 程度である。

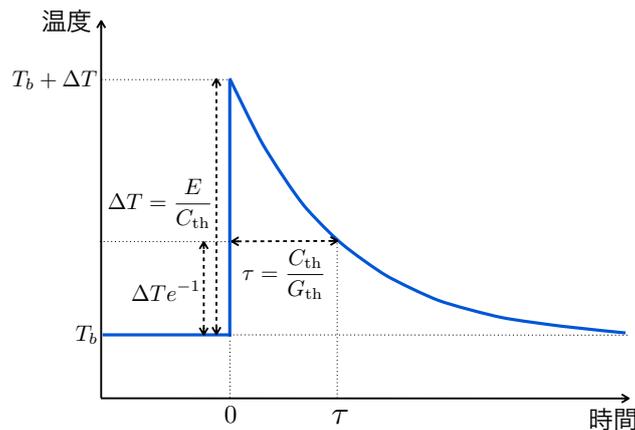


図 2.2: X線入射による X線マイクロカロリメータ素子の温度変化

X線マイクロカロリメータにおいて高いエネルギー決定精度 (エネルギー分解能) を実現するためには、信号雑音比をできるだけ大きくして、素子の温度上昇を精密に測定する必要がある。信号量を大きくするためには、X線エネルギーを大きな温度上昇に変えてそれを高感度の温度計で測定すればよい。X線エネルギーを大きな温度上昇に変えるためには、式 (2.1) より素子の熱容量 C_{th} を可能な限り小さくすればよく、素子の体積を X線吸収効率や検出器面積が損なわれない程度まで小さくすればよい。また、 C_{th} とし格子比熱および電子比熱を考えると、これらはそれぞれ温度の 3 乗および 1 乗に比例するので、素子の動作温度 (熱浴温度 T_b) を可能な限り低くすればよい。現実的に T_b は冷凍機によって安定に保持することができる ~ 100 mK にするのがよい。典型的に C_{th} は最小 pJ/K オーダーとなり、結局、keV オーダーの X線エネルギーを最大 mK オーダーという微小な温度上昇として測定することになる。これを精密に測定するためには高感度の温度計とノイズの抑制が必要となる。

2.2 X線マイクロカロリメータの素子

X線マイクロカロリメータの素子は、入射 X線のエネルギーを高い効率で光電吸収する X線吸収体としての能力と素子の温度上昇を高い精度で測定する温度計としての能力を持ち合わせている必要がある。また、X線が入射した際に素早く熱化し、十分熱化した後に素早く熱拡散するような熱設計をする必要がある。

2.2.1 X線吸収体としての素子

素子に入射した X 線は光電吸収によってエネルギーを失う。X 線マイクロカロリメータでは高い確率で素子中で X 線を止め、そのエネルギーを完全に熱エネルギーに変える必要があるため、素子が十分に厚い必要があるが、これは素子の熱容量を小さくしたいという要求に反している。しかし、光電吸収は原子番号が大きい元素ほど効率よく起こるので、そのような元素を含む物質を素子として用いることで、薄くても X 線吸収効率の高い素子を実現することができる。

2.2.2 温度計としての素子

素子の温度上昇を測定するために、素子の物性値 (例えば、電気抵抗や磁化率、誘電率等) の温度依存性を温度計として用いることができる。物性値 x の温度依存性を温度計として用いるとき、温度計の絶対感度 α_x を、

$$\alpha_x \equiv \frac{d \log x}{d \log T} \left(= \frac{T}{x} \frac{dx}{dT} \right) \quad (2.5)$$

のように定義することができる。 $|\alpha_x|$ が大きいほど温度変化に対する感度が高く、小さい温度変化でも精密に測定することができる。

2.2.3 素子の熱設計

素子の熱化、熱拡散が遅い場合、X 線入射後、温度が上がりきる前に熱が低温熱浴に逃げてしまうことでエネルギー分解能が劣化する。また、素子への X 線入射位置により熱化、熱拡散過程がばらつくことでイベントごとに信号が異なってしまう、S/N 比とは別にエネルギー分解能を劣化させる要因となる。以上のことから素子に求められる条件をまとめると、X 線吸収効率が高いことや熱容量が小さいこと、熱化、熱拡散が早いことが挙げられる。

一般的に、常伝導金属は熱化が非常に速いが、電子比熱が大きい。逆に、超伝導体は超伝導状態での電子比熱が小さく、原子番号とデバイ温度が大きければ熱容量を抑えつつ X 線吸収効率を高めることができる。しかし、超伝導遷移温度よりも十分に低温では Cooper 対が破壊された際に生成する準粒子の寿命が長くなるために熱化が非常に遅い。誘電体や半導体は、バンドギャップの不純物準位に電子が捕捉されて準安定な状態を作ってしまう、熱化という点で劣ることが多いが、材料の選択の幅が広く、原子番号の大きい元素を含ませることで X 線吸収効率を高めることができる。

また、式 (2.4) より、素子の熱容量と熱リンクの熱コンダクタンスによって X 線パルスの時定数 τ が決まるため、素子の熱設計をする上では熱リンクの熱コンダクタンスも考慮に入れる必要がある。素子の熱化が遅く、熱リンクの熱コンダクタンスが大きい (τ が小さい) 場合には、X 線入射後、温度が上がりきる前に熱が低温熱浴に逃げてしまうことが問題となる。一方、 τ が大きい場合、パイルアップイベント (素子が十分に緩和しないうちに次の X 線が入射してしまうこと) 等が問題となる。熱リンクの熱コンダクタンスはこれらのトレードオフによって最適値が決まる。

2.3 X線マイクロカロリメータの種類

これまで研究されてきた X 線マイクロカロリメータは、半導体サーミスタ型、TES 型、金属磁気型、動インダクタンス検出器等の種類に大別される。ここでは、これらについて紹介し、その原理や特徴、開発現状等について簡単に述べる。

2.3.1 半導体サーミスタ型 X線マイクロカロリメータ

半導体サーミスタ型 X線マイクロカロリメータは、半導体素子の電気抵抗の温度依存性を温度計として用いる。例えば、シリコンに $10^{18} - 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ 程度の不純物をドーピングすることにより $\sim 100 \text{ mK}$ で大きな感度を持つようになる。温度計の絶対感度 α_R は、半導体素子の抵抗を R とすると、

$$\alpha_R = \frac{d \log R}{d \log T} \quad (2.6)$$

のように表すことができ、典型的に $\alpha_R \sim -6$ 程度を実現することができる。そして、これまでに実験室では 5.9 keV の X線に対して $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3.2 \text{ eV}$ というエネルギー分解能が得られている [18]。日本の X線天文衛星「すざく」の XRS (X-Ray Spectrometer) として 6×6 素子の半導体サーミスタ型 X線マイクロカロリメータが搭載され、最初期の観測で $\Delta E_{\text{FWHM}} = 6.7 \text{ eV}$ のエネルギー分解能を達成した実績があり、2013 年度に打ち上げ予定の X線天文衛星「ASTRO-H」の SXS (Soft X-ray Spectrometer) としても搭載される予定である [12]。

2.3.2 TES 型 X線マイクロカロリメータ

TES 型 X線マイクロカロリメータは、超伝導体を素子として用い、X線の入射、吸収による温度上昇を超伝導遷移端における急激な電気抵抗の変化として測定する。つまり、超伝導体の臨界温度付近の電気抵抗の急峻な温度依存性を温度計として用いる (図 2.3)。このタイプの温度計を TES (Transition Edge Sensor) という。TES は X線マイクロカロリメータだけではなく、赤外線や電波 (マイクロ波、サブミリ波等) のボロメータとしても用いられている。TES の絶対感度 α_R は、超伝導体素子の電気抵抗を R とすると、式 (2.6) によって表すことができ、 $\alpha_R \sim 1000$ という半導体サーミスタ型の 100 倍以上の感度を実現することができる。

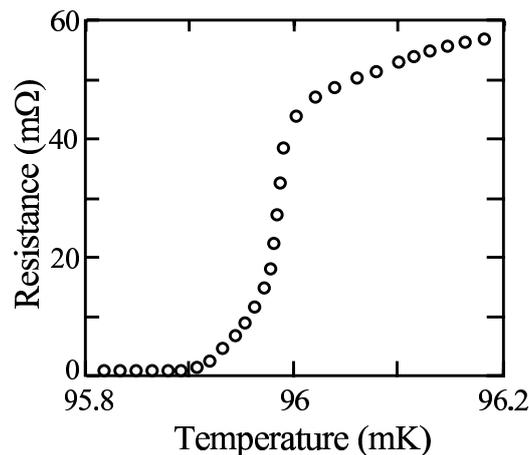


図 2.3: モリブデン/銅の二重薄膜による TES の臨界温度付近の電気抵抗の温度依存性 [19]

TES では典型的に数 10 – 数 100 mΩ の電気抵抗を測定することになる

1941 年、D. H. Andrews は臨界温度 3.2 K のタンタル線に電流を流し、温度上昇による抵抗の変化から赤外線の信号を検出した。これが TES を利用した史上初のボロメータである。また、彼は 1949 年に臨界温度 15 K の窒化二オブ線を用いて α 粒子による電圧パルス信号を検出した。これが TES を利用した史上初のカロリメータである。低抵抗な TES は信号増幅器に対するノイズマッチングが難しく、発明から半世

紀近く検出器への応用は行われてこなかったが、近年では超伝導量子干渉計 (SQUID : Superconducting QUantum Interference Device) が開発されたことで検出器への応用が盛んに研究されるようになった。SQUID は Josephson 接合を用いた磁気センサであり、極低温で微小な磁場の変化に反応することを利用し、微小な電流信号を増幅して電圧信号として出力する。従って、高感度の電流計として用いることができる。

TES 型 X 線マイクロカロリメータの動作温度は TES の臨界温度となる。前述の通り、素子の動作温度は ~ 100 mK とするのがよく、モリブデン/銅やチタン/金等、超伝導体/常伝導体の二重薄膜の近接効果 (常伝導体と超伝導体を近接させることで超伝導体の Cooper 対が常伝導体に侵入する現象) を利用して臨界温度の調節が行われる。また、定電圧バイアス下で TES を動作させることで極めて狭い超伝導遷移端に素子の動作温度を安定に保持でき、熱浴の温度揺らぎ等の影響を受けにくくなる。これは、素子の温度低下に対しては電気抵抗が減少して Joule 発熱が増加し、温度上昇に対しては電気抵抗が増加して Joule 発熱が減少する強い負のフィードバック (電熱フィードバック) がかかるためである。X 線パルスの時定数も電熱フィードバックの効果によって小さくなる。

これまでに 5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1.8$ eV というエネルギー分解能が GSFC/NASA により報告されている [10]。

TES 型 X 線マイクロカロリメータは 2011 年 1 月に打ち上げ予定のロケット実験「*Micro-X*」(アメリカ) に搭載され、初の X 線分光観測が行われる予定である [11]。その後、2016 年に打ち上げ目標の日本の衛星「*DIOS*」にも搭載され、WHIM 探査に利用される予定である [13]。また、2020 年代に打ち上げ目標の衛星「*IXO*」には 1000 素子程度の多素子アレイと信号多重化、そして、エネルギー分解能 $\Delta E_{\text{FWHM}} \lesssim 2$ eV の TES 型 X 線マイクロカロリメータを搭載することを目標としている。

2.3.3 金属磁気型 X 線マイクロカロリメータ

金属磁気型 X 線マイクロカロリメータは、常磁性合金に磁場をかけたときの磁化量の温度依存性を温度計として用いる。常磁性合金素子の磁化量を M とすると、温度計の絶対感度 α_M は、

$$\alpha_M = \frac{d \log M}{d \log T} \quad (2.7)$$

となり、典型的に $\alpha_M \sim 1$ 程度となる。

信号読み出しのための増幅器としては SQUID が用いられる。また、常磁性合金によく用いられるのはエルビウムという金属であり、エルビウム-金の素子による金属磁気型 X 線マイクロカロリメータでは、5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2.7$ eV のエネルギー分解能が得られている [20]。

2.3.4 動インダクタンス検出器

動インダクタンス検出器は、光子の入射による温度変化によって Cooper 対の密度が変化することで生じる超伝導体のインダクタンス (動インダクタンス) の変化を温度計として用いる。

動インダクタンスの変化は高周波 (GHz) 帯の LC 共振回路を用いて共振周波数の変化を測定することで読み出す。この方法を用いることで、LC 共振回路の並列という簡単な仕組みによって多素子アレイを実現することができる。高周波の LC 共振回路では、1 本の信号伝送線路に多数の LC 共振回路 (素子) を接続することでそれぞれの信号を読み出すことができるので、配線の本数や面積を小さくすることができる (図 2.4)。また、各素子の共振周波数を少しずつ違えて高周波帯に多数並べ、それらを同時にモニターすることにより信号多重化も比較的容易に行うことができる。仮に数 GHz の共振周波数を数 100 kHz の間隔で並

べると、約 10000 素子の信号を同時に読み出すことができる。

信号読み出しのための増幅器としては SQUID ではなく高電子移動度トランジスタ (HEMT : High Electron Mobility Transistor) が用いられる。HEMT は電界効果トランジスタの一種であり、電子が移動する層に障害となる不純物が存在せず電子移動度が高いため、低ノイズアンプとも呼ばれる。エネルギー分解能は、Cooper 対の破壊によって生成される準粒子数の統計的な揺らぎや準粒子の寿命、HEMT のノイズ等によって決まる。これまでに 5.9 keV の X 線に対して $\Delta E_{FWHM} = 62$ eV のエネルギー分解能が得られているが [17]、現在はマイクロ波の撮像検出器としての開発が進んでおり、数 1000 素子のアレイの形成や信号多重化が実現しようとしている。原理的にはメガピクセルアレイの形成や信号多重化も可能である。

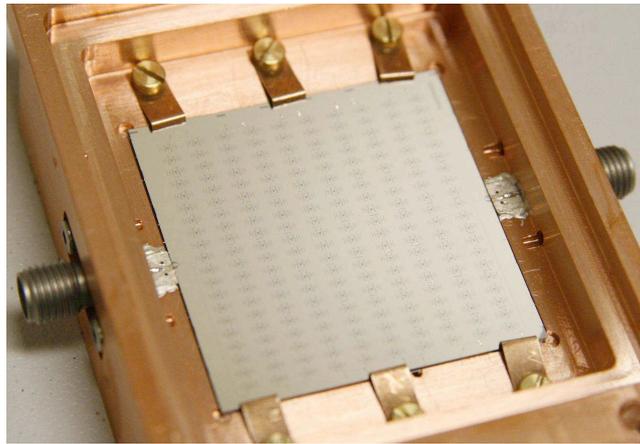


図 2.4: 動インダクタンス検出器の多素子アレイ (S. G. C. Yates)[22]

2.4 X線マイクロカロリメータの多素子アレイと信号多重化

検出器の多素子アレイは単に素子数が多いだけではなく、素子の充填率が高い必要がある。また、X線マイクロカロリメータに代表されるような極低温検出器は、検出器からの信号を高温 (地上実験では 300 K) の測定回路系に送らなければならない。検出器が多素子からなる場合、それらからの信号を素子数と同じ本数 (もしくはホットとリターンで 2 倍) の配線で読み出そうとすると熱流入によって検出器を極低温に保持できなくなる。よって、多素子の信号を極低温部で 1 つにまとめて高温部に送り、復元するような信号多重化の仕組みが必要がある。

これまで、X線マイクロカロリメータでは以下に示すような多素子アレイの形成と信号多重化の方式が考え出されている。

2.4.1 多素子アレイの形成

素子の物性値を読み出すためには各素子から配線を出す必要があり、配線のスペースが素子の充填率を制限する。これまで、素子 (X線吸収体) をマッシュルーム型にして読み出し配線がその笠の下を通るようすることで配線のスペースをデッドスペースにしないようにする方法や (図 2.5)、ホットとリターンの配線を絶縁膜を挟んで上下に重ねる積層配線を形成したりすることで配線スペースを小さくする方法等が考え出されてきた。

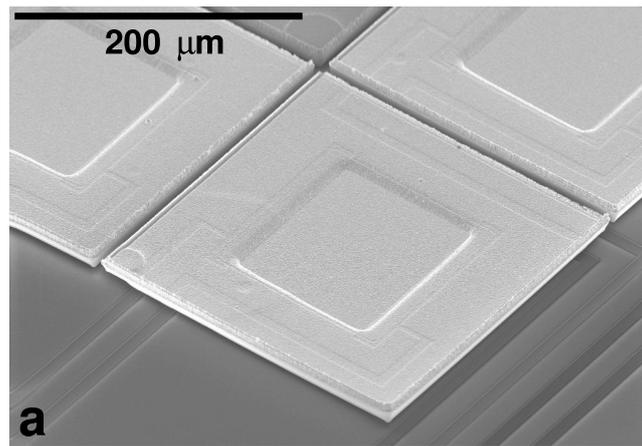


図 2.5: マッシュルーム型素子 (J. A. Charvenak, L.Wang)[21]

2.4.2 時分割方式による信号多重化

時分割方式は検出器の中で信号を読み出す素子を時刻によって変化させる方式である (図 2.6)。X 線パルスの時定数よりも十分短い周期 (数 100 kHz 以上) でこれを繰り返すことで、全素子の信号を同時に読み出すことができる。高速スイッチング回路等で回路構成が複雑になることが問題となる。

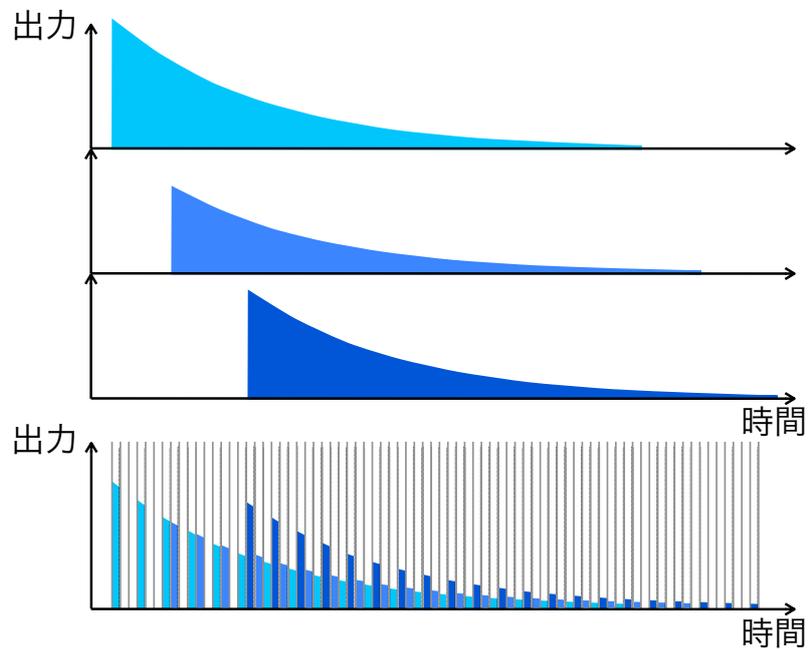


図 2.6: 時分割方式による 3 素子の信号多重化の概念図

2.4.3 周波数分割方式による信号多重化

周波数分割方式は各素子毎に異なる周波数変調をかけてそれらの信号を加算して読み出し、極低温部から高温部へ送った後に復調するという方式である (図 2.7)。時分割方式に比べて回路構成が単純になる。

周波数変調は X 線パルスの時定数 (周波数) よりも十分高速である必要があり、数 100 kHz 以上の周波数が必要になる。周波数間隔は各素子の信号が干渉しない 200 kHz 以上にする必要があり、位相回りの問題により MHz 以上の周波数帯域を用いることが困難である。そのため素子数が制限される。

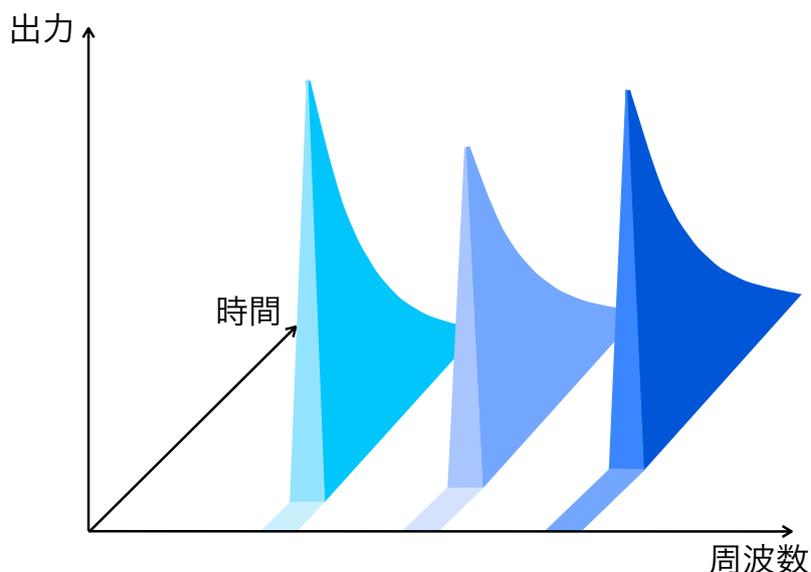


図 2.7: 周波数分割方式による 3 素子の信号多重化の概念図

2.4.4 X線マイクロカロリメータの撮像性能の現状と課題

X 線 CCD カメラと同等のメガピクセルの撮像性能を X 線マイクロカロリメータに持たせることは次世代 X 線検出器開発の大きな目標の 1 つである。しかし、X 線マイクロカロリメータにおいて現在実現しているのは、数 100 素子のアレイ化と数 10 素子の信号多重化であり、メガピクセル化には遠く及ばない。当面の課題は 1000 素子程度の多素子アレイの信号多重化である。メガピクセル化のためには単純な回路と少ない配線によって多素子アレイを実現することや GHz 帯以上で広帯域を用いた信号多重化を行うことが必要である。

2.5 X線マイクロカロリメータのノイズとエネルギー分解能

X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能を見積もるためには、ノイズの評価を行う必要がある。X 線マイクロカロリメータには固有のノイズとして、素子の熱を担う量子 (フォノン) の揺らぎに起因するフォノンノイズ (熱揺らぎノイズ) と素子の電気抵抗に起因する Johnson ノイズ (Nyquist ノイズ) が存在する。フォノンノイズと Johnson ノイズによって X 線入射による信号が乱される様子を図 2.8 に示す。その他にも、読み出し回路中の電気抵抗に起因する Johnson ノイズや増幅器によるノイズ、熱浴の温度揺らぎ、バックグラウンドの放射、外部磁場等を起源とするノイズ等が存在する。これらのノイズがエネルギー分解能に制限を与える。

図 2.8 のように時間の関数として得られた出力信号をフーリエ変換して周波数の関数として表し、X 線信号の電力スペクトルやノイズの電力スペクトル密度を求めると、信号雑音比スペクトルやノイズ等価電力

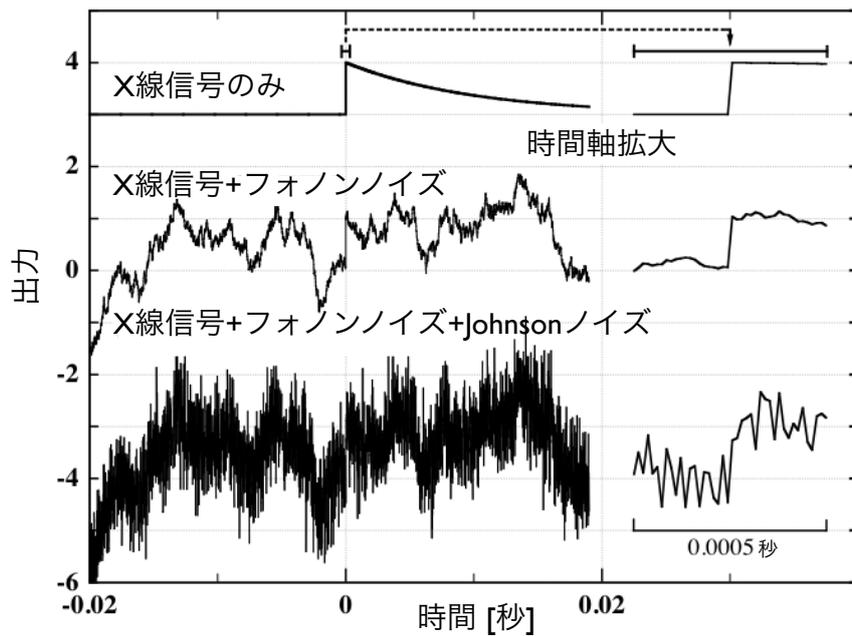


図 2.8: フォノンノイズと Johnson ノイズによって乱される X 線信号 [21]

(NEP) が計算され、そこから X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能が計算される (付録 B 参照)。

例えば、理想的な TES 型 X 線マイクロカロリメータの場合、典型的なフォノンノイズと Johnson ノイズ、読み出し回路系のノイズを仮定すると、X 線信号の電力スペクトルとノイズの電力スペクトル密度は図 2.9 のようになる。

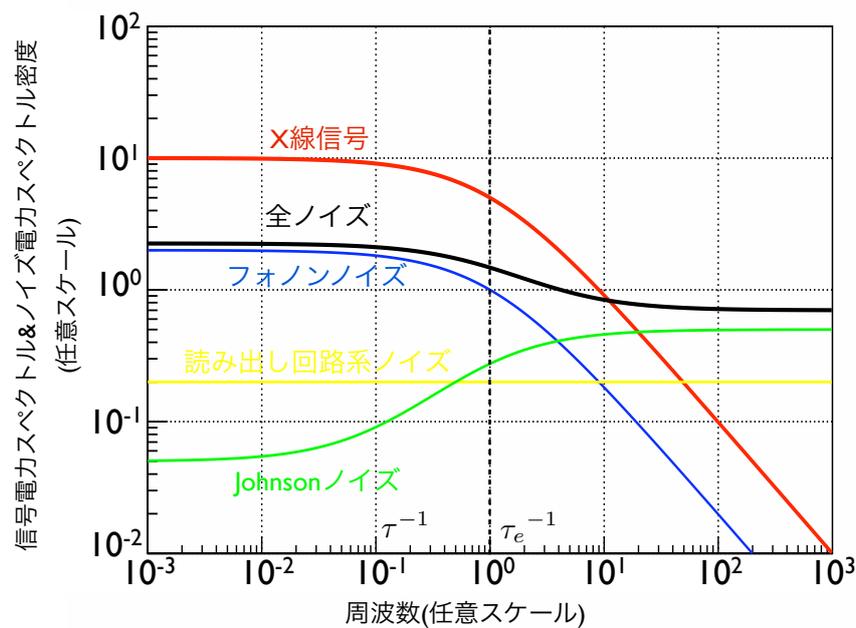


図 2.9: 理想的な TES 型 X 線マイクロカロリメータの X 線信号の電力スペクトルとノイズの電力スペクトル密度 (概形)

電熱フィードバックを考慮した X 線パルスの時定数を有効時定数 τ_e とし、 τ_e^{-1} を有効応答周波数とする。X 線信号の電力スペクトルは $(1 + \omega^2\tau_e^2)^{-1}$ の周波数依存性を持つため、 τ_e^{-1} より高周波の成分が減衰する。フォノンノイズの電力スペクトル密度は、X 線信号の電力スペクトルと同様の周波数依存性を持つため、その信号雑音比は周波数依存しないことが分かる。Johnson ノイズの電力スペクトル密度は、 τ_e^{-1} より低周波の成分が電熱フィードバックの効果を受けて抑制されてフォノンノイズよりも十分小さくなるが、 τ_e^{-1} より高周波の成分では支配的になる。読み出し回路系のノイズは周波数依存しないと仮定する。

ここで、読み出し回路系のノイズの電力スペクトル密度がフォノンノイズと Johnson ノイズの電力スペクトル密度の和よりも十分に小さいとすると、エネルギー分解能はフォノンノイズと Johnson ノイズによって制限される。フォノンノイズと Johnson ノイズの NEP は、

$$\text{NEP}_p^2(\omega) = 4k_B T_p^2 G_{\text{th}} \Gamma(T_p, T_b) \quad (2.8)$$

$$\text{NEP}_J^2(\omega) = 4k_B T_b^2 \frac{n G_{\text{th}} \theta^2}{\alpha_R (1 - \theta^{-n})} (1 + \omega^2 \tau^2) \quad (2.9)$$

と表され ($\Gamma(T_p, T_b) \sim 1/2$)、

$$\text{NEP}_{\text{tot}}^2(\omega) = \text{NEP}_p^2(\omega) + \text{NEP}_J^2(\omega) \quad (2.10)$$

とすると、 ΔE_{FWHM} は、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2 \log 2} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\text{NEP}_{\text{tot}}^2(\omega)} \right\}^{-1/2} \sim 4\sqrt{2 \log 2} \sqrt{\frac{n}{2}} \sqrt{\frac{k_B T_b^2 C_{\text{th}}(T_b)}{\alpha_R}} \quad (2.11)$$

となる (付録 B 参照)。ここで、 n は熱浴との熱コンダクタンスの温度特性によって決まる指数である。具体的に $n = 2$ 、 $\alpha_R = 1000$ 、 $T_b = 100$ mK、 $C_{\text{th}}(T_b) = 1$ pJ/K を仮定すると、 $\Delta E_{\text{FWHM}} \sim 0.3$ eV となる。これは理想的な TES 型 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能であり、実際は読み出し回路系のノイズ等によって劣化する。

同様に金属磁気型 X 線マイクロカロリメータの場合は、フォノンノイズや磁氣的 Johnson ノイズ、読み出し回路系のノイズ等がエネルギー分解能を制限する。

第 3 章

誘電体 X 線マイクロカロリメータ

これまでの X 線マイクロカロリメータは、素子の電気抵抗や磁化量等の温度依存性を用いて X 線入射による素子の温度上昇を測定し、高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、数 1000 素子以上の多素子アレイの形成や信号多重化が困難であり、ブレイクスルーの余地がある。

そこで考え出されたのが素子の誘電率の温度依存性 (誘電体温度計) を用いて X 線エネルギーを測定する「誘電体 X 線マイクロカロリメータ」である。ここでは、誘電体 X 線マイクロカロリメータの原理を説明し、これまでの X 線マイクロカロリメータとの違いや期待される X 線撮像分光検出器としての性能について述べる。

3.1 誘電体 X 線マイクロカロリメータの原理

近年の材料工学の発展により、2 K 付近での誘電率が比較的大きな温度依存性を持つ量子強誘電体という種類の誘電体が発見された (次章参照)。この誘電体の誘電率が ~ 100 mK 付近でも温度依存性を持つならば、これを X 線マイクロカロリメータの素子として用いることができる。

誘電体の誘電率はキャパシタの静電容量として測定することができる。従って、X 線エネルギーを静電容量変化として測定することができる。誘電体温度計の絶対感度 α_c は、誘電体素子の静電容量を C_d とすると、

$$\alpha_c \equiv \frac{d \log C_d}{d \log T} = \frac{T}{C_d} \frac{d C_d}{d T} \quad (3.1)$$

となる。

誘電体は半導体、超伝導体、常磁性体等に比べて材料の選択の幅が広く、例えば、原子番号の大きい元素を含ませることで X 線吸収効率を高めたり、X 線マイクロカロリメータの素子として適した材料を作り出すこともできる。

誘電体の静電容量変化を感度よく測定する方法はいくつか考えられる。例えば、誘電体キャパシタに直流定電圧バイアスを印可し、静電容量変化を誘起電荷変化として測定する方法がある。誘起電荷変化をさらに電荷有感型増幅器で信号を増幅して読み出すことで、X 線を電圧パルス信号として検出することができる。この仕組みによるカロリメータは、 α 線の照射試験によってパルスが検出されたという報告がある [23]。

また、他の方法として、動インダクタンス検出器の読み出し法を応用する方法がある。この方法では誘電体キャパシタとインダクタで LC 共振回路を組み、交流バイアスを印可することで、静電容量変化を共振周波数変化として測定することができる。多素子アレイの形成は LC 共振回路の並列という簡単な仕組みによって実現され、信号多重化も各素子の共振周波数を少しずつ違えて高周波 (GHz) 帯に多数並べてそれらを同時にモニターすることにより比較的容易に行うことができる。動インダクタンス検出器では、こ

の仕組みによって既に数 1000 素子のアレイの形成とそれらの信号多重化が実現しようとしている。そして、原理的にはメガピクセルアレイの形成とその信号多重化も可能である。これを行うためには、共振周波数や共振の幅、共振周波数変化が調節可能である必要がある。共振周波数変化は誘電体素子のパラメータによって、共振周波数と共振の幅は LC 共振回路のデザインによってそれぞれ調節することができると考えられる。特に、X 線分光のためには X 線エネルギーと共振周波数変化の関係を知る必要がある。

3.1.1 X 線入射による誘電体素子の誘電率変化

X 線入射による共振周波数変化を決める要素 (誘電体素子のパラメータ) について調べる。そのための第 1 段階として、誘電体素子 (キャパシタ) に X 線が入射したときの静電容量 (誘電率) 変化とその応答関数を求める。

まず、時間に依存する微小な熱入力 $P_{\text{in}}(t) = \delta P e^{i\omega t}$ を素子に与えることを考える。このとき系の応答は線形であり、素子の温度が $T - T_p = \delta T e^{i\omega t}$ 上昇したとする。素子に電気抵抗がなく電熱フィードバックがないため、熱伝導方程式より、

$$\delta T = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 + i\omega \frac{C_{\text{th}}}{G_{\text{th}}}} = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \delta P \quad (3.2)$$

となる (素子に電気抵抗がある場合については付録 A 参照)。素子の温度が T_p から $T_p + \delta T$ に上昇するとき、静電容量 C_d の変化 δC_d が一次近似、

$$\delta C_d = C_d(T_p + \delta T) - C_d(T_p) \sim \frac{dC_d(T_p)}{dT} \delta T \quad (3.3)$$

で十分よく表され、 C_d が式 (3.1) で表される絶対感度を持つとき、

$$\delta C_d \sim \alpha_c \frac{C_d(T_p)}{T_p} \delta T \quad (3.4)$$

となる。ここまですとまとめると、 δP に対する δC_d の静電容量応答関数 $S_{C_d}(\omega)$ は、

$$S_{C_d}(\omega) \equiv \frac{\delta C_d}{\delta P} = \frac{\delta C_d}{\delta T} \frac{\delta T}{\delta P} = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \alpha_c \frac{C_d(T_p)}{T_p} = \frac{\alpha_c C_d(T_p)}{G_{\text{th}} T_p} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \quad (3.5)$$

と定義される。 $S_{C_d}(\omega)$ は周波数空間の関数である。

因に、熱入力 $P_{\text{in}}(t) = E\delta(t)$ を素子に与えると、周波数空間においてこの入力 $\delta P_{\text{in}}(\omega)$ は、

$$\delta P_{\text{in}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t)e^{i\omega t} dt = \frac{E}{2\pi} \quad (3.6)$$

と表され、これに対する温度変化 $\delta T(\omega)$ は、

$$\delta T(\omega) = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \delta P_{\text{in}}(\omega) = \frac{E}{2\pi G_{\text{th}}} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \quad (3.7)$$

となる。 $\delta T(\omega)$ を逆フーリエ変換することで時間空間の関数に変換すると、

$$\delta T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta T(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{E}{2\pi G_{\text{th}}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau} d\omega = \frac{E}{G_{\text{th}}\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{E}{C_{\text{th}}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.8)$$

となり、式 (2.3) と一致する。また、 $\delta C_d(t)$ は、

$$\delta C_d(t) = \frac{\alpha_c C_d(T_p) E}{C_{\text{th}} T_p} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.9)$$

となり、温度変化と同様にパルス状となることが分かる。

ここで、X 線入射に対する静電容量変化 (パルスハイト) を具体的な数値として求める。誘電体の比熱は格子比熱が支配的であると仮定すると、誘電体素子の熱容量 $C_{th}(T_p)$ は、素子の温度 T_p の 3 乗に比例する。素子を面積 A (例: すぐく衛星搭載の XRS の素子と同じ 1 mm^2)、厚さ t (例: $100 \text{ }\mu\text{m}$) の平板型とし (A 、 t は常温での値)、 $C_{th}(100 \text{ mK}) \equiv C_{th,100}$ とすると、熱容量 $C_{th}(T_p)$ は、

$$C_{th}(T_p) = C_{th,100} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^3 \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right) \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right) \text{ [J/K]} \quad (3.10)$$

となる。 $C_{th,100} = 1 \text{ pJ/K}$ と仮定すると、この素子にエネルギー E の X 線 (例: ^{55}Fe からの Mn K α 線 $\rightarrow 5.9 \text{ keV}$) を入射させたときの素子の温度上昇 δT は、

$$\begin{aligned} \delta T &= \frac{E}{C_{th}(T_p)} \\ &= \frac{5.9 \times 1.60 \times 10^{-16}}{10^{-12}} \left(\frac{C_{th,100}}{1 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-3} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \\ &= 9.4 \times 10^{-4} \left(\frac{C_{th,100}}{1 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-3} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \text{ [K]} \end{aligned} \quad (3.11)$$

となる。この素子に 5.5 MeV の α 粒子を入射させたとき、素子の温度上昇は $\delta T \sim 0.88 \text{ K}$ となる。

誘電体素子の静電容量 (誘電率) を測定するためにこれをキャパシタとして機能させる。誘電体の平行平板キャパシタ (極板面積 A 、極板間距離 t) を素子として用いることを仮定すると、その静電容量 $C_d(T_p)$ は、

$$C_d(T_p) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(T_p) \frac{A}{t} \quad (3.12)$$

となる。ここで ε_0 は真空の誘電率 ($8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)、 $\varepsilon_r(T)$ は誘電体の比誘電率である。誘電体としては次章で紹介するような極低温で高誘電率かつ誘電率の温度依存性が大きい誘電体を想定し、 $\varepsilon_r(100 \text{ mK}) = 10^4$ と仮定すると、極板面積 A (例: $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$)、極板間距離 t (例: $100 \text{ }\mu\text{m}$) の STO 平行平板キャパシタ素子の静電容量 C_d は、

$$C_d(T_p) = 8.85 \times 10^{-10} \left(\frac{\varepsilon_r(T_p)}{10^4} \right) \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right) \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \text{ [F]} \quad (3.13)$$

となる。素子の温度が T_p から $T_p + \delta T$ に上昇するとき、 C_d が仮に $\alpha_c = 1$ の絶対感度を持つとした場合、この素子に 5.9 keV の X 線を入射させたときの静電容量変化 $\delta C_d(T_p)$ は、式 (3.4) より、

$$\delta C_d(T_p) = 8.3 \times 10^{-12} \left(\frac{\alpha_c}{1} \right) \left(\frac{\varepsilon_r(T_p)}{10^4} \right) \left(\frac{C_{th,100}}{1 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-4} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-2} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \text{ [F]} \quad (3.14)$$

となり、静電容量の相対変化 $\delta C_d/C_d$ は、

$$\frac{\delta C_d}{C_d} = 9.4 \times 10^{-3} \left(\frac{\alpha_c}{1} \right) \left(\frac{C_{th,100}}{1 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-4} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \quad (3.15)$$

となる。

3.1.2 X 線入射による共振周波数変化

動インダクタンス検出器は光子の入射による超伝導体の動インダクタンス変化を高周波 LC 共振回路の共振周波数変化として検出する。同様に誘電体 X 線マイクロカロリメータでも静電容量変化を極低温下で動作する高周波 LC 共振回路の共振周波数変化として検出し、X 線エネルギーを測定することを考える。

静電容量 C_d の誘電体素子 (キャパシタ) とインダクタンス L のインダクタで LC 共振回路を形成したとき、その共振周波数 ω_r が、

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{C_d L}} \quad (3.16)$$

となると仮定する。素子の温度が T_p から $T_p + \delta T$ に上昇するとき、インダクタンス L が温度依存性を持たず、共振周波数変化 $\delta\omega_r$ が一次近似、

$$\delta\omega_r(T_p) = \omega_r(T_p + \delta T) - \omega_r(T_p) \sim \frac{d\omega_r(T_p)}{dT} \delta T \quad (3.17)$$

で十分よく表されるとすると、

$$\delta\omega_r(T_p) = \frac{d\omega_r}{dC_d} \frac{dC_d}{dT} \delta T \sim \frac{d\omega_r}{dC_d} \frac{\delta C_d}{dT} \delta T = -\frac{1}{2\sqrt{C_d^3 L}} \delta C_d = -\frac{1}{2} \omega_r \frac{\delta C_d}{C_d} \quad (3.18)$$

となる。前節の結果からここまでをまとめると、 δP に対する $\delta\omega_r$ の共振周波数応答関数 $S_{\omega_r}(\omega)$ は、

$$S_{\omega_r}(\omega) \equiv \frac{\delta\omega_r}{\delta P} = \frac{\delta\omega_r}{\delta C_d} \frac{\delta C_d}{\delta T} \frac{\delta T}{\delta P} = \frac{1}{G_{th}} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \alpha_c \frac{C_d}{T_p} \left(-\frac{\omega_r}{2C_d} \right) = -\frac{\alpha_c \omega_r}{2G_{th} T_p} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \quad (3.19)$$

と定義される。 $S_{\omega_r}(\omega)$ は周波数空間の関数である。

因に、熱入力 $P_{in}(t) = E\delta(t)$ を素子に与えると、 $\delta\omega_r(t)$ は、

$$\delta\omega_r(t) = -\frac{\alpha_c \omega_r E}{2C_{th} T_p} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (3.20)$$

となり、温度変化と同様にパルス状となることが分かる。

ここで、X 線入射に対する共振周波数変化 (パルスハイト) を具体的な数値として求める。前節で仮定した誘電体素子 (キャパシタ) に 5.9 keV の X 線を入射させたときの共振周波数の相対変化 ($\Delta_r(\omega) \equiv \delta\omega_r/\omega_r$) は、式 (3.15)、(3.18) より、

$$|\Delta_r(\omega)| \sim 4.7 \times 10^{-3} \left(\frac{\alpha_c}{1} \right) \left(\frac{C_{th,100}}{1 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-4} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ } \mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \quad (3.21)$$

となる。つまり、共振周波数が 1 GHz であれば 4.7 MHz の変化が見込まれる。式 (3.21) から分かる通り、ある決まった X 線エネルギーに対して $\Delta_r(\omega)$ を大きく (小さく) 調節したいときは以下のようにすればよい。

- ① 誘電体素子として温度計絶対感度が高い (低い) 材料を選ぶ
- ② 誘電体素子として比熱が小さい (大きい) 材料を選ぶ
- ③ 誘電体素子の体積を小さく (大きく) する
- ④ 動作温度を低く (高く) する

信号量を大きくするためには共振周波数変化が大きい方がよいが、GHz 帯に多素子の共振周波数を並べるためにはそれらの間隔よりも共振周波数変化が十分小さくなるように調節する必要がある。例えば、1 – 2 GHz 帯に数 1000 素子の共振周波数を並べるためには共振周波数変化が MHz 以下である必要がある。

今回仮定したこれらのパラメータは α_c 以外は大きく変化し得るものではない。例えば、素子の面積は視野と熱容量との兼ね合いによって決まるが、大体 1 mm^2 オーダーとなる。また、厚さは X 線吸収効率が十分に得られるという条件下で最小値とするのがよく、素子の材質によって異なるが、大体 $100 \mu\text{m}$ オーダーとなる。素子の動作温度は冷凍機によって安定に保持することができる $\sim 100 \text{ mK}$ にするのがよい。 $\sim 100 \text{ mK}$ での比熱や α_c はこれまでに測定例がないが、比熱については格子比熱が支配的であると仮定することで数 K での測定値から 100 mK での値を概算することができ、大体 1 pJ/K オーダーとなる。一方、 α_c は極低温での誘電率の温度依存性が未知なために数 K での測定値から 100 mK での値を予想することが困難である。従って、実際に測定して調べることが必要となる (第 5 章参照)。

3.1.3 高周波 LC 共振回路による誘電体 X 線マイクロカロリメータ

式 (3.21) より、誘電体 X 線マイクロカロリメータでは LC 共振回路の共振周波数変化を読み出すことで X 線エネルギーを測定できることが示されたが、次はこの共振周波数変化を読み出す方法を考える。動インダクタンス検出器では、高周波 (GHz 帯) LC 共振回路を用い、信号伝送線路の電力透過特性の変化から共振周波数変化を読み出す。誘電体 X 線マイクロカロリメータでも同じような方法で共振周波数変化を読み出すことを考える。GHz 帯を用いるのは信号多重化のためであるが、詳細は次節で解説することにする。

高周波回路の場合、単なる信号伝送線路がキャパシタやインダクタとして働く。これを利用することで極めて単純な構造によって LC 共振回路を形成することができる。動インダクタンス検出器で用いられている高周波 (GHz 帯) LC 共振回路を図 3.1 に、その仕組みを誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路として適応させた場合の等価回路図を図 3.2 に示す。

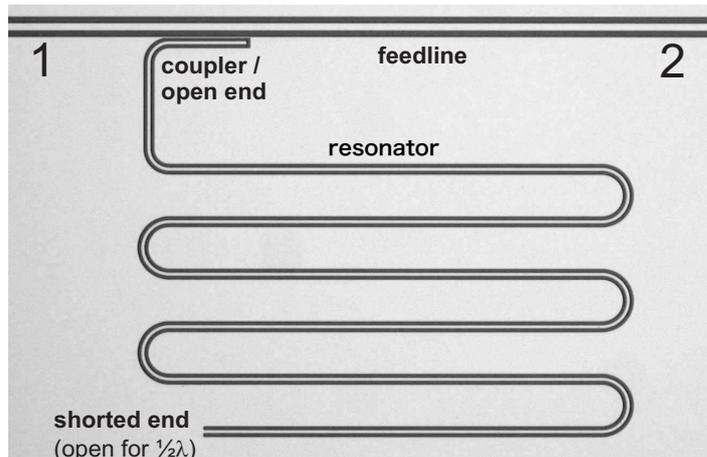


図 3.1: 動インダクタンス検出器に用いられている高周波 (GHz 帯) LC 共振回路 [24]

図 3.2 のように特性インピーダンス Z_0 の信号伝送線路 (以降、フィードライン) の途中に静電容量 C_c を通してインピーダンス $Z_{r1}(\omega)$ の線路 (以降、共振線路) が結合している回路を作成し、フィードラインに高周波交流信号を伝送することを考える。式 (C.28) – (C.34) によると、フィードラインから見た共振線路のインピーダンス $Z_{r1}(\omega)$ は、共振線路の終端の短絡と開放の違い、または長さや高周波交流信号の周波数 (電気長) の違いによって変化する。共振線路がインダクタとして働くとき、結合部から先は LC 共振器となる。この回路においてなるべく短い共振線路である決まった共振周波数を実現するためには、共振線路

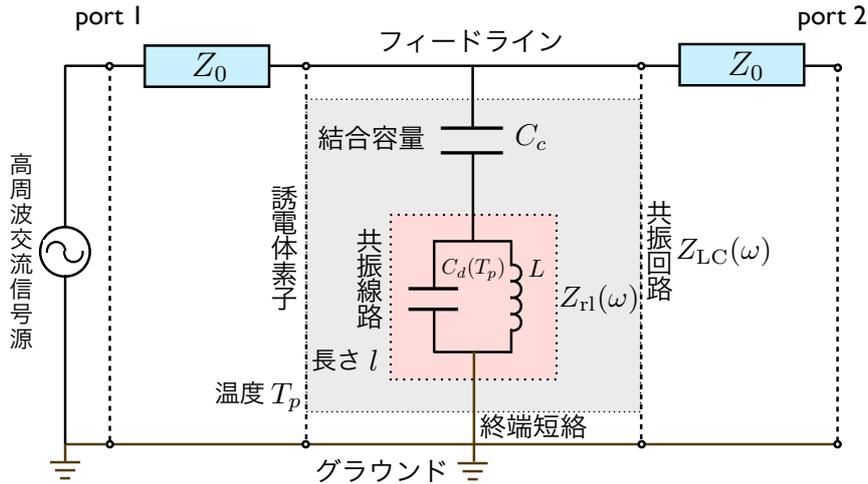


図 3.2: 誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路として高周波 LC 共振回路を適応させた場合の回路図

の終端を短絡すればよい。長さ l の共振線路の終端を短絡した場合は、

$$\begin{aligned} Z_{r1}(\omega) &= Z'_0 \tanh(\gamma l) = Z'_0 \tanh(\alpha l + i\beta l) = Z'_0 \frac{1 - i \tanh(\alpha l) \cot(\beta l)}{\tanh(\alpha l) - i \cot(\beta l)} \\ &= \frac{Z'_0}{\tanh^2(\alpha l) + \cot^2(\beta l)} \left\{ \frac{\tanh(\alpha l)}{\sin^2(\beta l)} + i \frac{\cot(\beta l)}{\cosh^2(\alpha l)} \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる。ここで、 Z'_0 は共振線路の特性インピーダンスであり、フィードラインの特性インピーダンス Z_0 と区別する。また、 γ 、 α 、 β は共振線路の単位長さあたりの直列電気抵抗を \hat{R}_s 、直列インダクタンスを \hat{L} 、並列コンダクタンスを \hat{G}_d 、並列キャパシタンスを \hat{C}_d とし、高周波交流信号の角周波数を ω としたときに、

$$\gamma \equiv \alpha + i\beta \quad (3.23)$$

$$\alpha = \alpha(\omega) \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(\hat{R}_s^2 + \omega^2 \hat{L}^2)(\hat{G}_d^2 + \omega^2 \hat{C}_d^2)} - (\omega^2 \hat{L} \hat{C}_d - \hat{R}_s \hat{G}_d) \right\}} \quad (3.24)$$

$$\beta = \beta(\omega) \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(\hat{R}_s^2 + \omega^2 \hat{L}^2)(\hat{G}_d^2 + \omega^2 \hat{C}_d^2)} + (\omega^2 \hat{L} \hat{C}_d - \hat{R}_s \hat{G}_d) \right\}} \quad (3.25)$$

と表されるもので、それぞれ伝搬定数、減衰定数、位相定数と呼ばれる。共振線路の損失がないとき ($\hat{R}_s = 0$, $\hat{G}_d = 0$)、 $\alpha = 0$ 、 $\beta = \omega \sqrt{\hat{L} \hat{C}_d}$ となり、 $Z_{r1}(\omega) = i Z'_0 \tan(\beta l)$ となる。 $Z_{r1}(\omega)$ が式 (3.22) で表される場合、共振線路の電気長 (βl) が $\pi/2$ よりも小さいときに $Z_{r1}(\omega)$ の虚数成分 (リアクタンス成分) $\text{Im}\{Z_{r1}(\omega)\}$ が正となり、共振線路はインダクタとして働く。これは、 $1/4$ 波長が共振線路の長さと一致するような高周波交流信号の角周波数を $1/4$ 波長角周波数 ω_q ($\omega_q \equiv 2\pi f_q$) とすると、 $\omega \leq \omega_q$ となるときに共振線路がインダクタとして働くと言い換えることができる。ここで ω_q は、

$$\omega_q = \frac{\pi}{2l \sqrt{\hat{L} \hat{C}_d}} \quad (3.26)$$

と求めることができる。この式は $\hat{L}l = L$ 、 $\hat{C}_d l = C_d$ とすると、

$$\omega_q = \frac{\pi}{2\sqrt{LC_d}} \tag{3.27}$$

となり、 C_d は誘電体素子の静電容量である。 ω が小さい方から ω_q に近づくと $|Z_{rl}|$ は大きくなり、 $\omega_q - \omega \rightarrow +0$ の極限では無限大になる。

結合部から先の結合容量 C_c と共振線路の合計インピーダンス (LC 共振回路のインピーダンス) $Z_{LC}(\omega)$ は、

$$Z_{LC}(\omega) = Z_{rl}(\omega) - \frac{i}{\omega C_c} \tag{3.28}$$

となる。 $Z_{LC}(\omega)$ のリアクタンス成分 $\text{Im}\{Z_{LC}(\omega)\}$ の周波数依存性を図 3.3 に示す。

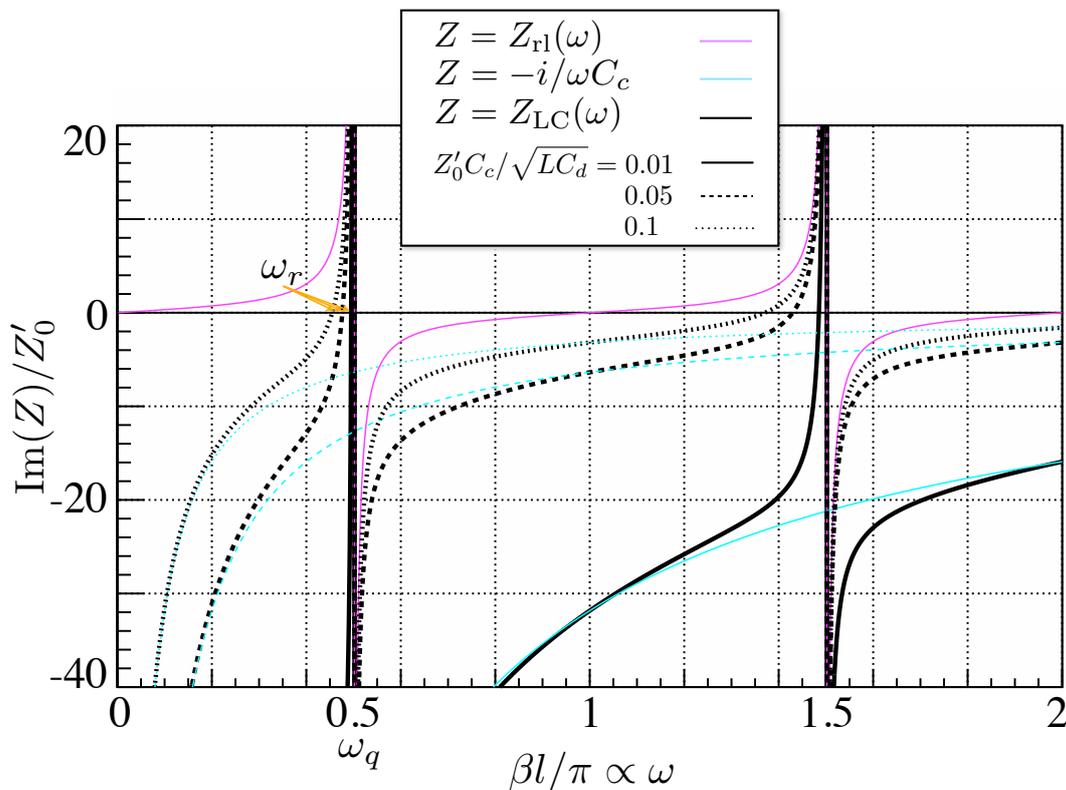


図 3.3: $\text{Im}Z\{_{LC}(\omega)\}$ の周波数依存性

共振線路 (赤) と結合容量 (青) のリアクタンスの和が共振回路 (黒) のリアクタンス $Z_0 C_c / \sqrt{LC_d}$ が小さいほど ω_r は ω_q に近づく

$\text{Im}\{Z_{LC}(\omega)\}$ が 0 となり、 $|Z_{LC}(\omega)|$ が最小値をとるときに共振が起きる。共振周波数は無数に存在し、小さい方から 1 次、2 次、... と数えることにする。ここでは特に 1 次の共振周波数を ω_r とする。

共振周波数付近ではフィードラインを伝わる電力の一部が結合容量を通して共振線路に流れ込む。ここで、フィードラインの両端をそれぞれポート 1、ポート 2 としたときの S パラメータ、特に、ポート 1 からポート 2 への電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ について考える (付録 C 参照)。電力やインピーダンスが複素数で表されることを考えると、 $S_{21}(\omega)$ も複素数で表されることが分かる。式 (C.51) より、 $S_{21}(\omega)$ は、

$$S_{21}(\omega) = \frac{2}{2 + \frac{Z_0}{Z_{LC}(\omega)}} \tag{3.29}$$

となる。 $S_{21}(\omega)$ の絶対値 $|S_{21}(\omega)|$ (フィードラインの電力透過率) の周波数依存性を図 3.4 に示す。 $|S_{21}(\omega)|$ を見ると共振周波数でディップが形成されており、ポート 1 からポート 2 への電力透過率が低くなるのが分かる。つまり、電力の一部が共振線路に流れ込んでいることを示す。共振周波数以外の周波数では $|S_{21}(\omega)|$ は 0 dB、つまり 1 (電力透過率 100%) に近づいている。

また、 $S_{21}(\omega)$ の位相角 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ の周波数依存性を図 3.5 に示す。 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ を見ると共振周波数付近で大きく変化している。

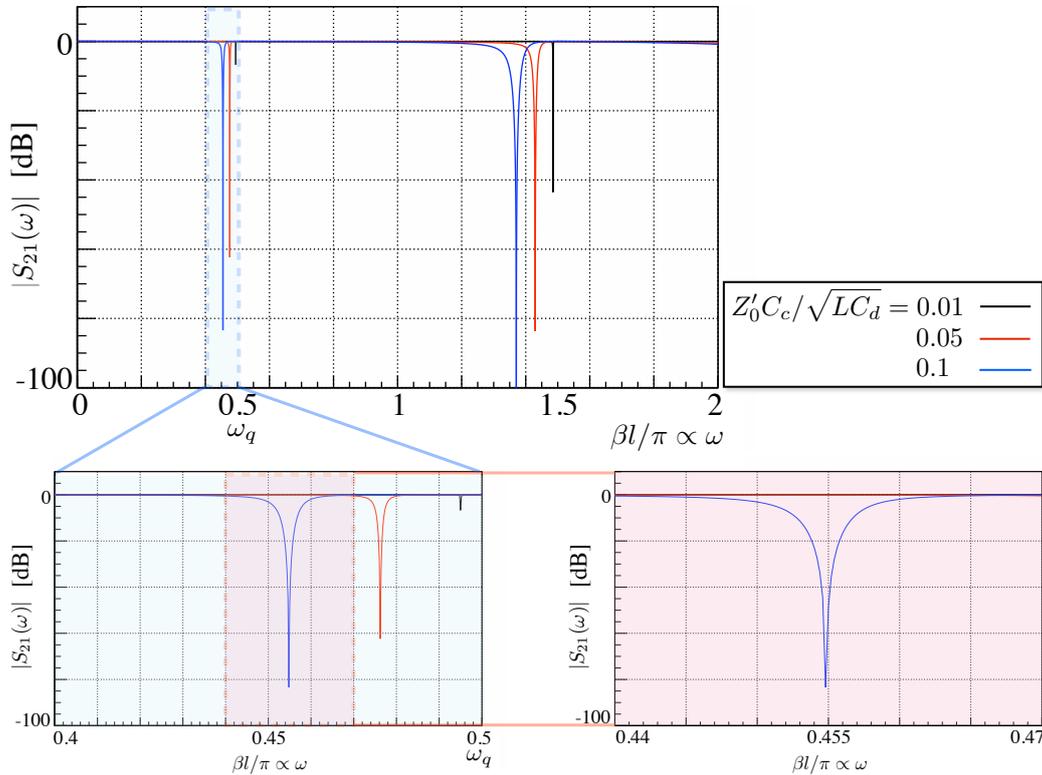


図 3.4: $|S_{21}(\omega)|$ の周波数依存性

ところで、 ω_r の変化を直接測定するためには X 線パルスの時定数よりも十分に短い周期で ω_r 周辺の周波数帯域を細かい周波数間隔でスイープし、 $S_{21}(\omega)$ 等をモニターする必要がある。周波数間隔がエネルギー分解能を制限することやサンプリングレートが数 100 kHz 以上になることを考えると、特に多素子の信号読み出しを行う場合においては現実的な方法とは言えない。そこで、 ω_r の変化を間接的に測定することを考える。1 つの方法として、熱的緩和時の共振周波数 (1 次) $\omega_{r,0}$ を測定周波数として固定し、その周波数での $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ の変化を測定することで ω_r の変化を求める方法が挙げられる (図 3.6)。この方法は動インダクタンス検出器の信号読み出しに実際に用いられており、誘電体 X 線マイクロカリメータでもこれと同じような方法を用いることを検討する。

因に、 $\omega \sim \omega_r$ のときの $|S_{21}(\omega)|$ の周波数依存性は急峻であり、 ω_r の変化による $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ の変化は大きい。一方、 $\omega \sim \omega_r$ のときの $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ の周波数依存性は $|S_{21}(\omega)|$ の変化に比べて緩やかであるが、線形性が良く、ダイナミックレンジを広くとることができる。

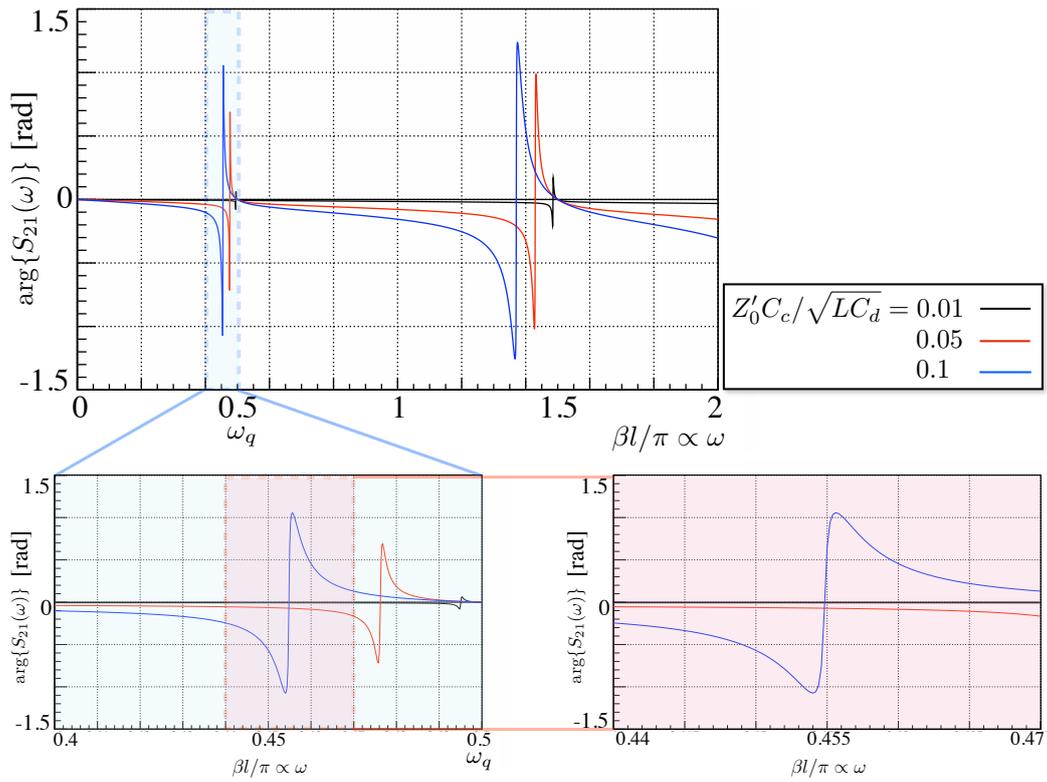


図 3.5: $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ の周波数依存性

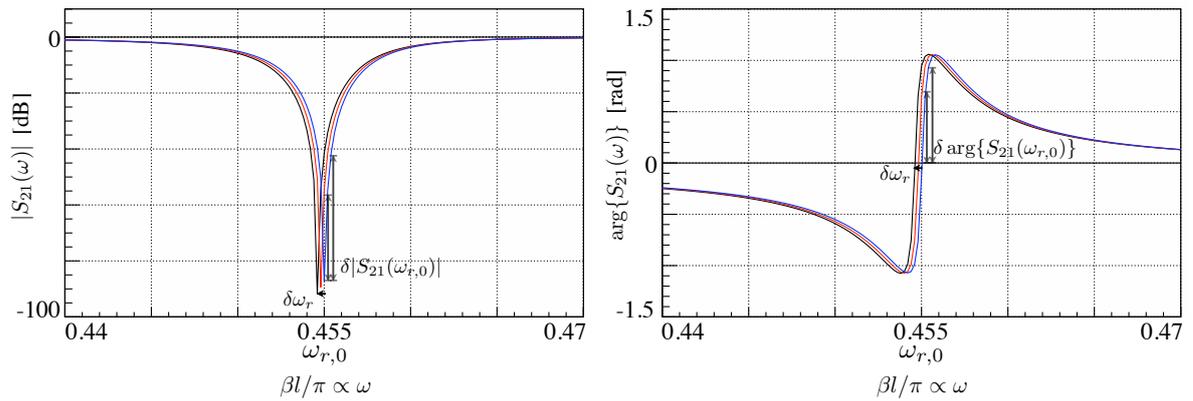


図 3.6: $\delta\omega_r$ を読み出す方法

$\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\delta\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ から $\delta\omega_r$ を求める

GHz 帯に多素子の共振周波数を並べるためにはそれらの間隔を狭くする必要がある。そのためには、kHz – MHz の精度で共振周波数が調節可能であり、隣り合う共振周波数の素子の信号が干渉しないようにそれらの間隔よりも共振の幅や共振周波数変化を十分に小さくすることが必要になる。また、X 線入射による信号が検出できるように共振の幅よりも共振周波数変化を小さくすること (ダイナミックレンジを調節すること) が必要となる。前節より共振周波数変化は誘電体素子のパラメータによってある程度調節可能であることが分かる。同様に共振周波数と共振の幅は共振回路のパラメータ (L , C_d , C_c) によって調節可能であると考えられる (共振の幅を決めるのは共振回路の Q 値である → 付録 D 参照)。

ここからは、図 3.2 のような GHz 帯の LC 共振回路において共振周波数や共振の幅がどのように決まるのかを調べる。また、具体的に ω_r の変化 (X 線入射) に対する $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ の変化 ($\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\delta\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$) を見積もる。

結合容量 C_c が小さいという仮定のもとでは、 $\omega_r \sim \omega_q$ となるため、

$$\omega_r \sim \frac{\pi}{2l\sqrt{\hat{L}\hat{C}_d}} = \frac{\pi}{2\sqrt{LC_d}} \quad (3.30)$$

と表すことができる ($L \equiv \hat{L}l$, $C_d \equiv \hat{C}_dl$)。この場合、 $\delta\omega_r$ として式 (3.18) を用いることができ、ここで考えているような高周波 LC 共振回路においても X 線入射に対する ω_r の相対変化 ($\Delta_r(\omega) \equiv \delta\omega_r/\omega_r$) は、式 (3.21) によって与えられることが分かる。

$\omega \sim \omega_q$ のとき、 $\Delta_q(\omega) \equiv (\omega - \omega_q)/\omega_q \ll 1$ とすると、

$$\begin{aligned} \beta l &= \frac{\pi}{2} \{1 + \Delta_q(\omega)\} \\ \rightarrow \cot(\beta l) &\sim -\frac{\pi}{2} \Delta_q(\omega) \end{aligned} \quad (3.31)$$

となる。ここで、 $\hat{R}_s \ll \omega\hat{L}$, $\hat{G}_d \ll \omega\hat{C}_d$ とすると、式 (C.15)、(3.25) より、

$$\frac{2\alpha(\omega)}{\beta(\omega)} \sim \frac{\hat{R}_s}{\omega\hat{L}} + \frac{\hat{G}_d}{\omega\hat{C}_d} \sim \frac{R_s}{\omega_r L} + \frac{G_d}{\omega_r C_d} \equiv \frac{1}{Q_i} \ll 1 \quad \text{for } \omega \sim \omega_r \sim \omega_q \quad (3.32)$$

となり、 Q_i は共振線路の Q 値 (付録 D 参照) と見なすことができる ($R_s \equiv \hat{R}_s l$, $G_d \equiv \hat{G}_d l$)。特に、共振線路を超伝導体で形成することによって $R_s = 0$ となるようなときは、

$$Q_i \sim \frac{G_d}{\omega_r C_d} \quad (3.33)$$

となる。式 (3.32) より $\alpha \sim \beta/2Q_i$ となるので、

$$\begin{aligned} \alpha l &\sim \frac{\beta l}{2Q_i} = \frac{1}{2Q_i} \frac{\pi}{2} \{1 + \Delta_q(\omega)\} \ll 1 \\ \rightarrow \tanh(\alpha l) &\sim \frac{1}{2Q_i} \frac{\pi}{2} \{1 + \Delta_q(\omega)\} \end{aligned} \quad (3.34)$$

となる。式 (3.22)、(3.31)、(3.34) より、 $\omega \sim \omega_q$ のときの $Z_{r1}(\omega)$ は、

$$\begin{aligned}
 Z_{r1}(\omega) &= Z'_0 \frac{1 + i \frac{1}{2Q_i} \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \{1 + \Delta_q(\omega)\} \Delta_q(\omega)}{\frac{1}{2Q_i} \frac{\pi}{2} \{1 + \Delta_q(\omega)\} + i \frac{\pi}{2} \Delta_q(\omega)} \\
 &\sim Z'_0 \frac{1 + i \frac{\pi^2}{8Q_i} \Delta_q(\omega)}{\frac{\pi}{4Q_i} + i \frac{\pi}{2} \Delta_q(\omega)} \\
 &= Z'_0 \frac{\frac{4Q_i}{\pi} + i \frac{\pi}{2} \Delta_q(\omega)}{1 + i 2Q_i \Delta_q(\omega)} \\
 &= Z'_0 \frac{\frac{4Q_i}{\pi} + \pi Q_i \Delta_q^2(\omega) + i \left(\frac{\pi}{2} - \frac{8Q_i^2}{\pi}\right) \Delta_q}{1 + 4 \{Q_i \Delta_q(\omega)\}^2} \\
 &\sim Z'_0 \frac{\frac{4Q_i}{\pi} - i \frac{8Q_i^2}{\pi} \Delta_q(\omega)}{1 + 4 \{Q_i \Delta_q(\omega)\}^2} \tag{3.35}
 \end{aligned}$$

となる。式 (3.28)、(3.35) より、 $Z_{LC}(\omega)$ は、

$$Z_{LC}(\omega) \sim Z'_0 \frac{\frac{4Q_i}{\pi}}{1 + 4 \{Q_i \Delta_q(\omega)\}^2} - i \left[\frac{1}{\omega C_c} + Z'_0 \frac{\frac{8Q_i^2}{\pi} \Delta_q(\omega)}{1 + 4 \{Q_i \Delta_q(\omega)\}^2} \right] \tag{3.36}$$

となり、共振は $Z_{LC}(\omega)$ のリアクタンス成分 $\text{Im}\{Z_{LC}(\omega)\}$ が 0 になるときに起こるので、 ω_r を求める方程式は、

$$\frac{1}{\omega_r C_c} + Z'_0 \frac{\frac{8Q_i^2}{\pi} \Delta_q(\omega_r)}{1 + 4 \{Q_i \Delta_q(\omega_r)\}^2} = 0 \tag{3.37}$$

となる。これを $\Delta_q(\omega_r)$ について解くと、

$$\Delta_q(\omega_r) = -\frac{Z'_0 \omega_r C_c}{\pi} \pm \sqrt{\left(\frac{Z'_0 \omega_r C_c}{\pi}\right)^2 + \frac{1}{4Q_i^2}} \sim -\frac{2Z'_0 \omega_r C_c}{\pi}, 0 \tag{3.38}$$

となる。2 つ目の解は $Z_{LC}(\omega)$ が無限大となる解であり、共振は起こらない。つまり、 ω_r は、

$$\omega_r = \frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{LC_d} + Z'_0 C_c} \tag{3.39}$$

となる。ただし、 $\omega_r \sim \omega_q$ の仮定より、

$$C_c \ll \frac{\sqrt{LC_d}}{Z'_0} \tag{3.40}$$

となり、この式はここで考えている高周波 LC 共振回路の近似の成立条件である。仮に C_c が C_d と連動して変化するような場合 (例えば結合容量が誘電体素子の上にある場合) でも、式 (3.40) が満たされている場合はその変動を無視することができる。

1 つ目の解 ($\Delta_q(\omega_r) \sim -2Z'_0 \omega_r C_c / \pi$) を式 (3.36) に代入すると、

$$Z_{LC}(\omega_r) = Z'_0 \frac{\frac{4Q_i}{\pi}}{1 + 4Q_i^2 \left(\frac{-2Z'_0 \omega_r C_c}{\pi}\right)^2} \sim \frac{\pi}{4Q_i Z'_0 (\omega_r C_c)^2} \equiv Z_{LC}^{\min} \tag{3.41}$$

となる。また、 $\omega \sim \omega_r$ のとき、 $\Delta_r(\omega) \equiv (\omega - \omega_r)/\omega_r \ll 1$ とすると、

$$\Delta_q(\omega) \sim \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \quad (3.42)$$

となるので、 $Z_{LC}(\omega)$ は、

$$\begin{aligned} Z_{LC}(\omega) &\sim Z'_0 \frac{\frac{4Q_i}{\pi}}{1 + 4Q_i^2 \left\{ \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \right\}^2} - i \left[\frac{1}{\omega C_c} + Z'_0 \frac{\frac{8Q_i^2}{\pi} \left\{ \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \right\}}{1 + 4Q_i^2 \left\{ \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \right\}^2} \right] \\ &= \frac{\frac{4Q_i Z'_0 \omega C_c}{\pi} - i \left[1 + 4Q_i^2 \Delta_r(\omega) \left\{ \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \right\} \right]}{\omega C_c \left[1 + 4Q_i^2 \left\{ \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \right\}^2 \right]} \\ &= \frac{1 + i2Q_i \Delta_r(\omega)}{\omega C_c \left[i - 2Q_i \left\{ \Delta_r(\omega) - \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} \right\} \right]} \\ &\sim \frac{1 + i2Q_i \Delta_r(\omega)}{2\omega C_c Q_i \left\{ \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} - \Delta_r(\omega) \right\}} \end{aligned} \quad (3.43)$$

となり、 $\omega = \omega_r$ のときに式 (3.41) と一致する。

以上よりフィードラインの電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ を考える。式 (3.29) より、 $S_{21}(\omega_r)$ は、

$$S_{21}(\omega_r) = \frac{2}{2 + \frac{Z_0}{Z_{LC}^{\min}}} \sim \frac{1}{1 + \frac{2Q_i Z_0 Z'_0 (\omega_r C_c)^2}{\pi}} \equiv S_{21}^{\min} \quad (3.44)$$

となる。ここで、

$$\frac{2Z_0 Z'_0 (\omega_r C_c)^2}{\pi} \equiv \frac{1}{Q_c} \quad (3.45)$$

とすると、 S_{21}^{\min} は、

$$S_{21}^{\min} = \frac{1}{1 + \frac{Q_i}{Q_c}} = \frac{Q_c}{Q_i + Q_c} \quad (3.46)$$

と表される。 Q_c は結合容量の Q 値 (付録 D 参照) と見なすことができる。LC 共振回路の合計 Q 値 (Q_{tot}) は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q_{\text{tot}}} &= \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} \\ \rightarrow Q_{\text{tot}} &= \frac{Q_i Q_c}{Q_i + Q_c} = Q_i S_{21}^{\min} \end{aligned} \quad (3.47)$$

となる。

また、 $\omega \sim \omega_r$ のときの S_{21} は、

$$\begin{aligned}
S_{21}(\omega) &= \frac{2}{2 + \frac{Z_0}{Z_{LC}(\omega)}} \\
&= \frac{2 + i4Q_i\Delta_r(\omega)}{2 + i4Q_i\Delta_r(\omega) + 2Z_0\omega C_c Q_i \left\{ \frac{2Z'_0\omega C_c}{\pi} - \Delta_r(\omega) \right\}} \\
&= \frac{1 + i2Q_i\Delta_r(\omega)}{1 + i2Q_i\Delta_r(\omega) - \sqrt{\frac{\pi Z_0}{2Q_c Z'_0}} Q_i\Delta_r(\omega) + \frac{Q_i}{Q_c}} \\
&= \frac{Q_c + i2Q_i Q_c \Delta_r(\omega)}{Q_i + Q_c + i2Q_i Q_c \Delta_r(\omega) - \sqrt{\frac{\pi Q_c Z_0}{2Z'_0}} Q_i\Delta_r(\omega)} \\
&\sim \frac{Q_c + i2Q_i Q_c \Delta_r(\omega)}{Q_i + Q_c + i2Q_i Q_c \Delta_r(\omega)} \\
&= \frac{\frac{Q_c}{Q_i + Q_c} + i2\frac{Q_i Q_c}{Q_i + Q_c} \Delta_r(\omega)}{1 + i2\frac{Q_i Q_c}{Q_i + Q_c} \Delta_r(\omega)} \\
&= \frac{S_{21}^{\min} + i2Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)}{1 + i2Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)} \\
&= \frac{S_{21}^{\min} + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2}{1 + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2} + i\frac{2(1 - S_{21}^{\min})Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)}{1 + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2} \tag{3.48}
\end{aligned}$$

となる。 $S_{21}(\omega)$ の実数成分と虚数成分をそれぞれ $\text{Re}\{S_{21}(\omega)\}$ 、 $\text{Im}\{S_{21}(\omega)\}$ と表すと、

$$\left[\text{Re}\{S_{21}(\omega)\} - \frac{1 + S_{21}^{\min}}{2} \right]^2 + [\text{Im}\{S_{21}(\omega)\}]^2 = \left(\frac{1 - S_{21}^{\min}}{2} \right)^2 \tag{3.49}$$

という関係が成り立つので、 $S_{21}(\omega)$ の複素平面上での軌跡は $(1 + S_{21}^{\min})/2$ を中心とした半径 $r = (1 - S_{21}^{\min})/2$ の円となることが分かる (図 3.7)。

$\omega \sim \omega_r$ のときに $S_{21}(\omega)$ の絶対値 $|S_{21}(\omega)|$ は、

$$\begin{aligned}
|S_{21}(\omega)| &= \sqrt{[\text{Re}\{S_{21}(\omega)\}]^2 + [\text{Im}\{S_{21}(\omega)\}]^2} \\
&= \sqrt{\left[\frac{S_{21}^{\min} + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2}{1 + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2} \right]^2 + 4\{(1 - S_{21}^{\min})Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2} \\
&= \sqrt{\frac{(S_{21}^{\min})^2 + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2}{1 + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2}} \tag{3.50}
\end{aligned}$$

となり (図 3.8、3.9 実線)、特に $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll (S_{21}^{\min}/2Q_{\text{tot}})^2 = 1/4Q_i^2$ となるような場合においては、

$$|S_{21}(\omega)| \sim S_{21}^{\min} \left[1 + 2 \left\{ \frac{1}{(S_{21}^{\min})^2} - 1 \right\} \{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2 \right] \tag{3.51}$$

と近似できる (図 3.8、3.9 点線)。

図 3.8、3.9 より、 $|S_{21}(\omega)|$ は、 $\omega = \omega_r$ でディップを持つことが分かる。ディップの幅は Q_i や Q_c が大きいほど狭くなる。Q 値は共振曲線の鋭さを決める要素になっていることが分かる。ディップの深さは、

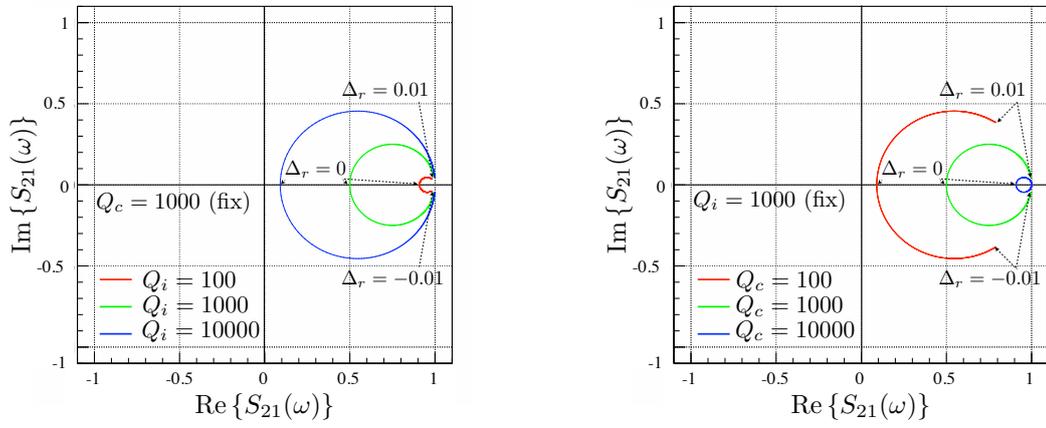


図 3.7: $S_{21}(\omega)$ の軌跡

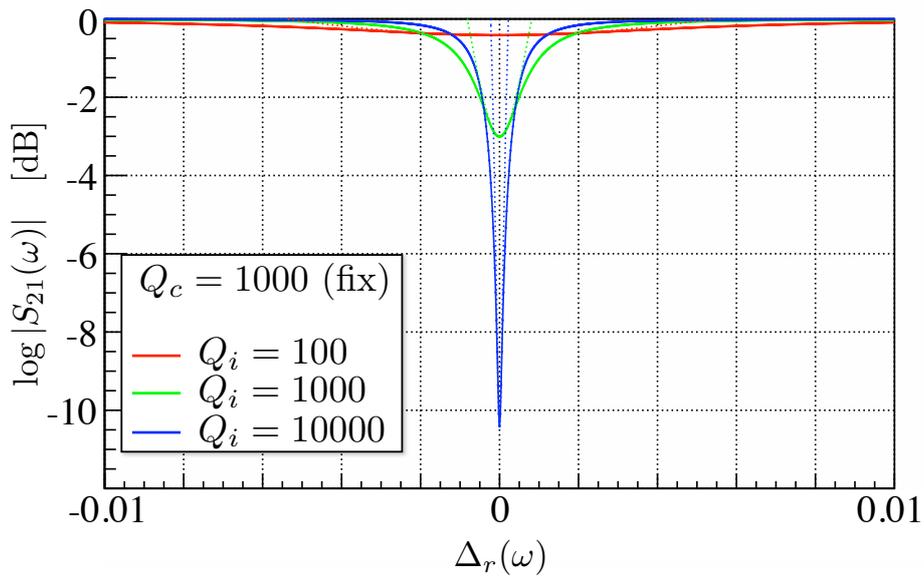


図 3.8: $Q_c = 1000$ 、共振周波数付近での $|S_{21}(\omega)|$ の周波数依存性
 実線は式 (3.50)、点線は $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_i^2$ における式 (3.50) の近似曲線 (式 (3.51))

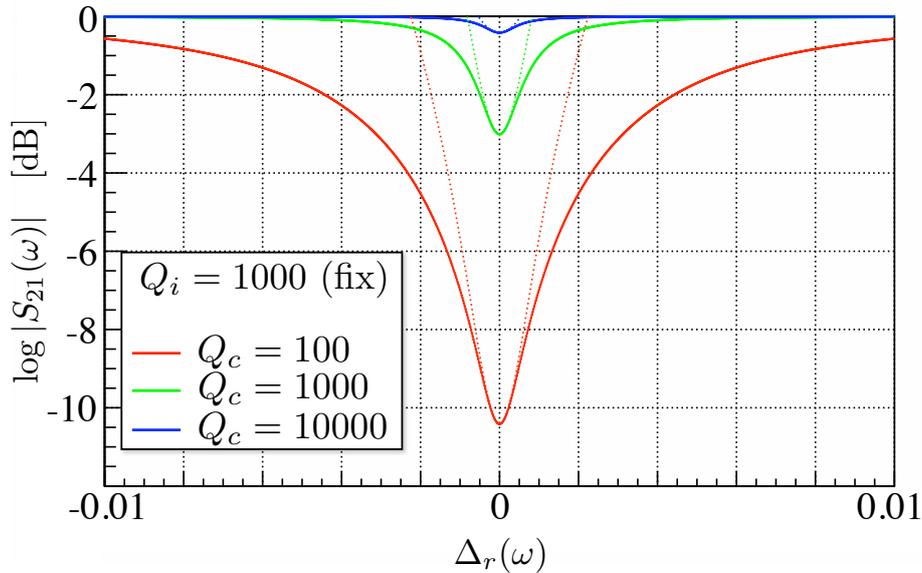


図 3.9: $Q_i = 1000$ 、共振周波数付近での $|S_{21}(\omega)|$ の周波数依存性
 実線は式 (3.50)、点線は $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_i^2$ における式 (3.50) の近似曲線 (式 (3.51))

Q_i が大きく Q_c が小さいほど深く、共振回路への電力の流出量は大きい。これは Q_i が大きく Q_c が小さくなることで、それぞれ共振線路と結合容量のインピーダンスが小さくなり、電力が共振回路の方に流出しやすくなるためである。

$S_{21}(\omega)$ の位相角 $\arg \{S_{21}(\omega)\}$ は、

$$\begin{aligned}
 \arg \{S_{21}(\omega)\} &= \arctan \left[\frac{2(1 - S_{21}^{\min})Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)}{S_{21}^{\min} + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2} \right] \\
 &= \arctan \left[\frac{2\frac{Q_{\text{tot}}^2}{Q_c}\Delta_r(\omega)}{\frac{Q_{\text{tot}}}{Q_i} + 4\{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2} \right] \\
 &= \arctan \left[\frac{2\frac{Q_{\text{tot}}Q_i}{Q_c}\Delta_r(\omega)}{1 + 4Q_{\text{tot}}Q_i\{\Delta_r(\omega)\}^2} \right] \tag{3.52}
 \end{aligned}$$

となり (図 3.10、3.11 実線)、特に $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_{\text{tot}}Q_i$ となるような場合においては、

$$\arg \{S_{21}(\omega)\} \sim 2\frac{Q_{\text{tot}}Q_i}{Q_c}\Delta_r(\omega) \tag{3.53}$$

と線形近似できる (図 3.10、3.11 点線)。このような周波数領域を線形領域と呼ぶ。

図 3.10、3.11 より、 $\omega = \omega_r$ での $\arg \{S_{21}(\omega)\}$ の傾きは、 Q_i が大きく Q_c が小さいほど急であり、 ω_r の変化に対して $\arg \{S_{21}(\omega_r)\}$ の変化が大きい。また、 Q_i や Q_c が小さいほど線形領域が広い。

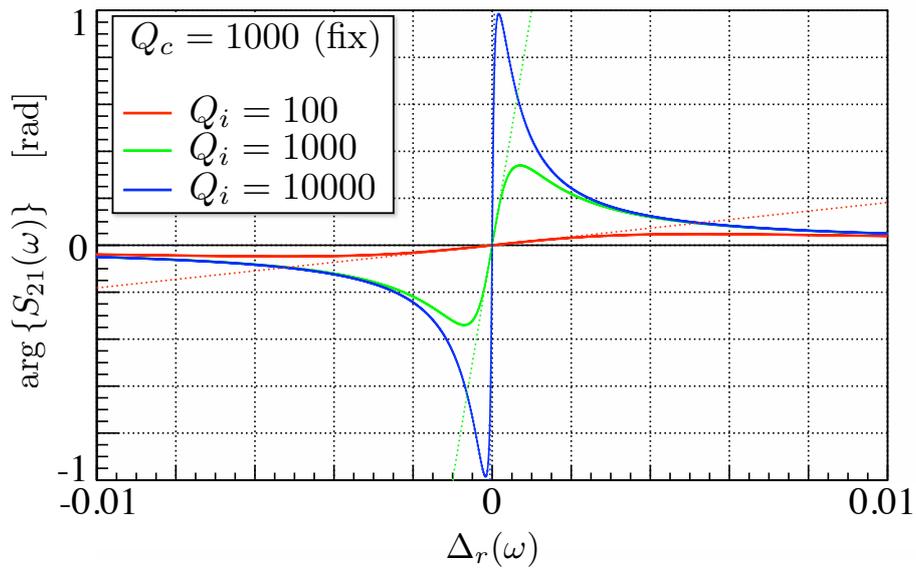


図 3.10: $Q_c = 1000$ 、共振周波数付近での $\arg \{S_{21}(\omega)\}$ の周波数依存性
 実線は式 (3.52)、点線は $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_{\text{tot}}Q_i$ における式 (3.52) の近似曲線 (式 (3.53))

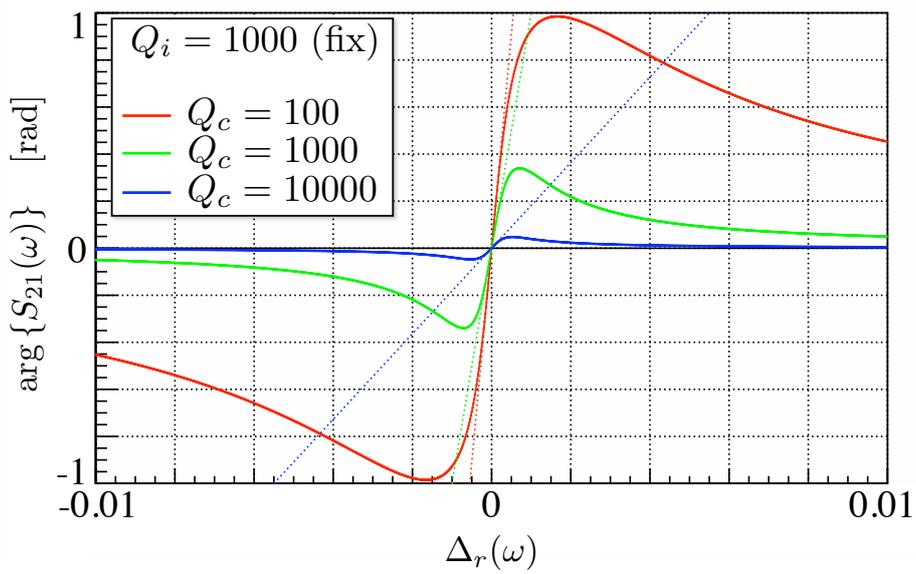


図 3.11: $Q_i = 1000$ 、共振周波数付近での $\arg \{S_{21}(\omega)\}$ の周波数依存性
 実線は式 (3.52)、点線は $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_{\text{tot}}Q_i$ における式 (3.52) の近似曲線 (式 (3.53))

以上をふまえて X 線入射による $S_{21}(\omega_{r,0})$ の変化 ($\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ 、 $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$) を求める。

$\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ は、 $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll (S_{21}^{\min}/2Q_{\text{tot}})^2 = 1/4Q_i^2$ ような場合においては、

$$\delta|S_{21}(\omega_{r,0})| \sim 2S_{21}^{\min} \left\{ \frac{1}{(S_{21}^{\min})^2} - 1 \right\} \{Q_{\text{tot}}\Delta_r(\omega)\}^2 \quad (3.54)$$

となる。 $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ は、 $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_{\text{tot}}Q_i$ となるような場合においては、

$$\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\} \sim 2 \frac{Q_{\text{tot}}Q_i}{Q_c} \Delta_r(\omega) \quad (3.55)$$

となる。 $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ についてはさらに応答関数 $S_{S_{21}\text{pha}}(\omega)$ を求める。式 (3.19)、(3.55) より、X 線入射による入力 δP に対する $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ の応答関数 $S_{S_{21}\text{pha}}(\omega)$ は、

$$S_{S_{21}\text{pha}}(\omega) \equiv \frac{\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}}{\delta P} = \frac{\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}}{\delta \omega_r} \frac{\delta \omega_r}{\delta P} = -2 \frac{Q_{\text{tot}}Q_i}{Q_c} \frac{\alpha_c}{2G_{\text{th}}T_p} \frac{1}{1+i\omega\tau} \quad (3.56)$$

となる。

ここで、共振周波数変化に対する $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ の変化 (パルスハイト) を具体的な数値として求める。今回は、 $Q_i = Q_c = 1000$ ($Q_{\text{tot}} = 500$ 、 $S_{21}^{\min} = 0.5$) を仮定する。また、 $\Delta_r(\omega) \lesssim 10^{-4}$ のとき、 $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_i^2$ 、 $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_{\text{tot}}Q_i$ の条件を満たすので、今回は $\Delta_r(\omega) = 10^{-4}$ を仮定する。このとき $\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ は、式 (3.21)、(3.54) より、

$$\delta|S_{21}(\omega_{r,0})| \sim 7.5 \times 10^{-3} \left(\frac{\Delta_r(\omega)}{10^{-4}} \right)^2 \quad (3.57)$$

となる。これは、 -3.01 dB から -2.95 dB への変化に相当し、 $\Delta_r(\omega)$ が 2 倍になると -3.01 dB から -2.76 dB、4 倍になると -3.01 dB から -2.08 dB、8 倍になると -3.01 dB から -0.09 dB への変化になる。共振の幅 (Q 値) と共振周波数変化の調節によっては、大きな $\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ が期待できる。また、 $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ は、式 (3.21)、(3.55) より、

$$\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\} \sim 1.0 \times 10^{-1} \left(\frac{Q_{\text{tot}}}{500} \right) \left(\frac{Q_i}{1000} \right) \left(\frac{Q_c}{1000} \right)^{-1} \left(\frac{\Delta_r(\omega)}{10^{-4}} \right) \quad [\text{rad}] \quad (3.58)$$

となる。 $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_i^2$ 、 $\{\Delta_r(\omega)\}^2 \ll 1/4Q_{\text{tot}}Q_i$ の条件を満たさない場合でも、共振の幅よりも共振周波数変化が小さい場合には、式 (3.50)、(3.52) を用いて $\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ 、 $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ を求めることができる。共振の幅 (/共振周波数) は $\sim 1/Q_{\text{tot}}$ となるので (付録 D 参照)、これよりも共振周波数変化が小さいという条件は、 $\Delta_r(\omega) < 1/Q_{\text{tot}}$ という式で表される。

X 線入射による入力信号 δP が $\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ の出力信号に変化する経緯をブロックダイアグラムにまとめると図 3.12 のように表される。

X 線入射による入力信号を最終的に $S_{21}(\omega_{r,0})$ の変化として読み出すことができることが分かった。 $S_{21}(\omega_{r,0})$ の変化量は、GHz 帯 LC 共振回路の Q 値と共振周波数変化 (誘電体温度計の絶対感度や比熱、温度、体積、X 線エネルギー) によって決まる。ただし、共振の幅よりも共振周波数変化は小さい必要がある。ここで、信号多重化の際の共振周波数間隔を I とする。ある決まった X 線エネルギーに対して $S_{21}(\omega_{r,0})$ の変化を大きくし、信号量を大きくするためには以下のようにすればよい。

- ① $1/Q_{\text{tot}} \ll I$ の条件の下で高周波 LC 共振回路の Q_i を大きくし、 Q_c を小さくする
- ② $\Delta_r(\omega) < 1/Q_{\text{tot}}$ の条件の下で $\Delta_r(\omega)$ を大きくする

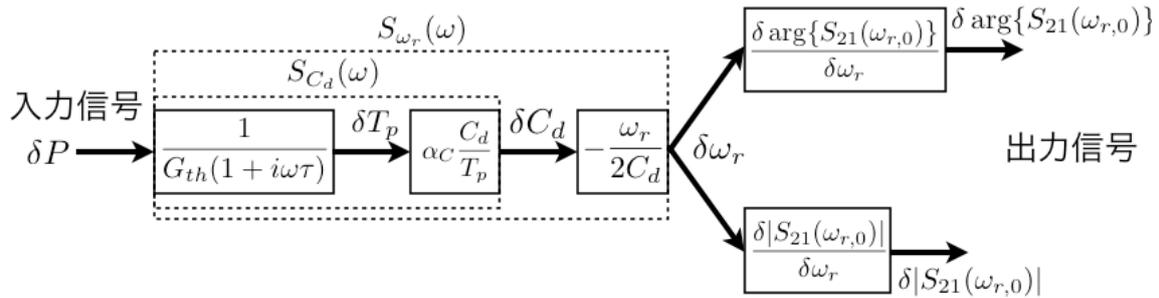


図 3.12: 誘電体 X 線マイクロカロリメータの信号伝達の様子を表すブロックダイアグラム

3.2 誘電体 X 線マイクロカロリメータの多素子アレイと信号多重化

半導体サーミスタ型や TES 型の X 線マイクロカロリメータは複素インピーダンスの実数成分 (電気抵抗成分) の温度依存性を温度計として用いる。一方、我々が検討している誘電体 X 線マイクロカロリメータは動インダクタンス検出器と同様に複素インピーダンスの虚数成分 (リアクタンス成分) の温度依存性を温度計として用いる。動インダクタンス検出器と誘電体 X 線マイクロカロリメータでは測定する物理量がインダクタンスか誘電率 (キャパシタンス) かという違いがあるが、同じ GHz 帯 LC 共振回路を用いた信号読み出しの仕組みを用いることができ、これまでの X 線マイクロカロリメータでは実現しなかった単純な回路と少ない配線による多素子アレイや高周波帯で広帯域を用いた信号多重化が可能である。

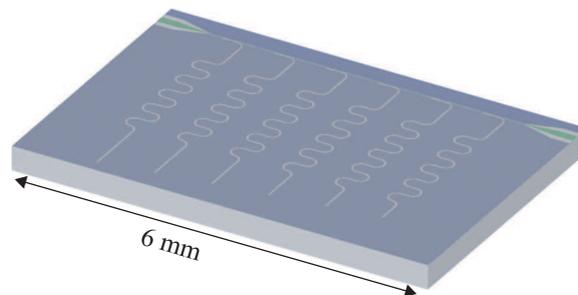


図 3.13: 動インダクタンス検出器の多素子アレイ

まず、図 3.13 のように 1 本のフィードラインに長さを少しずつ離れた共振線路を多数並列に接続していく。このときのフィードラインの電力透過特性 $|S_{21}(\omega)|$ を見ると、図 3.14 のようにそれぞれの共振周波数が多数並ぶ。例えば、GHz 帯に共振周波数を MHz 間隔で並べていくと、単純に 1000 素子以上の多素子アレイを形成することができる。GHz 帯を用いることで共振周波数間隔を十分に広く取りつつ、多数の共振周波数を並べることができる (隣り合う共振周波数の素子の信号が干渉しないようにするためには、その間隔よりも共振の幅や共振周波数変化は十分に小さい必要がある)。また、高周波回路の場合、単なる信号伝送線路がキャパシタやインダクタとして働くため、これを利用することで極めて単純な構造によって多数の LC 共振回路を形成することができる。実際に動インダクタンス検出器の例を見ると、同一平面上に

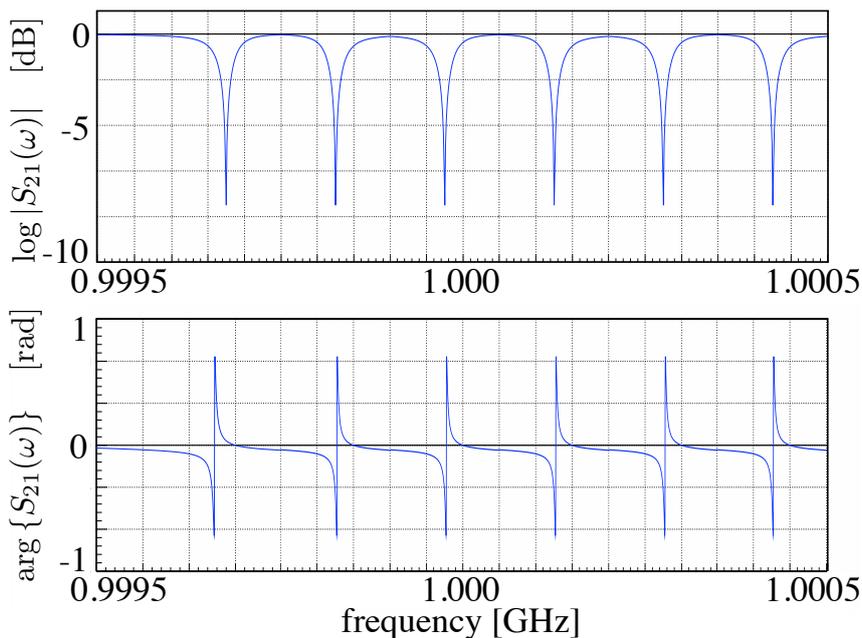


図 3.14: 高周波 LC 共振回路を用いた多素子の信号多重化方式

パターンニングされた金属によってフィードラインや LC 共振回路が構成され、単純な仕組みになっている。

信号の読み出しはそれぞれの素子の共振周波数での $|S_{21}|$ や $\arg(S_{21})$ をモニターすることで行うことができる。共振周波数の違いによって X 線が入射した素子を判別することができ、 $|S_{21}|$ や $\arg(S_{21})$ の変化を測定することによって X 線エネルギーを決定することができる。従って、多素子アレイによる撮像と高いエネルギー分解能による分光を同時に行うことができる。

GHz 帯 LC 共振回路の $|S_{21}|$ や $\arg(S_{21})$ を測定する具体的な測定回路系としては図 3.15 のようなホモダイン方式の仕組みを検討している。

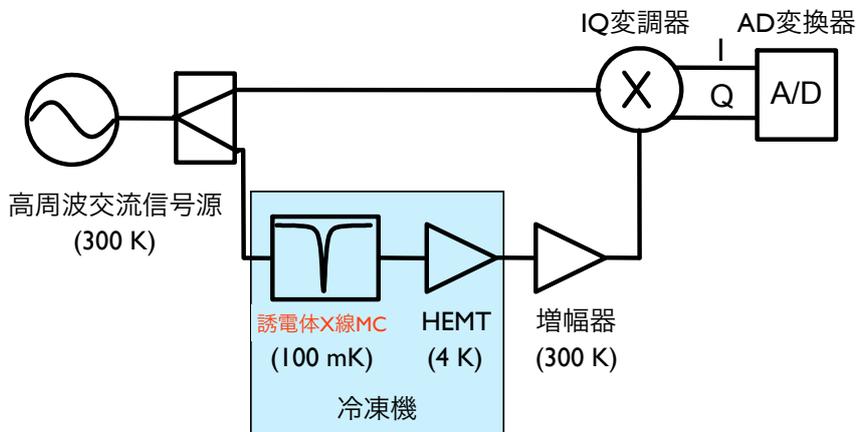


図 3.15: ホモダイン方式の読み出しシステム

まず、高周波交流信号源から出た高周波信号をまず 2 つに分け、一方は誘電体 X 線マイクロカロリメータ (LC 共振回路) と増幅器を通し、他方は基準信号として何も処理を加えない。この 2 つの信号を IQ 変調器を通した後に I (同相: In-phase) 成分と Q (直交位相: Quadrature) 成分をそれぞれ読み出すことで誘電体 X 線マイクロカロリメータの電力透過特性 (絶対値 $|S_{21}(\omega)|$ と位相角 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$) の情報を得る。

3.3 誘電体 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能

共振線路を超伝導体を用いて形成した場合、理想的には誘電体素子に電気抵抗は存在せず、エネルギー分解能を劣化させる Johnson ノイズがない。しかし、誘電体素子に交流電場を印可すると誘電体に特有の損失が生じるため、これが Johnson ノイズの源になると考えられる。ここでは Johnson ノイズや読み出し回路系のノイズ等によるエネルギー分解能を詳細に扱わないが、今回これらのノイズについては以下のように仮定する。

- 有効周波数 τ^{-1} 以下ではフォノンノイズが支配的になり、 τ^{-1} よりも大きい周波数で Johnson ノイズや読み出し回路系のノイズ等が支配的になる。
- Johnson ノイズや読み出し回路系のノイズ等は周波数依存性を持たない (白色ノイズ)。

誘電体 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、これまでの X 線マイクロカロリメータと同様に、

$$\Delta E_{FWHM} = 2\sqrt{2\log 2} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{NEP_{tot}^2(\omega)} \right\}^{-1/2} \quad (3.59)$$

によって計算することができる (式 (2.11)、(B.28))。誘電体 X 線マイクロカロリメータで予想される X 線信号の電力スペクトルとノイズの電力スペクトル密度を図 3.16 に示す。

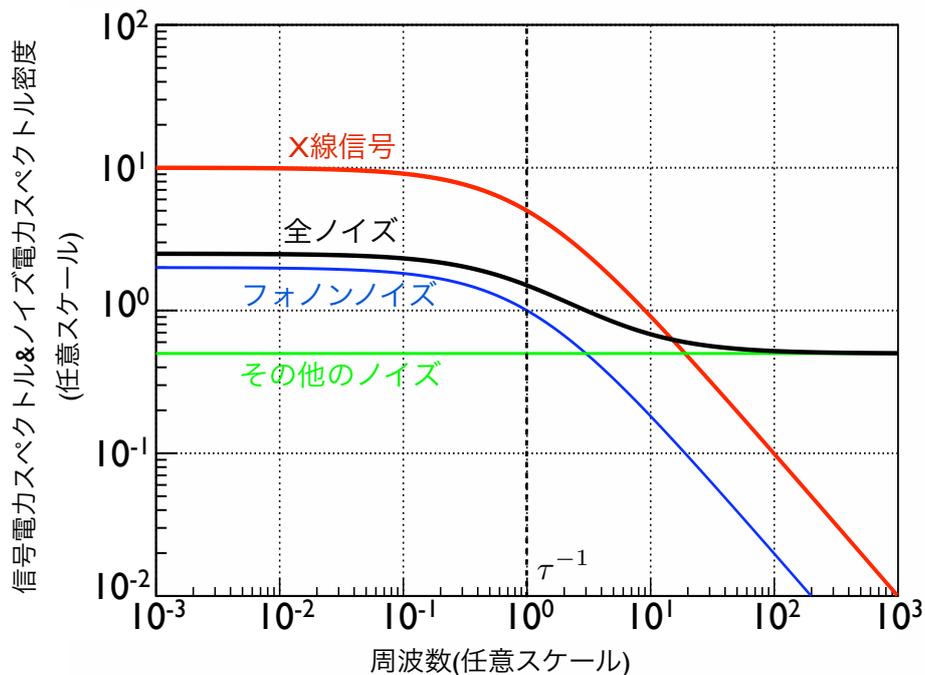


図 3.16: 誘電体 X 線マイクロカロリメータで予想される X 線信号の電力スペクトルとノイズの電力スペクトル密度 (概形)

X 線信号の電力スペクトル $\delta P(\omega)$ は応答関数によって変調され、 $\delta P(\omega) \propto (1 + \omega^2 \tau^2)^{-1}$ の周波数依存性を持つため、 $\omega \lesssim \tau^{-1}$ で $\delta P(\omega)$ は減衰する。フォノンノイズの電力スペクトル密度 $\delta P_p(\omega)$ も同じ応答関数によって変調されるため、周波数空間で $\delta P(\omega)$ と同じ形状となる。従って、フォノンノイズの信号雑音比は周波数に依存しないことが分かる。今回、 $\omega \gtrsim \tau^{-1}$ の周波数帯域では、その他のノイズの電力スペクトル密度が支配的になるが、 $\delta P(\omega)$ が十分減衰した $\omega \gg \tau^{-1}$ では NEP が大きくなり過ぎるために式 (3.59) の積分に寄与しなくなり、エネルギー分解能に寄与しなくなる。

誘電体 X 線マイクロカロリメータのフォノンノイズの NEP は TES 型と同様に式 (B.30) で表すことができる。今回仮定したその他のノイズの NEP は $(1 + \omega^2 \tau^2)$ の周波数依存性を持つ。ここでフォノンノイズの NEP を、

$$\text{NEP}_p^2(\omega) = 4k_B T_p^2 G_{\text{th}} \Gamma(T_p, T_b) \equiv N \quad (3.60)$$

とし、仮にその他のノイズの NEP を、

$$\text{NEP}_o^2(\omega) \equiv rN(1 + \omega^2 \tau^2) \quad (3.61)$$

とすると、 ΔE_{FWHM} は、

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{FWHM}} &= 2\sqrt{2 \log 2} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\text{NEP}_{\text{tot}}^2(\omega)} \right\}^{-1/2} \\ &= 2\sqrt{2 \log 2} \left\{ \int_0^\infty \frac{2}{\pi} \frac{d\omega}{N + rN(1 + \omega^2 \tau^2)} \right\}^{-1/2} \\ &= 2\sqrt{2 \log 2} \left\{ \int_0^\infty \frac{2}{\pi(N + rN)} \frac{d\omega}{1 + rN\omega^2 \tau^2 / (N + rN)} \right\}^{-1/2} \\ &= 2\sqrt{2 \log 2} N \tau^{1/2} \{r(1 + r)\}^{1/4} \end{aligned} \quad (3.62)$$

となる。この結果は、 $\text{NEP}_{\text{tot}} = \text{NEP}_p$ 、 $r' \equiv \sqrt{r(1 + r)}$ として、式 (3.59) の積分範囲を $[0, \infty]$ から $[0, 1/(r'\tau)]$ としたときと同じ結果となる。仮に $r' = 0.1$ とし、 $T_b = 0.1$ K、 $C_{\text{th}} = 1$ pJ/K、 $\Gamma = 1/2$ と仮定すると、誘電体 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能 ΔE_{FWHM} は、

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{FWHM}} &= 2\sqrt{2 \log 2} \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{1/(r'\tau)} \frac{d\omega}{\text{NEP}_p^2(\omega)} \right\}^{-1/2} \\ &= 0.49 \left(\frac{T_b}{0.1 \text{ K}} \right) \left(\frac{C_{\text{th}}}{1 \text{ pJ/K}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Gamma}{1/2} \right)^{1/2} \left(\frac{r'}{0.1} \right)^{1/2} \text{ [eV]} \end{aligned} \quad (3.63)$$

となる。 $\omega \lesssim \tau^{-1}$ においてフォノンノイズよりも Johnson ノイズや読み出し回路系のノイズ等が十分に小さい場合、誘電体 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能はこの程度の値となり、これまでの X 線マイクロカロリメータと同等程度のエネルギー分解能が期待される。 r' は信号量の大きさ等に関わる量であり、誘電体温度計の絶対感度 α_c や共振回路の Q 値等に依存していると考えられる。

第 4 章

交流回路中、極低温下における誘電体の物性

我々が検討している誘電体 X 線マイクロカロリメータは、極低温下 (~ 100 mK) に設置された誘電体温度計 (素子) からの信号を高周波 (GHz 帯) 交流回路を用いて読み出す。このような検出器はこれまでに例がない。また、 ~ 100 mK における誘電体の物性についてはあまり知られておらず、誘電率の温度依存性があるかどうか不明である。誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子として適した誘電体 (~ 100 mK で誘電率の温度依存性を持つ誘電体) をこれから探索していく必要がある。

ここでは、交流回路中、極低温下における誘電体の物理的振る舞いについてこれまでに知られていることをまとめ、誘電体素子として適した材料について考察する。

4.1 交流回路中での誘電体の物性

4.1.1 誘電正接と複素誘電率

誘電体に交流電場 $E(t) \equiv E(\omega)e^{-i\omega t}$ を印加すると、誘電体中の電気双極子の向きもそれに追従して向きを変えていく。単位体積あたりの電気双極子モーメント (分極) $P(t)$ を、

$$P(t) \equiv \varepsilon_0 \chi E(t) \quad (4.1)$$

と定義する。ここで ε_0 は真空の誘電率 (8.85×10^{-12} [F/m])、 χ は分極率である。分極が交流電場に追従しているとき、

$$P(t) = P(\omega)e^{-i\omega t} \equiv \varepsilon_0 \chi E(\omega)e^{-i\omega t} = \varepsilon_0 \tilde{\chi} E(t) \quad (4.2)$$

と表すことができ、分極率 χ は実数となる。ところが、誘電体には電気双極子の運動を妨げる摩擦があるため、これにより交流電場の周波数が高くなると次第にそれに追従できなくなり、遅れを生じるようになる。分極が交流電場に対して位相の遅れ δ' を生じているとき、

$$P(t) = P(\omega)e^{-i(\omega t + \delta')} = \varepsilon_0 \chi e^{-i\delta'} E(\omega)e^{-i\omega t} \equiv \varepsilon_0 \tilde{\chi} E(t) \quad (4.3)$$

となり、分極率は複素分極率 $\tilde{\chi} \equiv \chi e^{-i\delta'}$ となる。

誘電体に交流電場 $E(t)$ を印加したときの応答として電束密度 $D(t)$ は、

$$D(t) = \varepsilon_0 E(t) + P(t) = \varepsilon_0 (1 + \tilde{\chi}) E(t) \quad (4.4)$$

となるので、誘電体の誘電率 $\tilde{\varepsilon}$ は、

$$\tilde{\varepsilon} \equiv \varepsilon_0 (1 + \tilde{\chi}) \quad (4.5)$$

となり複素数となる。ここで、複素誘電率 $\tilde{\varepsilon}$ を、

$$\tilde{\varepsilon} \equiv \varepsilon e^{-i\delta} \quad (4.6)$$

と表記し、その絶対値 ε を用いて極板面積 S 、極板間距離 d の平行平板キャパシタの静電容量 C'_d を、

$$C'_d \equiv \varepsilon \frac{S}{d} \quad (4.7)$$

と定義する。すると、極板間を流れている（とみなせる）単位面積あたりの電流（変位電流密度） $I(t)/S$ は、

$$\frac{I(t)}{S} = -\frac{dD(t)}{dt} = i\omega\tilde{\varepsilon}E(t) = \omega\varepsilon \frac{V(t)}{d} e^{i(\pi/2-\delta)} \quad (4.8)$$

となるので、複素インピーダンス Z は、

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{d}{\omega\varepsilon S} e^{-i(\pi/2-\delta)} = \frac{1}{\omega C'_d} e^{-i(\pi/2-\delta)} \quad (4.9)$$

となる。複素インピーダンスの位相角は $-\pi/2 + \delta$ となり、式 (4.9) より、複素インピーダンスの実数成分 $\text{Re}(Z)$ と虚数成分 $\text{Im}(Z)$ はそれぞれ、

$$\text{Re}(Z) = \frac{1}{\omega C'_d} \sin \delta \quad (4.10)$$

$$\text{Im}(Z) = -\frac{1}{\omega C'_d} \cos \delta \quad (4.11)$$

となる。

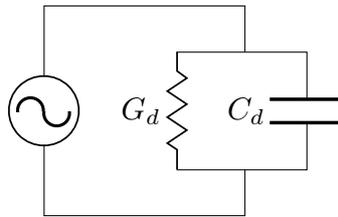


図 4.1: 有限の δ を持つ誘電体キャパシタの等価回路

理想的には電気抵抗を持たない（例えば電極が超伝導体となっている等）誘電体キャパシタであっても、交流電場を印加した場合、有限の δ が存在するならば電気抵抗成分が生じることになる。これによって、エネルギー損失（Joule 発熱）を生じることになる。図 4.1 のように静電容量 C_d とコンダクタンス G_d が並列に接続している等価回路を考え、複素インピーダンスの実数成分 $\text{Re}(Z)$ と虚数成分 $\text{Im}(Z)$ をそれぞれ求めると、

$$\text{Re}(Z) = \frac{G_d}{G_d^2 + \omega^2 C_d^2} \quad (4.12)$$

$$\text{Im}(Z) = -\frac{\omega C_d}{G_d^2 + \omega^2 C_d^2} \quad (4.13)$$

となる。式 (4.10)、(4.11)、(4.12)、(4.13) より、 G は、

$$G_d = \omega C_d \tan \delta \quad (4.14)$$

となり、 $\tan \delta$ を誘電正接と呼ぶ。式 (4.6)、(4.12)、(4.13) より、 $\tan \delta$ は、

$$\tan \delta = -\frac{\text{Im}(\tilde{\epsilon})}{\text{Re}(\tilde{\epsilon})} = -\frac{\text{Re}(Z)}{\text{Im}(Z)} \quad (4.15)$$

となっていることも分かる。また、 C_d は、

$$C_d = \omega C'_d \cos \delta = \epsilon \cos \delta \frac{S}{d} = \text{Re}(\tilde{\epsilon}) \frac{S}{d} \quad (4.16)$$

となる。図 4.1 の等価回路から誘電体キャパシタの静電容量 C_d を求め、誘電率を求めると、それは複素誘電率の実数成分 $\text{Re}(\tilde{\epsilon})$ となる。以降、誘電率 ϵ と表記した場合は $\text{Re}(\tilde{\epsilon})$ のことを指し、 $\text{Im}(\tilde{\epsilon})$ を特別に用いることがあれば $\epsilon \tan \delta$ と表記する。

$\tan \delta$ による電気抵抗成分は Joule 発熱を生じる。それは、 δ が一種の摩擦によって生じることからも想像がつく。素子の自己発熱は X 線マイクロカロリメータにとって致命的である。具体的に $\tan \delta$ によって発生する Joule 発熱 P_J は、誘電体キャパシタの極板面積を A 、極板間距離を t 、交流電圧の振幅を V ($E(\omega)t$) とすると、

$$P_J(\omega) = \frac{1}{2} V^2 G_d = \frac{1}{2} V^2 \omega C_d \tan \delta = \frac{1}{2} V^2 \omega \frac{\epsilon A}{t} \tan \delta \quad (4.17)$$

となる。例えば、 $\epsilon_r(100 \text{ mK}) = 10^4$ 、 $A = 1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ 、 $t = 100 \text{ }\mu\text{m}$ の STO 平行平板キャパシタに $f = \omega/2\pi = 1 \text{ GHz}$ の交流電圧 $V = 1 \text{ mV}$ を印可するとき、 $\tan \delta = 1$ とすると、

$$P_J = 2.78 \times 10^{-6} \left(\frac{V}{1 \text{ mV}} \right)^2 \left(\frac{f}{1 \text{ GHz}} \right) \left(\frac{\epsilon}{10^4} \right) \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right) \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{\tan \delta}{1} \right) [\text{W}] \quad (4.18)$$

となり、例えば数 1000 素子の検出器全体で発熱を μW 以下に抑えるという目標がある場合は、 A を 1/1000 以下にしたり、 $\tan \delta$ が 1/1000 以下の誘電体材料を選ぶ必要がある。

また、 $\tan \delta$ による電気抵抗成分は Johnson ノイズを生じる。さらに、前章で考えた高周波 LC 共振回路においても、式 (3.33) より、直列電気抵抗成分 R_s が 0 とみなせるときの共振線路の Q 値は、

$$Q_i \sim \frac{1}{\tan \delta} \quad (4.19)$$

となり、 $\tan \delta$ が大きくなると Q_i が小さくなってしまふことが分かる。従って、素子として用いる誘電体は $\tan \delta$ が小さいものを選択しなければならない。

$\tan \delta$ は誘電体の種類や状態によって固有であり、さらに周波数依存性を持つ。従って、誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子のパラメータとして測定されるべきものである。

4.1.2 分極と誘電率の周波数依存性

分極には電子分極、イオン分極、配向分極の 3 種類がある。電子分極とは電場によって中性原子内の原子核と電子雲の相対位置が変化することで発生する。典型的に PHz 帯 (10^{15} Hz 帯：紫外線領域) の非常に高周波の交流電場まで追従する。イオン分極とは電場によってイオン結晶内の陽イオンと陰イオンの相対位置が変化することで発生する。典型的に THz 帯 (赤外線領域) 以上の周波数領域で追従できなくなる。配向分極とは電場によって有極性分子の持つ電気双極子モーメントの向きが変化することで発生する。典型的に GHz 帯 (マイクロ波領域) 以上の高周波領域で追従できなくなる。図 4.2 にこの 3 つの分極による複素誘電率の交流バイアス周波数依存性を示す。

交流バイアスの周波数が高くなると配向分極、イオン分極、電子分極の順に追従できなくなり、複素誘電率の実数成分 ϵ の周波数依存性は階段状になる。直流から数 GHz までは電子分極、イオン分極、配向分

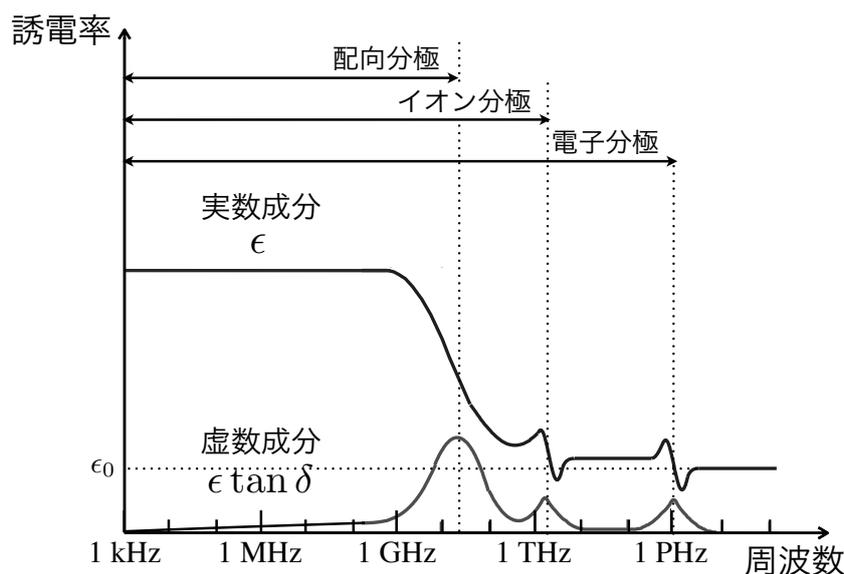


図 4.2: 分極と複素誘電率の周波数依存性

極の3つが混ざり合ったプラトー領域であり、大きな周波数依存性はないと考えられるが、高い周波数でわずかな減少傾向が見られる可能性がある。従って、kHz帯やMHz帯の誘電率の測定結果を外挿することで数GHzまでの誘電率を予測することができると考えられる。一方、複素誘電率の実数成分 $\epsilon \tan \delta$ もGHz帯以下では交流電場に分極が(完全ではないが)追従するため、大きな周波数依存性を持たないと考えられるが、高い周波数でわずかな増加傾向が見られる可能性がある。

4.2 極低温下での誘電体の物性

種類が数限りなく存在する誘電体の中で誘電体X線マイクロカロリメータの素子に適しているのは、極低温における誘電率が大きな温度依存性を持つ誘電体である。このような誘電体の存在はこれまで知られていない。ここでは、極低温における誘電率が大きな温度依存性を持つ可能性がある誘電体について考える。

4.2.1 常誘電体と強誘電体

誘電体に直流バイアス電圧を印可すると、誘電体中の電気双極子が秩序化することで誘電分極が生じる。誘電分極が直流バイアス電圧の大きさに比例するような誘電体を常誘電体という。一方、直流バイアス電圧がなくても自発分極が存在し、直流バイアス電圧を1度加えてから取り去っても残留分極が存在するような誘電体を強誘電体という。誘電体の中には温度を降下させていくとある温度(Curie温度)を境に常誘電体から強誘電体に相転移を起こすものがある。強誘電相転移には温度低下によって電気双極子が整列することで自発分極を生じる1次相転移と、Curie温度以下において結晶中の正負のイオンが相対的に変位することで自発分極を生じる2次相転移がある。前者の場合は誘電分極や体積等の温度変化が連続となり、後者の場合は不連続となる。強誘電相転移を起こす誘電体の多くが前者に分類される。分極率 $\chi(T)$ は、1

次相転移の場合、

$$\chi(T) = \begin{cases} \frac{A}{T - T_0} & (T > T_0) \\ \frac{A}{-4(T - T_0) - 2AA_2P_s^2} & (T < T_0) \end{cases} \quad (4.20)$$

となる (図 4.3)。ここで、 A は定数、 T_0 は特性温度、 A_2 は誘電体の自由エネルギー F を、

$$F = A_0 + \frac{A_1}{2}(T - T_0)P^2 + \frac{A_2}{4}P^4 + \frac{A_3}{6}P^6 + \dots \quad (4.21)$$

のように誘電分極 P で展開したときの係数、 P_s は自発分極、

$$P_s^2 = -4A_1 \frac{T_c - T_0}{A_2} \quad (T < T_c) \quad (4.22)$$

である。ここで、 T_c は Curie 温度 (臨界温度) である。一方、2 次相転移の場合、

$$\chi(T) = \begin{cases} \frac{A}{T - T_c} & (T > T_c) \\ \frac{A}{2(T_c - T)} & (T < T_c) \end{cases} \quad (4.23)$$

となる (図 4.4)。これを Curie-Weiss の式という。また、分極率 χ と誘電率 ϵ には、

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi \quad (4.24)$$

のような関係がある。式 (4.20)、(4.23) より、1 次相転移と 2 次相転移のどちらにおいても Curie 温度の近くでは誘電率 ϵ の温度依存性が大きくなることが分かる。このように誘電率の大きな温度依存性が極低温で見られるような誘電体が X 線マイクロカロリメータの素子の材料として適していると考えられる。

分極率

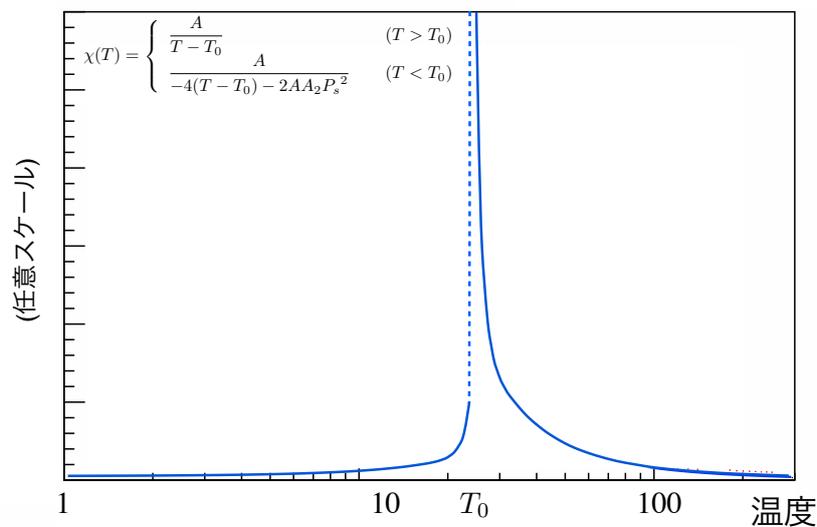


図 4.3: 強誘電相転移 (1 次相転移)

分極率

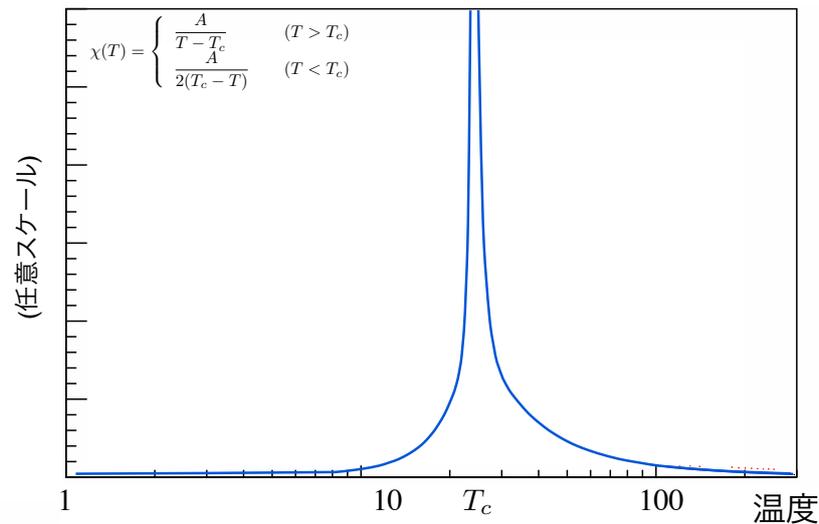


図 4.4: 強誘電相転移 (2 次相転移) と Curie-Weiss の式

4.2.2 量子常誘電体と量子強誘電体

4.2.2.1 量子常誘電体

強誘電体も Curie 温度以上では熱揺らぎが双極子相互作用に打ち勝って電気双極子が無秩序化し、常誘電体になる。Curie 温度が低いということは、電気双極子の秩序化を起こそうとする双極子相互作用が弱いことを意味する。

前節によると Curie 温度が極低温にある場合、誘電率の大きな温度依存性が極低温で見られるように思われるが、双極子相互作用が弱いため、極低温での量子力学的な揺らぎである零点振動が双極子相互作用に打ち勝って電気双極子の秩序化を阻害し、強誘電相転移が抑制される。このような性質を量子常誘電性といい、これを持つ誘電体を量子常誘電体という。量子常誘電体の誘電率 $\epsilon(T)$ は、Barrett の式、

$$\epsilon(T) = \frac{A}{\frac{T_1}{2} \coth \frac{T_1}{2T} - T_c} \quad (4.25)$$

によってよく表されることが知られている (図 4.5)。ここで、 A と T_1 は定数、 T_c は古典的 Curie 温度である。式 (4.25) は高温極限 ($T \rightarrow \infty$) で Curie-Weiss の式に一致する。また、低温極限 ($T \rightarrow 0$) で誘電率は高い値を保ったまま飽和し、極低温における温度依存性はほとんどなくなる。そのため X 線マイクロカロリメータの素子として応用するのは難しい。

量子常誘電体はペロフスカイト型結晶の誘電体によく見られ、研究が進んでいる。

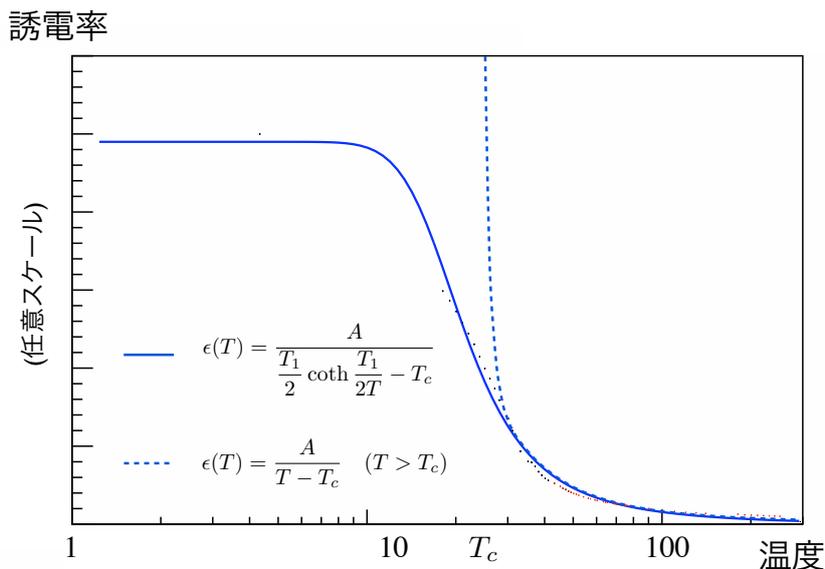


図 4.5: 量子常誘電体の誘電率の温度依存性 (1 次相転移)

4.2.2.2 ペロフスカイト型結晶

19 世紀にチタン酸カルシウム (灰チタン石) CaTiO_3 という物質が天然鉱物として発見され、発見者の A. Perovski に因んでペロフスカイトと呼ばれている。分子式が ABO_3 と表される酸化物の中でペロフスカイトと同じ結晶構造を持つものをペロフスカイト型結晶と呼ぶ。図にペロフスカイト型の結晶構造を示す。ペロフスカイト型結晶は、1942 年に人工的に合成されたチタン酸バリウム BaTiO_3 の発見以来、次々と発見されてきた。

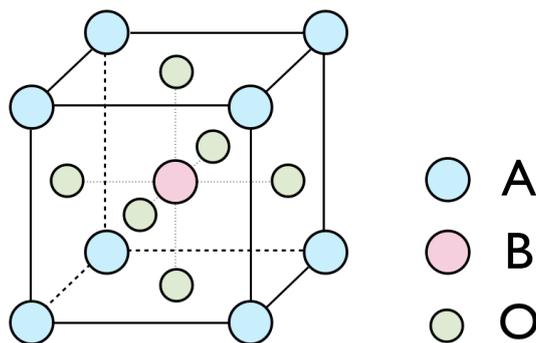


図 4.6: ペロフスカイト型結晶

ペロフスカイト型結晶 ABO_3 の A サイトにはカルシウムイオン (Ca^{2+}) やバリウムイオン (Ba^{2+})、ストロンチウムイオン (Sr^{2+})、カリウムイオン (K^+)、ナトリウムイオン (Na^+) 等が収容され、単位結晶の中心に位置する B サイトにはチタンイオン (Ti^{4+}) やタンタルイオン (Ta^{5+})、ニオブイオン (Nb^{5+}) 等が収容される。酸素イオン (O^{2-}) 12 個に囲まれる A サイトには、 O^{2-} 6 個に囲まれる B サイトよりもイオン半径が大きい金属が収容される。ペロフスカイト型結晶に電場を印可すると、中心にある B サイトのイ

オンが電場の方向にわずかに変位することで分極を生じるが、電場を印可しなくても B サイトのイオンが単位結晶の中心から変位し、自発分極を持つ強誘電体ペロフスカイト型結晶が存在し、BaTiO₃ 等がその例である。一方で、双極子相互作用が弱いために完全に強誘電体になりきれない量子常誘電体ペロフスカイト型結晶も存在し、チタン酸ストロンチウム SrTiO₃ やタンタル酸カリウム KTaO₃ 等がその例である。

4.2.2.3 量子強誘電体

量子常誘電体において双極子相互作用を強めたり、零点振動を弱めたりすることによって極低温で強誘電性を誘起することができる。これによって実現される強誘電性は古典的な強誘電性とは異なるために量子強誘電性と呼ばれ、これを持つ誘電体を量子強誘電体と呼ぶ。量子強誘電体は極低温において誘電率の温度依存性が現れるため、X 線マイクロカロリメータの素子として応用できると考えられる。

具体的に、量子常誘電体ペロフスカイト型結晶に量子強誘電性を発現させる方法として、構成イオンの質量を変化させることで格子振動のシステムに影響を与える方法がある。量子常誘電体結晶の格子振動を一次元調和振動子と考えると、その平均エネルギー E を考えると、

$$E = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (4.26)$$

のようになる。ここで \hbar は Planck 定数、 n は平均量子数である。 $\hbar\omega/2$ が零点振動の項となるが、ここで角振動数 ω は調和振動子が感じるポテンシャル V と調和振動子の質量 M を用いて、

$$\omega = \sqrt{\frac{V}{M}} \quad (4.27)$$

と表すことができるため、 M を大きくすることで零点振動のエネルギーを小さくすることができる。

イオンの質量の制御方法としては、結晶構造を保ったまま構成イオンを置換する方法がある。分子式 ABO₃ のペロフスカイト型結晶は、A_{1-x}C_xB_{1-y}D_yO₃ のような混晶系の組み合わせが豊富に存在し、その組成を変化させることで量子強誘電性の発現を促す試みが行われている。例えば、量子常誘電体である SrTiO₃ のストロンチウムの一部をバリウムに置換した Sr_{1-x}Ba_xTiO₃ 混晶系では $x > 0.005$ で量子強誘電性が発現し、低温における誘電率の温度依存性が確認されている (図 4.7)[25]。また、量子常誘電体である KTaO₃ のタンタルの一部をニオブに置換した KTa_{1-x}Nb_xO₃ 混晶系では $x > 0.008$ で量子強誘電性が発現し、臨界温度 $T_c \propto (x - 0.008)^{1/2}$ の特性や誘電率 $\epsilon \propto (T - T_c)^\gamma$ の特性が確認されている (図 4.8)[26]。 γ は $x \sim 0.008$ のときに 2 であるが、 $x > 0.008$ のときに 1 となり Curie-Weiss の式に一致する。

また、イオンの質量の制御方法として同位体置換がある。例えば、自然界に存在する酸素の同位体比は ¹⁶O : ¹⁷O : ¹⁸O = 99.76 : 0.04 : 0.20 であり、ペロフスカイト型結晶中にもこれと同程度の比率で ¹⁶O、¹⁷O、¹⁸O が含まれていると考えられる。¹⁶O を ¹⁷O や ¹⁸O に置換してこの比率を変化させることで、分子量差 2 の範囲で質量を制御することができる。例えば、SrTiO₃ の酸素の一部を ¹⁶O から ¹⁸O に置換した SrTi(¹⁶O_{1-x}¹⁸O_x)₃ では、 $x > 0.33$ で量子強誘電性が発現し、¹⁷O を含めた SrTi(¹⁶O_{1-x-y}¹⁷O_y¹⁸O_x)₃ においても同様の現象が確認されている (図 4.9)[27]。

4.3 誘電体チタン酸ストロンチウム SrTiO₃

4.3.1 SrTiO₃ の基本情報

チタン酸ストロンチウム SrTiO₃ (STO) は量子常誘電体ペロフスカイト型結晶であり、2 K 以下で比誘電率が 20000 以上となる (図 4.9)。2 K 以上では誘電率の温度依存性も大きく、その特性が磁場にほとん

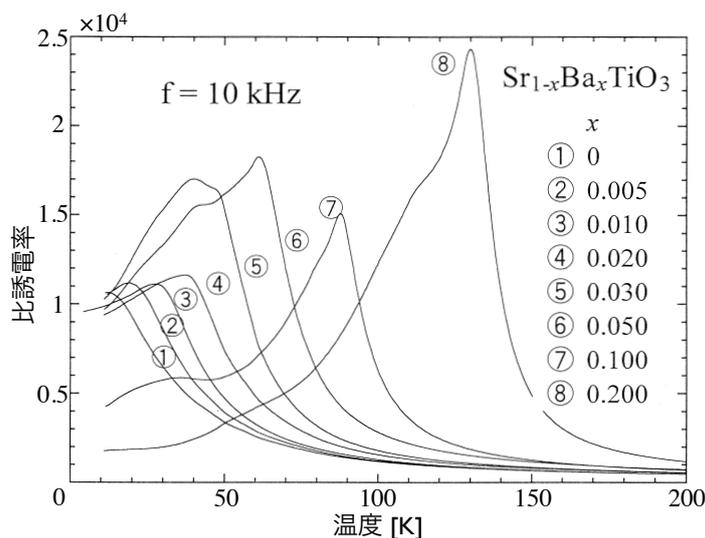


図 4.7: $\text{Sr}_{1-x}\text{Ba}_x\text{TiO}_3$ の量子強誘電性 [25]

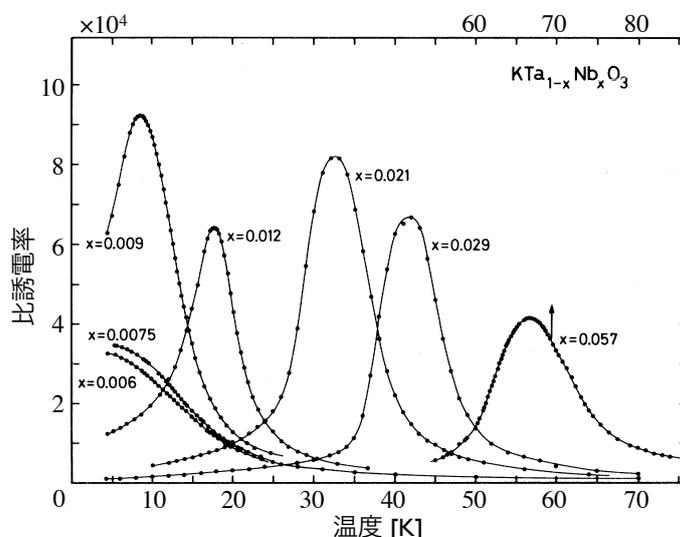


図 4.8: $\text{KTa}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$ の量子強誘電性 [26]

ど影響されないので、強磁場下で利用できる温度計の素子として用いられることがある。また、STO はセラミックコンデンサや誘電体温度計の材料として市販されており、比較的入手しやすい誘電体材料である。しかし、理論上、量子常誘電体 STO の誘電率は極低温で飽和する。2 K での誘電体温度計の絶対感度は $\alpha_c \sim 0.01$ であり、2 K 以下ではこれよりも小さくなることが予想される (図 4.10)。

前述のように、STO は組成効果や同位体効果を施すことで量子強誘電性を発現させることができ、極低温 (~ 100 mK) で温度依存性を持つと考えられる。その中でも酸素の同位体置換を行った STO は、先行研究より ~ 2 K の温度依存性が比較的大きいことが分かっている。STO の $^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ 置換率と量子強誘電相転移の臨界温度の関係を図 4.11 に示す。

図 4.11 より $^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ 置換率が 32 % 以上のときに量子強誘電性が発現する。従って、 $^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ 置換率は 32 % 以上とすれば ~ 100 mK で温度依存性を持つ可能性がある。因に、臨界温度において誘電率は極大値となる。

$^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ 置換率 40 % 付近の STO は ~ 2 K の誘電率の温度依存性が比較的大きいため (図 4.12)[30]、

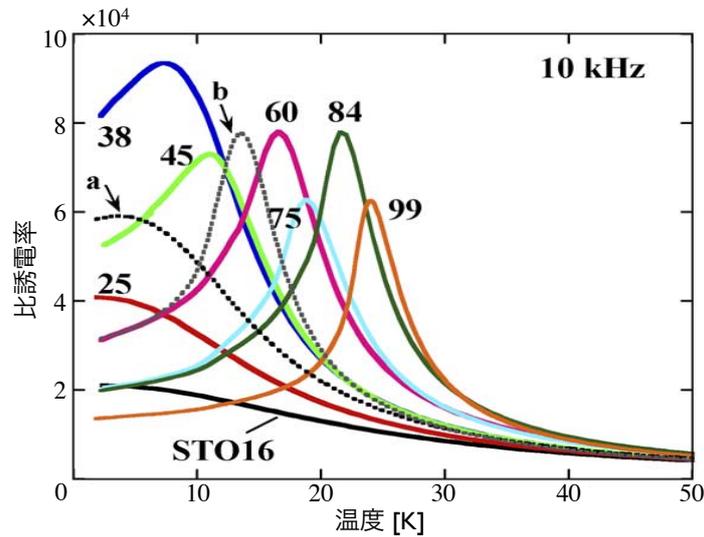


図 4.9: (110)- $\text{SrTi}({}^{16}\text{O}_{1-x-y}{}^{17}\text{O}_y{}^{18}\text{O}_x)_3$ の量子強誘電性 [27]
 各曲線についている数字は $y = 0$ のときの $x \times 100$ の値、a は $x = 0.03$ 、 $y = 0.53$ 、b は $x = 0.28$ 、 $y = 0.43$

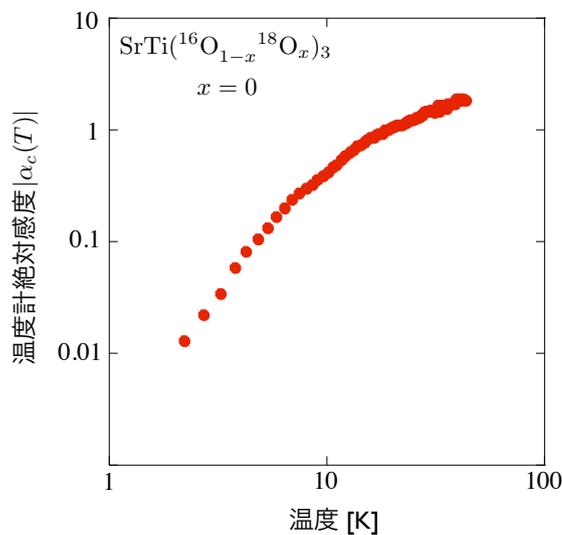


図 4.10: 量子常誘電体 STO の誘電体温度計の絶対感度 (2 K 以上)[28]

極低温でも温度依存性を持つことが期待される。

4.3.2 SrTiO_3 を用いた誘電体 X 線マイクロカロリメータ

STO を誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子の材料として用いることを考える。

まずは、X 線吸収体としての STO 素子の特性を調べる。STO の X 線吸収率を図 4.13 に示す。数 keV 程度の X 線を完全に吸収するために STO 素子の厚さは $100 \mu\text{m}$ で十分であることが分かる。

次に STO に X 線が入射したときの温度上昇や静電容量、共振周波数の相対変化を求める。

STO の mol 比熱の $\sim 2 \text{ K}$ までの温度依存性の測定値 (先行研究) を図 4.14 に示す。極低温での STO の比熱は大体 T^3 則に従い、格子比熱が支配的であると言える。 $\sim 2 \text{ K}$ までの測定値を外挿することで得ら

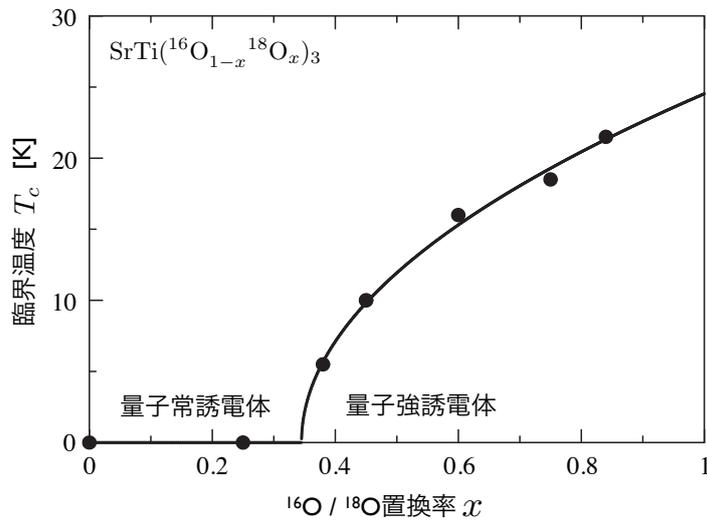


図 4.11: $^{16}\text{O}/^{18}\text{O}$ 置換率 x と量子強誘電相転移の臨界温度 T_c の関係 ([29] FIG.6)

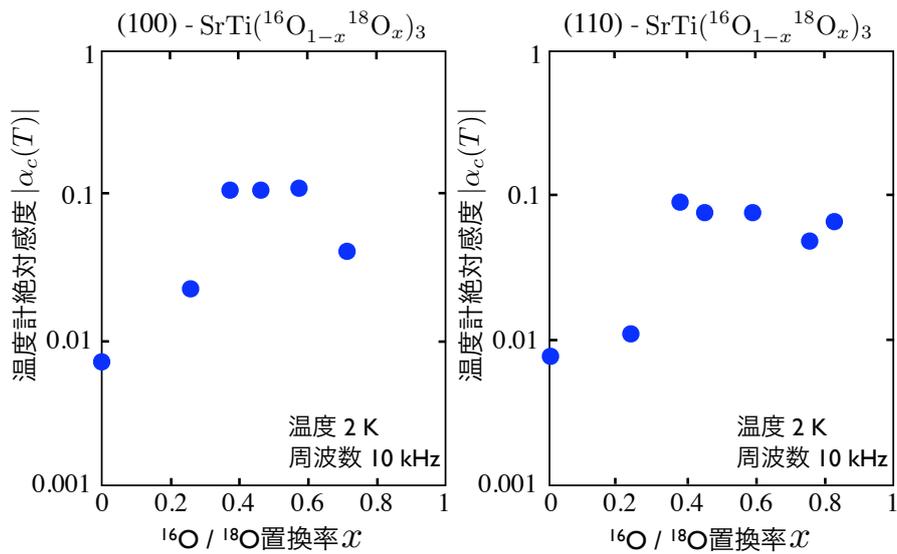


図 4.12: 量子強誘電体 STO の温度計としての絶対感度 (2 K)[30]

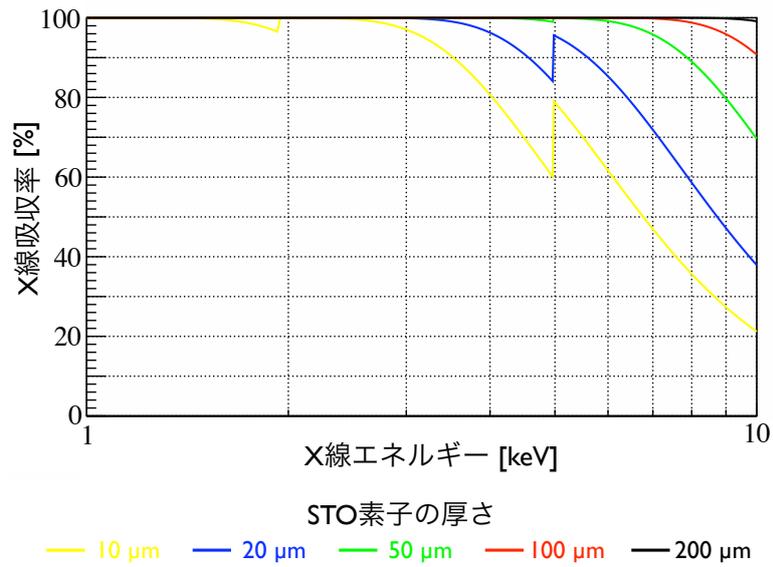


図 4.13: STO 素子の厚さと X 線吸収率

Lawrence Berkeley National Laboratory's Center for X-ray Optics の X-Ray Database より
 (http://henke.lbl.gov/optical_constants/)

2 keV と 5 keV 付近にある吸収端はそれぞれストロンチウムとチタンによるもの

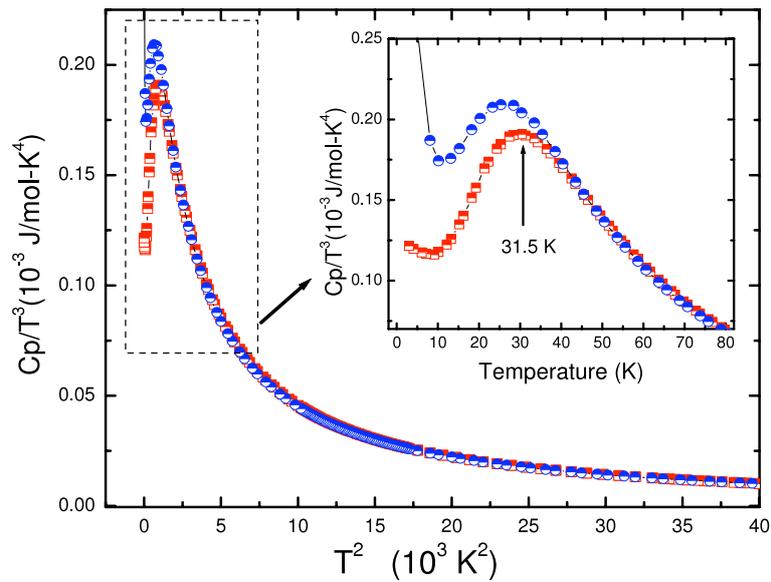


図 4.14: STO の mol 比熱の温度依存性 (2 K 以上)[31]

赤は SrTiO_3 (STO)、青は $\text{Sr}_{0.85}\text{Pr}_{0.15}\text{TiO}_3$ のデータ

れる ~ 100 mK での mol 比熱 $c_{\text{th}}(T_p)$ は、

$$c_{\text{th}}(T_p) \sim 1.25 \times 10^{-7} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^3 \text{ [J/mol/K]} \quad (4.28)$$

となる。STO の常温での比重は 3.99 g/cm^3 、分子量は 183.49 (酸素同位体置換なしの場合) なので、常温での STO の 1 mol あたりの体積は $46.0 \text{ cm}^3/\text{mol}$ である。よって、 ~ 100 mK における熱容量 $C_{\text{th},100}$ は、

$$C_{\text{th},100} \sim 2.73 \times 10^{-9} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^3 \left(\frac{V}{1 \text{ cm}^3} \right) \text{ [J/K]} \quad (4.29)$$

となる。ここで V は STO の常温での体積である。

STO の素子を素子を面積 $A (= 1 \text{ mm}^2)$ 、厚さ $t (= 100 \text{ }\mu\text{m})$ の平板型とすると (A 、 t は常温での値)、 100 mK における熱容量 $C_{\text{th},100}$ は、

$$C_{\text{th},100} \sim 0.273 \left(\frac{T}{100 \text{ mK}} \right)^3 \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right) \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right) \text{ [pJ/K]} \quad (4.30)$$

となる。この素子にエネルギー $E (= 5.9 \text{ keV})$ の X 線を入射させたとき、素子の温度上昇 δT は、

$$\delta T \sim 3.5 \times 10^{-3} \left(\frac{C_{\text{th},100}}{0.273 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-3} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \text{ [K]} \quad (4.31)$$

となる。図 4.10、4.12 を参考に、仮に ~ 100 mK の α_c が 0.01 であるとする、式 (3.15) の静電容量の相対変化 $\delta C_d/C_d$ は、

$$\frac{\delta C_d}{C_d} \sim 3.6 \times 10^{-4} \left(\frac{\alpha_c}{0.01} \right) \left(\frac{C_{\text{th},100}}{0.273 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-4} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \quad (4.32)$$

となる。また、共振周波数の相対変化 ($\Delta_r(\omega) \equiv \delta\omega_r/\omega_r$) は、

$$|\Delta_r(\omega)| \sim 1.8 \times 10^{-4} \left(\frac{\alpha_c}{0.01} \right) \left(\frac{C_{\text{th},100}}{0.273 \text{ pJ/K}} \right)^{-1} \left(\frac{T_p}{100 \text{ mK}} \right)^{-4} \left(\frac{A}{1 \text{ mm}^2} \right)^{-1} \left(\frac{t}{100 \text{ }\mu\text{m}} \right)^{-1} \left(\frac{E}{5.9 \text{ keV}} \right) \quad (4.33)$$

となる。つまり、共振周波数が 1 GHz であれば 180 kHz の変化が見込まれる。

4.3.3 極低温における誘電体の物性値測定

誘電体 X 線マイクロカロリメータの設計を行う上で極低温 (~ 100 mK) における誘電体素子の物性値を測定することは重要である。特に、熱容量 (比熱) や比誘電率、誘電正接は重要な物性値であり、正確な値と温度依存性、周波数依存性等を測定する必要がある。

極低温における誘電体の熱容量 C_{th} の測定は、誘電体に既知の熱信号を与えてその温度上昇を測定することで実現する。これは C_{th} と δT から E を求めるカロリメータの原理の逆で、 E と δT から C_{th} を求める測定であり、これを行うためにはカロリメータの信号の読み出しの仕組みが整っている必要がある。つまり、熱容量は開発の初段階では測定が困難な物性値である。

極低温における誘電体の比誘電率や誘電正接の測定は、冷凍機の中に設置した誘電体のインピーダンス測定を高精度、高精度に行うことができるようなシステムの構築が必要である。

第 5 章

誘電体 SrTiO_3 の極低温における比誘電率、誘電正接測定実験

～ 100 mK における誘電体の比誘電率や誘電正接はこれまでに測定例がない。しかし、誘電体 X 線マイクロカロリメータを開発する上で、これらの測定値は不可欠である。ここでは、誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子の候補としてチタン酸ストロンチウム ($\text{STO} : \text{SrTiO}_3$) の極低温下、交流バイアス下での誘電率や誘電正接の温度依存性や交流周波数依存性を測定する実験を行う。

量子常誘電体ペロフスカイト型結晶を持つ STO は組成効果や同位体効果を用いることで量子強誘電性が発現し、約 2 K 付近において誘電率の温度依存性を持つことが分かっている (前章)。STO はセラミックコンデンサや誘電体温度計の材料として市販されており、比較的入手しやすい誘電体材料である。また、元素置換や酸素同位体置換等の処理技術が確立しており、パラメータを制御しやすい。

量子強誘電体化した STO の 2 K 以下での比誘電率や誘電正接はこれまでに測定されたことがなく未知であるが、極低温で誘電率の温度依存性を持つ可能性があり、誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子として利用できる可能性がある。

5.1 実験セットアップ

STO の平行平板キャパシタを作成し、断熱消磁冷凍機 (ADR : Adiabatic Demagnetization Refrigerator) の中に設置する (ADR の詳細については 5.1.2 節で述べる)。そして、LCR メータ (HIOKI 3532-50 LCR ハイテスタ) を用いて STO キャパシタに交流バイアスを印加し、4 端子法で複素インピーダンスの温度依存性 (60 mK – 300 K) や交流周波数依存性 (1 kHz – 1 MHz) を調べる。この測定値から STO の誘電率や誘電正接の温度依存性や交流周波数依存性を求める。測定システムの外観を図 5.1 に示す。

5.1.1 STO キャパシタの作成

5.1.1.1 STO 試料

今回の実験では、フルウチ化学株式会社製の単結晶 $\text{SrTi}^{(16}\text{O})_3$ 1 つ (: STO16) と単結晶 $\text{SrTi}^{(18}\text{O}_x^{16}\text{O}_{1-x})_3$ 2 つ (: STO18-1 と STO18-2) の 3 種類と東京工業大学 応用セラミックス研究所の伊藤満教授よりお借りした単結晶 $\text{SrTi}^{(18}\text{O}_x^{17}\text{O}_y^{16}\text{O}_{1-x-y})_3$ 1 つ (: STO17) の計 4 種類の STO 試料を測定した。STO16 の特性と仕様を以下の表 5.1 に示す。

約 1000 K 以上の $^{18}\text{O}_2$ 雰囲気中では、STO16 中の ^{16}O と ^{18}O の置換が起こる。STO18-1 と STO18-2 は、1323 K の $^{16}\text{O}_2$ と $^{18}\text{O}_2$ の混合気体中に STO16 を 500 時間さらして ^{18}O を導入し、その後、真空中



図 5.1: STO キャパシタ測定システムの外観 (CMR-ADR を用いた場合)

表 5.1: 実験に用いた STO 試料の特性と仕様

物質名	チタン酸ストロンチウム
化学式	SrTiO ₃
結晶系	立方晶系
結晶型	ペロフスカイト型
劈開面	(100)
格子定数	3.905 Å
比重	3.99
融点	2353 K
熱膨張係数	$9.4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
純度	99.99 %
色	無色
育成方法	ベルヌーイ法
成型方法	両面研磨
初期試料形状	板状 (直方体)
初期試料サイズ	面積最大面 : 7.0 mm × 3.0 mm 厚さ: 0.3 mm
面積最大面方位	(110) (誘電率が最大になる方位)
モース硬度	5.5 - 6 (ナイフでも傷がつかない硬度)

でアニーリングを行って ¹⁸O を均質化することで生成される。¹⁸O 置換率は酸素混合気体の分圧を調整することによって変えることができ、大まかな ¹⁸O 置換率は質量の増加量を測定することで確認できる [30]。フルウチ化学株式会社が行った質量の増加量測定によると STO18-1 中の酸素の 42%、STO18-2 中の酸素の 34% が ¹⁸O であり、この置換率の誤差は数 % である。

STO17 についても STO18 と同様に ¹⁶O₂ と ¹⁷O₂、¹⁸O₂ の高温混合気体中に STO16 をさらすことで生成される。伊藤満教授によると STO17 中の酸素の 5% が ¹⁸O、92% が ¹⁷O となっている。

5.1.1.2 STO 試料表面の低誘電率層エッチング

STO16 はインゴットから切り出され、研磨によって成型される。このとき STO16 の表面には、ストレスにより厚さ 50 μm 程度の低誘電率層が生成される [30]。これを除去するために熱濃リン酸によるエッチングを行った (図 5.2)。STO16 と STO18-1、STO18-2 のエッチングの結果を表 5.2、図 5.3 に示す。3 つの試料の表面はエッチング後にも研磨による μm オーダーの凹凸が見られる。

STO17 は成型に光学研磨を用いており、表面は nm オーダーで滑らかである。

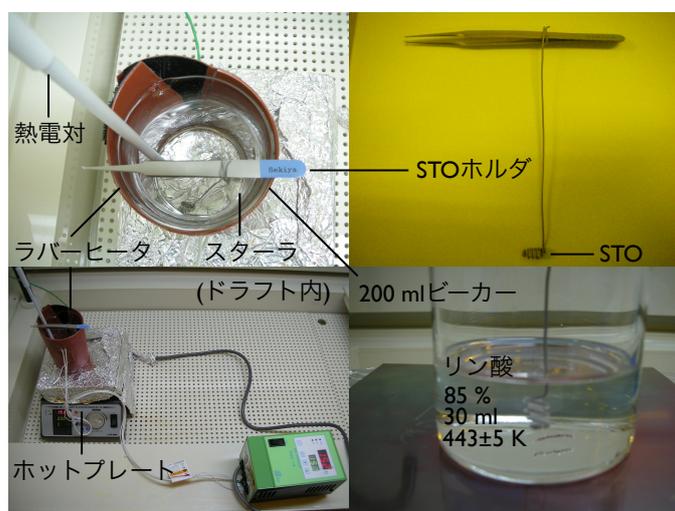


図 5.2: STO 試料のエッチング : 200 ml ビーカーに 30 ml 程度のリン酸 (85 %) を入れ、底をホットプレート、周りをラバーヒータで熱する。ホットプレートとラバーヒータの温度を調節することでエッチング中のリン酸の実際の温度が 443±5 K になるようにする。リン酸の温度確認は、ホットプレートに接続したフッ素樹脂コーティングの熱電対を用いて行う。リン酸は 300 rpm で回転するスターラによって攪拌する。STO 試料は、テフロン被膜線で作成したホルダーの中に入れ、上から吊るしてリン酸に浸ける。

表 5.2: STO 試料のエッチングの結果

	STO16	STO18-1	STO18-2
エッチング前厚さ [μm]	309.298	302.866	309.047
エッチング時間	24h00m	24h00m	30h00m
エッチング後厚さ [μm]	200.446	196.336	200.483
エッチング速さ (片面・平均) [μm/h]	4.176	4.090	3.619

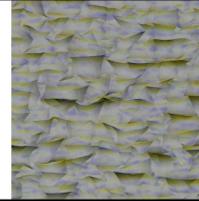
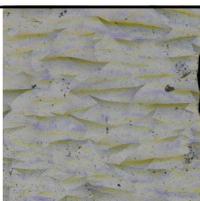
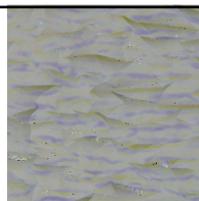
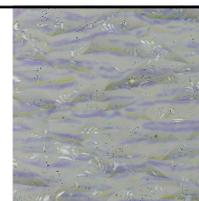
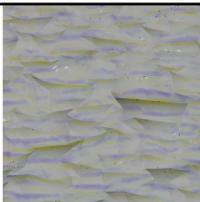
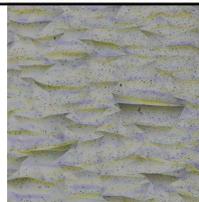
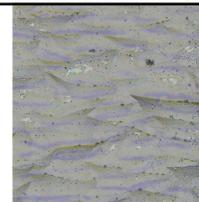
		STO16		
etching time		0h	12h	24h
laser microscope image				
thickness		309.298 μm		200.446 μm
		STO18-1		
etching time		0h	12h	24h
laser microscope image				
thickness		302.866 μm		196.336 μm
		STO18-2		
etching time		0h	12h	30h
laser microscope image				
thickness		309.047 μm		200.483 μm

図 5.3: エッチングによる STO 試料の表面の変化

5.1.1.3 電極付けと配線付け

エッチング後、STO16 と STO18-1、STO18-2 の両面にアルミニウムの電極 (厚さ : 200 nm) をスパッタしてアルミニウム / STO / アルミニウムの平行平板キャパシタを作成した (図 5.4)。電極にアルミニウムを用いた理由は約 1.2 K 以下で超伝導状態になることを利用し、極低温実験の妨げとなる Joule 発熱や精密実験の妨げとなる Johnson ノイズを抑えるためである。この電極片面あたりに 2 本ずつ計 4 本の配線をつなぎ、4 端子法でキャパシタの複素インピーダンスを測定できるようにした。今回、配線には 2 対 (4 本) のキュプロニッケル被膜付きニオブチタンのツイスト線が繊維によって束ねられたルームワイヤー (全

長 55 cm) を用いた。この線を用いた理由は約 9 K 以下で超伝導状態になることや、熱伝導度が小さいため、冷凍機内で温度の異なるステージ間の配線に有用であるためである。また、ホットとリターンの組で配線をツイストすることで、配線を通る電流によって生じる磁場を打ち消している。ニオブチタン線とアルミニウム電極は銀ペースト (EPO-TEK H20E) を用いて接着した (図 5.5)。

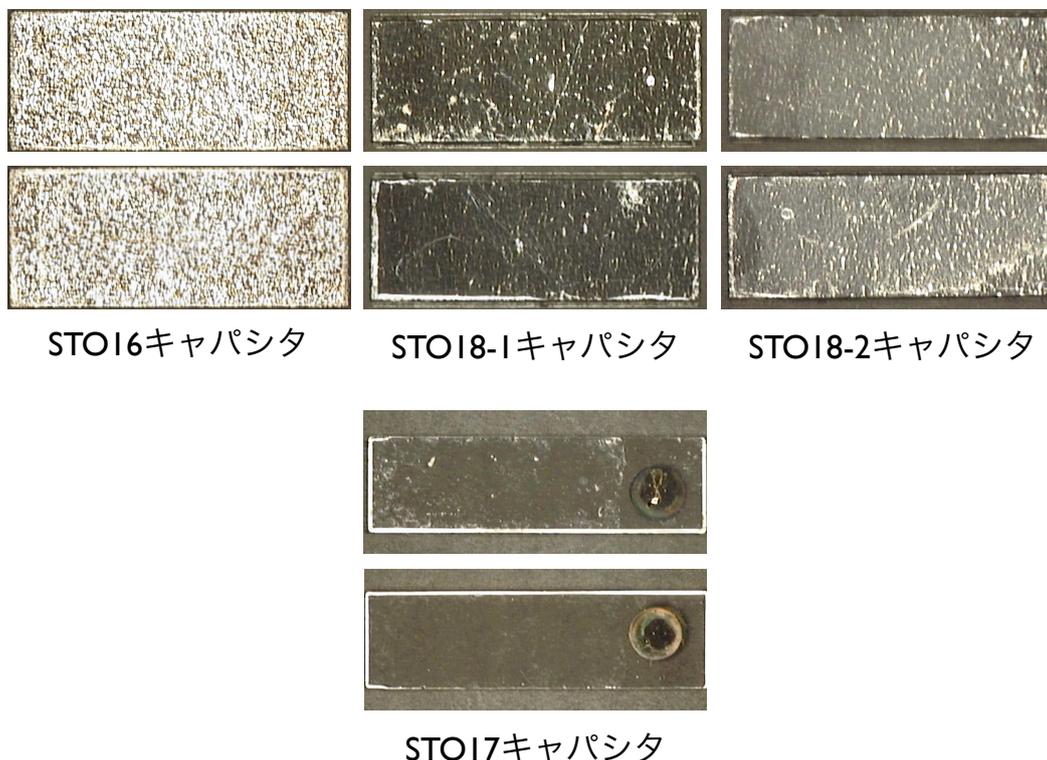


図 5.4: 4 つの STO キャパシタの光学顕微鏡画像 (表裏)

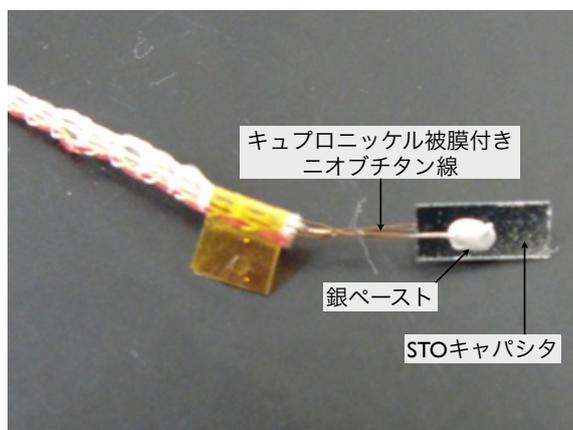


図 5.5: STO キャパシタへの配線

STO17 の両面には直径 1 mm の円形の銅と金の二重金属薄膜による電極が付いている (図 5.4)。この電極が用いられた理由は STO との親和性がよく、電極と STO の熱膨張率が近いために STO 表面にひずみを生じにくいためである。ただし、常伝導金属であるため極低温においても電気抵抗が残る。この電極に

も STO16 等と同様に 4 端子でニオブチタン線の配線を行った。ニオブチタン線と銅/金電極は銀ペースト (ドータイト 500) を用いて接着した。

STO の平行平板キャパシタの極板面積を A 、極板間距離を t 、静電容量を C_d 、比誘電率を ϵ_r とすると、

$$\epsilon_r = \frac{t}{\epsilon_0 A} C_d \quad (5.1)$$

のような関係がある。

ここで、4 つの STO キャパシタの情報 (質量の増加量を測定から求められた STO の組成、 A 、 t 、 C_d から ϵ_r への換算係数 $t/\epsilon_0 A$) を表 5.3 にまとめる。

表 5.3: 4 つの STO キャパシタ

	STO16	STO18-1
組成	SrTi ¹⁶ O ₃	SrTi(¹⁸ O _{0.58} ¹⁶ O _{0.42}) ₃
極板面積 A [mm ²]	18.04	15.68
極板間距離 t [μm]	200.446	196.336
$t/\epsilon_0 A$ [/F]	1.26×10^{12}	1.41×10^{12}
	STO18-2	STO17
組成	SrTi(¹⁸ O _{0.66} ¹⁶ O _{0.34}) ₃	SrTi(¹⁸ O _{0.05} ¹⁷ O _{0.92} ¹⁶ O _{0.03}) ₃
極板面積 A [mm ²]	15.82	0.79
極板間距離 t [μm]	200.483	200
$t/\epsilon_0 A$ [/F]	1.43×10^{12}	2.86×10^{13}

5.1.2 ADR への試料取り付け

今回、素子の測定に用いた冷凍機は、Cambridge Magnetic Refrigeration 社製の断熱消磁冷凍機 (CMR-ADR) と、住友重機械工業株式会社製の断熱消磁冷凍機 (SHI-ADR) の 2 種類である。

5.1.2.1 ADR

ADR は常磁性体への印加磁場を制御し、カルノーサイクル (に限りなく近いサイクル) を作り出すことで極低温 (100 mK 以下) を得るものである。

常磁性体の温度を 100 mK 以下まで下降させるためには数段階の手順を踏む。まず、常磁性体の温度を液体ヘリウム (4 K 熱浴) の温度まで下降させる。その後、常磁性体と 4 K 熱浴を熱的に分離して、液体ヘリウムの減圧によって得られる約 1 K の熱浴に接触させる。このとき常磁性体の局在スピンの向きは無秩序であり、エントロピーは大きい状態にある。この状態で常磁性体に磁場を印可すると磁化が生じ、スピンの向きが揃うのでエントロピーが減少する (図 5.6、①→②)。

ここで十分なエントロピー変化を起こさせるためには数 T オーダーの強い磁場が必要であり、大電流を流しても発熱が小さい超伝導電磁石を利用する。常磁性体の磁化の際に磁化熱が発生するが、この熱は 1 K 熱浴に捨てる。超伝導電磁石にクエンチしない程度の電流を流して強い磁場を作り出し、常磁性体と 1 K 熱浴の温度が等しくなったら、それらを分離して常磁性体を断熱状態にする。この状態で常磁性体に印可している磁場を減少させる (消磁する) と、(理想的な断熱状態では) エントロピーを一定に保ちながら温

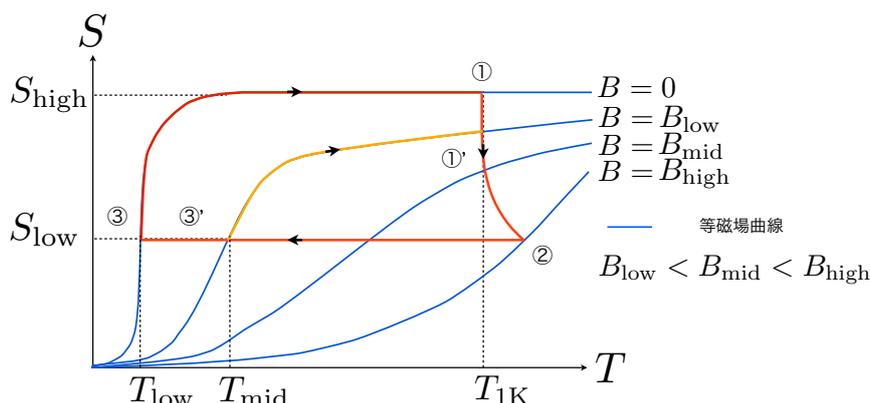


図 5.6: 断熱消磁冷凍機の冷却サイクル (S-T グラフ)

度が下降する (図 5.6、②→③)。そして、磁場が 0 になるまで消磁すると最低温度 (100 mK 以下) に達する。実際には輻射熱や支持材料等からの流入熱があり、エントロピーが少しずつ上昇するため、理想的な断熱状態の場合と比べて最低温度は高くなる。磁場が 0 になり最低温度に達した後、常磁性体の温度とエントロピーは等磁場曲線に沿って上昇し、励磁前の状態に戻る (図 5.6、③→①)。

消磁を途中で止めると温度下降は止まる (図 5.6、③'→①')。断熱消磁冷凍機ではこれを利用して温度制御を行うことができる。1 K 熱浴 (4 K 熱浴) からの流入熱がある場合、消磁を止めると常磁性体の温度とエントロピーは等磁場曲線に沿って徐々に上昇し (図 5.6、③'→①)、最終的に温度は 1 K (4 K) に達する。この上昇速度は常磁性体の比熱と流入熱によって決まる (常磁性体は大きな磁化比熱を持ち、かなりの流入熱に耐えることができる)。常磁性体の温度を一定に保つためにはこの温度上昇に抗う必要があり、磁場を徐々に減少させることでこれを実現する。

5.1.2.2 CMR-ADR

今回の実験に用いる CMR 社製断熱消磁冷凍機 (CMR-ADR) は、図 5.7 に示すようにヘリウムデュワーとその中へ自在に抜き差し可能なインサートからなる。ヘリウムデュワーは最大 90 ℓ の液体ヘリウムを注入することができ、これが 4 K 熱浴となる。デュワー外部 (300 K) からの流入熱を抑えるためにデュワー外層は真空断熱状態にしてある。インサートの下部には (IVC : Inner Vacuum Can) が付いている。IVC は常磁性体のカプセルがついた極低温ステージや 1 K 熱浴等からなり、これらは金属製の筒で覆われて密封される。インサートをデュワー内に挿入するときは、IVC の中から大気を追い出して熱交換ガス (気体ヘリウム) を封入し、極低温ステージが 4 K 熱浴と同じ温度になるようにする。その後、熱交換ガスを追い出して真空断熱状態にし、4 K 熱浴から極低温ステージへの流入熱を抑える。そして、少量の液体ヘリウムを減圧する 1 K ポットにおいて 1 K 熱浴を作り出し、極低温ステージを約 1 K にする。その後、前述のような励磁と断熱消磁によって極低温ステージを 100 mK 以下にする。常磁性体には鉄ミョウバン (FAA : Fe₂(SO₄)₃ · (NH₄)₂SO₄ · 24H₂O) を用いる。この物質は 100 mK 以下での磁気比熱が特に大きい。また、超伝導電磁石はヘリウムデュワー内の IVC 下部に取り付けられており、ここに 16.68 A の電流を流す

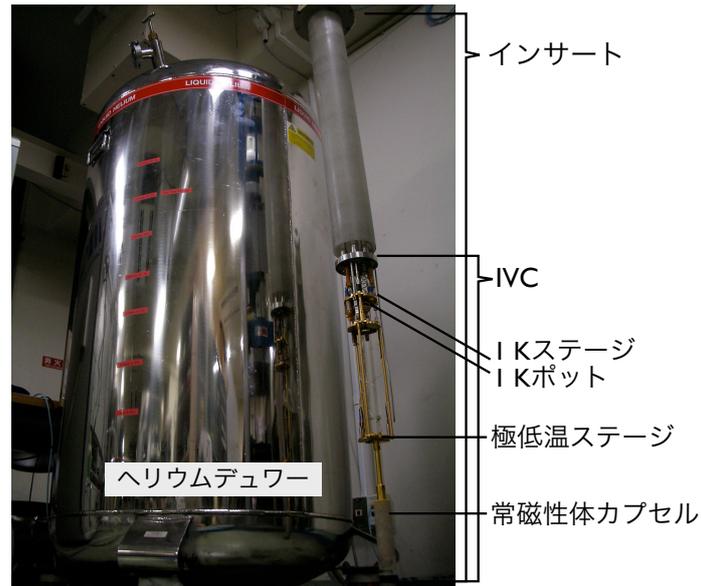


図 5.7: CMR-ADR

ことで常磁性体に約 3 T の磁場を作り出す。超伝導電磁石の臨界電流は 17.67 A であり、これ以上大きな電流を流すとクエンチする。

5.1.2.3 CMR-ADR への STO 試料取り付け

CMR-ADR では STO16 と STO18-1 のキャパシタの測定を行った。2 つのキャパシタは CMR-ADR の極低温ステージに設置する (図 5.8)。試料は絶縁用のカプトンテープを巻いた無酸素銅板の上に置き、その上からカプトンテープと銅箔テープを用いて押さえてある。STO18-1 キャパシタの近くには約 2.8 K 以下で感度を持つ Speer CarbonTM 温度計が設置されており、この温度計を用いて約 2.8 K 以下の温度モニターを行う。約 2.8 K 以上での温度モニターは同じく STO18-1 キャパシタの近くに設置されている CernoxTM 温度計を用いて行われる。

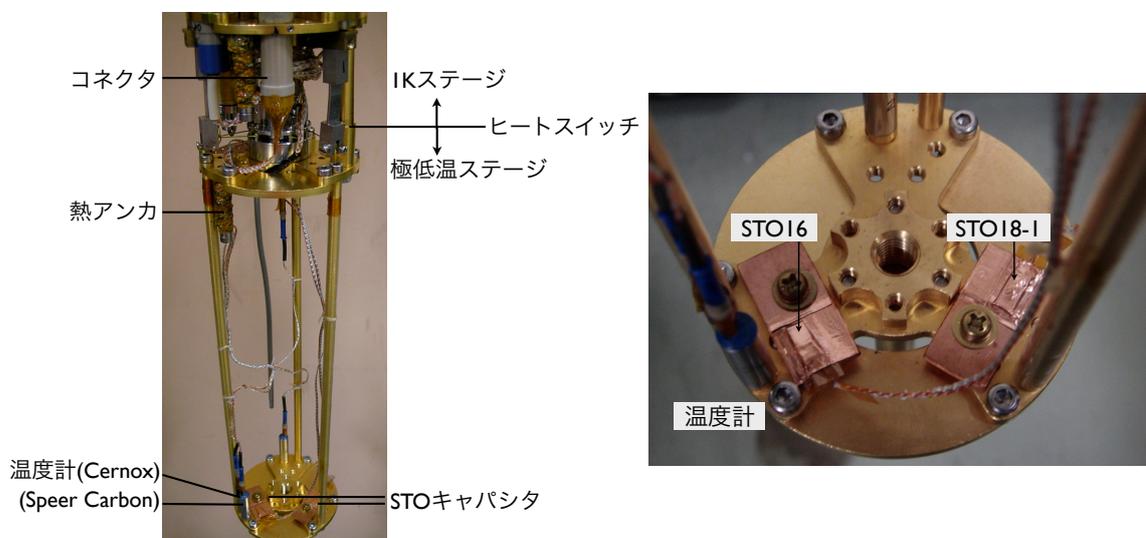


図 5.8: CMR-ADR 極低温ステージへの STO 試料取り付け

STO キャパシタからの配線は最終的に 300 K の測定器へとつながっていくため、極低温実験の妨げとなる流入熱に留意しなければならない。これを極力抑えるために、極低温ステージからの配線は 1 K 熱浴、4 K 熱浴に熱アンカを取りながら、段階的に 300 K へつなげていく。極低温ステージから 1 K 熱浴への配線は熱伝導度の小さなキュープロニッケル被膜のニオブチタン線を用いている。1 K 熱浴から極低温ステージの熱アンカまでのニオブチタン線の配線の長さは約 10 cm であり、極低温ステージの温度が 100 mK のときの 1 K 熱浴 (1.5 K) からの熱流入は、 $0.1 \mu\text{W}$ 以下となる。

5.1.2.4 SHI-ADR

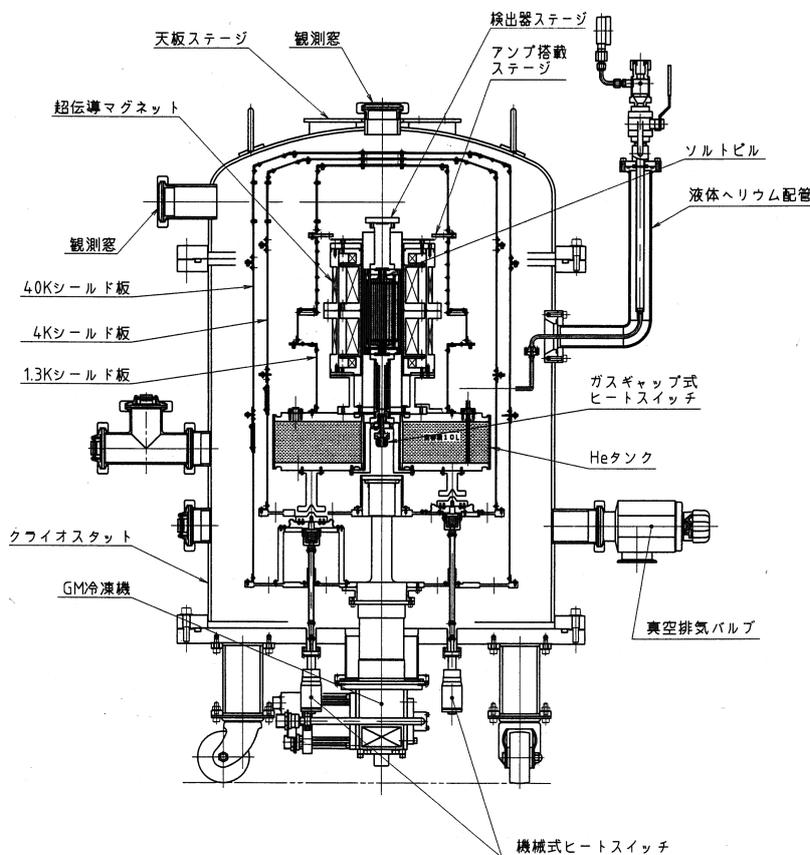


図 5.9: SHI-ADR の設計図

今回の実験に用いる住友重機械工業株式会社製の断熱消磁冷凍機 (SHI-ADR) は、図 5.9 に示すように付属の Gifford-MacMahon 冷凍機 (GMR) によって約 40 K と約 4 K の熱浴を作り出すことができる。冷凍機外部 (300 K) と 40 K 熱浴の間は断熱真空状態にしてある。また、ヘリウムタンクへの液体ヘリウム注入とその減圧によって約 1.3 K の熱浴を作り出すことができる。ヘリウムタンクには最大 10 l の液体ヘリウムを注入することができる。常磁性体のカプセルがついた極低温ステージは冷凍機の最深部にあり、1.3 K 熱浴とガスギャップ式のヒートスイッチを介して熱接触することで約 1.3 K になる。その後、前述のような励磁と断熱消磁によって極低温ステージを 100 mK 以下にする。常磁性体にはクロムカリウムミョウバン (CPA) を用いる。超伝導電磁石は常磁性体のカプセルを囲むように取り付けられており、ここに 8.0 A の電流を流すことで常磁性体に約 2 T の磁場を作り出す。超伝導電磁石の臨界電流は 9.0 A であり、これ以上大きな電流を流すとクエンチする (Joule 発熱によって超伝導状態が破られる)。

5.1.2.5 SHI-ADR への試料の取り付け

SHI-ADR では、STO16、STO18-1、STO18-2、STO17 のキャパシタの測定を行った。4つのキャパシタは絶縁用のカプトンテープを貼った銅製の極低温ステージに、真空グリースを用いて設置する(図5.10)。試料の近くには酸化ルテニウム温度計(Rox7)が設置されており、この温度計を用いて約2 K以下の温度モニターを行う。約2 K以上での温度モニターは同じく試料の近くに設置されているCernox™温度計を用いて行われる。

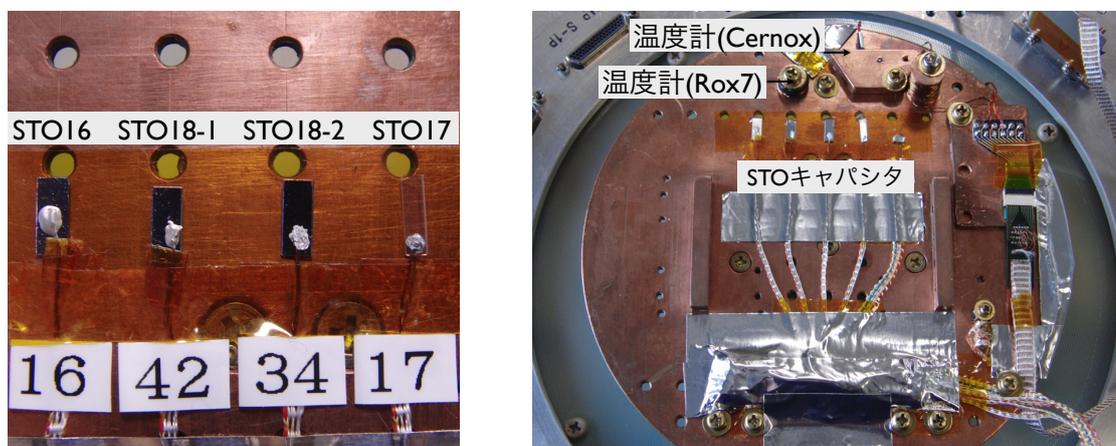


図 5.10: SHI-ADR 極低温ステージへの STO 試料取り付け

STO キャパシタからの配線は極低温ステージ上にあるコネクタに接続され、各温度の熱浴に熱アンカを取りながら段階的に 300 K につなげていく。

5.1.3 LCR メータを用いた静電容量、誘電正接の測定

STO キャパシタの複素インピーダンス Z を LCR メータを用いて測定する。今回、STO キャパシタには定電圧 10 mV を印可する(今回の LCR メータの最小設定値)。LCR メータによって測定した Z の絶対値 $|Z|$ と位相角 θ から Z の実数成分 $\text{Re}(Z)$ と虚数成分 $\text{Im}(Z)$ を計算し、これらを用いて STO キャパシタの比誘電率 ϵ_r や誘電正接 $\tan \delta$ を求める。

今回の測定系の等価回路を図 5.11 に表す。この図より、LCR メータによって測定される複素インピーダンス Z は、STO キャパシタの静電容量を C_d とすると、

$$Z = R_s + i\omega L + \frac{1}{G_d + i\omega(C_d + C_f)} \quad (5.2)$$

となる。STO キャパシタと直列に接続する抵抗 R_s は具体的に、① ニオブチタン線と銀ペースト間の接触抵抗、② 銀ペーストの抵抗、③ 銀ペーストとアルミニウム電極間の接触抵抗、④ アルミニウム電極の抵抗、⑤ アルミニウム電極と STO 間の接触抵抗の和であることが考えられる。このうち④は、約 1.2 K 以下においてアルミニウムが超伝導状態になることで 0 となる。また、STO キャパシタと並列に接続するコンダクタンス G_d としては、 $\tan \delta$ による寄与のみを仮定し、

$$G_d = \omega C_d \tan \delta \quad (5.3)$$

と表す。また、STO キャパシタに直列に接続する寄生インダクタンス L や並列に接続する浮遊容量 C_f は配線や電極等によって生じるものである。

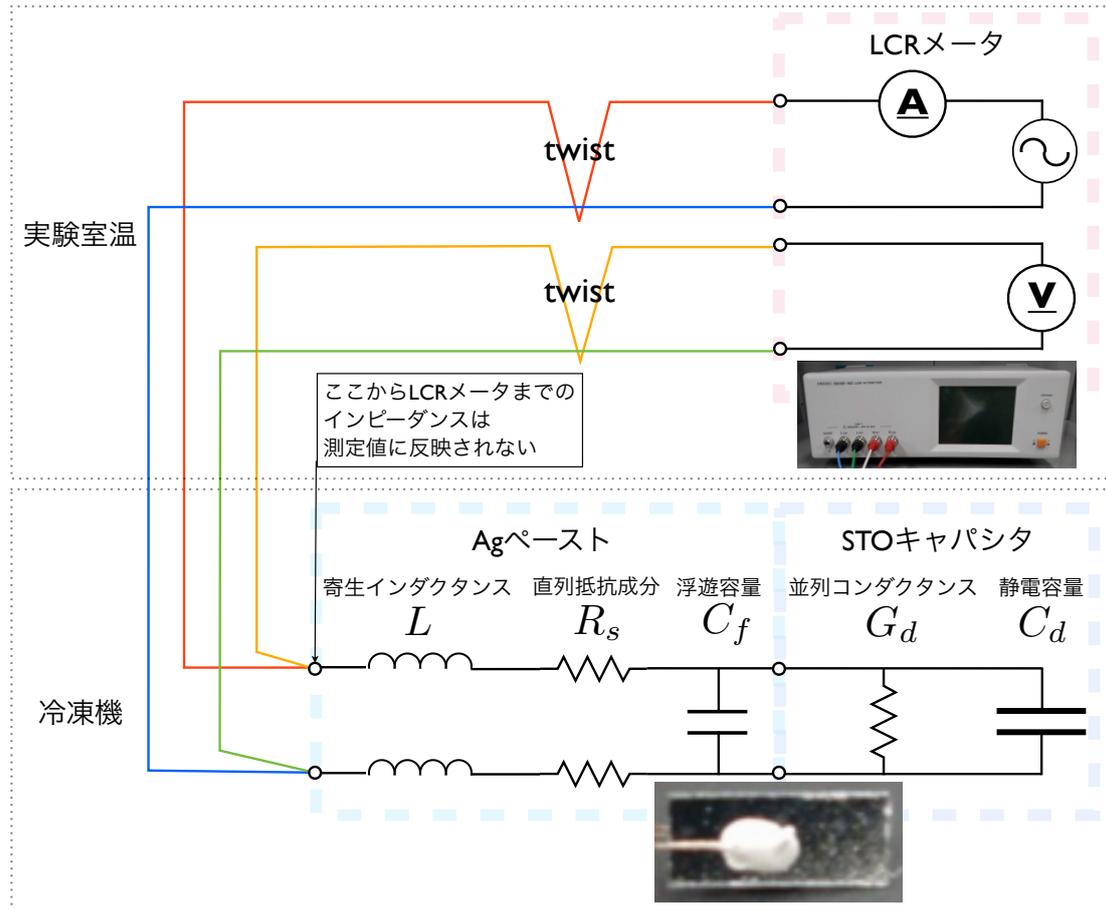


図 5.11: 測定系の等価回路図

式 (5.2)、(5.3) より、 $\text{Re}(Z)$ と $\text{Im}(Z)$ はそれぞれ、

$$\text{Re}(Z) = R_s + \frac{G_d}{G_d^2 + \omega^2(C_d + C_f)^2} = R_s + \frac{C_d \tan \delta}{\omega \{C_d^2 \tan^2 \delta + (C_d + C_f)^2\}} \quad (5.4)$$

$$\text{Im}(Z) = \omega L - \frac{\omega(C_d + C_f)}{G_d^2 + \omega^2(C_d + C_f)^2} = \omega L - \frac{C_d + C_f}{\omega \{C_d^2 \tan^2 \delta + (C_d + C_f)^2\}} \quad (5.5)$$

となり、 $|Z|$ は、

$$|Z| = \sqrt{\left(R_s + \frac{A}{\omega}\right)^2 + \left(\omega L + \frac{B}{\omega}\right)^2} \quad (5.6)$$

となる ($A = C_d \tan \delta / \omega \{C_d^2 \tan^2 \delta + (C_d + C_f)^2\}$ 、 $B = (C_d + C_f) / \omega \{C_d^2 \tan^2 \delta + (C_d + C_f)^2\}$)。4.1.2 節より、今回測定する 1 kHz – 1 MHz の周波数帯域では誘電体の ϵ_r (C_d) や $\tan \delta$ は大きな周波数依存性を持たないことが考えられる。また、 R_s や L 、 C_f も基本的には周波数依存性を持たないと考えられる。これらを念頭に置くと、 R_s と L については $|Z|$ や $\text{Re}(Z)$ 、 $\text{Im}(Z)$ の周波数依存性から、フィッティングによって求めることができると考えられる。 C_d や C_f 、 $\tan \delta$ についてはいくつか仮定を設定した上で求めることができる。

まず、 $\tan^2 \delta \ll 1$ を仮定すると $\text{Im}(Z)$ は、

$$\text{Im}(Z) \sim \omega L - \frac{1}{\omega(C_d + C_f)} \quad (5.7)$$

となり、 $C_d + C_f$ は、

$$C_d + C_f \sim -\frac{1}{\omega\{\text{Im}(Z) - \omega L\}} \quad (5.8)$$

となる。 $\tan^2 \delta \ll 1$ の仮定については実測値を以てその妥当性を判断する必要がある。また、 L が小さい場合は低周波極限で、

$$\text{Im}(Z) \sim -\frac{1}{\omega(C_d + C_f)} \quad (5.9)$$

が成り立ち、 $C_d + C_f$ は近似的に、

$$C_d + C_f \sim -\frac{1}{\omega \text{Im}(Z)} \quad (5.10)$$

となる。 L は $|Z|$ や $\text{Im}(Z)$ の周波数依存性からフィッティングによって求めることができる。基本的に $C_d (+C_f)$ を求める際には式 (5.8) を用いるが、今回、 $\omega L \ll \text{Im}(Z)$ となる場合には式 (5.10) を用いる。今回の測定では厳密に C_d と C_f を切り分けることはできないが、実験室温では理科年表平成 22 年版 (国立天文台編) に記載されている STO の比誘電率 (約 298 K、1 kHz において 332) と比較することで、 C_f を見積もることができる。また、低温では STO キャパシタの静電容量が大きくなり、 C_f を無視できると考えられる。

同様に $\tan^2 \delta \ll 1$ を仮定すると $\text{Re}(Z)$ は、

$$\text{Re}(Z) \sim R_s + \frac{C_d \tan \delta}{\omega(C_d + C_f)^2} \quad (5.11)$$

となり、 $\tan \delta$ は、

$$\tan \delta \sim \{\text{Re}(Z) - R_s\} \omega \frac{(C_d + C_f)^2}{C_d} \sim -\frac{\text{Re}(Z) - R_s}{\text{Im}(Z) - \omega L} \left(1 + \frac{C_f}{C_d}\right) \quad (5.12)$$

となる。 R_s が小さい場合は低周波極限で、

$$\text{Re}(Z) \sim \frac{C_d \tan \delta}{\omega(C_d + C_f)} \quad (5.13)$$

が成り立ち、 $\tan \delta$ は近似的に、

$$\tan \delta \sim -\frac{\text{Re}(Z)}{\text{Im}(Z)} \left(1 + \frac{C_f}{C_d}\right) \quad (5.14)$$

となる。これを求めることによって式 (5.7)、(5.11) での $\tan^2 \delta \ll 1$ の仮定の妥当性を確認することができる。また、 R_s は $|Z|$ や $\text{Re}(Z)$ の周波数依存性からフィッティングによって求めることができる。基本的に $\tan \delta$ を求める際には式 (5.12) を用いるが、今回、 $\omega L \ll \text{Im}(Z)$ 、 $R_s \ll \text{Re}(Z)$ となる場合には式 (5.14) を用いる。

今回の実験で最も大きな問題になると考えられるのは、LCR メータから CMR-ADR、SHI-ADR 内部の極低温ステージにある STO キャパシタまでの配線が長いことである。この配線の長さは、CMR-ADR の場合は片道 3 m 以上、SHI-ADR の場合は片道約 2 m である。4 端子法で複素インピーダンス ($|Z|e^{i\theta}$) を測定する場合、絶対値 ($|Z|$) の測定値は確度よく求められると考えられるが、高周波では位相角 (θ) の測定値にずれが出るおそれがある。例えば、信号が配線中を光速で伝搬するという仮定の下で、3 m は 1 MHz の交流信号の波長の 1/100 の長さに相当し、3 m の配線の一端と他端では 3.6° も信号の位相がずれることになる。実際は、配線中の信号の伝搬速度は光速よりも遅いので、位相はさらにずれることになる。また、長い配線の寄生インダクタンスや寄生キャパシタンスも位相のずれ原因となる。高周波において STO キャパシタの正確な測定値を得るためには、長い配線による位相のずれの影響を補正する必要がある。

銀ペーストや長い配線による影響を排除して STO キャパシタを測定するための方法として、STO キャパシタをピンセットプローブで直接挟んで複素インピーダンスを測定する方法がある (図 5.12)。ただし、この方法で測定できるのは実験室温における STO キャパシタのみである。

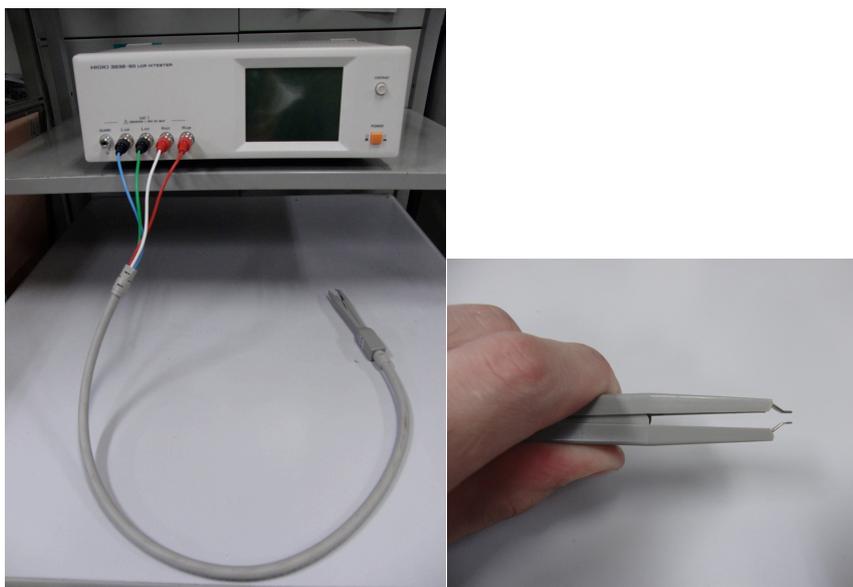


図 5.12: ピンセットプローブ

5.2 試料以外の回路要素が試料の測定値に与える影響の補正

STO 試料の誘電率や誘電正接を正確に測定するためには、銀ペーストや長い配線等、試料以外の回路要素が測定値に与える影響を把握し、それらを排除する必要がある。これを行うために、実験室温において同じ STO キャパシタに対して 2 種類の測定を行う。まずは、① STO キャパシタに配線を付けて ADR の極低温ステージに取り付け、極低温測定時と同じ状態 (銀ペースト、長い配線) で複素インピーダンスを測定する。次に、② 銀ペーストや長い配線が付いていない STO キャパシタをピンセットプローブで直接はさみ、複素インピーダンスを測定する (図 5.12)。この 2 つの方法で大きく異なるのは LCR メータから伸びる 4 端子配線の長さであり、① で CMR-ADR を用いた場合は 3 m 以上、SHI-ADR を用いた場合は約 2 m であるが、② の場合は約 1 m である。また、ピンセットプローブを用いた測定では、銀ペーストの影響を排除することができる。この実験により、長い配線や銀ペーストが測定値に与える影響を明らかにし、STO の誘電率や誘電正接の測定値を計算する際の補正值を与える。

5.2.1 複素インピーダンスのずれに対する補正

実験室温 (297.8 K) において ① (STO キャパシタに配線を付けて ADR の極低温ステージに取り付け、極低温測定時と同じ状態で測定した場合) と ② (ピンセットプローブを用いた場合) の方法で測定した STO キャパシタの複素インピーダンス (絶対値 $|Z|$ と位相角 θ) の周波数依存性から、STO キャパシタに直列に接続する寄生インダクタンス成分や L と電気抵抗成分 R_s の影響や長い配線の影響を明らかにする。具体的には、 $|Z|$ の周波数依存性の測定値を式 (5.6) でフィットすることで L と R_s を求めることができ

る。また、①と②の配線の長さの違いが θ の周波数依存性の測定値の違いとなって現れると考えられるので、ここから①の測定に用いられる長い配線の影響を調べて、以降補正する。

5.2.1.1 STO16、STO18-1の測定結果

①でCMR-ADRを用い、①と②の方法で測定したSTO16とSTO18-1キャパシタの複素インピーダンス(絶対値 $|Z|$ と位相角 θ)の周波数依存性をそれぞれ、図5.13に示す。グラフ上で各色で塗りつぶされた範囲はLCRメータの測定確度による誤差範囲である。

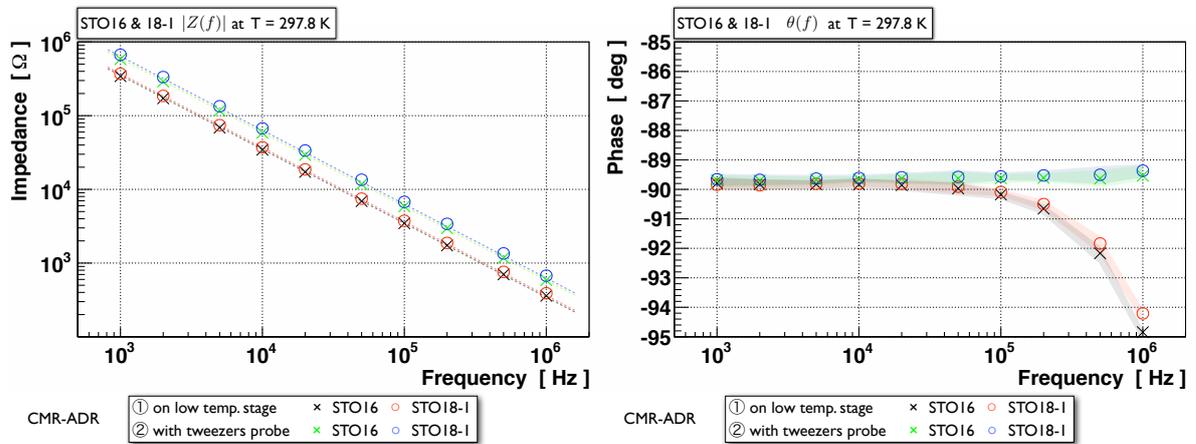


図 5.13: 297.8 K における STO16、STO18-1 キャパシタの $|Z|$ と θ の周波数依存性
 点線は式 (5.6) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

$|Z|$ の測定値は①と②、STO16とSTO18-1、いずれにおいても $|Z| \propto f^{-1}$ の直線によくフィットできる。このことから、今回測定を行った 1 kHz から 1 MHz の周波数帯域では L と R_s の影響は無視できる程小さいと言える(式 (5.6) を用いたフィッティングによって得られる①の L と R_s の値を表 5.4 (考察) にまとめてある)。

θ の測定値は①の場合、1 kHz から 1 MHz にかけて単調減少するが、②の場合、1 kHz から 1 MHz にかけて $-89.70^\circ \pm 0.13^\circ$ (STO16)、 $-89.65^\circ \pm 0.16^\circ$ (STO18-1) でほぼ一定となっている。①の θ の測定値は、長い配線の影響が現れているものと考えられる。

長い配線の影響を定量的に調べるために①と②の方法で得た θ の測定値の差をとり、 $\Delta\theta$ の周波数依存性を図 5.14 に示す。

$\Delta\theta$ は約 100 kHz 以上において $\Delta\theta \propto f$ の直線によくフィットできている。これは、長い配線によって θ がずれており、①と②の配線の長さの違いによって θ の変化量の違いが現れているものと考えられる。具体的に、 $\Delta\theta$ は配線の長さの差 Δl を 2 m と仮定し、配線中の信号の伝搬速度を v 、光速速度を c とすると、

$$\Delta\theta = 2.4 \times 10^{-6} \times \left(\frac{v}{c}\right)^{-1} \left(\frac{\Delta l}{2 \text{ m}}\right) \times f \quad [\text{deg}] \quad (5.15)$$

となるはずである。実際に、 $\Delta\theta$ は STO16 で $(5.29 \pm 0.38) \times 10^{-6} \times f$ [deg]、STO18-1 で $(4.84 \pm 0.39) \times 10^{-6} \times f$ [deg] となり、 v は STO16 で $(0.45 \pm 0.03)c$ 、STO18-1 で $(0.50 \pm 0.04)c$ と求められる。 v が c を上回ったり、大きく下回っていないことがここでの仮定の妥当性を示している。

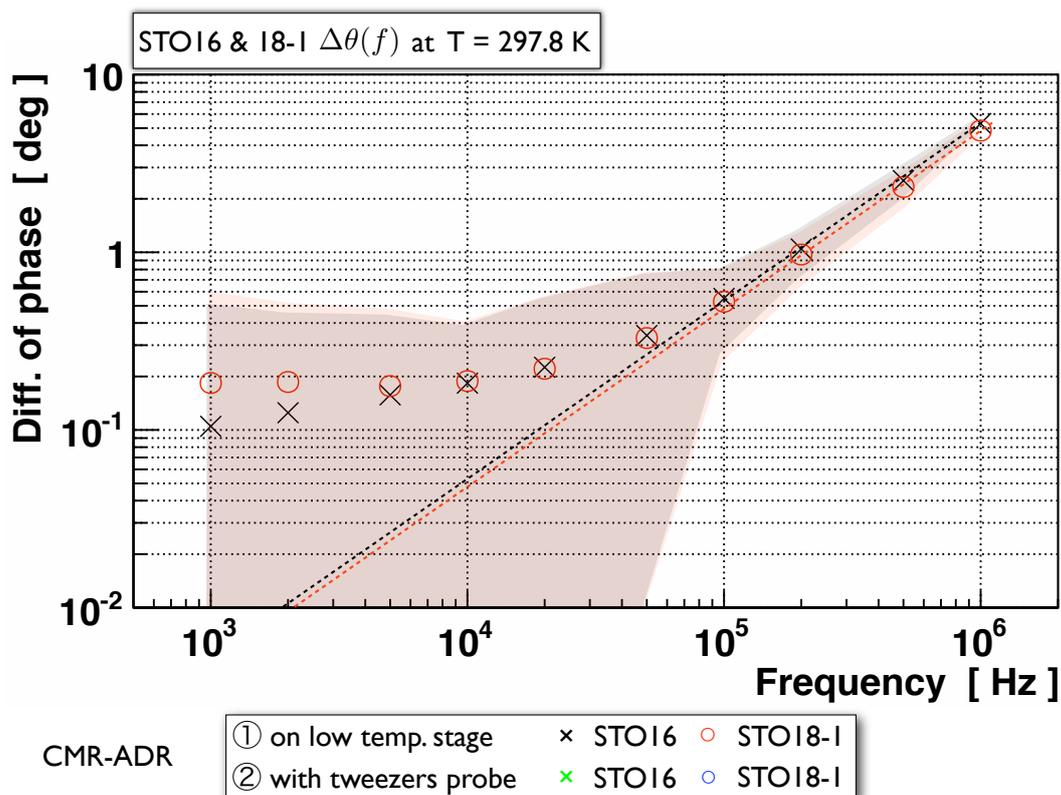


図 5.14: ① と ② の θ の差 $\Delta\theta$ の周波数依存性 (STO16、STO18-1)

点線は $\Delta\theta \propto f$ によるベストフィット曲線

各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

5.2.1.2 STO18-2、STO17 の測定結果

① で SHI-ADR を用い、① と ② の方法で測定した STO18-2 キャパシタの複素インピーダンス ($|Z|$ と θ) の周波数依存性、および、① の方法で測定した STO17 キャパシタの複素インピーダンス ($|Z|$ と θ) の周波数依存性を図 5.15 に示す。STO17 キャパシタに関しては極板面積が小さく、ピンセットプローブを当てにくいため、② の方法による測定を行わない。

$|Z|$ の測定値は ① と ②、STO18-2 と STO17、いずれにおいても $|Z| \propto f^{-1}$ の直線によくフィットできる。このことから、今回測定を行った 1 kHz から 1 MHz の周波数帯域では L と R_s の影響は無視できる程小さいと言える (式 (5.6) を用いたフィッティングによって得られる ① の L と R_s の値を表 5.4 (考察) にまとめている)。

STO18-2 の θ の測定値は ① の場合、1 kHz から 1 MHz にかけて単調減少するが、② の場合、1 kHz から 1 MHz にかけて $-89.70^\circ \pm 0.13^\circ$ でほぼ一定となっている。STO18-2 の ① の θ の測定値は、長い配線の影響が現れているものと考えられる。一方、STO17 の θ の測定値は、1 kHz から 1 MHz にかけて $-89.42^\circ \pm 0.15^\circ$ でほぼ一定となっている。

STO18-2 において ① と ② の方法で得た θ の測定値の差をとり、 $\Delta\theta$ の周波数依存性を図 5.16 に示す。

STO18-2 の $\Delta\theta$ は約 200 kHz 以上において $\Delta\theta \propto f$ の直線によくフィットできている。SHI-ADR の場合、 $\Delta\theta$ は配線の長さの差 Δl を 1 m と仮定し、配線中の信号の伝搬速度を v 、光速を c とすると、

$$\Delta\theta = 1.2 \times 10^{-6} \times \left(\frac{v}{c}\right)^{-1} \left(\frac{\Delta l}{1 \text{ m}}\right) \times f \quad [\text{deg}] \quad (5.16)$$

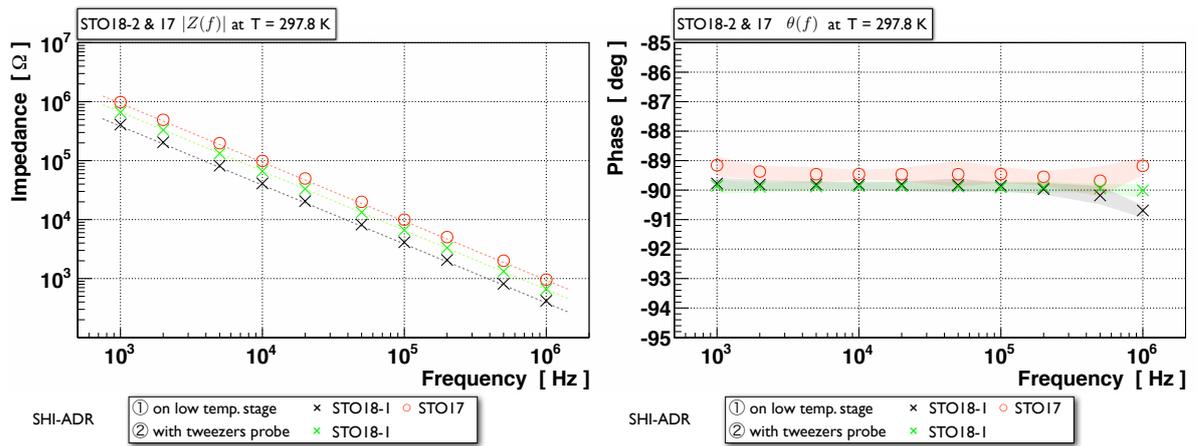


図 5.15: 297.8 K における STO18-2、STO17 キャパシタの $|Z|$ と θ の周波数依存性
 点線は式 (5.6) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

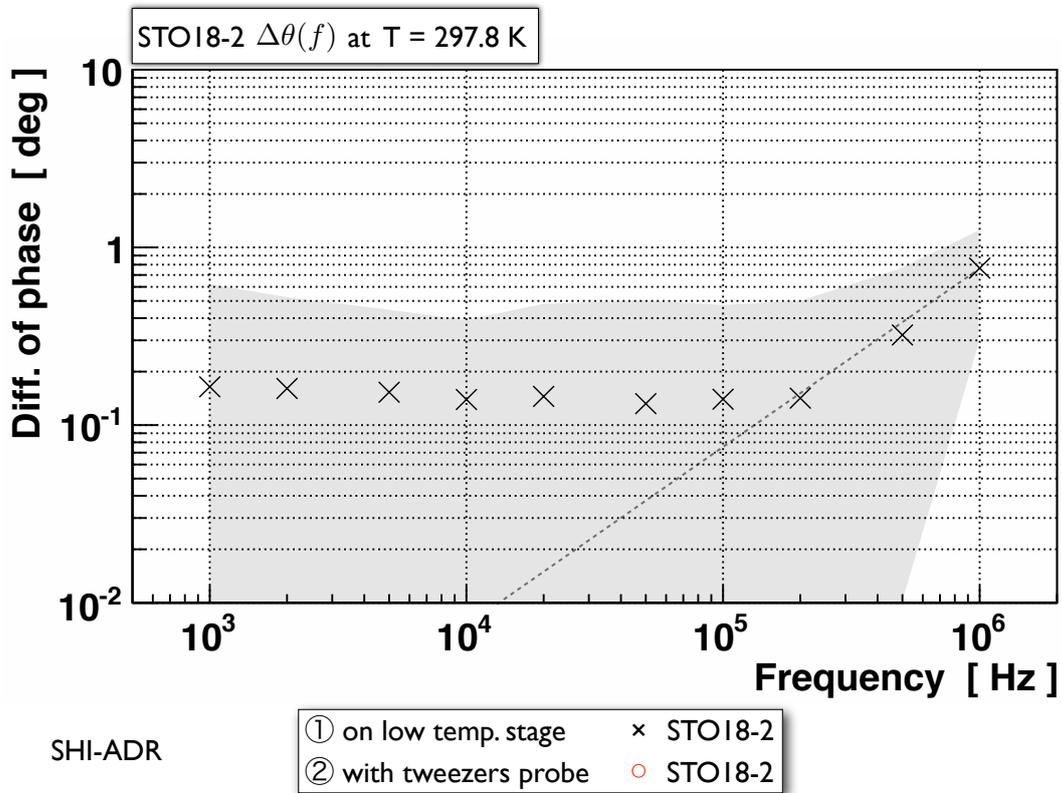


図 5.16: ① と ② の θ の差 $\Delta\theta$ の周波数依存性 (STO18-2)
 点線は $\Delta\theta \propto f$ によるベストフィット曲線
 色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

となるはずである。実際に、STO18-2 の $\Delta\theta$ は $(7.92 \pm 4.25) \times 10^{-7} \times f$ [deg] となり、 v は $(1.52 \pm 0.53)c$ と求められる。 v が c を超えているのは誤差と見なすことができる。

5.2.1.3 考察：複素インピーダンスの位相角のずれに対する補正

① の測定方法で得られた4つのSTOキャパシタの $|Z|$ の周波数依存性の測定値を式(5.6)でフィットすることによって得られた L と R_s の値を表5.4にまとめる。

表5.4: 297.8 K、①による $|Z|$ の測定値を式(5.6)でフィットすることによって得られた寄生インダクタンス L と直列電気抵抗成分 R_s

	STO16	STO18-1	STO18-2	STO17
L [H]	$(3.66 \pm 1.43) \times 10^{-6}$	$(3.76 \pm 1.07) \times 10^{-6}$	$(4.56 \pm 1.77) \times 10^{-6}$	$(1.05 \pm 0.94) \times 10^{-5}$
R_s [Ω]	19.8 ± 12.2	20.6 ± 7.1	23.4 ± 4.9	74.8 ± 46.5

図5.13や図5.15、表5.4より $\omega L \ll \text{Im}(Z)$ 、 $R_s \ll \text{Re}(Z)$ となるので、これより先で実験室温における C_d (ϵ_r) や $\tan \delta$ を求める際には、それぞれ式(5.10)や式(5.14)を用いることができる。

STO16、STO18-1、STO18-2キャパシタに関しては長い配線による影響と考えられる θ のずれ($\Delta\theta$)が見られた。各試料の $\Delta\theta$ を表5.5にまとめる。

表5.5: 長い配線の影響による θ の変化($\Delta\theta$)

	STO16	STO18-1	STO18-2
$\Delta\theta/f$ [deg/Hz]	$(5.29 \pm 0.38) \times 10^{-6}$	$(4.84 \pm 0.39) \times 10^{-6}$	$(7.92 \pm 4.25) \times 10^{-7}$

これらの値については温度を降下させたときに大きく変わるものではないと考えられる。今回は表5.5の $\Delta\theta$ を以降の全ての θ の測定値に加算することで長い配線による影響の補正を行う。この補正によって極低温測定時の長い配線による θ のずれはピンセットプローブによるそれと同じレベルまで小さくすることができる。

一方、STO17キャパシタの θ の測定値にも、長い配線の影響があると考えられる。STO18-2、STO17キャパシタは同じ長さで同じ種類の配線を用いていることを考えれば、STO17キャパシタの θ のずれはSTO18-2キャパシタと同じ $\Delta\theta = (7.92 \pm 4.25) \times 10^{-7} \times f$ [deg] であると考えられるので、長い配線による影響の補正值としてはこの値を用いることにする。

5.2.2 浮遊容量に対する補正

実験室温(297.8 K)において①(STOキャパシタに配線を付けてADRの極低温ステージに取り付け、極低温測定時と同じ状態で測定した場合)と②(ピンセットプローブを用いた場合)の方法で測定したSTOキャパシタの複素インピーダンスの虚数成分 $\text{Im}(Z)$ の計算値をもとに式(5.8)より静電容量 C_d ($+C_f$)を求める。尚、 $\text{Im}(Z)$ の計算には長い配線の影響を補正した θ を用いる。そして、それぞれのキャパシタの換算係数(表5.3)から比誘電率 ϵ_r を計算し、その周波数依存性を調べる。②の測定値は C_f の影響が少ないと考えられるので(この後その妥当性については議論する)、①と②の測定値を比べることで①の C_f の影響を調べて、以降補正する。

5.2.2.1 STO16、STO18-1 の測定結果

① で CMR-ADR を用い、STO16 と STO18-1 キャパシタの $\text{Im}(Z)$ の計算値をもとに計算された ϵ_r の周波数依存性を図 5.17 に示す。

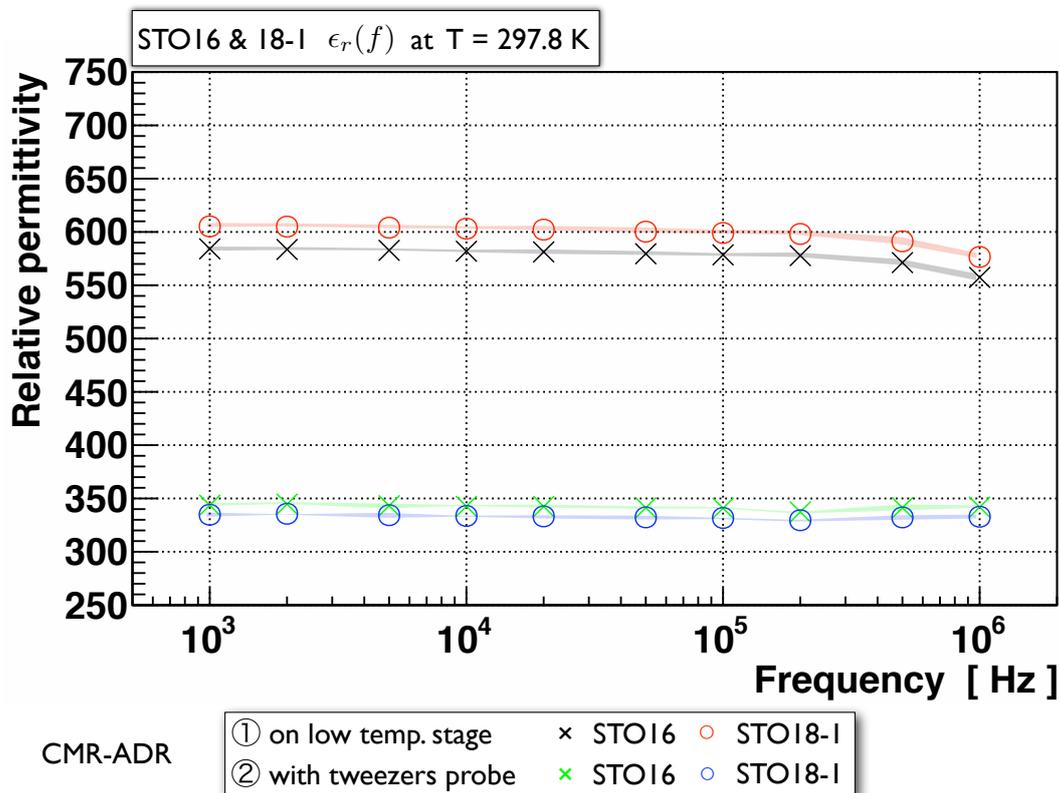


図 5.17: 297.8 K における STO16、STO18-1 キャパシタの ϵ_r の周波数依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

STO16 と STO18-1 の ϵ_r は ① の場合、1 kHz から 1 MHz にかけて少しずつ減少しているが、② の場合、 341.9 ± 1.8 (STO16)、 333.0 ± 1.6 (STO18-1) でほぼ一定である。また、① の ϵ_r は ② に比べて、236.1 (STO16 平均)、265.6 (STO18-1 平均) 程度大きい。

② の測定値は、理科年表平成 22 年版 (国立天文台編) に記載されている STO の ϵ_r (約 298 K、1 kHz において 332) に近いので、比較的信頼のおける測定値であると言え、 C_f の影響を受けていないと考えられる。① の測定値が ② の測定値よりも大きいのは、 C_f によるものであると考えられる。

5.2.2.2 STO18-2 の測定結果

① で SHI-ADR を用い、STO18-2 キャパシタの $\text{Im}(Z)$ の計算値をもとに計算された ϵ_r の周波数依存性を図 5.18 に示す。

STO16 や STO18-1 と同様、STO18-2 の ϵ_r は ① の場合、1 kHz から 1 MHz にかけて少しずつ減少しているが、② の場合、 343.6 ± 0.4 でほぼ一定である。また、① の ϵ_r は ② に比べて、平均 210.1 程度大きい。

やはり、② の測定値は、理科年表に記載されている STO の ϵ_r に近いので、比較的信頼のおける測定値

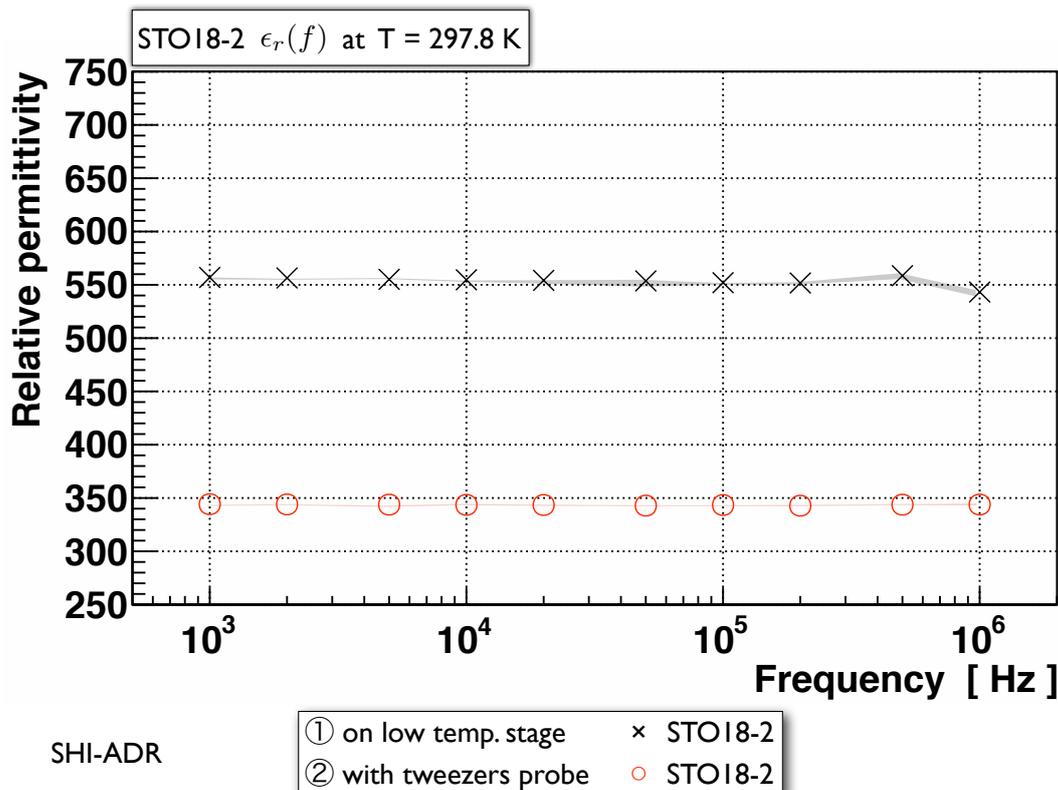


図 5.18: 297.8 K における STO18-2 キャパシタの ϵ_r の周波数依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

であると言え、①の測定値が②の測定値よりも大きいのは、 C_f によるものと考えられる。

5.2.2.3 STO17 の測定結果

①で SHI-ADR を用い、STO17 キャパシタの $\text{Im}(Z)$ の計算値をもとに計算された ϵ_r の周波数依存性を図 5.19 に示す。

STO17 の ϵ_r は 1 MHz 付近で増加し、これまでの 3 つの STO キャパシタの ①の測定値とは異なる振る舞いとなった。また、理科年表に記載されている STO の ϵ_r と比べると 10 倍以上の値になっている。

5.2.2.4 考察：浮遊容量に対する補正

STO16、STO18-1、STO18-2 の ①の測定値によると、 ϵ_r は 1 kHz から 1 MHz にかけて単調減少する。一方、②の測定値によると、周波数依存性は見られない。4.1.2 節にまとめた理論的な背景によると ϵ_r は高い周波数でわずかな減少傾向が見られる可能性があるが、②の方が信頼度が高いことを考えると、①で見られる ϵ_r の周波数依存性は STO キャパシタ以外の要因によって引き起こされている可能性がある。 L と R_s の影響があるとすれば高周波ほど ϵ_r を高くする方向に働くので、①で見られる ϵ_r の周波数依存性の原因にはならない。長い配線による θ のずれを補正しきれていないことがこの原因の 1 つとして考えられる。

また、STO16、STO18-1、STO18-2 の ①と②の ϵ_r の間にはそれぞれ平均 236.1、265.6、210.1 程度の隔たりがあり、これは C_f によるものと考えられる。これらの値は温度を降下させたときに大きく変わるものではないと考えられるので、以降の ϵ_r の計算値からはこれらの値を減算することで C_f による影

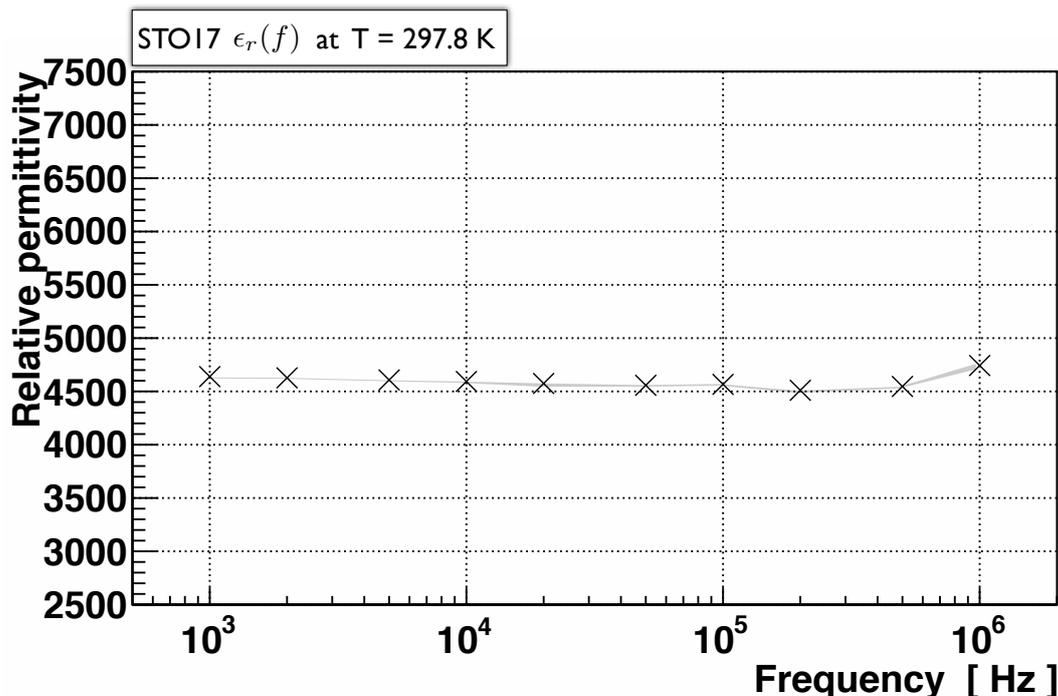


図 5.19: 297.8 K における STO17 キャパシタの ϵ_r の周波数依存性
色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

響の補正を行う。

一方、STO17 の ϵ_r の測定値にも C_f の影響が存在すると考えられる。しかし、それよりも STO17 キャパシタは電極が STO 平板の一部にしか付いていないため、極板間より外の STO17 に電場が広がることで大きな ϵ_r が測定されていることが考えられる。STO17 の場合は C_f の影響を見積もることができないので、補正を行わない。

5.3 STO の比誘電率と誘電正接の周波数依存性と温度依存性

ここまでは、STO キャパシタの高精度測定のための準備を整えてきた。ここからは、STO の比誘電率 ϵ_r や誘電正接 $\tan \delta$ の周波数依存性や温度依存性を求め、まとめる。尚、 θ の測定値には長い配線の補正を、 ϵ_r の測定値には C_f の影響の補正を行う。

5.3.1 STO の比誘電率の周波数依存性

5.3.1.1 STO16、STO18-1 の実験結果

CMR-ADR の極低温ステージに設置した STO16 と STO18-1 キャパシタを 4 K 以下まで冷却し、温度制御によって 4 K、2 K、1 K、500 mK、200 mK、100 mK の 6 つの温度を 1 時間程度保持する。その間に 100 回以上測定した複素インピーダンス ($|Z|$ と θ) を平均し、その周波数依存性を図 5.20 に示す。

STO16 の $|Z|$ の測定値は $|Z| \propto f^{-1}$ の直線によくフィットできる。このことから、今回測定を行った 1 kHz から 1 MHz の周波数帯域では L や R_s の影響は無視できる程小さいと言える。 θ の測定値もほぼ

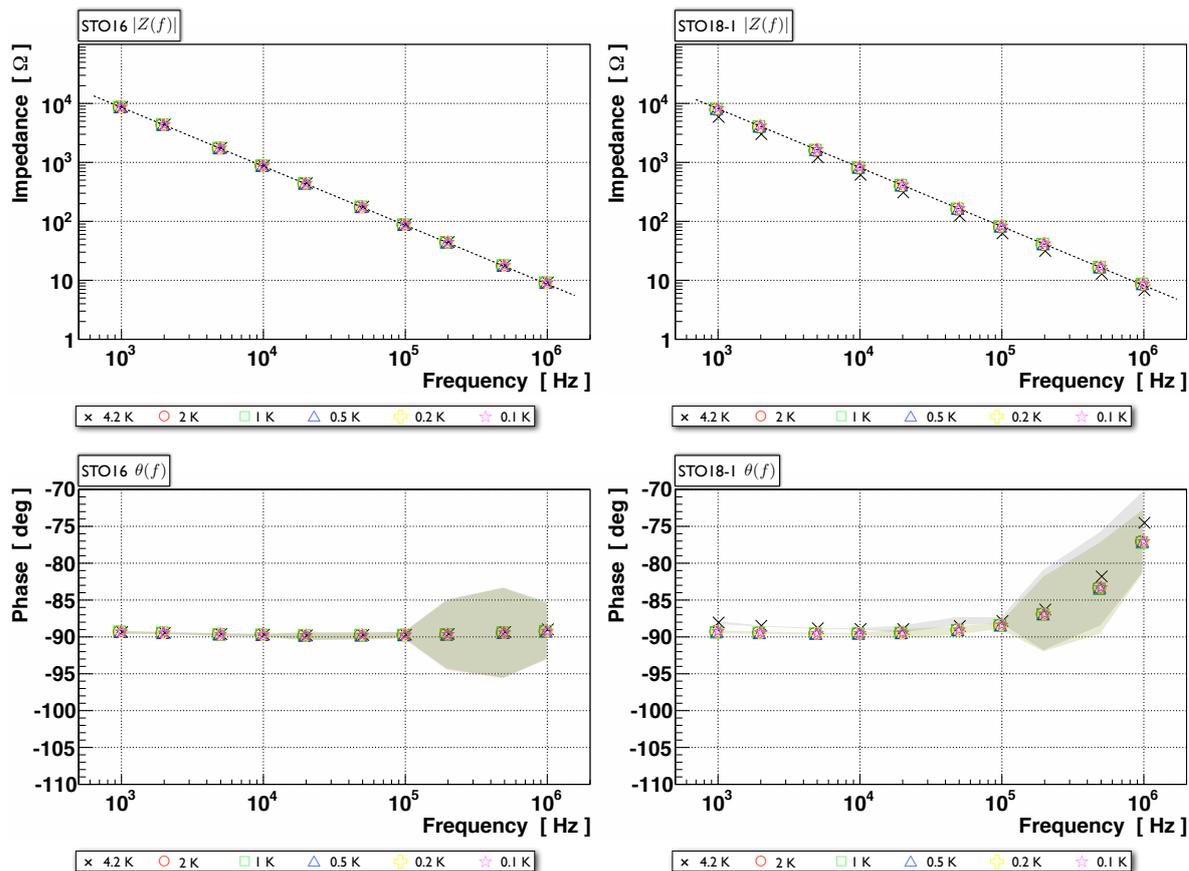


図 5.20: 4 K 以下における STO16、STO18-1 キャパシタの $|Z|$ と θ の周波数依存性
 点線は式 (5.6) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

-90° で一定である。

一方、STO18 の $|Z|$ の測定値は高周波側で $|Z| \propto f^{-1}$ の直線からずれている。これは L と R_s の影響によるものと考えられる。 θ の測定値もそれを裏付けるように 1 kHz から 1 MHz にかけて増加している (4 K において式 (5.6) を用いたフィッティングによって得られる ① の L と R_s の値を表 5.6 (考察) にまとめている)。

$\text{Im}(Z)$ の測定値をもとに式 (5.8) より ϵ_r を計算し、その周波数依存性を図 5.21 に示す。

STO16、STO18-1 のどちらの試料も ϵ_r は周波数依存性が小さいが、高い周波数ほどわずかに減少する傾向が見られる

5.3.1.2 STO18-2、STO17 の実験結果

SHI-ADR の極低温ステージに設置した STO18-2 と STO17 キャパシタを 4 K 以下まで冷却し、温度制御によって 2 K、1 K、500 mK、200 mK、100 mK の 5 つの温度を 1 時間程度保持する。その際に測定した複素インピーダンス ($|Z|$ と θ) の周波数依存性を図 5.22 に示す。ただし、STO18-2 キャパシタは発熱により 100 mK、1 MHz の測定ができなかった (温度保持ができなかった)。

STO18-2 の $|Z|$ の測定値は高周波側で $|Z| \propto f^{-1}$ の直線からずれている。これは L や R_s の影響によるものと考えられる。 θ の測定値もそれを裏付けるように 1 kHz から 1 MHz にかけて増加している。

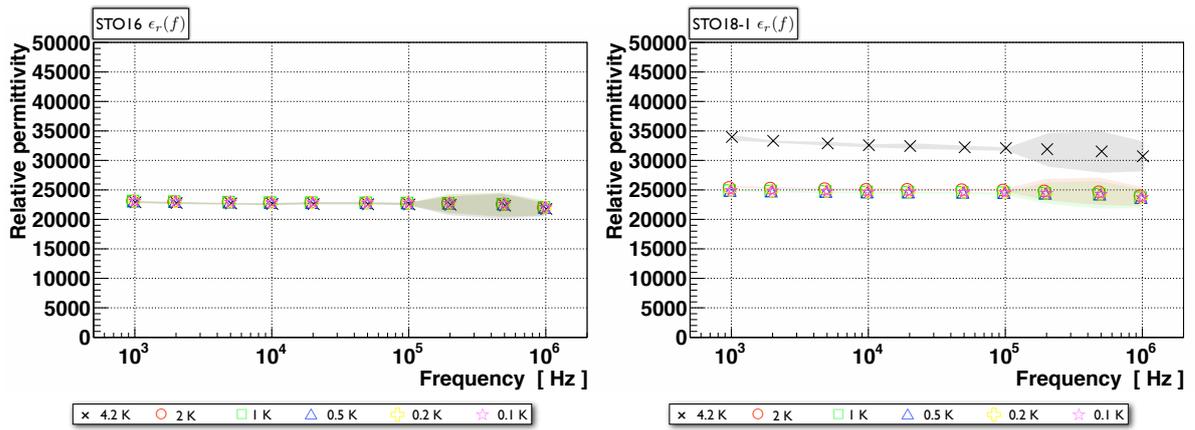


図 5.21: 4 K 以下における STO16、STO18-1 キャパシタの ϵ_r の周波数依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

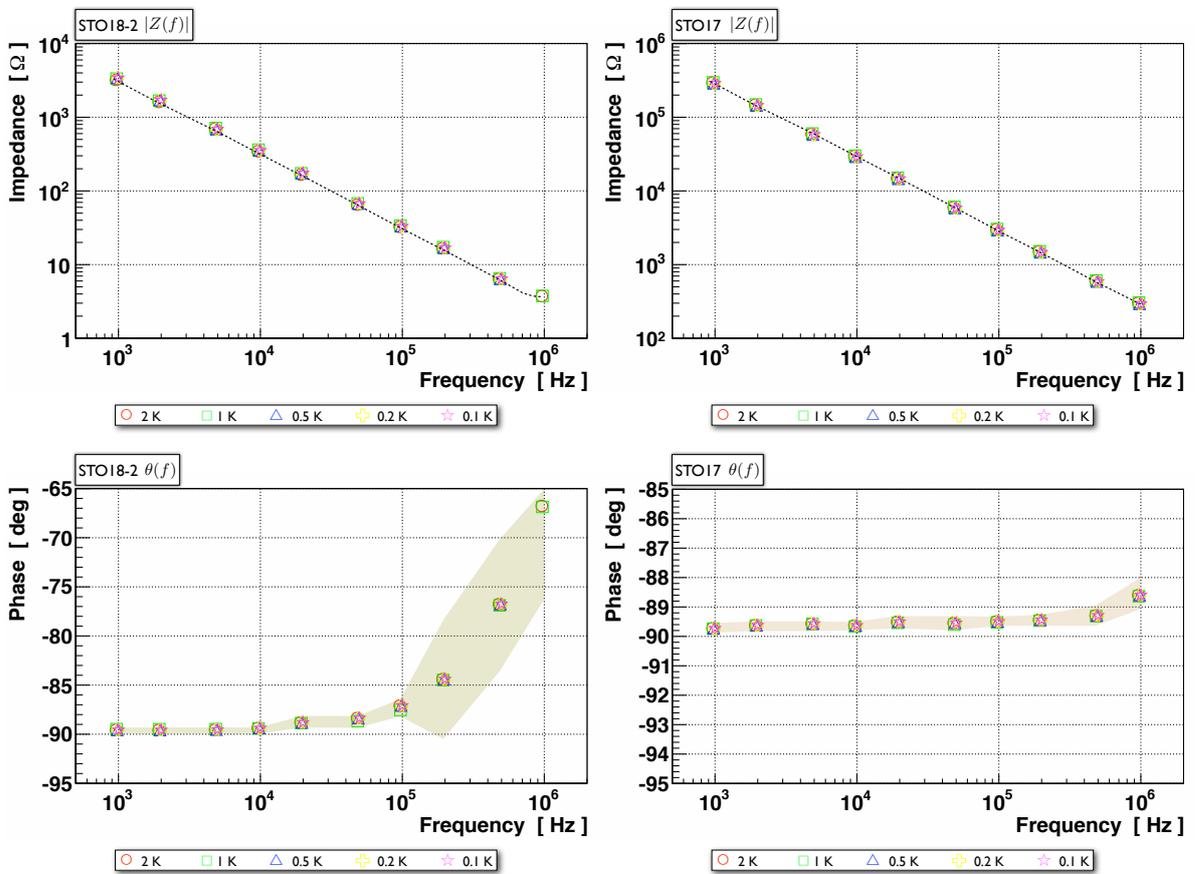


図 5.22: 4 K 以下における STO18-2、STO17 キャパシタの $|Z|$ と θ の周波数依存性
 点線は式 (5.6) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

STO17の $|Z|$ の測定値は $|Z| \propto f^{-1}$ の直線によくフィットできる。このことから、今回測定を行った1 kHz から 1 MHz の周波数帯域では L と R_s の影響は無視できる程小さいと言える。ただし、 θ の測定値は1 kHz から 1 MHz にかけて緩やかに上昇していることが分かる(4 Kにおいて式(5.6)を用いたフィッティングによって得られる①の L と R_s の値を表5.6(考察)にまとめてある)。

$\text{Im}(Z)$ の測定値をもとに式(5.8)より ϵ_r を計算し、その周波数依存性を図5.23に示す。

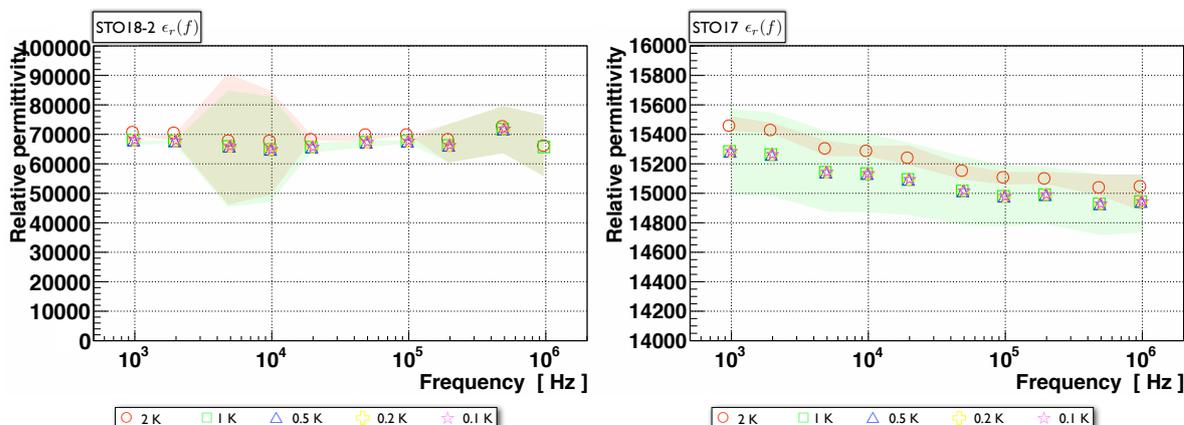


図 5.23: 4 K 以下における STO18-2、STO17 キャパシタの ϵ_r の周波数依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

STO18-2の ϵ_r は測定誤差を考えると1 kHz から 1 MHz にかけてあまり大きな周波数依存性を持っていないと言える。STO17の ϵ_r は1 kHz から 1 MHz にかけて減少する傾向にある。

5.3.1.3 考察：比誘電率の周波数依存性

4つのSTOキャパシタの $|Z|$ の周波数依存性の測定値を式(5.6)でフィットすることによって得られた L と R_s の値を表5.6にまとめる。

表 5.6: 4.2 K 以下、①による $|Z|$ の測定値を式(5.6)でフィットすることによって得られた寄生インダクタンス L と直列電気抵抗成分 R_s

	STO16	STO18-1	STO18-2	STO17
L [H]	$(1.49 \pm 0.36) \times 10^{-6}$	$(1.48 \pm 0.68) \times 10^{-6}$	$(3.89 \pm 1.24) \times 10^{-6}$	$(3.38 \pm 3.30) \times 10^{-6}$
R_s [Ω]	0.62 ± 0.38	1.52 ± 1.17	3.08 ± 0.66	21.2 ± 16.6

図 5.20 や図 5.22、表 5.6 より $\omega L \ll \text{Im}(Z)$ 、 $R_s \ll \text{Re}(Z)$ となるので、4 K 以下における C_d (ϵ_r) や $\tan \delta$ を求める際には、それぞれ式 (5.10) や式 (5.14) を用いることができる。

実験室温における比誘電率の周波数依存性(図 5.18、5.19)も合わせて考えると、ADR の極低温ステージに設置して長い配線を通して測定した STO キャパシタの ϵ_r は、概して高い周波数ほど ϵ_r がわずかに減少する傾向にある。4.1.2 節にまとめた理論的な背景によると ϵ_r は高い周波数でわずかな減少傾向が見られる可能性がある。または、長い配線による位相回りの影響を完全に補正できていないことが原因となっている可能性もある。少なくとも実験室温では 1 kHz から 1 MHz の周波数帯域では ϵ_r の周波数依存性はない可能性が高い(ピンセットプローブによる測定より)。

今回の測定や 4.1.2 節にまとめた理論的な背景から、 ϵ_r は数 GHz まで大きな周波数依存性を持たないと考えられるので、1 kHz から 1 MHz で測られた ϵ_r を外挿することで数 GHz までの ϵ_r を見積もることができると考えられる。極低温でも同じことが言えると考えられるが、実際に測定を行って確認する必要がある。今回の測定システムでは LCR メータの測定可能周波数帯域や寄生成分の影響等によって、1 MHz までの測定が限界であるので、これから極低温高周波測定のシステム構築が必要になる。

5.3.2 STO の誘電正接の周波数依存性

5.3.2.1 STO16、STO18-1 の実験結果

まずは、実験室温において STO16、STO18-1 キャパシタの複素インピーダンスの実数成分 $\text{Re}(Z)$ の測定値をもとに、式 (5.12) より STO キャパシタの誘電正接 $\tan \delta$ を求め、その周波数依存性を図 5.24 に示す。また、CMR-ADR の極低温ステージに設置した STO16 と STO18-1 キャパシタを 4 K 以下まで冷却し、温度制御によって 4 K、2 K、1 K、500 mK、200 mK、100 mK の 6 つの温度を 1 時間程度保持した際に測定した $\text{Re}(Z)$ の測定値をもとに $\tan \delta$ を求め、その周波数依存性を図 5.25 に示す。

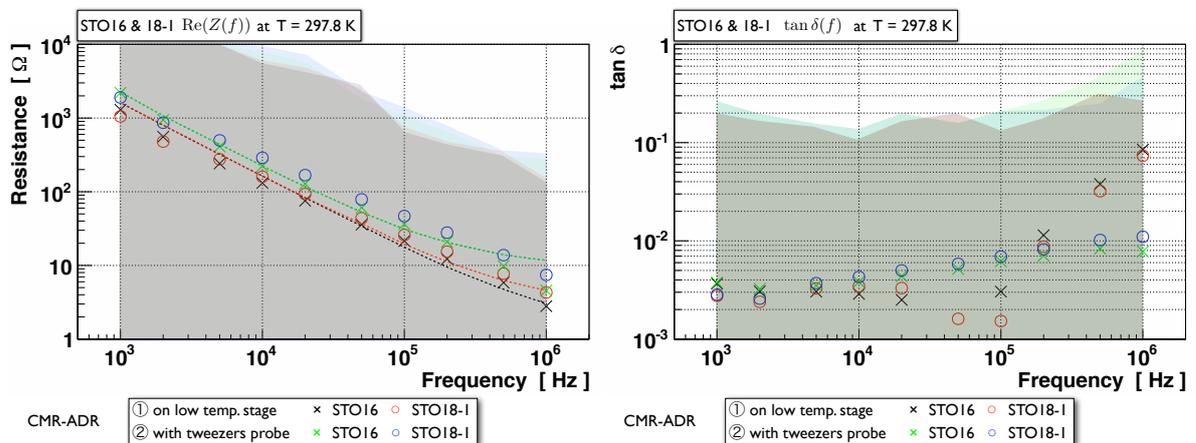


図 5.24: 297.8 K における STO16、STO18-1 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の周波数依存性
 点線は式 (5.11) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

STO16、STO18-1 の $\text{Re}(Z)$ の測定値は、どの温度においても式 (5.11) によってよくフィットできる (これによって得られる R_s の値を表 5.7 (考察) にまとめてある)。

STO16、STO18-1 の $\tan \delta$ の周波数依存性の測定値は、どの温度においても高い周波数でわずかな増加傾向が見られる。また、測定誤差を考えない場合はどの温度、周波数においても 10^{-1} オーダー以下であり、式 (5.7)、(5.11) での $\tan^2 \delta \ll 1$ の仮定の妥当性が示される。

$\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の測定値には大きな測定誤差がついている。 θ が -90° に近い場合においては $\text{Re}(Z)$ や $\tan \delta$ が θ の変化に敏感であるため、 θ の測定誤差が $\text{Re}(Z)$ や $\tan \delta$ に伝搬すると、図 5.24、5.25 のような大きな誤差として現れる。

5.3.2.2 STO18-2、STO17 の実験結果

実験室温において STO18-2、STO17 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ の測定値をもとに $\tan \delta$ を求め、その周波数依存性を図 5.26 に示す。また、SHI-ADR の極低温ステージに設置した STO18-2 と STO17 キャパシタ

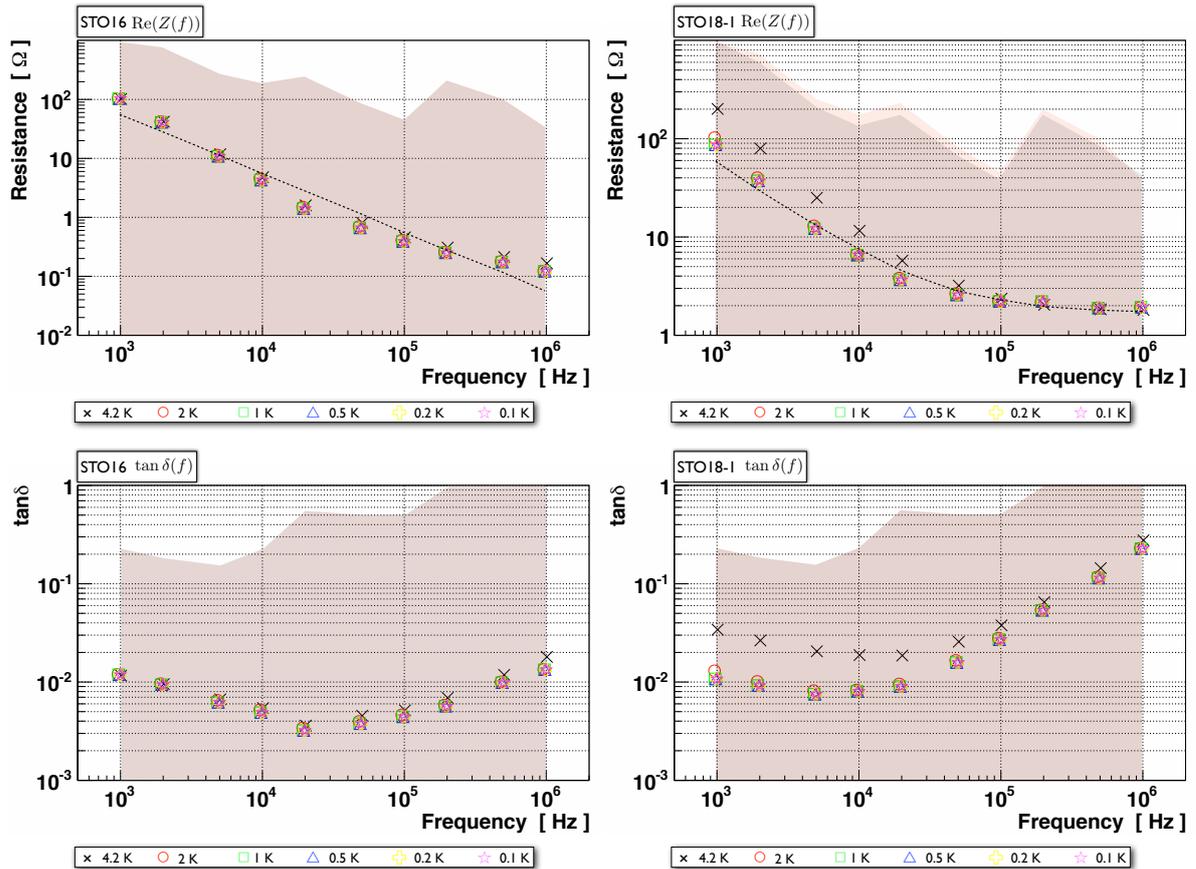


図 5.25: 4 K 以下における STO16、STO18-1 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の周波数依存性
 点線は式 (5.11) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

を 4 K 以下まで冷却し、温度制御によって 2 K、1 K、500 mK、200 mK、100 mK の 5 つの温度を 1 時間程度保持した際に測定した $\text{Re}(Z)$ をもとに $\tan \delta$ を求め、その周波数依存性を図 5.27 に示す。

STO18-2、STO17 の $\text{Re}(Z)$ の測定値も STO16、STO18-1 と同様に式 (5.11) によってよくフィットできる (これによって得られる R_s の値を表 5.7 (考察) にまとめている)。

STO18-2、STO17 の $\tan \delta$ の周波数依存性の測定値は、どの温度においても高い周波数でわずかな増加傾向が見られる。また、測定誤差を考慮しない場合はどの温度、周波数においても 10^{-1} オーダー以下であり、ここでも式 (5.7)、(5.11) での $\tan^2 \delta \ll 1$ の仮定の妥当性が示される。

$\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の測定値には STO16、STO18-1 と同様の理由により大きな測定誤差がついている。

5.3.2.3 考察：誘電正接の周波数依存性

実験室温 (297.8 K)、2 K における 4 つの STO キャパシタの $\text{Re}(Z)$ の周波数依存性の測定値を式 (5.11) でフィットすることによって得られた R_s の値を表 5.7 にまとめる。

表 5.7 の R_s は、表 5.4、5.6 の R_s と同じ程度の大きさであり、 $R_s \ll \text{Re}(Z)$ となっている。

100 mK から実験室温における $\tan \delta$ の測定値は、概して高い周波数ほど $\tan \delta$ が増加する傾向にある。これは、4.1.2 節にまとめた理論的な背景によっても支持される。ただし、今回の $\tan \delta$ の値は大きな誤差がついている。 $\tan \delta$ の上限値は ~ 1 である。

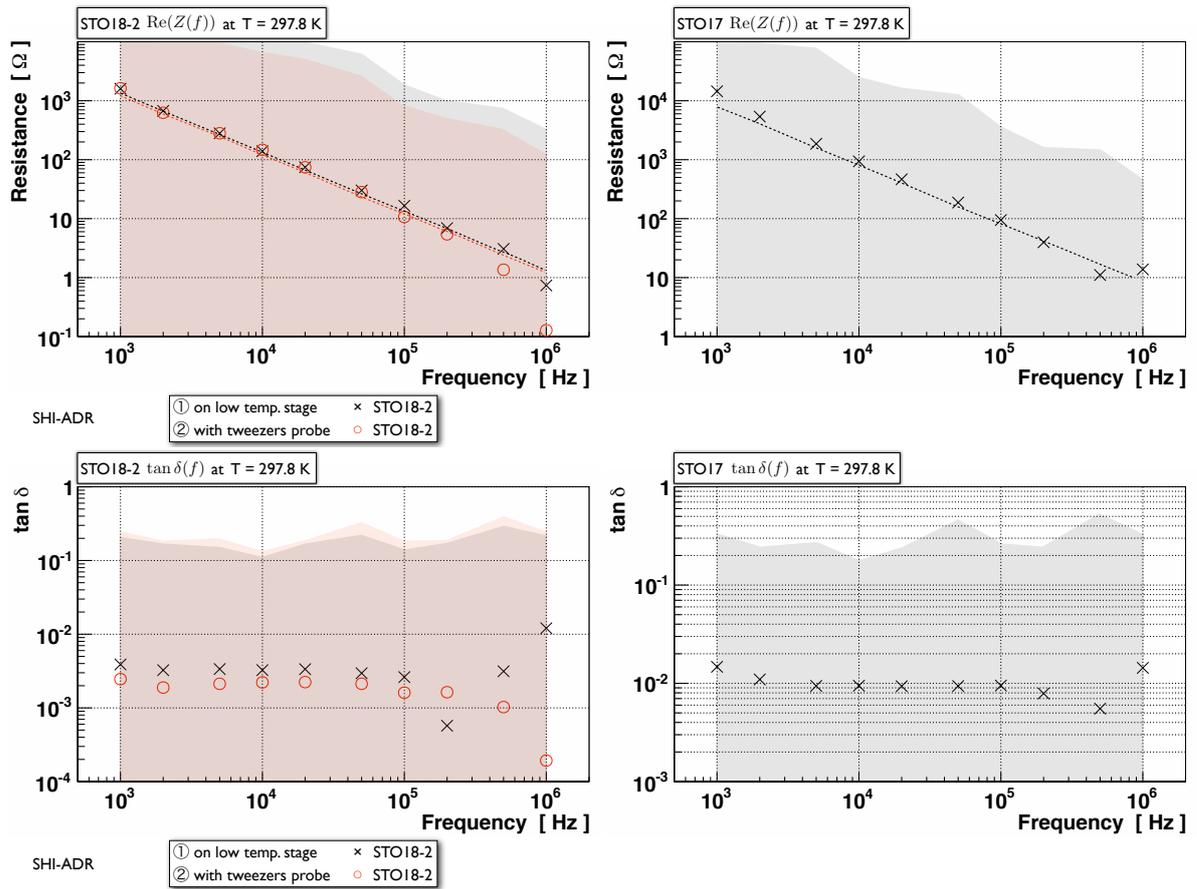


図 5.26: 297.8 K における STO18-2、STO17 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の周波数依存性
 点線は式 (5.11) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

表 5.7: 297.8 K、2 K における $\text{Re}(Z)$ の測定値を式 (5.11) でフィットすることによって得られた直列電気抵抗成分 R_s

	STO16	STO18-1	STO18-2	STO17
$R_s(297.8 \text{ K}) [\Omega]$	1.92 ± 0.97	3.10 ± 2.80	0.63 ± 0.44	0.69 ± 0.40
$R_s(2 \text{ K}) [\Omega]$	0 ± 0.13	1.72 ± 0.80	1.61 ± 0.13	5.43 ± 2.85

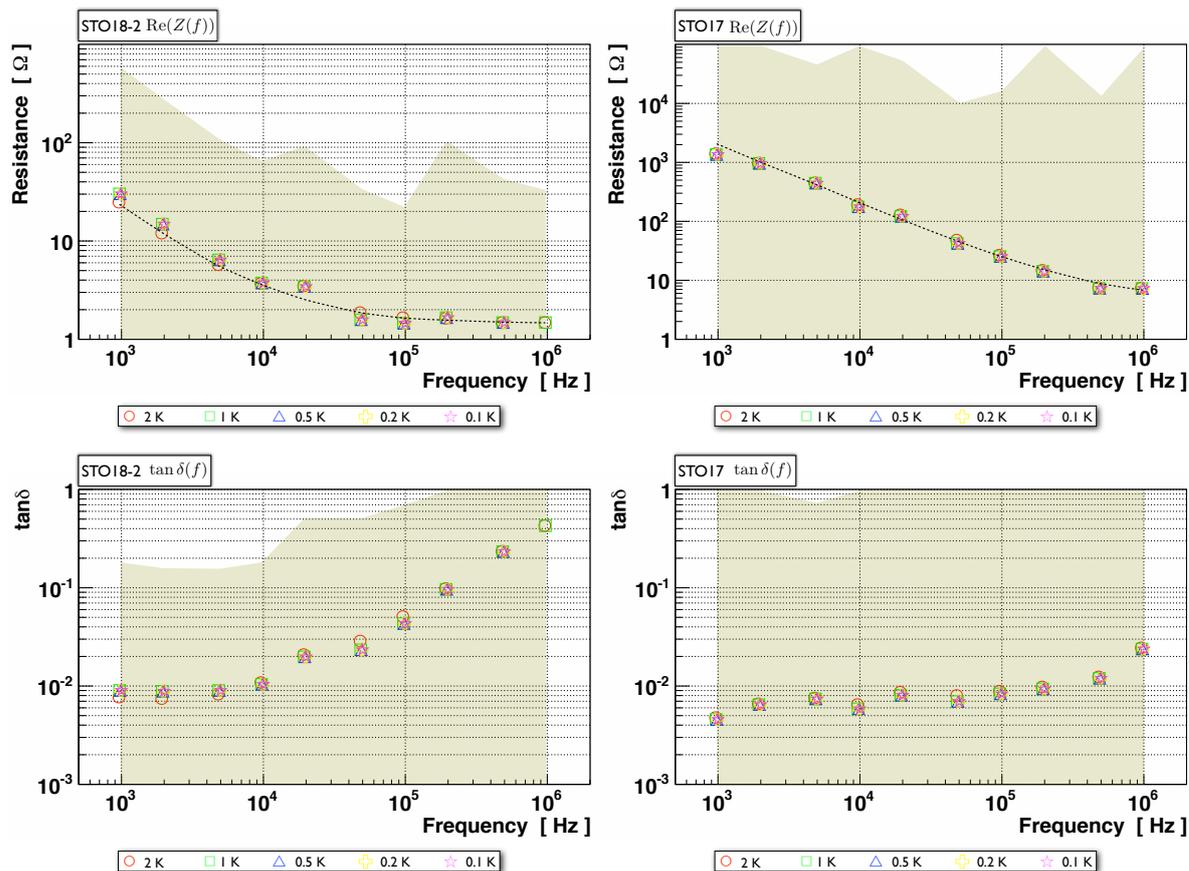


図 5.27: 4 K 以下における STO18-2、STO17 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の周波数依存性
 点線は式 (5.11) によるベストフィット曲線
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定確度による誤差範囲

STO18-2 キャパシタの場合、100 mK、1 MHz の測定を行うことができなかった (温度保持ができなかった)。これは $\tan \delta$ による発熱が原因であると考えられる。実際に STO18-2 キャパシタの 100 mK、1 MHz での $\tan \delta$ は他の STO キャパシタと比べて大きく、式 (4.18) より予想される発熱量は $5.7 \mu\text{W}$ となる。この発熱によって極低温ステージを ~ 100 mK に保持できなかった可能性は十分考えられる。

5.3.3 STO の比誘電率の温度依存性 (2 K から実験室温まで)

5.3.3.1 STO16、STO18-1 の実験結果

CMR-ADR の極低温ステージに設置した STO16 と STO18-1 キャパシタを実験室温から 2 K まで冷却する際に測定した $\text{Im}(Z)$ の測定値をもとに ϵ_r を計算し、その温度依存性を図 5.28 に示す。

図 5.28 には先行研究において様々な ¹⁶O/¹⁸O 置換率で酸素同位体置換を行った STO の測定値を参照値として加えている [30]。今回の測定値の 3 K 付近にデータがないが、これは温度計の校正曲線の継ぎ目となっている部分である。STO16 の場合は量子常誘電体の誘電率の温度依存性が見られる。つまり、低温での ϵ_r の温度依存性が飽和していく現象が見られる。また、先行研究の測定値と今回の測定値は近くなっている。例えば、約 2 K、10 kHz での ϵ_r は、先行研究では約 21000、今回の測定では約 23000 となっている。さらに、10 kHz での ϵ_r の温度依存性曲線は、先行研究 (赤点線) と今回の測定 (マゼンタ実線) で近

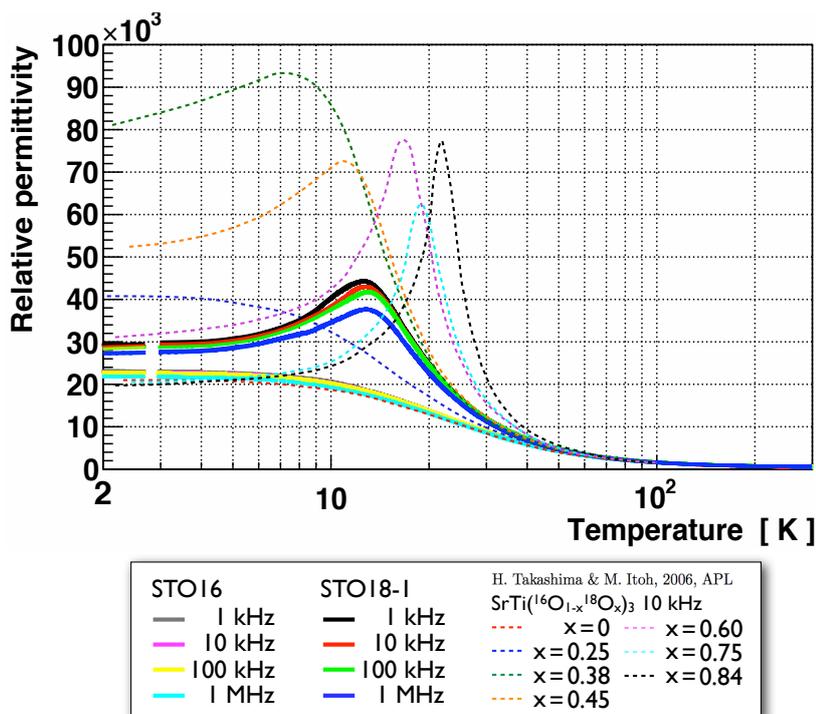


図 5.28: 2 K から 300 K までの STO16、STO18-1 キャパシタの ϵ_r の温度依存性

くなっている。一方、STO18-1 の場合は量子強誘電体の誘電率の温度依存性が見られる。つまり、低温での ϵ_r の温度依存性が量子常誘電体の STO16 に比べて大きくなっている。約 2 K、10 kHz での ϵ_r は、先行研究より約 50000 から約 80000 の間にあると考えられるが、今回の測定では約 24000 であり、有意に小さくなっている。また、STO18-1 の比誘電率が極大値となる温度 (臨界温度) は約 13 K である。ここから予想される STO18-1 の ¹⁶O/¹⁸O 置換率は、先行研究より 45 % (オレンジ点線) から 60 % (マゼンタ点線) の間であり、酸素同位体置換処理の前後の質量差から求められた ¹⁶O/¹⁸O 置換率 (42 %) よりも大きくなった。

5.3.3.2 STO18-2、STO17 の実験結果

SHI-ADR の極低温ステージに設置した STO18-2 と STO17 キャパシタを実験室温から 2 K まで冷却する際に測定した $\text{Im}(Z)$ の測定値をもとに ϵ_r を計算し、その温度依存性を図 5.29 に示す。

図 5.29 には先行研究において STO17 を測定した結果 (黒点線) と、様々な ¹⁶O/¹⁸O 置換率で酸素同位体置換を行った STO の測定値を参照値として加えている [30]。STO18-2 の場合、量子強誘電体の温度依存性が見られ、臨界温度は約 5 K となった。同様に STO17 の場合、量子強誘電体の温度依存性が見られ、臨界温度は約 13 K となった。STO17 の臨界温度は先行研究 (黒点線) の結果とほぼ一致しているが、絶対値が大幅に小さくなった。

5.3.3.3 考察 : STO の比誘電率の温度依存性 (2 K から実験室温まで)

STO16 の場合、[30] と今回の ϵ_r の 2 - 300K の温度依存性は近くなった。しかし、STO18-1 や STO17 の場合、予想と異なる温度依存性が見られた。まず、STO18-1 の ϵ_r は、¹⁶O/¹⁸O 置換率が 42% と見積

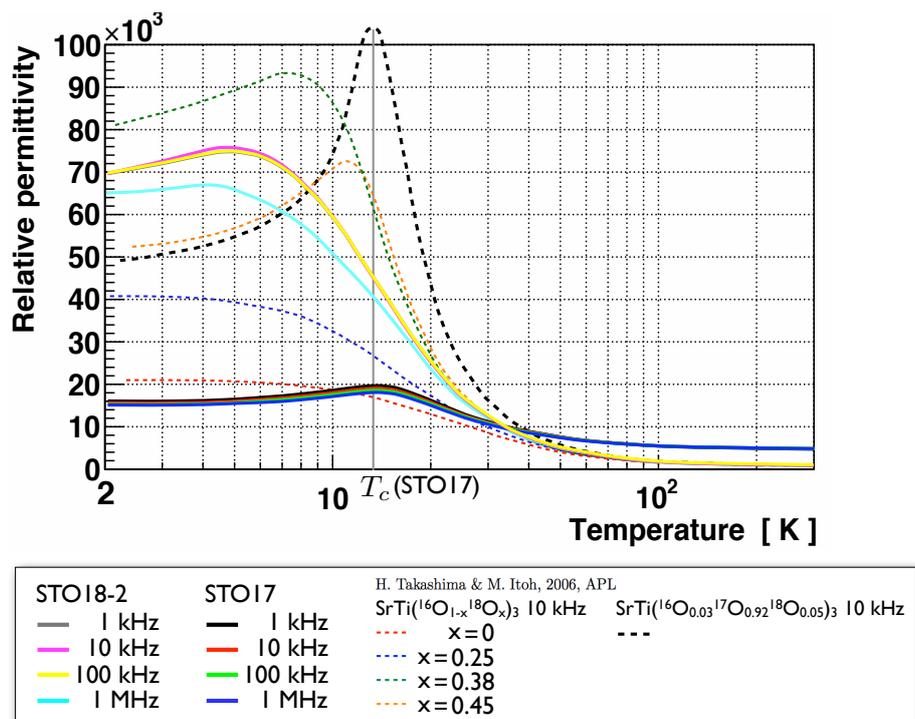


図 5.29: 2 K から 300 K までの STO18-2、STO17 キャパシタの ϵ_r の温度依存性

もられているため、臨界温度が約 7 K (緑点線) から約 11 K (オレンジ点線) の間に存在することが予想されるが、実際は約 13 K となった。しかも、約 2 K における ϵ_r の測定値が予想より小さくなった。この原因として 2 つの可能性を挙げる。

まず 1 つ目は、今回測定した STO18-1 試料の ¹⁶O/¹⁸O 置換率が 42% でなかった可能性である。[29] によると STO は ¹⁶O/¹⁸O 置換率が 32% より高くなると臨界温度を持ち、¹⁶O/¹⁸O 置換率が大きくなるとその温度は高くなる (図 4.11)。 ϵ_r が約 13 K で極大値を持つ今回の STO18-1 試料の ¹⁶O/¹⁸O 置換率は、図 4.11 より、約 52% である可能性がある。¹⁶O/¹⁸O 置換率は酸素同位体置換処理の前後の質量差を測定することで求められており、今回の STO18-1 試料の場合は 42.4% であるが、置換率が 1% 増加しても質量は約 0.03% しか変化しない。今回の STO18-1 試料の初期質量は約 30 mg なので、その質量の変化は具体的に約 10 μ g となる。よって、質量の測定精度が数 10 μ g 程度である場合、数% の誤差が生じる可能性がある。

2 つ目は、[30] と今回の測定方法の違いが現れている可能性である。今回の測定では、電極にアルミニウムを用いており、それを STO 試料の最大面積全面に付けている。一方、[30] の測定では電極に銅/金の 2 重薄膜を用いており、その面積を極力小さくしている。この違いによって比誘電率の測定値が変化する可能性がある。

STO18-2 については臨界温度が約 5 K であり、図 5.29 より ¹⁶O/¹⁸O 置換率が 32% から 38% の範囲にあることが分かる。

STO17 については、臨界温度は先行研究とほぼ一致し (約 13 K)、絶対値が大きく変化した。電極や銀ペースト、冷凍機への熱接触のとり方等は先行研究と同じである。原因の 1 つとして考えられるのは、2 端子測定 (先行研究) と 4 端子測定 (本測定) の違いである。

5.3.4 STO の比誘電率の温度依存性 (60 mK から 2 K まで)

5.3.4.1 STO16、STO18-1 の実験結果

CMR-ADR の極低温ステージに設置した STO16 と STO18-1 キャパシタの温度を 60 mK から 2 K まで変化させた際に測定した複素インピーダンス ($|Z|$ と θ) の温度依存性を図 5.30 に示す。

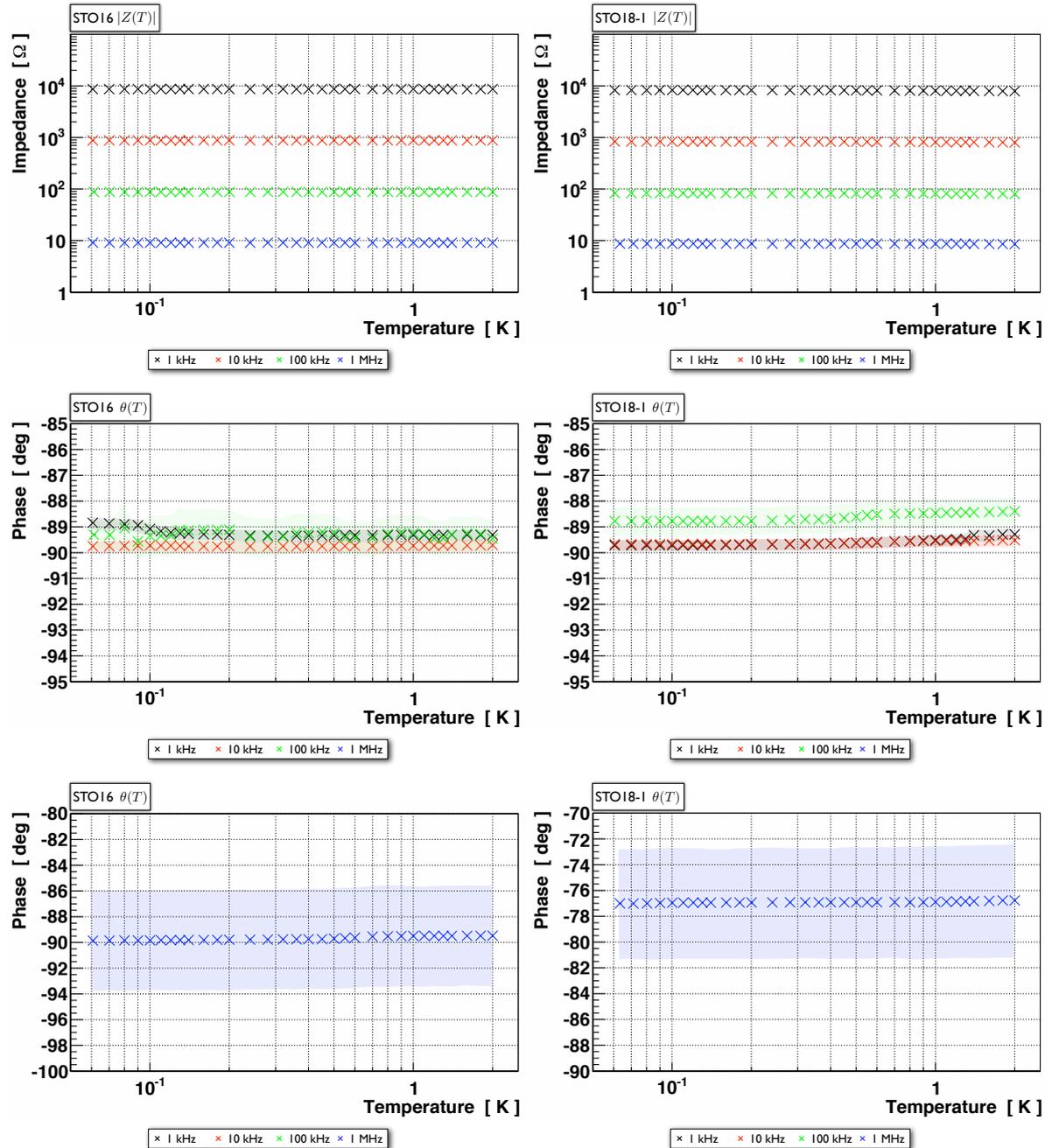


図 5.30: 60 mK から 2 K までの STO16、STO18-1 キャパシタの $|Z|$ と θ の温度依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

Im(Z) の測定値をもとに ϵ_r を計算し、また、式 (3.1) から温度計としての絶対感度 $|\alpha_c|$ を求め、その温度依存性を図 5.31 に示す。

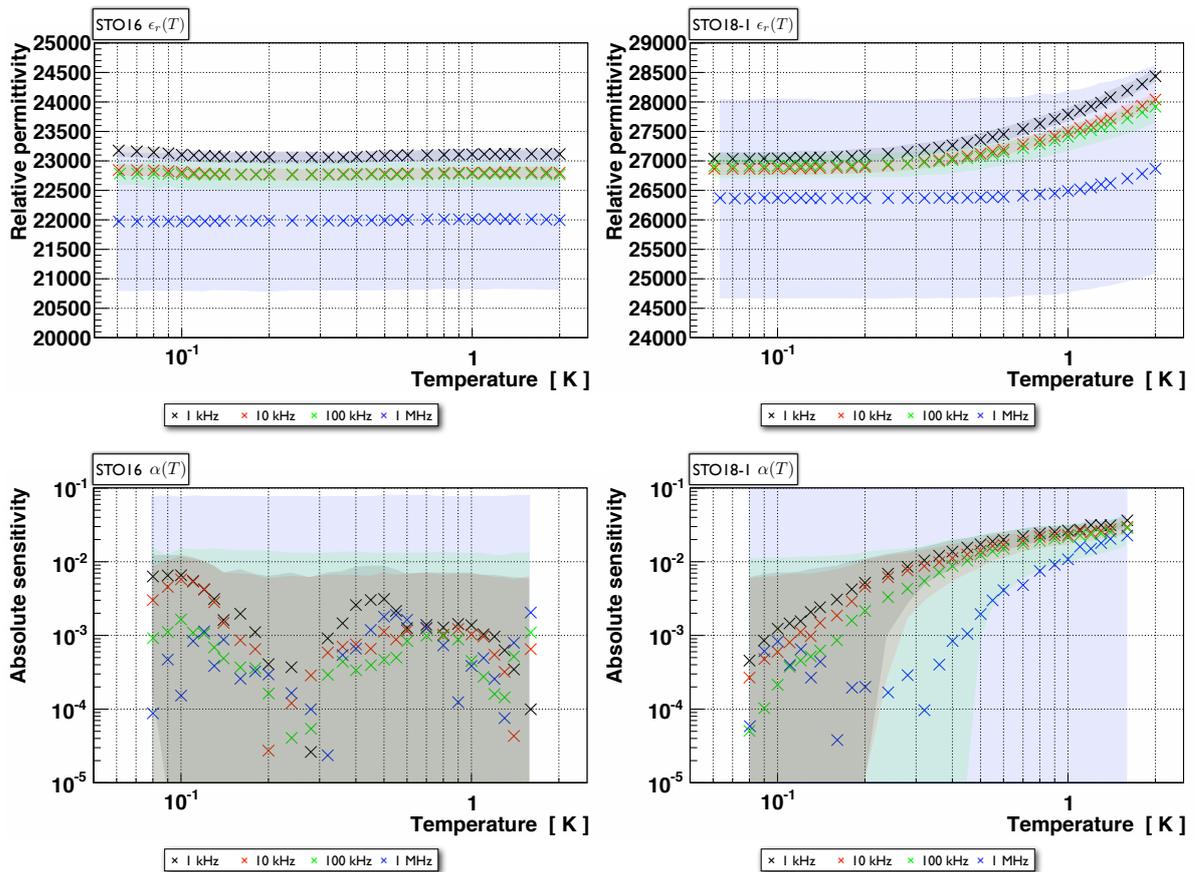


図 5.31: 60 mK から 2 K までの STO16、STO18-1 キャパシタの ϵ_r と $|\alpha_c|$ の温度依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

STO16 の温度依存性が 2 K 以下で飽和することは予測されていた。ただし、STO16 の $|\alpha_c|$ は絶対零度に近づくにつれて単調減少する訳ではなく、200 mK から 60 mK にかけてわずかに大きくなる ($|\alpha_c| \sim 0.01$)。これがどのような物理に基づくものなのかは不明である。

STO18-1 の場合、2 K では $|\alpha_c| \sim 0.01$ 以上あった温度依存性も 1 K を下回ると急激に小さくなり、 ~ 100 mK では $|\alpha_c| \sim 0.001$ 程度になる (絶対零度に近づくにつれてほぼ単調減少)。

5.3.4.2 STO18-2、STO17 の実験結果

SHI-ADR の極低温ステージに設置した STO18-2 と STO17 キャパシタの温度を 60 mK から 2 K まで変化させた際に測定した複素インピーダンス ($|Z|$ と θ) の温度依存性を図 5.32 に示す。

Im(Z) の測定値をもとに ϵ_r を計算し、そこから温度計としての絶対感度 $|\alpha_c|$ を求め、その温度依存性を図 5.33 に示す。

STO18-2、STO17 の場合、200 mK から 500 mK までは $|\alpha_c| \sim 0.01$ 程度あった温度依存性が ~ 100 mK では $|\alpha_c| \sim 0.001$ 以下まで減少する (絶対零度に近づくにつれてほぼ単調減少)。

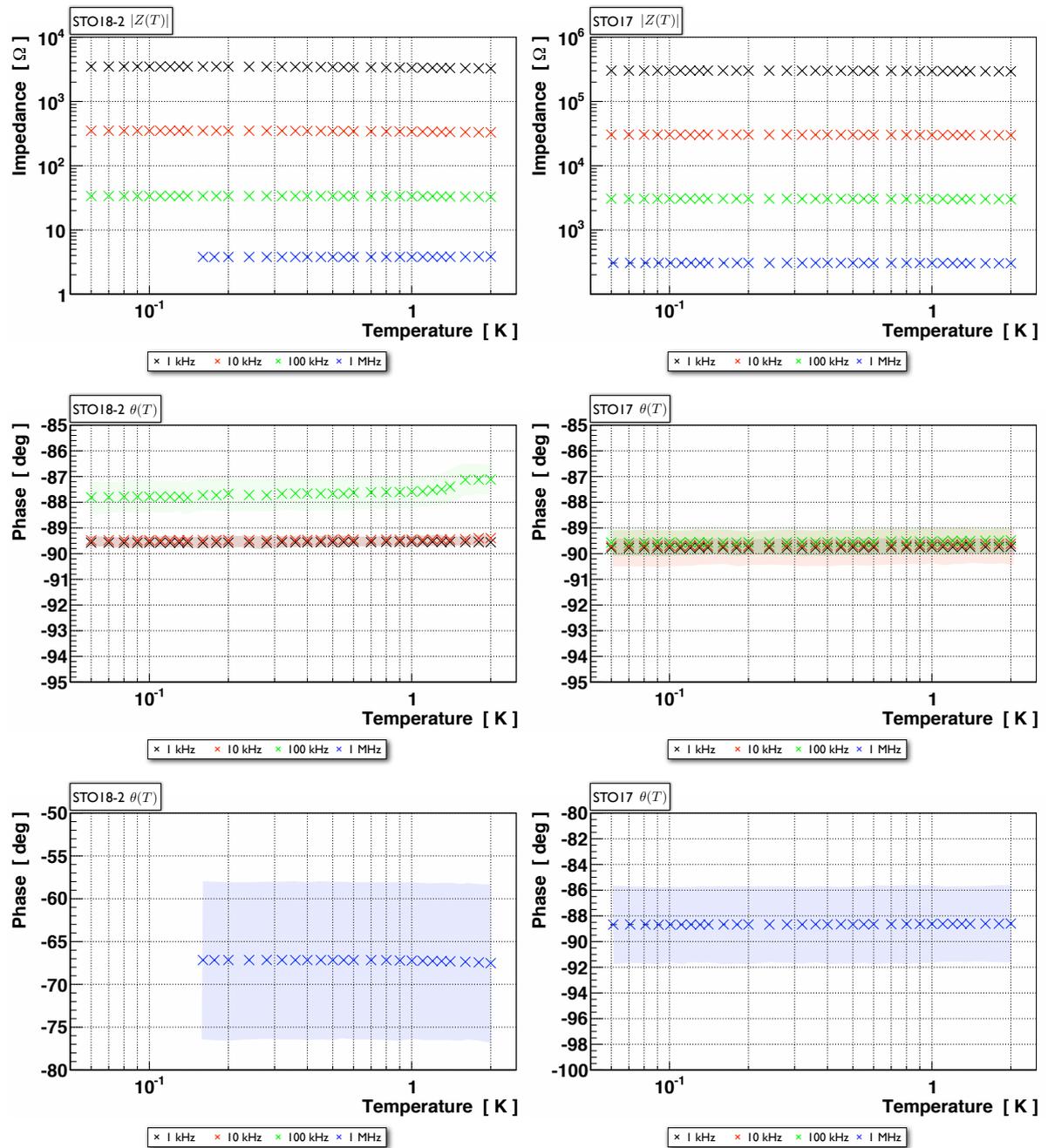


図 5.32: 60 mK から 2 K までの STO18-2、STO17 キャパシタの $|Z|$ と θ の温度依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

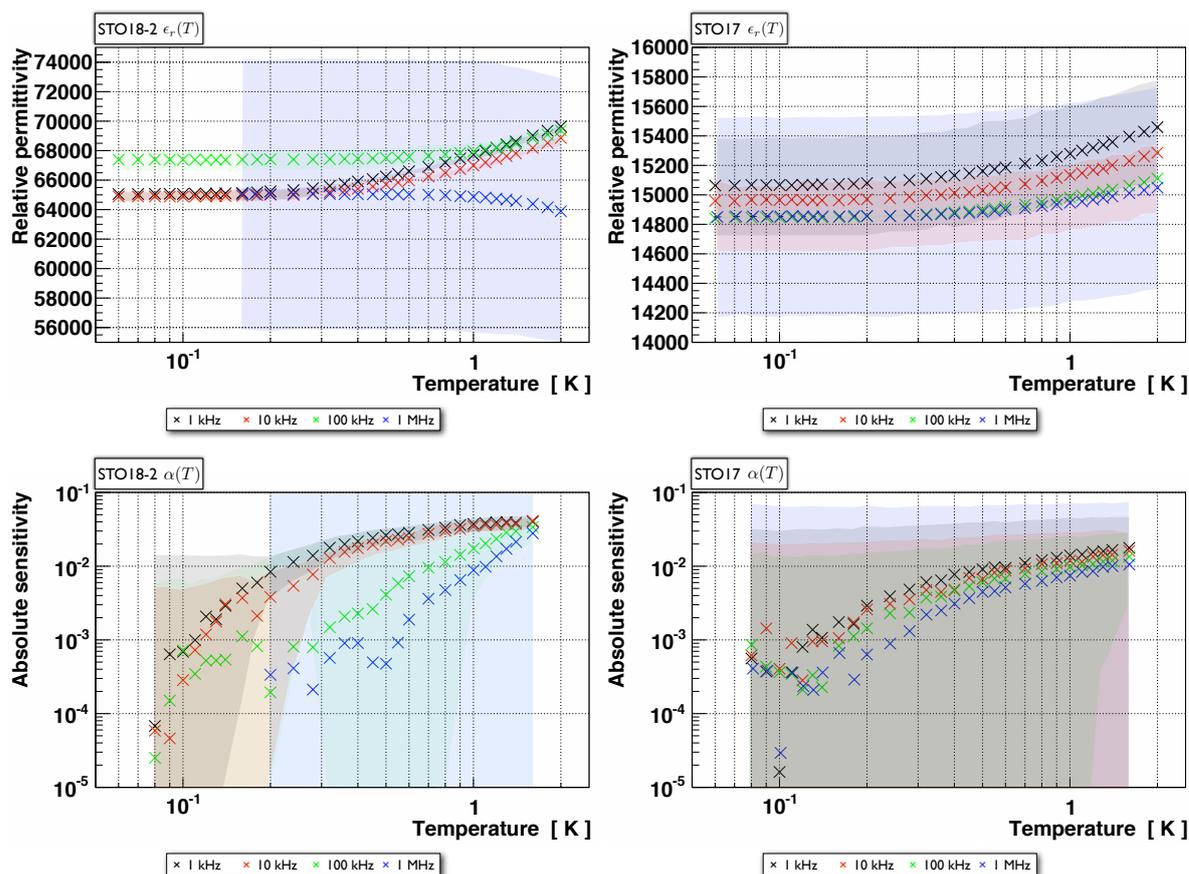


図 5.33: 60 mK から 2 K までの STO18-2、STO17 キャパシタの ϵ_r と $|\alpha_c|$ の温度依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

5.3.4.3 考察：STO の比誘電率の温度依存性 (60 mK から 2 K まで)

今回の測定では ϵ_r の温度依存性が誤差に埋もれており、 $|\alpha_c|$ に大きな誤差がついている。これは、 ϵ_r の測定値が誤差範囲内で 1 点 1 点上下する可能性を考えているからである。しかし実際は、60 mK から 2 K までの測定値が全体的に上下することはあっても、 ϵ_r 温度依存性曲線の形状が変化することは考えにくい。今回、同じ試料に対して何度も測定を繰り返しているが、 ϵ_r 温度依存性曲線の形状はよく再現する。従って、 $\text{Re}(Z)$ や $\tan \delta$ とは違い、 $|\alpha_c|$ に付いている大きな誤差はあまり気にする必要がないと考えられる。

今回測定した量子強誘電体 STO では、約 2 K で温度計としての絶対感度 $|\alpha_c|$ が $10^{-2} - 10^{-1}$ となるような誘電率の温度依存性を確認した。これは、先行研究とほぼ一致する。しかし、 ~ 100 mK になると誘電率の温度依存性が小さくなり、 $|\alpha_c|$ は 10^{-3} 以下となる。量子強誘電体 STO の誘電率の温度依存性が絶対零度に近づくにつれて小さくなっていくことが実測によって初めて明らかになった。これは、量子強誘電体 STO 中の分極のドメインが絶対零度に近づくにつれてフリーズしていく様子を捉えたものと考えられる。

5.3.5 STO の比誘電率の温度依存性 (60 mK から実験室温まで)

60 mK から実験室温までの STO の比誘電率の温度依存性 (10 kHz) を図 5.34 に、誘電体温度計の絶対感度の温度依存性 (10 kHz) を図 5.35 にまとめる。

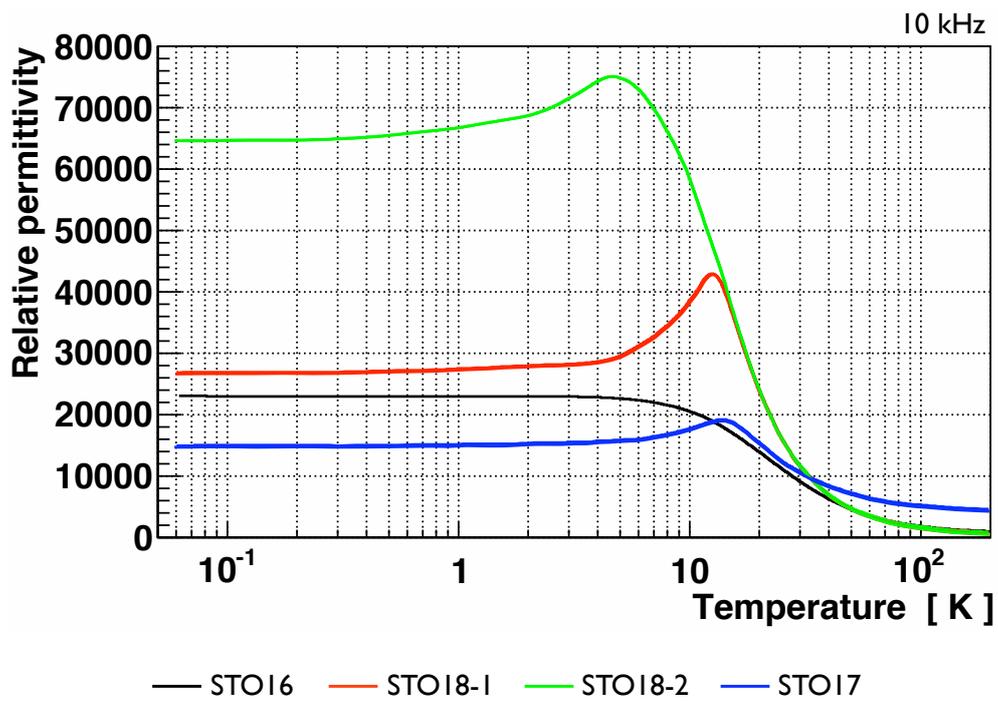


図 5.34: 60 mK から 300 K までの STO キャパシタの ϵ_r の温度依存性

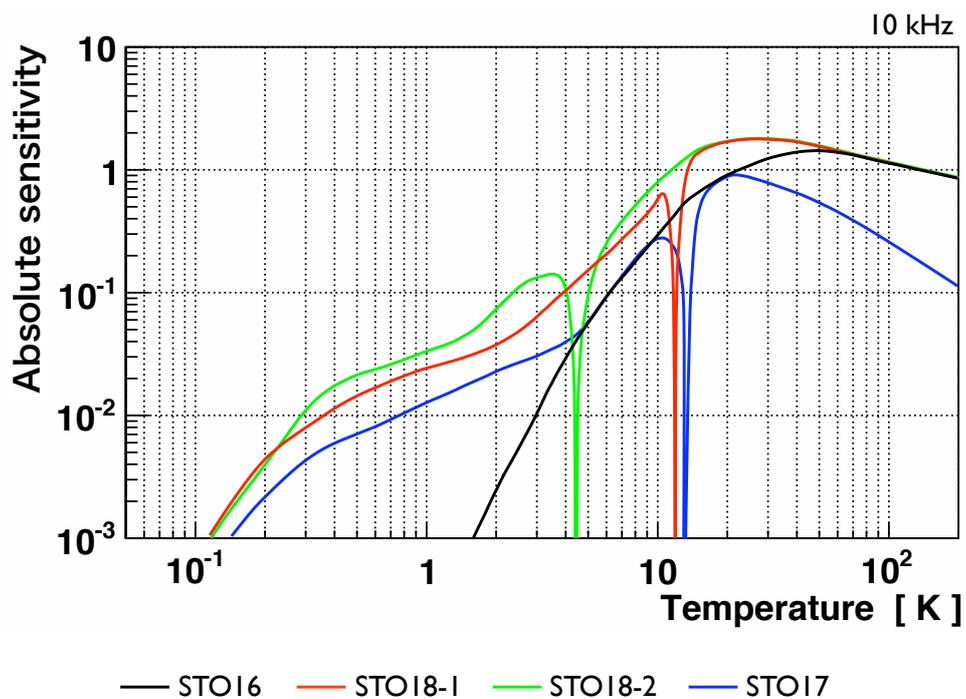


図 5.35: 60 mK から 300 K までの STO キャパシタの $|\alpha_c|$ の温度依存性

5.3.6 STO の誘電正接の温度依存性 (60 mK から 2 K まで)

5.3.6.1 STO16、STO18-1 の実験結果

CMR-ADR の極低温ステージに設置した STO16 と STO18-1 キャパシタの温度を 60 mK から 2 K まで変化させた際に測定した $\text{Re}(Z)$ をもとに $\tan \delta$ を求め、その周波数依存性を図 5.36 に示す。

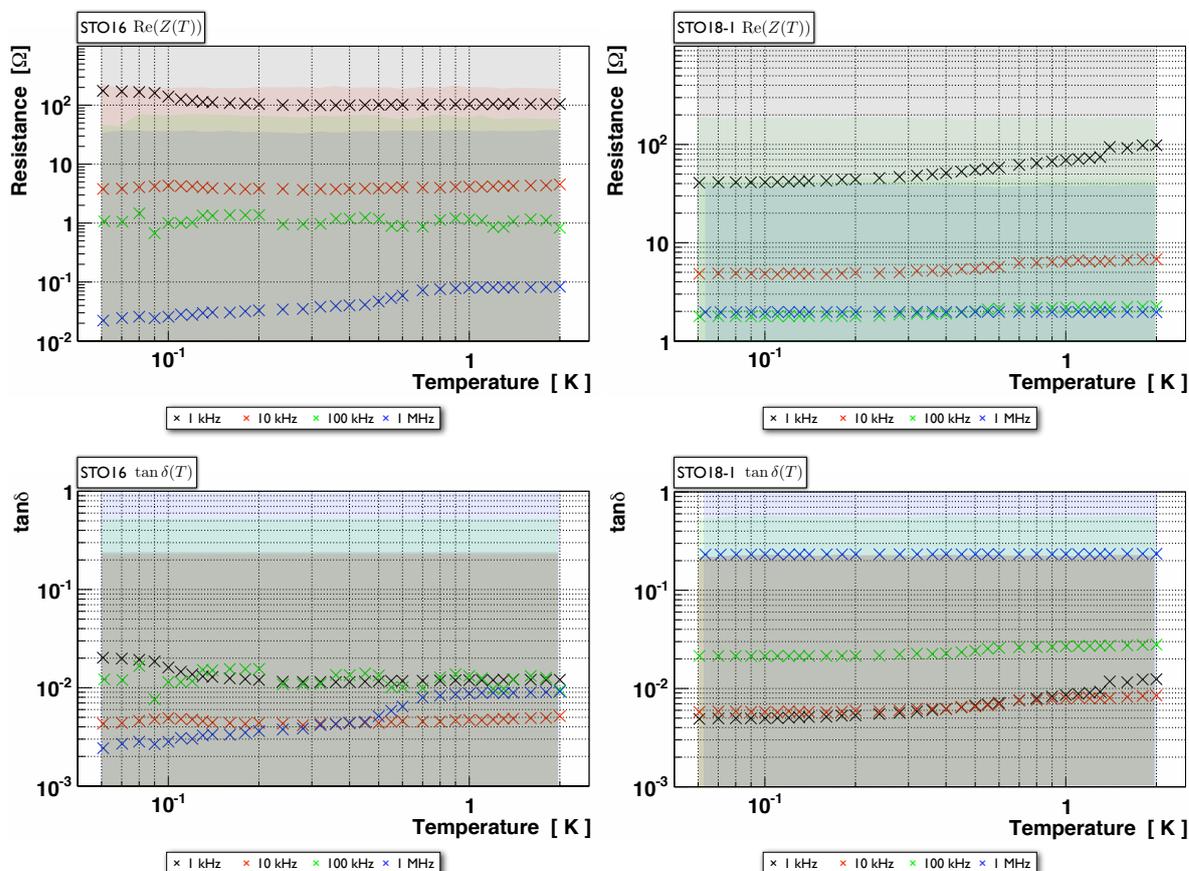


図 5.36: 60 mK から 2 K までの STO16、STO18-1 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の温度依存性
各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

5.3.6.2 STO18-2、STO17 の実験結果

SHI-ADR の極低温ステージに設置した STO18-2 と STO17 キャパシタの温度を 60 mK から 2 K まで変化させた際に測定した $\text{Re}(Z)$ をもとに $\tan \delta$ を求め、その周波数依存性を図 5.37 に示す。

5.3.6.3 考察：STO の誘電正接の温度依存性 (60 mK から 2 K まで)

4 つの STO の 60 mK から 2 K までの $\tan \delta$ はほとんど温度依存性を持たない。値も $\tan^2 \delta \ll 1$ である。ただし、STO18-1 と STO18-2 の 1 MHz での $\tan \delta$ が比較的大きい。STO18-2 の測定中に極低温ステージの温度が 140 mK 以下に保持できない問題が発生したが、これは STO18-2 の $\tan \delta$ による発熱が原因である可能性がある。極低温検出器の素子として冷凍機の冷却能力を上回るような発熱があるのは致命的である。誘電体素子として用いるためには $\tan \delta$ が小さい必要がある。

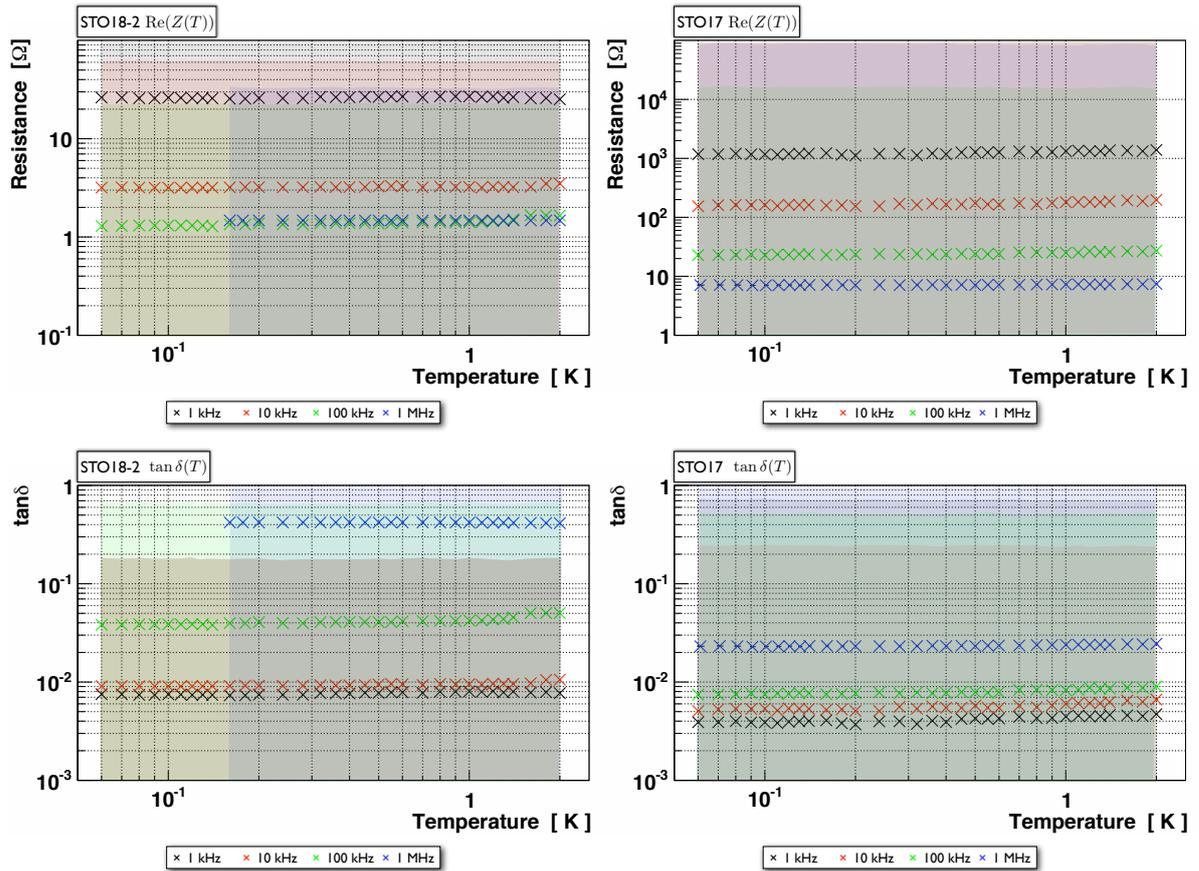


図 5.37: 60 mK から 2 K までの STO18-2、STO17 キャパシタの $\text{Re}(Z)$ と $\tan \delta$ の温度依存性
 各色で塗りつぶされた範囲は LCR メータの測定精度による誤差範囲

また、 θ が -90° に近い試料の測定の場合は、 $\text{Re}(Z)$ から $\tan \delta$ を持つもる方法では誤差が大きくなるため、STO の $\tan \delta$ についての正確な議論を行う場合は、他の測定方法を検討する必要がある。

第 6 章

誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路設計

誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路として GHz 帯 LC 共振回路を用いることを検討しているが、その設計を電磁界シミュレータを用いて行う。GHz 帯交流回路の設計を行うためには分布定数回路の考え方が必要であり、単なる信号伝送線路でさえも回路部品のように設計する必要があるため複雑になる(高周波交流回路理論については付録 C 参照)。GHz 帯交流回路の設計には電磁界シミュレータが有用である。今回は「Femtet」(ムラタソフトウェア株式会社)という電磁界シミュレータを用いて GHz 帯 LC 共振回路の設計を行うことにする。

6.1 電磁界シミュレータを用いた GHz 帯交流回路の設計

GHz 帯交流信号を伝送したフィードラインに共振線路を結合すると、共振周波数でフィードラインを透過していた電力の一部が共振線路に流出する。この共振現象はフィードラインの電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ を測定することで捉えることができる(第 3 章参照)。共振線路は誘電体素子の上に形成し、素子への X 線入射による誘電率の変化によって共振周波数が変化するようにする。熱的緩和時の共振周波数 $\omega_{r,0}$ での $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ や $\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ をモニターし続け、X 線入射時の共振周波数の変化をこれらの変化として測定することで X 線エネルギーを測定する。

具体的な誘電体 X 線マイクロカロリメータ(単素子)の読み出し回路のデザイン案を第 3 章の図 3.2 の等価回路図をもとに考える。今回デザインする誘電体 X 線マイクロカロリメータの要素は、GHz 帯交流信号を伝送するフィードラインと誘電体素子、そして、その上に形成する共振線路である。実際にはフィードラインの端に特性インピーダンス $Z_0 = 50 \Omega$ のコネクタを付け、その先には同軸ケーブルや増幅器、交流信号源、測定器等を接続していく。インピーダンス整合をとるために、フィードラインの特性インピーダンスは $Z_0 = 50 \Omega$ に設計する必要がある。フィードラインは超伝導金属であるアルミニウムの薄膜による CPW (Coplanar WaveGuide) を採用する(付録 C 参照)。アルミニウムを用いるのは約 1 K 以下で電気抵抗をなくし、これによる Joule 発熱(損失)や Johnson ノイズをなくすためである。また、CPW を用いるのは同一平面上に導体薄膜を成膜してパターンニングするだけで信号伝送線路とグラウンドを同時に形成でき、製作が非常に容易になるためである。

誘電体素子は CPW によるフィードラインに接するようにグラウンド上に実装、あるいは成膜し、その上にさらに超伝導金属(アルミニウム)のマイクロストリップラインによる共振線路を形成する。共振線路は、結合容量 C_c を通してフィードラインと結合する。また、終端を CPW のグラウンド面に短絡することで共振線路のインピーダンス Z_{r1} は式 (3.22) のような交流信号周波数依存性を持つ。

具体的な誘電体 X 線マイクロカロリメータ (単素子) の読み出し回路のデザイン案を図 6.1 に示す。

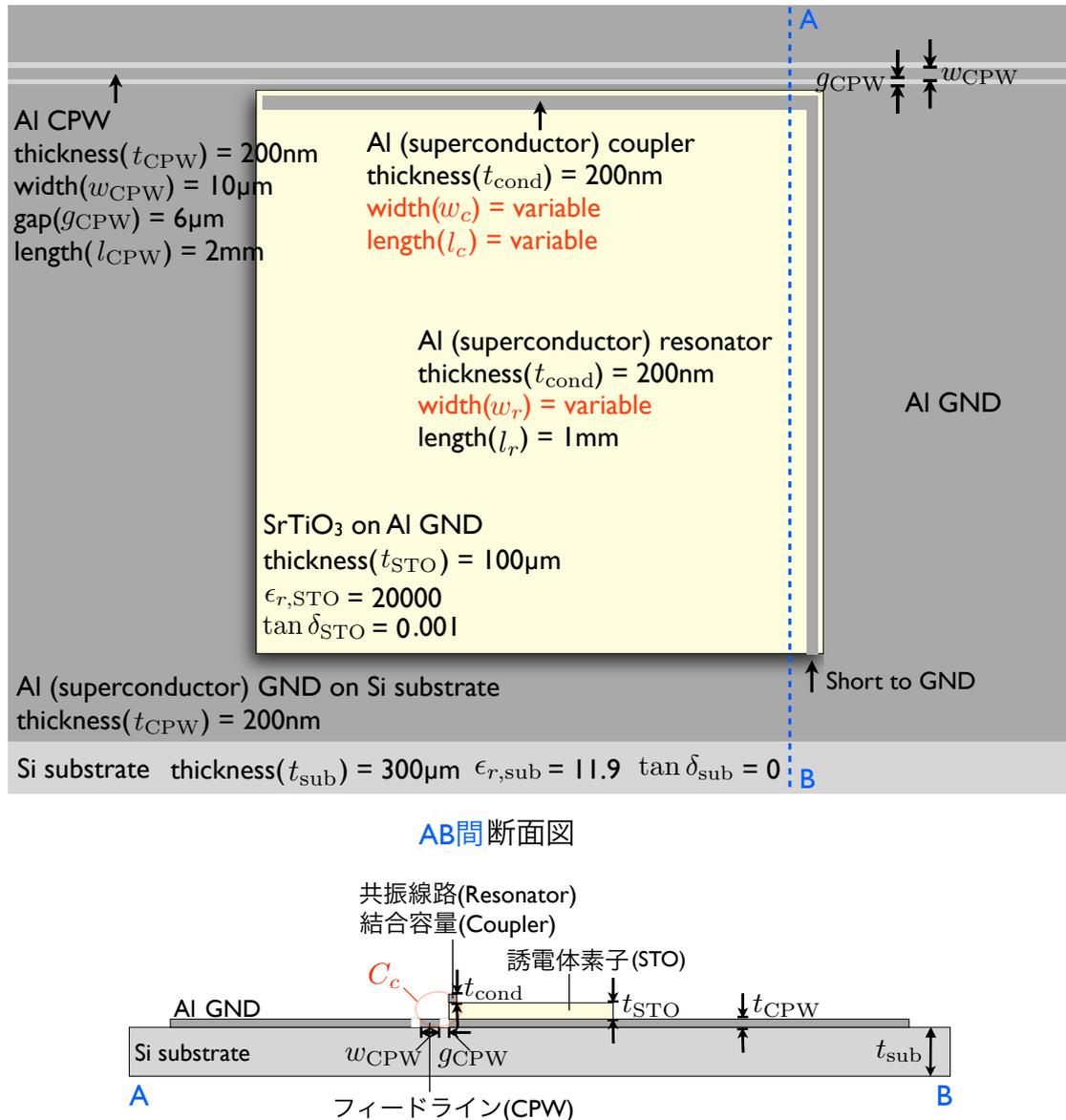


図 6.1: 誘電体 X 線マイクロカロリメータ (単素子) の読み出し回路デザイン案

共振回路の設計目標を以下に挙げる。

- ① 誘電体素子上の共振線路や結合容量の調節を行うことで、GHz 帯の狙い通りの周波数で共振が起こるようにする
- ② 誘電体素子の誘電率変化 (素子への X 線入射) によって式 (3.21) で表されるような共振周波数変化が起こるようにする
- ③ 共振回路の Q 値の調節を行うことで、共振の幅を数 100 kHz 以内に抑える
- ④ 共振回路の Q 値の調節を行うことで、 $S_{21}(\omega)$ の変化が大きくなるようにする
- ⑤ GHz 帯に数 1000 素子分の共振周波数を並べる

本修士論文では、このうち①と②の目標を達成できるような共振回路の設計を電磁界シミュレーションを用いて行う。

6.1.1 $Z_0 = 50 \Omega$ の CPW によるフィードラインのデザイン

フィードラインとして用いることを考えている $Z_0 = 50 \Omega$ の CPW を Femtet を用いてデザインする。CPW はシリコン等の絶縁体基板の上にアルミニウム薄膜を成膜し、パターンングすることで形成する。CPW の特性インピーダンスは絶縁体基板の厚さ t_{sub} と材質 (比誘電率 $\epsilon_{r,\text{sub}}$)、フィードラインと両側グラウンドの厚さ t_{CPW} 、フィードラインの幅 w_{CPW} 、フィードラインと両側グラウンドの間隔 g_{CPW} によって決まる。

今回は $w_{\text{CPW}} \geq 10 \mu\text{m}$ の信号伝送線路を形成することにする。Femtet の伝送線路インピーダンス計算ツール「Henry」を用いた計算によると、 w_{CPW} を 10、20、50、100、200 μm としたとき、特性インピーダンスを 50Ω にするための g_{CPW} の値は表 6.1 のようになる。

表 6.1: 特性インピーダンス $Z_0 = 50 \Omega$ の CPW デザイン

$t_{\text{sub}} [\mu\text{m}]$	$\epsilon_{r,\text{sub}}$	$t_{\text{CPW}} [\text{nm}]$	$w_{\text{CPW}} [\mu\text{m}]$	$g_{\text{CPW}} [\mu\text{m}]$
300 (fix)	11.8 (fix)	200 (fix)	10	5.9
↓	↓	↓	20	11.7
↓	↓	↓	50	27.7
↓	↓	↓	100	48.3
↓	↓	↓	200	73.8

6.1.2 マイクロストリップラインによる共振線路のデザイン

共振線路として用いることを考えているマイクロストリップラインを Femtet を用いてデザインする。第3章より共振線路の直列インダクタンスを L 、静電容量を C_d 、特性インピーダンスを Z'_0 としたときに $C_c \ll \sqrt{LC_d}/Z'_0$ の条件を満たすならば、共振回路の共振周波数 $\omega_r = 2\pi f_r$ は共振線路の $1/4$ 波長周波数 $\omega_q = 2\pi f_q$ と近い値になる。マイクロストリップラインの f_q は、式 (3.27) より L と C_d によって決まるため、結合容量部を含む共振線路の長さ $l_r + l_c$ や厚さ t_{cond} 、幅 w_r 、誘電体素子の誘電率 $\epsilon_{r,\text{STO}}$ や厚さ t_{STO} によって f_q が決まると言い換えることができる。今回は誘電体素子の材料として $\epsilon_{r,\text{STO}} = 20000$ (極低温における STO の典型値)、 $\tan \delta_{\text{STO}} = 0.001$ ($Q_i \sim 1/\tan \delta_{\text{STO}} \sim 1000$) の STO を仮定する。

今回は $w_r \geq 10 \mu\text{m}$ の信号伝送線路を形成することにする。Femtet の伝送線路インピーダンス計算ツール「Henry」を用いた計算によると、 w_r を 10、20、50、100、200 μm としたとき、 $f_q = 1 \text{ GHz}$ にするための l_r の値とそのときの Z'_0 の値は、表 6.2 のようになる。

表 6.2: 共振線路の f_q を 1 GHz にするためのマイクロストリップラインデザイン

t_{STO} [μm]	$\epsilon_{r,\text{STO}}$	t_{cond} [nm]	w_r [μm]	$l_c + l_r$ [μm]	Z'_0 [Ω]
100 (fix)	20000 (fix)	200 (fix)	10	0.715	2.481
↓	↓	↓	20	0.702	2.060
↓	↓	↓	50	0.679	1.506
↓	↓	↓	100	0.657	1.106
↓	↓	↓	200	0.632	0.750

6.1.3 電磁界シミュレーション結果

電磁界シミュレーションに与えたデザインの詳細なパラメータは図 6.1 にまとめてある。

フィードラインの両端にポート 1、ポート 2 を設定し、2 つのポート間の電力透過特性 (絶対値 $|S_{21}(\omega)|$ と位相角 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$)、並びにポート 1 からポート 1 への電力反射特性 (絶対値 $|S_{11}(\omega)|$ と位相角 $\arg\{S_{11}(\omega)\}$) を調べる。電力反射特性は、電力透過特性に現れたディップが共振回路への流出によるものか、回路中での反射や損失によるものかを判断するために用いることができるパラメータである。今回のように回路が 2 つのポートに対して対称な場合、 $S_{11}(\omega) = S_{22}(\omega)$ 、 $S_{21}(\omega) = S_{12}(\omega)$ となる (付録 C 参照)。

6.1.3.1 CPW によるフィードラインの電力透過・反射特性シミュレーション

まずは、CPW のみ、並びに CPW に接するように共振線路が付いていない STO を設置した場合の電磁界シミュレーションを行う。フィードラインの電力透過・反射特性を図 6.2 に示す。

$|S_{21}(\omega)|$ では、CPW のみと CPW+STO のどちらの場合もディップ等の特異な周波数特性は見当たらない。 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ も同様に特異な周波数特性はなく、CPW のみと CPW+STO のどちらの場合も周波数の増加に対して単調減少している。

しかし、 $|S_{21}(\omega)|$ には緩やかな変動があり、CPW のみの場合は 1.5 GHz 付近で -1.7 dB まで電力透過率が減少している。CPW+STO の場合に至っては半分 (-3 dB) 程度まで電力透過率が減少している。 $|S_{11}(\omega)|$ を見るとフィードライン上で電力の反射が起きていることが分かる。1 つの原因として、設計値から μm 以下のオーダーを四捨五入していることで CPW の Z_0 が 50Ω からずれており、フィードラインの両端で反射が起きていることが考えられる。また、CPW+STO の場合は STO が CPW に干渉して、STO 付近の CPW の特性インピーダンスが変化することで反射が起きている可能性がある。

製作の精度上、 μm 以下のオーダーが保証できないことや、この程度の電力の反射は共振周波数の変化による $S_{21}(\omega)$ の変化を測定する上で支障がないと考えられるので、今回、電力の反射をなくすような最適化は行わないものとする。

6.1.3.2 誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路の電力透過・反射特性シミュレーション

ここからは、CPW に接するように共振線路付きの誘電体素子を設置した場合の電磁界シミュレーションを行う。今回は表 6.2 を参考に結合容量部線路の長さ l_c と幅 w_c 、共振線路の幅 w_r の調節によって共振周波数 f_r が GHz 帯に現れるようにする。そして、 l_c と w_c 、 w_r の変化によるフィードラインの電力透過・反射特性の変化を見る。

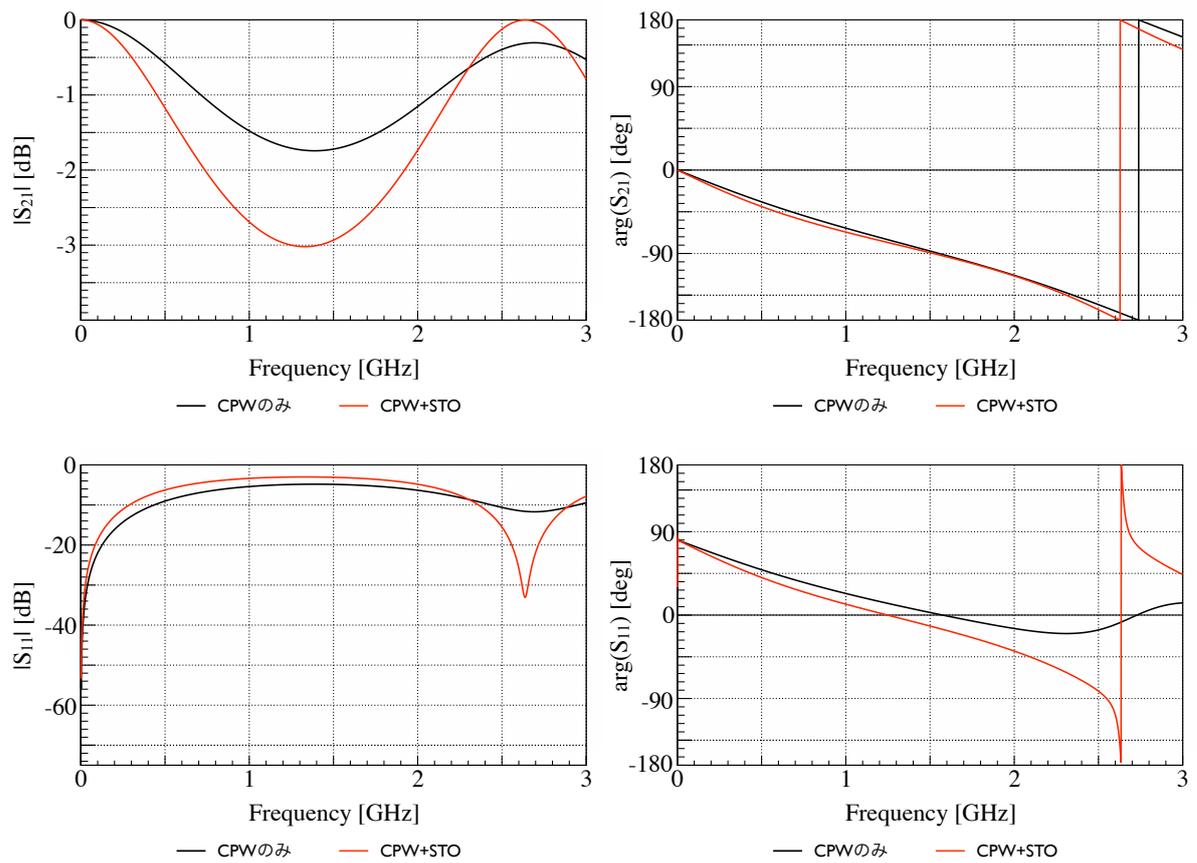


図 6.2: CPW によるフィードラインの電力透過・反射特性シミュレーション

左列は絶対値 $|S|$ 、右列は位相角 $\arg(S)$ 、上段は電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ 、下段は電力反射特性 $S_{11}(\omega)$

まず、 w_c と w_r を $10 \mu\text{m}$ に固定して、 l_c を $0 \mu\text{m}$ から $500 \mu\text{m}$ まで $100 \mu\text{m}$ ずつ変化させる。このとき、1 次の共振周波数 f_r は表 6.3 のようになると考えられる。

表 6.3: l_c と f_q ($\sim f_r$) の関係

l_c [μm]	w_c [μm]	w_r [μm]	$l_c + l_r$ [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]
0	10 (fix)	10 (fix)	1000	0.715
100	↓	↓	1100	0.650
200	↓	↓	1200	0.596
300	↓	↓	1300	0.550
400	↓	↓	1400	0.511
500	↓	↓	1500	0.476

w_c と w_r を固定して、 l_c を変化させたとき、電磁界シミュレーションによって得られるフィードラインの電力透過・反射特性を図 6.3 に示す。

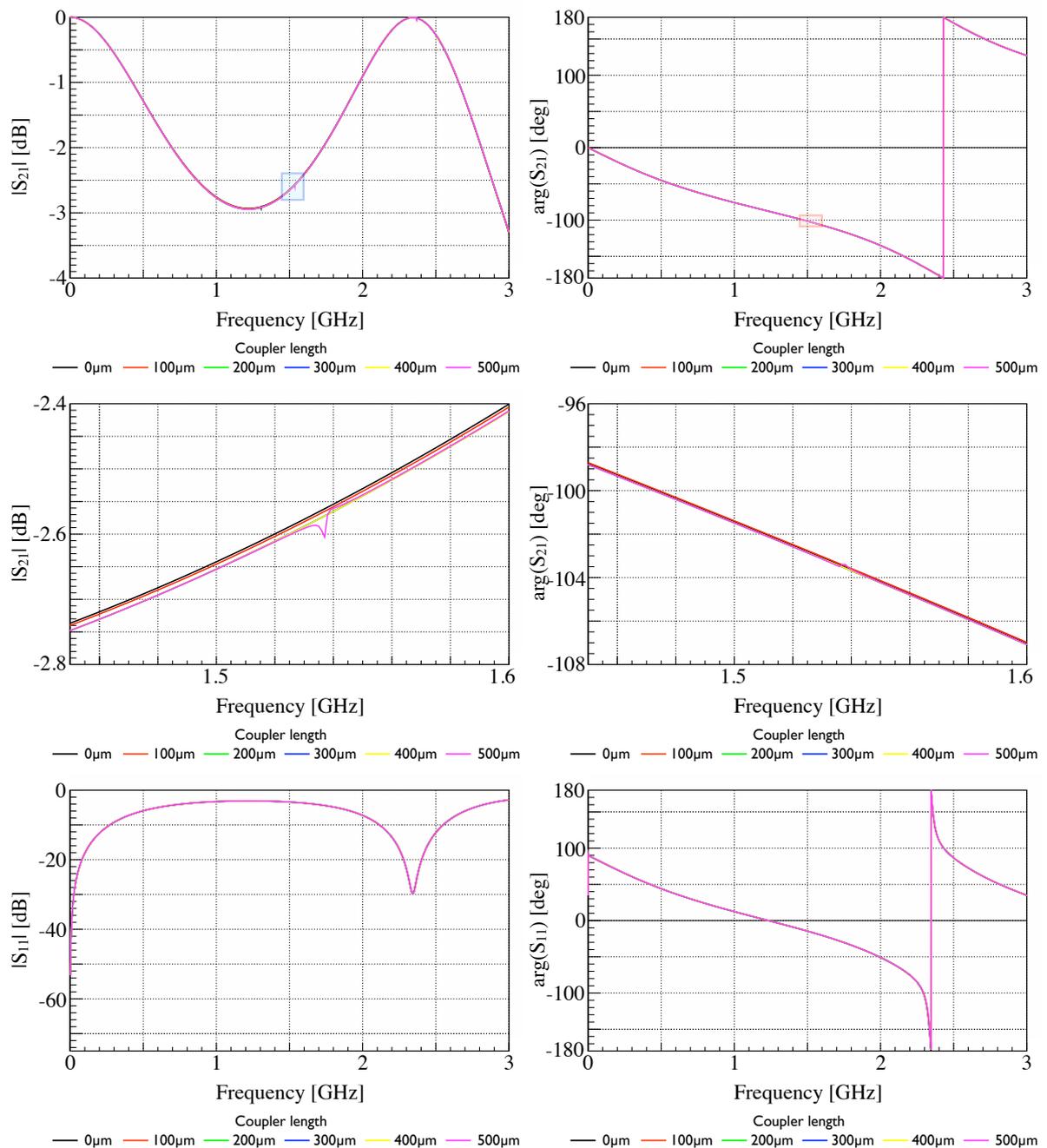


図 6.3: w_c と w_r を $10 \mu\text{m}$ 、 l_c の長さを $0 - 500 \mu\text{m}$ としたときのフィードラインの電力透過・反射特性シミュレーション

左列は絶対値 $|S|$ 、右列は位相角 $\arg(S)$ 、上段は電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ 、中段は上段の四角領域の拡大図、下段は電力反射特性 $S_{11}(\omega)$

$|S_{21}(\omega)|$ の電磁界シミュレーション結果を見ると、1 次の共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は表 6.4 のようになっている。

マイクロストリップラインの $1/4$ 波長周波数から求められる共振周波数 f_q ($\sim f_r$) とシミュレーションによって得られる共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は約 10 % 以内の範囲で合っている。

表 6.4: f_q ($\sim f_r$) と $f_{r,\text{sim}}$ の比較 (l_c を変化させた場合)

l_c [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]	$f_{r,\text{sim}}$ [GHz]	f_q ($\sim f_r$) からの $f_{r,\text{sim}}$ のずれ [%]
0	0.715	(判別不能)	–
100	0.650	(判別不能)	–
200	0.596	(判別不能)	–
300	0.550	0.587	6.7
400	0.511	0.557	9.0
500	0.476	0.535	12.4

$|S_{21}(\omega)|$ を見ると、例えば $l_c = 500 \mu\text{m}$ の場合、0.5 GHz 付近に 1 次、1.5 GHz 付近に 2 次、2.5 GHz 付近に 3 次の共振によるディップが見られるが、どれも浅くてはっきりしない。 l_c を大きくすると、 C_c が大きくなり、結合容量の Q 値 (Q_c) が小さくなるので、 $|S_{21}(\omega)|$ のディップは広く深くなることが予想される。1 次の共振で l_c が大きいほどディップが比較の見やすく、小さいほどディップが見にくくなるのはこのためと考えられる。また、 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ も共振がはっきりしない。第 3 章よりこの原因として共振線路の Q 値 (Q_i) が小さいことや結合容量の Q 値 (Q_c) が大きいことが考えられるが、今回、 $Q_i \sim 1/\tan \delta_{\text{STO}} \sim 1000$ となっており、十分大きいと考えられるので、原因は後者である可能性が高い。

次に、 l_c を $500 \mu\text{m}$ 、 w_r を $10 \mu\text{m}$ に固定して、 w_c を $10 \mu\text{m}$ から $50 \mu\text{m}$ まで $10 \mu\text{m}$ ずつ変化させたときと $100 \mu\text{m}$ にしたとき、1 次の共振周波数 f_r は表 6.5 のようになると考えられる。

表 6.5: w_c と f_q ($\sim f_r$) の関係

l_c [μm]	w_c [μm]	w_r [μm]	$l_c + l_r$ [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]
500 (fix)	10	10 (fix)	1500	0.477
	↓	↓	1500	0.474
	↓	↓	1500	0.472
	↓	↓	1500	0.470
	↓	↓	1500	0.469
	↓	↓	1500	0.464

l_c と w_r を固定して、 w_c を変化させたとき、電磁界シミュレーションによって得られるフィードラインの電力透過・反射特性を図 6.4 に示す。

$|S_{21}(\omega)|$ の電磁界シミュレーション結果を見ると、1 次の共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は表 6.6 のようになっている。

マイクロストリップラインの $1/4$ 波長周波数から求められる共振周波数 f_q ($\sim f_r$) とシミュレーションによって得られる共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は、約 10 % 以内の範囲で合っている。

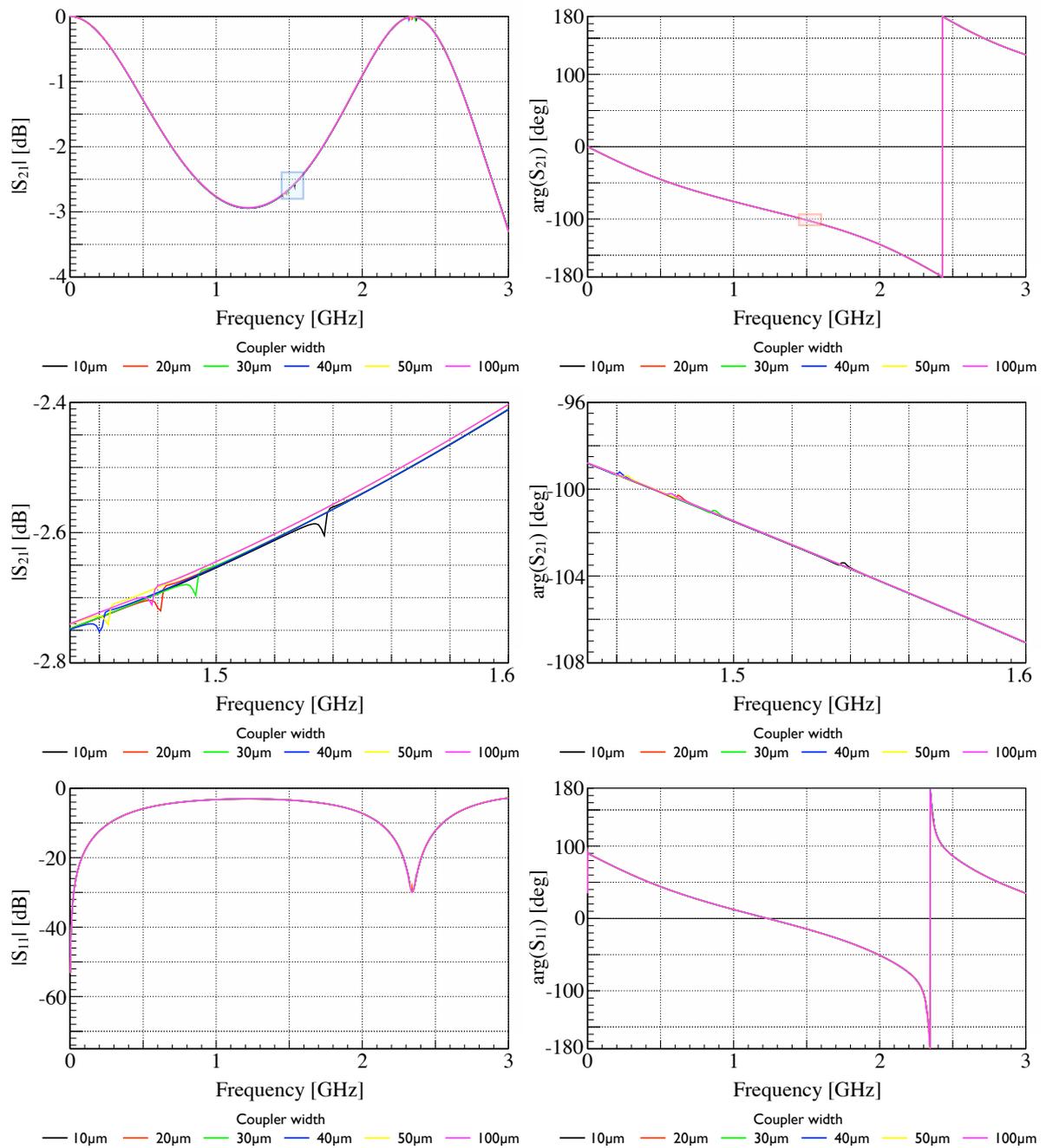


図 6.4: l_c を $500 \mu\text{m}$ 、 w_r を $10 \mu\text{m}$ 、 w_c を $10 - 100 \mu\text{m}$ としたときのフィードラインの電力透過・反射特性シミュレーション

左列は絶対値 $|S|$ 、右列は位相角 $\arg(S)$ 、上段は電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ 、中段は上段の四角領域の拡大図、下段は電力反射特性 $S_{11}(\omega)$

表 6.6: f_q ($\sim f_r$) と $f_{r,\text{sim}}$ の比較 (w_c を変化させた場合)

w_c [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]	$f_{r,\text{sim}}$ [GHz]	f_q ($\sim f_r$) からの $f_{r,\text{sim}}$ のずれ [%]
10	0.476	0.535	12.4
20	0.474	0.509	7.4
30	0.472	0.511	8.3
40	0.470	0.481	2.3
50	0.469	0.470	0.2
100	0.464	0.427	-8.0

$|S_{21}(\omega)|$ を見ると、 l_c を変化させたときと同様にディップが浅くてはっきりしない。 w_c を大きくすると、 C_c が大きくなり、 Q_c が小さくなるので、共振は広く $|S_{21}(\omega)|$ のディップは深くなるはずであるが、 w_c とディップの幅、深さの相関ははっきりと分からない。また、 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ も共振がはっきりしない。この原因として Q_c が大きいことが考えられる。

次に、 l_c を 500 μm 、 w_c を 10 μm に固定して、 w_r を 10 μm から 50 μm まで 10 μm ずつ変化させたとき、100 μm にしたとき、1 次の共振周波数 f_r は表 6.7 のようになると考えられる。

表 6.7: w_r と f_q ($\sim f_r$) の関係

l_c [μm]	w_c [μm]	w_r [μm]	$l_c + l_r$ [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]
500 (fix)	10 (fix)	10	1500	0.477
		20	1500	0.471
		30	1500	0.467
		40	1500	0.463
		50	1500	0.461
		100	1500	0.451

l_c と w_c を固定して、 w_r を変化させたとき、電磁界シミュレーションによって得られるフィードラインの電力透過・反射特性を図 6.5 に示す。

$|S_{21}(\omega)|$ の電磁界シミュレーション結果を見ると、1 次の共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は表 6.8 のようになっている。

マイクロストリップラインの $1/4$ 波長周波数から求められる共振周波数 f_q ($\sim f_r$) とシミュレーションによって得られる共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は、約 20 % 以内の範囲で合っている。

$|S_{21}(\omega)|$ を見ると、これまでと同様にディップが浅くてはっきりしない。また、 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ も共振がはっきりしない。

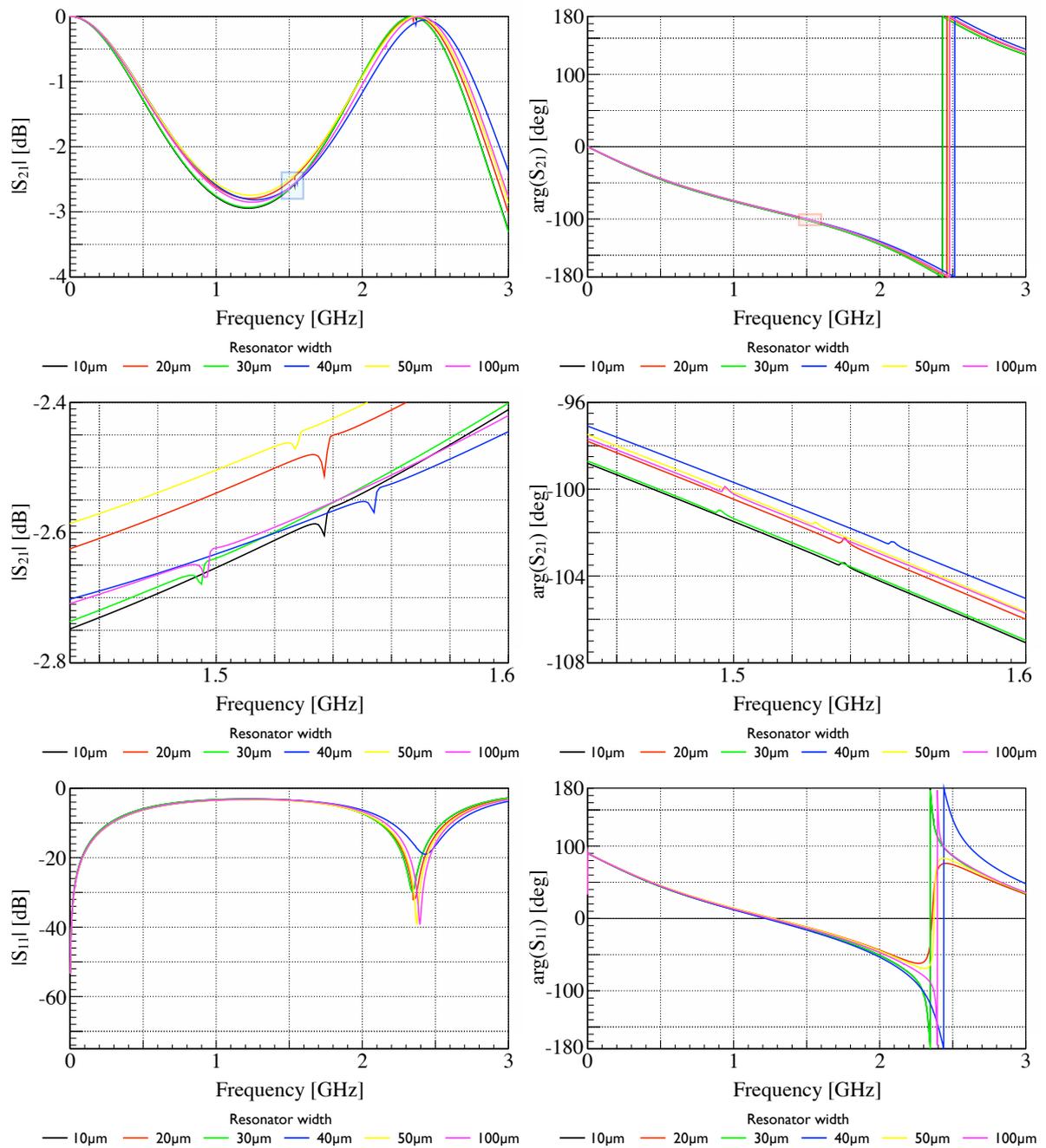


図 6.5: l_c を 500 μm 、 w_c を 10 μm 、 w_r を 10 – 100 μm としたときのフィードラインの電力透過・反射特性シミュレーション

左列は絶対値 $|S|$ 、右列は位相角 $\arg(S)$ 、上段は電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ 、中段は上段の四角領域の拡大図、下段は電力反射特性 $S_{11}(\omega)$

表 6.8: f_q ($\sim f_r$) と $f_{r,sim}$ の比較 (w_r を変化させた場合)

w_r [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]	$f_{r,sim}$ [GHz]	f_q ($\sim f_r$) からの $f_{r,sim}$ のずれ [%]
10	0.476	0.535	12.4
20	0.471	0.544	15.5
30	0.467	0.538	15.2
40	0.463	0.547	18.1
50	0.461	0.552	19.7
100	0.451	0.554	22.8

ここまで l_c や w_c 、 w_r を変化させてきたが、共振周数における $|S_{21}(\omega)|$ のディップが浅い。この原因として Q_c が大きいことが考えられる。 Q_c を小さくするためには C_c を大きくすればよく、 l_c や w_c を大きくすればよいと考えられる。表 6.2 より共振周数を GHz 帯にするためには $l_c + l_r$ をできるだけ小さくしたい。よって、 l_c を大きくして l_r を小さくする。この極端な場合として、図 6.6 のようなデザインを考える。

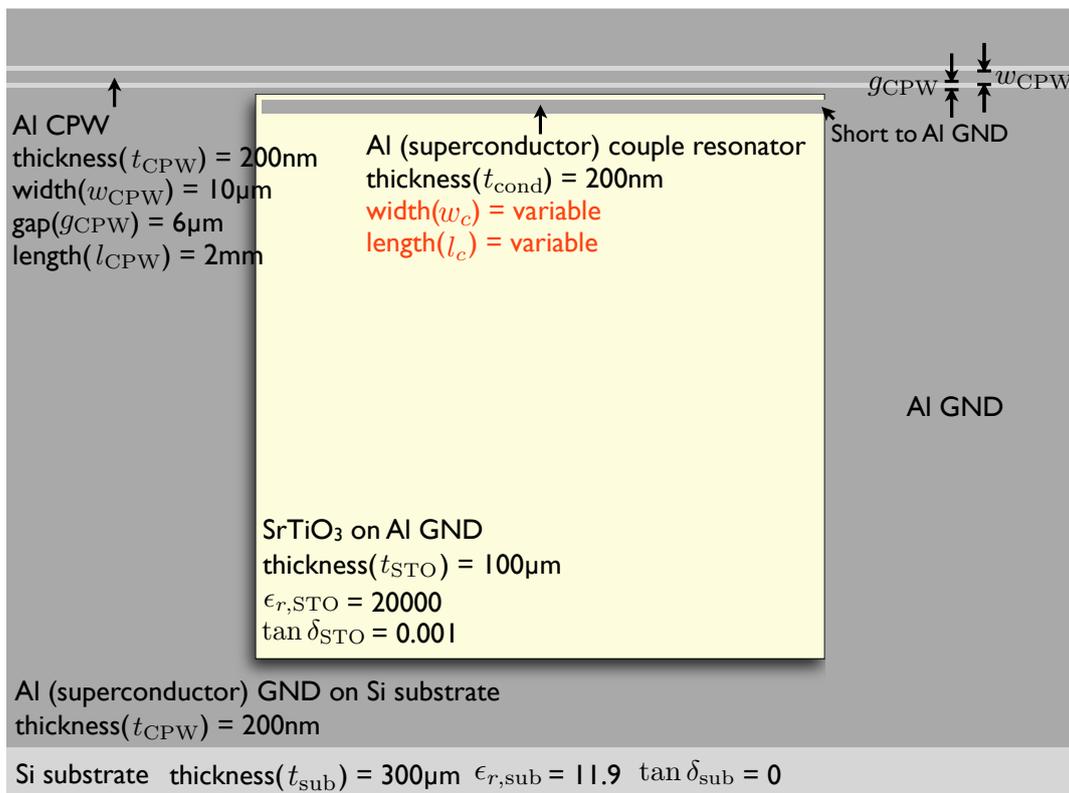


図 6.6: 結合容量部線路と共振線路が完全一致する共振回路のデザイン案

これは $l_r = 0$ としたものであり、結合容量部線路と共振線路が完全一致するデザインである。

まず、このデザインで w_c を $10 \mu\text{m}$ に固定し、 l_c を $500 \mu\text{m}$ 、 $750 \mu\text{m}$ 、 $1000 \mu\text{m}$ と変化させる。このとき、1 次の共振周数 f_r は表 6.9 のようになると考えられる。

表 6.9: l_c と f_q ($\sim f_r$) の関係

l_c [μm]	w_c [μm]	$l_c + l_r$ [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]
500	10 (fix)	500	0.715
750	↓	750	0.953
1000	↓	1000	1.430

w_c を固定して、 l_c を変化させたとき、電磁界シミュレーションによって得られるフィードラインの電力透過・反射特性を図 6.7 に示す。

$|S_{21}(\omega)|$ の電磁界シミュレーション結果を見ると、1 次の共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は表 6.10 のようになっている。

表 6.10: f_q ($\sim f_r$) と $f_{r,\text{sim}}$ の比較 (l_c を変化させた場合)

l_c [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]	$f_{r,\text{sim}}$ [GHz]	f_q ($\sim f_r$) からの $f_{r,\text{sim}}$ のずれ [%]
500	0.715	0.909	27.1
750	0.953	1.120	17.5
1000	1.430	1.645	15.0

マイクロストリップラインの $1/4$ 波長周波数から求められる共振周波数 f_q ($\sim f_r$) とシミュレーションによって得られる共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は、約 30 % 以内の範囲で合っている。

$|S_{21}(\omega)|$ を見ると、これまでで一番深いディップが現れた。 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$ を見ると第 3 章の図 3.5 のような周波数特性が現れていることが分かる。次に、 l_c を 1000 μm に固定して、 w_c を 10 μm から 50 μm まで 10 μm ずつ変化させたときと 100 μm にしたとき、1 次の共振周波数 f_r は表 6.11 のようになると考えられる。

表 6.11: w_c と f_q ($\sim f_r$) の関係

l_c [μm]	w_c [μm]	$l_c + l_r$ [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]
1000 (fix)	10	1000	0.715
↓	20	1000	0.702
↓	30	1000	0.693
↓	40	1000	0.685
↓	50	1000	0.679
↓	100	1000	0.657

l_c を固定して、 w_c を変化させたとき、電磁界シミュレーションによって得られる電力透過特性を図 6.8 に、電力反射特性を図 6.9 に示す。

$|S_{21}(\omega)|$ の電磁界シミュレーション結果を見ると、1 次の共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は表 6.12 のようになっている。

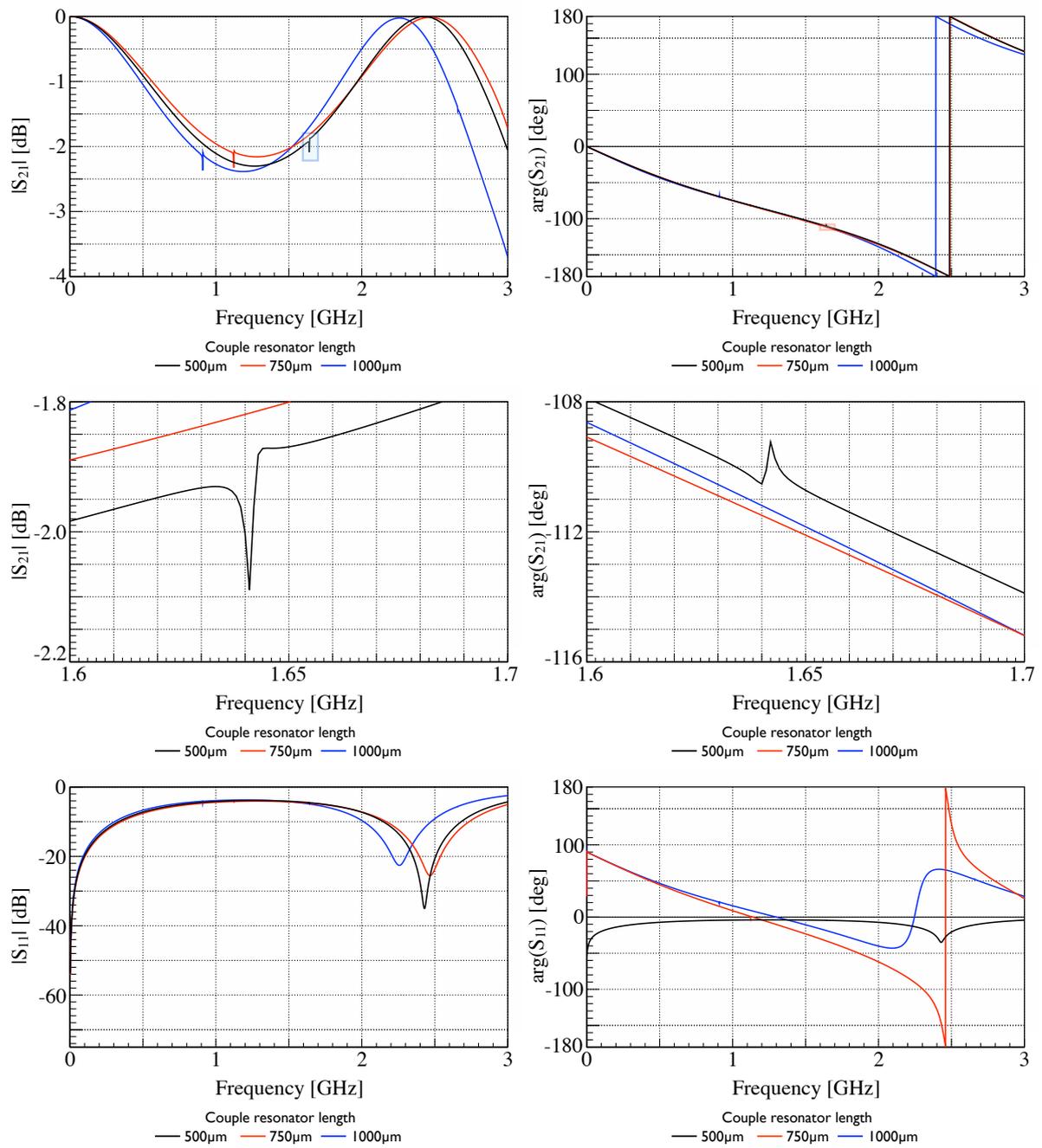


図 6.7: w_c を $10 \mu\text{m}$ 、 l_c を $500 - 1000 \mu\text{m}$ としたときのフィードラインの電力透過・反射特性シミュレーション

左列は絶対値 $|S|$ 、右列は位相角 $\arg(S)$ 、上段は電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ 、中段は上段の四角領域の拡大図、下段は電力反射特性 $S_{11}(\omega)$

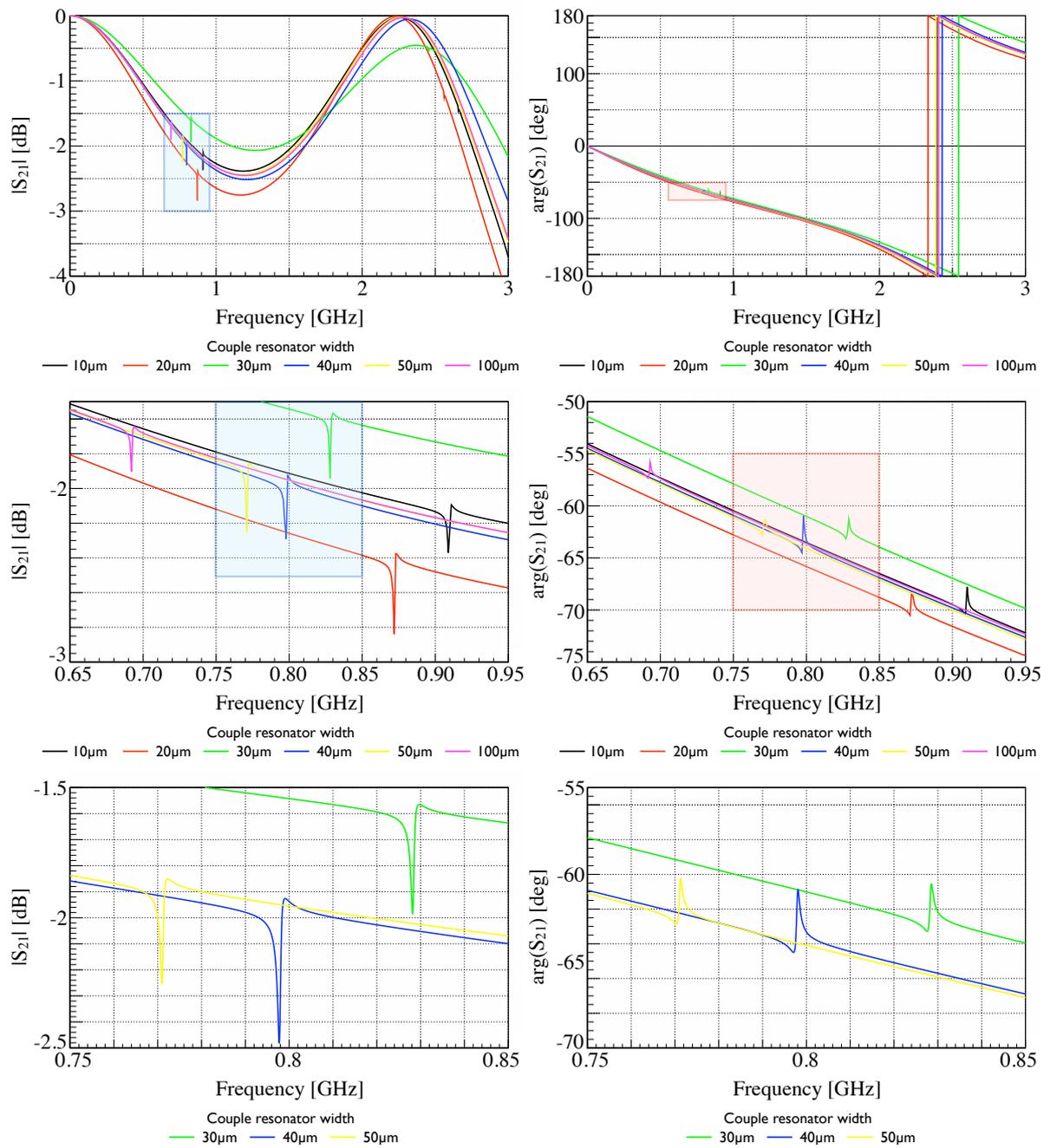


図 6.8: l_c を 1000 μm 、 w_c を 10 - 100 μm としたときのフィードラインの電力透過特性シミュレーション
 左列は絶対値 $|S|$ 、右列は位相角 $\arg(S)$ 、上段は電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ 、中段は上段の四角領域の拡大図、下段は中段の四角領域の拡大図

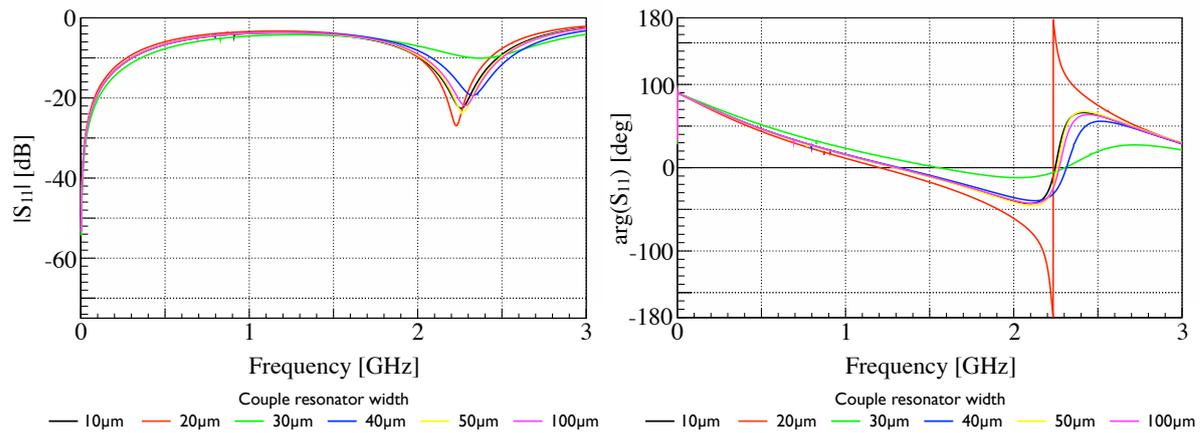


図 6.9: l_c を 1000 μm 、 w_c を 10 – 100 μm としたときのフィードラインの電力反射特性シミュレーション
左は絶対値 $|S|$ 、右は位相角 $\arg(S)$

表 6.12: f_q ($\sim f_r$) と $f_{r,\text{sim}}$ の比較 (w_c を変化させた場合)

w_c [μm]	f_q ($\sim f_r$) [GHz]	$f_{r,\text{sim}}$ [GHz]	f_q ($\sim f_r$) からの $f_{r,\text{sim}}$ のずれ [%]
10	0.715	0.909	27.1
20	0.702	0.872	24.2
30	0.693	0.828	19.5
40	0.685	0.798	16.5
50	0.679	0.771	13.5
100	0.657	0.692	5.3

マイクロストリップラインの $1/4$ 波長周波数から求められる共振周波数 f_q ($\sim f_r$) とシミュレーションによって得られる共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ は、約 30 % 以内の範囲で合っている。

ここで、この結合容量部線路と共振線路が完全一致する共振回路のデザインで、X 線入射による誘電率変化を与えたときの共振周波数変化と、 $S_{21}(\omega_{r,0})$ の変化を電磁界シミュレーションによって求める。第 3 章の式 (3.15) や第 4 章の式 (4.32) より、今回デザインした誘電体素子に 5.9 keV の X 線が入射した際の誘電率の相対変化は 0.036 % となり、 $\epsilon_r = 20000$ であれば、+7.2 変化することになる。 l_c を 1000 μm 、 w_c を 40 μm としたとき、X 線 (5.9 keV) 入射前後のフィードラインの電力透過特性を図 6.10 に代表して示す。

l_c を 500 – 1000 μm 、 w_c を 10 – 100 μm とした場合、共振周波数の相対変化 $\Delta_r(\omega)$ は平均 0.017 % となり、第 4 章の式 (4.33) の結果とほぼ同じであった。また、 $\delta|S_{21}(\omega_{r,0})|$ は平均 0.05 dB、 $\delta \arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ は平均 0.9 deg となった。

今回、電磁界シミュレーションによって第 3 章で示したような $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ のディップや $\arg S_{21}(\omega_{r,0})$ の周波数特性を再現することができた。そして、誘電体素子上の共振線路や結合容量の調節を行うことで、GHz 帯の周波数で共振が起こることを確認することができた。マイクロストリップラインの $1/4$ 波長周波数から求められる共振周波数 f_q ($\sim f_r$) とシミュレーションによって得られる共振周波数 $f_{r,\text{sim}}$ のずれは約 30 % 以内に収まり、大体狙った周波数で共振が起こることが分かった。

また、誘電体素子の誘電率変化 (素子への X 線入射) による共振周波数変化 $\delta\omega_r$ や $|S_{21}(\omega_{r,0})|$ 、

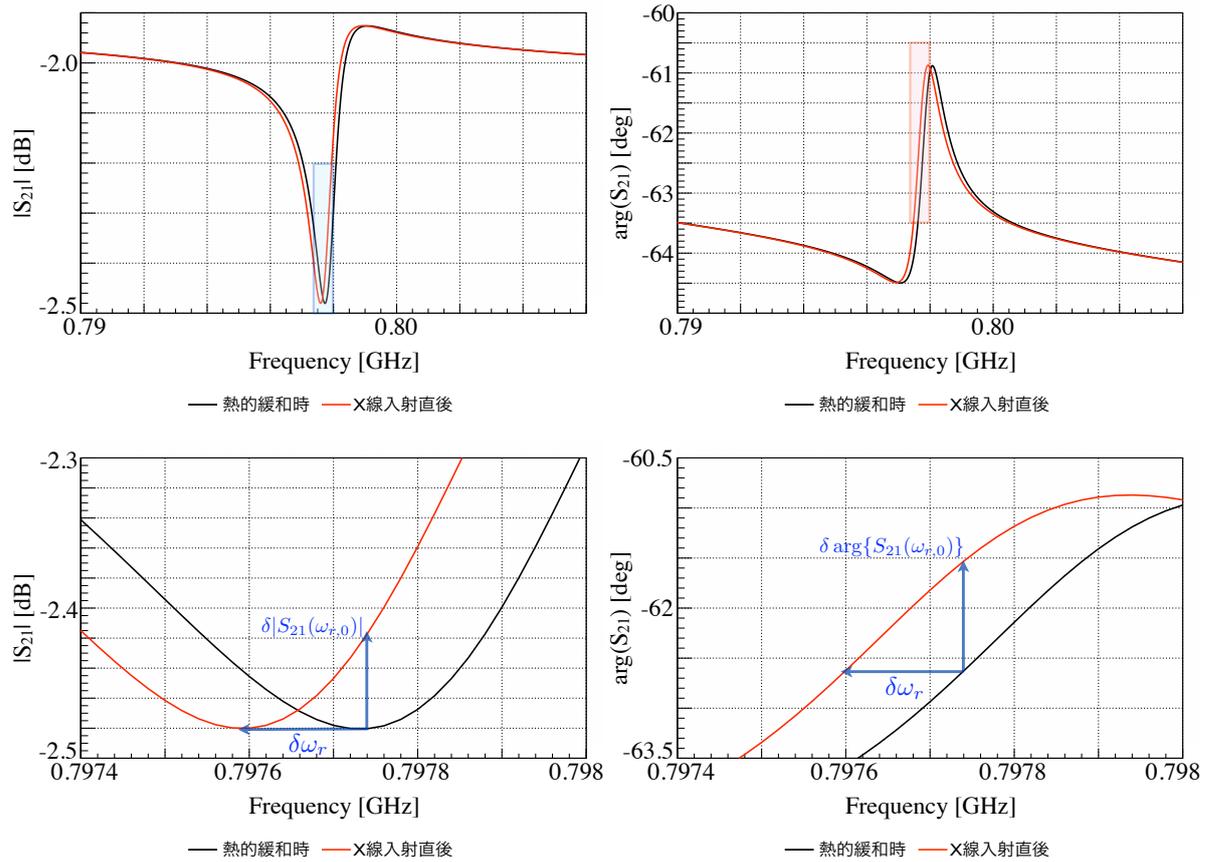


図 6.10: l_c を $1000 \mu\text{m}$ 、 w_c を $40 \mu\text{m}$ としたとき、X 線 (5.9 keV) 入射前後のフィードラインの電力透過特性シミュレーション

左列は絶対値 $|S_{21}(\omega)|$ 、右列は位相角 $\arg\{S_{21}(\omega)\}$

下段は上段の四角領域の拡大図

$\arg\{S_{21}(\omega_{r,0})\}$ の変化を電磁界シミュレーションによって再現することができた。

第7章

まとめと今後

7.1 誘電体 X 線マイクロカロリメータの概念検討

本修士論文では、新しい X 線撮像分光検出器として誘電体 X 線マイクロカロリメータの概念検討を行った。極低温において誘電率の温度依存性がある誘電体素子に X 線を入射させることで温度上昇、誘電率変化を生じ、これによって X 線エネルギーを決定することができる。誘電体 X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、これまでの X 線マイクロカロリメータと同程度であると考えられる。また、誘電体素子への X 線入射による誘電率変化の読み出しの仕組みとして高周波 LC 共振回路を用いることで多素子の信号多重化が可能であることを示した。

7.2 量子強誘電体 SrTiO₃ の極低温における比誘電率、誘電正接測定

誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子として適した誘電体材料の条件として、極低温 (~ 100 mK) において誘電率の温度依存性があることや誘電正接が小さいこと等が挙げられる。これらの物性値が約 2 K 以下で明らかになっている誘電体はこれまでになかった。しかし、約 2 K までの測定で量子強誘電体という種類の誘電体に比較的大きな誘電率の温度依存性があることが知られていた。本修士論文では、誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子の候補として量子強誘電体 SrTiO₃ (STO) を考え、その 2 K 以下での複素インピーダンスを初めて測定した。冷凍機の極低温ステージに設置した測定対象から実験室温の測定機器に至る長い配線によるインピーダンスのずれを 4 端子法と位相角補正によって抑え、2 K 以下での複素インピーダンスの測定に成功した。そして、複素インピーダンスから誘電率や静電容量を計算し、その 1 kHz から 1 MHz までの周波数依存性や 60 mK から 300 K までの温度依存性を調べた。

今回測定した量子強誘電体 STO では、誘電体温度計の絶対感度 $|\alpha_c|$ が ~ 2 K において $10^{-2} - 10^{-1}$ 、~ 100 mK において 10^{-2} 以下となるような誘電率の温度依存性を確認した。量子強誘電体 STO の誘電率の温度依存性が絶対零度に近づくにつれて小さくなっていくことが実験によって初めて明らかになった。また、誘電正接については試料によっては 100 mK 付近において 1 に近くなるものがあり、致命的な発熱やノイズの原因となる可能性がある。

今回、臨界温度が 100 mK よりも十分に高い量子強誘電体 STO において、~ 100 mK での温度依存性がほとんどなくなることが分かったが、臨界温度が極低温にあるような ¹⁶O/¹⁸O 置換率が 32 % 付近の量子強誘電体 STO については、~ 100 mK で誘電率の温度依存性が比較的大きい可能性があり、今後はそのような試料を測定していく。さらに、量子強誘電体を中心に他の種類の誘電体にまで探索範囲を広げ、誘電体 X 線マイクロカロリメータの素子として適した誘電体材料を見つけていく。

また、今回は 1 kHz から 1 MHz の周波数帯域における誘電率や誘電正接の測定を行ったが、今後はこ

れらを GHz 帯で測定できるようにしていきたい。我々の研究室では 300 mK まで冷却できる冷凍機 (3He ソープション冷凍機) に高周波測定用の同軸ケーブルを通して、測定システムを構築してきた。まずは、そのシステムを利用して ~ 300 mK で GHz 帯の誘電体の物性値測定を行う。今後は、断熱消磁冷凍機 (ADR) の中にも同軸ケーブルを通し、~ 100 mK での測定システムを構築していく。

7.3 電磁界シミュレータを用いた高周波 LC 共振回路のデザイン

誘電体 X 線マイクロカロリメータの読み出し回路として極低温で動作する GHz 帯 LC 共振回路を用いることを検討している。具体的には GHz 帯交流信号を伝送したフィードラインに誘電体素子上の共振線路を結合し、X 線入射による誘電体素子の誘電率、共振周波数の変化をフィードラインの電力透過特性 $S_{21}(\omega)$ の変化として測定することで X 線エネルギーを測定する。GHz 帯 LC 共振回路の設計目標として、誘電体素子上の共振線路によって GHz 帯の狙い通りの周波数で共振が起こるようにすることや、誘電体素子の誘電率変化によって理論通りの共振周波数変化が起こるようにすること等が挙げられる。今回、電磁界シミュレーションによってこれらの目標を達成できるような共振回路の設計を行うことができた。

今後は共振回路の Q 値の調節を行うことで、共振の幅を数 100 kHz 以内に抑えることや $S_{21}(\omega)$ の変化が大きくなるようにすること、GHz 帯に数 1000 素子分の共振周波数を並べること等を目指し、電磁界シミュレーションを用いてデザインを最適化していく。

7.4 誘電体 X 線マイクロカロリメータの開発課題

本修士論文では、実際に誘電体 X 線マイクロカロリメータの X 線信号検出までは行っておらず、これは今後達成すべき大きな課題となる。まずは、素子として適した誘電体材料を探索し、その極低温での物性値を明らかにしていく。また、電磁界シミュレータによって GHz 帯 LC 共振回路による読み出し回路のデザインを最適化し、半導体微細加工技術による製作や極低温における高周波回路の特性評価等を行う。その後、誘電体素子と読み出し回路を組み合わせて単素子の誘電体 X 線マイクロカロリメータを製作し、X 線照射試験によって本修士論文の検討の正当性を評価する。

さらに、これを達成した後に素子数を増やして多素子アレイを形成して信号多重化を行い、X 線撮像分光検出器としての性能向上を目指していく。

付録 A

抵抗型 X 線マイクロカロリメータの熱的 応答と電気的応答

半導体サーミスタ型、TES 型 X 線マイクロカロリメータの素子には電気抵抗が存在し、その温度依存性を温度計として用いたり、電熱フィードバックを利用したりと積極的に活用する。しかし、素子に電気抵抗が存在すると Joule 発熱や Johnson ノイズが生じる。ここでは、素子に電気抵抗が存在する X 線マイクロカロリメータを抵抗型 X 線マイクロカロリメータとし、これについて説明する。

この第 2 章の始めに X 線マイクロカロリメータの原理の概略を説明したが、素子に電気抵抗の概念を加えてもう一度詳細に説明する。

熱容量 C_{th} 、温度 T の素子が熱コンダクタンス G_{th} の熱リンクを通して一定温度 T_b の低温熱浴に接触しており、バイアス電流 (電圧) を印可することで動作しているとする。素子に流れる電流を I 、印可されている電圧を V とすると、素子の電気抵抗は $R = V/I$ となる。また、Joule 発熱 $P_J = VI$ によって素子の温度が上昇していることになるが、素子と低温熱浴の系が熱的に緩和している状態を考えると、 P_J と低温熱浴から素子への熱入力 $P_b(T_p) = G_{th}(T_b - T_p)$ (< 0) の大きさはつり合っている。ここで T_p は熱的緩和時の素子の温度である。

抵抗型 X 線マイクロカロリメータの場合、電気的応答と熱的応答は結合しており、素子の温度変化という熱的応答は電気的応答へと変換されて読み出される。素子に電気抵抗がある場合は、Joule 発熱によって電気的応答は熱的応答へとフィードバックされる。これを電熱フィードバックと呼ぶ。

今、時間に依存する微小な熱入力 $P_{in} = \delta P e^{i\omega t}$ を素子に与える。このとき系の応答は線形であり、素子の温度が $T - T_p = \delta T e^{i\omega t}$ 上昇したとする。電熱フィードバックを考えないときは、熱伝導方程式より、

$$\begin{aligned} C_{th} \frac{dT}{dt} &= P_J + P_b(T) + P_{in} = G_{th}(T_p - T) + P_{in} \\ \rightarrow i\omega C_{th} \delta T e^{i\omega t} &= -G_{th} \delta T e^{i\omega t} + \delta P e^{i\omega t} \\ \rightarrow \delta T &= \frac{1}{G_{th}} \frac{1}{1 + i\omega \frac{C_{th}}{G_{th}}} = \frac{1}{G_{th}} \frac{1}{1 + i\omega\tau} \delta P \end{aligned} \quad (A.1)$$

となる。これまでの P_J を $P_J(T_p)$ とし、温度 T での Joule 発熱 $P_J(T)$ を、

$$P_J(T) \sim P_J(T_p) + \frac{dP_J(T_p)}{dT} (T - T_p) \quad (A.2)$$

として電熱フィードバックを考えると、

$$\begin{aligned}
C_{\text{th}} \frac{dT}{dt} &= P_J(T_p) + \frac{dP_J(T_p)}{dT} (T - T_p) + P_b(T) + P_{\text{in}} = \frac{dP_J(T_p)}{dT} (T - T_p) + G_{\text{th}}(T_p - T) + P_{\text{in}} \\
\rightarrow i\omega C_{\text{th}} \delta T e^{i\omega t} &= \frac{dP_J(T_p)}{dT} \delta T e^{i\omega t} - G_{\text{th}} \delta T e^{i\omega t} + \delta P e^{i\omega t} \\
\rightarrow \delta T &= \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{dP_J(T_p)}{dT} + i\omega \frac{C_{\text{th}}}{G_{\text{th}}}} \delta P = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{dP_J(T_p)}{dT} + i\omega \tau} \delta P \quad (\text{A.3})
\end{aligned}$$

となる。以降、電熱フィードバックがないときを $\tau_e = \tau$ とする。ここで、定電圧バイアスのときは、

$$\frac{dP_J(T_p)}{dT} = \frac{dP_J(T_p)}{dI} \frac{dI}{dR} \frac{dR}{dT} = V \left(-\frac{V}{R^2} \right) \frac{dR}{dT} = -\frac{P_J(T_p)}{R} \frac{dR}{dT} \quad (\text{A.4})$$

となり、定電流バイアスのときは、

$$\frac{dP_J(T_p)}{dT} = \frac{dP_J(T_p)}{dV} \frac{dV}{dR} \frac{dR}{dT} = I^2 \frac{dR}{dT} = \frac{P_J(T_p)}{R} \frac{dR}{dT} \quad (\text{A.5})$$

となる。素子の電気抵抗の絶対感度 α_R 、

$$\alpha_R \equiv \frac{d \log R}{d \log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT} \quad (\text{A.6})$$

を用いると、

$$\frac{dP_J(T_p)}{dT} = \mp \frac{\alpha_R P_J(T_p)}{T_p} \quad (\text{A.7})$$

となるので (負号：定電圧バイアス、正号：定電流バイアス)、式 (A.3) は、

$$\begin{aligned}
\delta T &= \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 \pm \frac{\alpha_R P_J(T_p)}{G_{\text{th}} T_p} + i\omega \tau} \delta P = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{1}{1 \pm \frac{\alpha_R P_J(T_p)}{G_{\text{th}} T_p}} \frac{1}{1 + i\omega \frac{1}{1 \pm \frac{\alpha_R P_J(T_p)}{G_{\text{th}} T_p}} \tau} \delta P \\
&\equiv \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{1 + i\omega \tau_e} \delta P \quad (\text{A.8})
\end{aligned}$$

のようになる (正号：定電圧バイアス、負号：定電流バイアス)。ここで、X 線パルスの実効的な時定数 τ_e は、

$$\tau_e \equiv \frac{1}{1 \pm \frac{\alpha_R P_J(T_p)}{G_{\text{th}} T_p}} \tau \quad (\text{A.9})$$

であり、 $\alpha_R > 0$ で定電圧バイアス、もしくは、 $\alpha_R < 0$ で定電流バイアスの場合は $\tau_e < \tau$ (負のフィードバック)、その逆の場合は $\tau_e > \tau$ (正のフィードバック) となり、特に後者の $\alpha_R P_J(T_p) / G_{\text{th}} T_p > 1$ の場合は、X 線入射後、熱的な緩和に至らなくなる。TES 型 X 線マイクロカロリメータでは負のフィードバックを動作温度の安定化のために有効活用している。また、一般に電熱フィードバックと言ったときには負のフィードバックのみを指すことが多い。

熱入力 $P_{\text{in}}(t) = E\delta(t)$ と表される場合、周波数空間においてこの入力 $\delta P_{\text{in}}(\omega)$ は、

$$\delta P_{\text{in}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t) e^{i\omega t} dt = \frac{E}{2\pi} \quad (\text{A.10})$$

と表され、これに対する温度変化 $\delta T(\omega)$ は、

$$\delta T(\omega) = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{1 + i\omega \tau_e} \delta P_{\text{in}}(\omega) = \frac{E}{2\pi G_{\text{th}}} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{1 + i\omega \tau_e} \quad (\text{A.11})$$

となる。 $\delta T(\omega)$ を逆フーリエ変換することで時間空間の関数に変換すると、

$$\delta T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta T(\omega) e^{-i\omega t} d\omega = \frac{E}{2\pi G_{\text{th}}} \frac{\tau_e}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_e} d\omega = \frac{E}{G_{\text{th}}\tau_e} \frac{\tau_e}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right) = \frac{E}{C_{\text{th}}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right) \quad (\text{A.12})$$

となり、式 (2.3) と一致する。やはり、X 線入射による信号はパルス状であることが分かる。

付録 B

X線マイクロカロリメータのノイズとエネルギー分解能

ここでは、第2章第5節のX線マイクロカロリメータのノイズとエネルギー分解能について詳細に解説する。

B.1 X線マイクロカロリメータの信号伝達過程と応答関数

X線マイクロカロリメータではX線入射による熱的な入力信号 δP によってまず素子の温度 T が上昇する (δT)。温度の上昇は素子の物性値 x を変化させ (δx)、最終的には電流信号 δI や電圧信号 δV 等の出力信号となって読み出される。図 B.1 にこの概念をブロックダイアグラムとして表す。ブロックダイアグラムは自然制御系の中での信号伝達の系統図である。

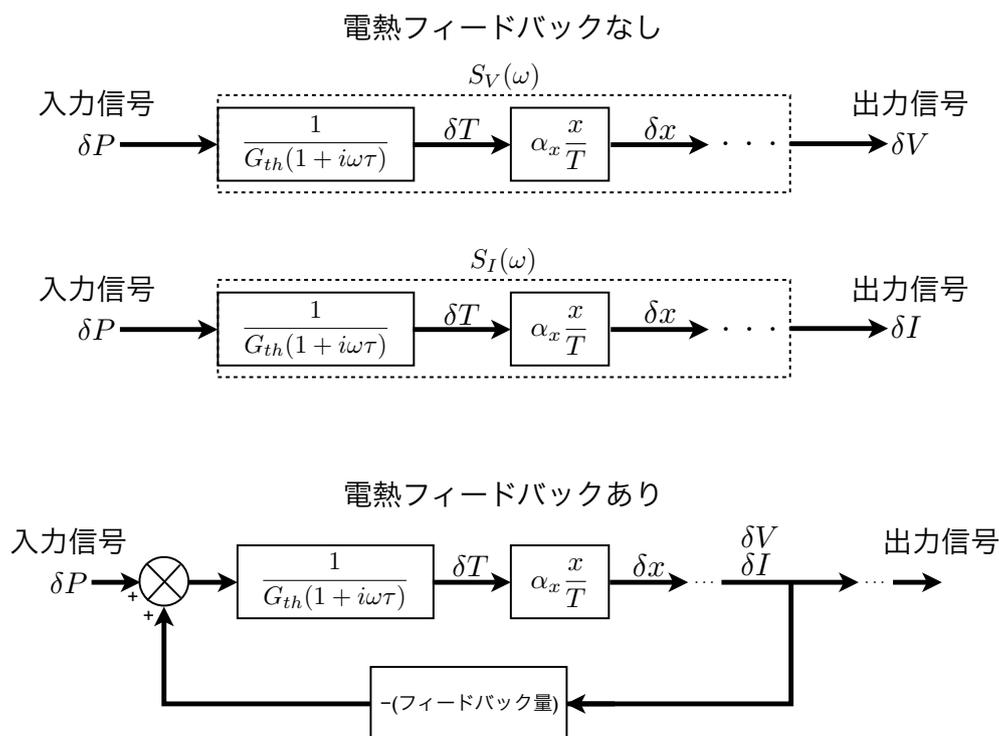


図 B.1: ブロックダイアグラム

X線入射による入力信号と出力信号の関係を応答関数という。例えば、X線入射による熱入力 δP を電流信号 δI として読み出す場合には電流応答関数 $S_I(\omega)$ を、

$$S_I(\omega) = \frac{\delta I}{\delta P} = \frac{\delta I}{\delta x} \frac{\delta x}{\delta T} \frac{\delta T}{\delta P} = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{1 + i\omega\tau_e} \alpha_x \frac{x}{T} \frac{\delta I}{\delta x} \quad (\text{B.1})$$

と定義し、電圧信号 δV として読み出す場合には電圧応答関数 $S_V(\omega)$ を、

$$S_V(\omega) = \frac{\delta V}{\delta P} = \frac{\delta V}{\delta x} \frac{\delta x}{\delta T} \frac{\delta T}{\delta P} = \frac{1}{G_{\text{th}}} \frac{\tau_e}{\tau} \frac{1}{1 + i\omega\tau_e} \alpha_x \frac{x}{T} \frac{\delta V}{\delta x} \quad (\text{B.2})$$

と定義する。応答関数は周波数空間で定義される。

B.2 フォノンノイズ

フォノンノイズは素子と低温熱浴の間の熱リンクでのフォノンの不規則な運動によって生じる。フォノンノイズについて考える前に、素子と低温熱浴の間での熱のやりとりについて説明する。

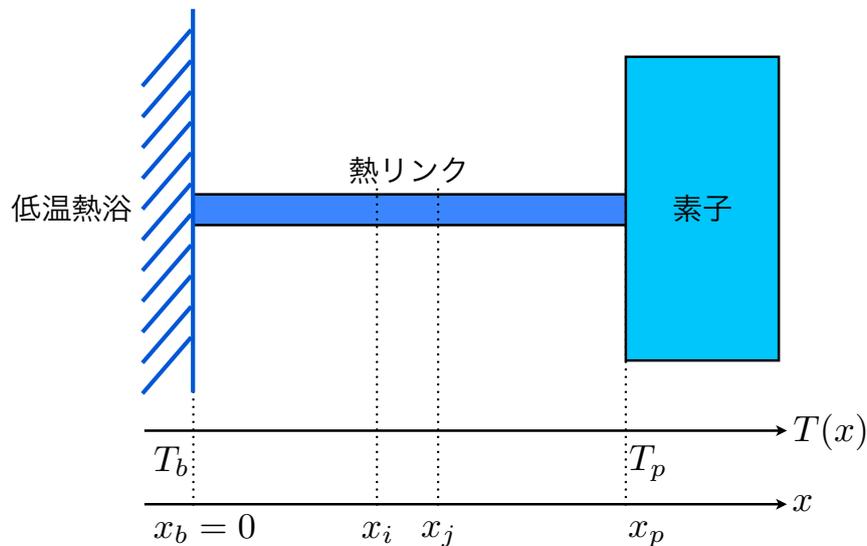


図 B.2: 素子と低温熱浴の間での熱のやりとり

図 B.2 のように素子と低温熱浴の温度をそれぞれ T_p と T_b のように区別し、熱リンクのある位置 x' (低温熱浴側を基準 $x = x_b = 0$ とする) での温度を $T(x)$ とすると、位置 x' で単位時間を通じて熱 $P(x)$ は、

$$P(x) = \kappa(T) \frac{dT}{dx} A(x) \quad (\text{B.3})$$

となる。ここで、 $\kappa(T)$ は温度 T での熱リンクの熱伝導率、 $A(x)$ は、位置 x での熱リンクの断面積である。式 (B.3) を変数分離して積分すると、

$$\int_0^{x_p} \frac{P(x)}{A(x)} dx = \int_{T_b}^{T_p} \kappa(T) dT \quad (\text{B.4})$$

となる。ここで、 x_p は熱リンクの長さである。 $P(x)$ と $A(x)$ が x によらず一定 ($P(x) = P_b$ 、 $A(x) = A$)

であるとすれば、低温熱浴から素子への熱入力 $P_b(T_p, T_b)$ は、

$$P_b(T_p, T_b) = \int_0^{x_p} P(x) dx = \frac{A}{x_p} \int_{T_b}^{T_p} \kappa(T) dT \quad (\text{B.5})$$

となる。この式より、熱リンクの熱コンダクタンス $G_{\text{th}}(T)$ は、

$$G_{\text{th}}(T) = \frac{dP_b}{dT} = \frac{A}{x_p} \kappa(T) \quad (\text{B.6})$$

と表される。 $\kappa(T)$ は熱伝導指数 β を用いて $\kappa(T) \propto T^\beta$ と表されるので、 $G_{\text{th}}(T) \propto T^\beta$ である。 β は熱伝導が起こる物質によって異なり、電子の熱伝導が支配的な金属では $\beta = 1$ 、電子-フォノン相互作用が支配的な金属は $\beta = 4$ 、フォノンの熱伝導が支配的な誘電体では $\beta = 3$ となる。ただし、薄膜においては β が小さくなる傾向がある。また、異なる物質間の熱伝導においては界面に熱的な接触抵抗が存在し、熱伝導度もそれに依りて小さくなる。この熱的な接触抵抗を Kapitza 抵抗という。 $n \equiv \beta + 1$ とすると、 $P_b(T_p, T_b)$ は、

$$P_b(T_p, T_b) = \frac{G_{\text{th}}}{(\beta + 1)T_p^\beta} (T_p^{\beta+1} - T_b^{\beta+1}) = \frac{G_{\text{th}}T_p}{n} \left\{ 1 - \left(\frac{T_b}{T_p} \right)^{-n} \right\} \quad (\text{B.7})$$

となる。

ここで、熱リンクのある微小区間 $[x_i, x_j]$ での不規則な熱変動により生じる素子への熱流を q とし、それによるフォノンノイズによる熱揺らぎ $\delta P_p \equiv \delta P(q)$ を求める。まず、位置 x_i での熱変動（平衡状態の温度 $T(x_i)$ からのずれ）を ΔT_i とする。ただし、低温熱浴と素子での熱変動はないものとする。また、 x_i から x_j への熱流を W_{ij} とし、特に熱変動による熱流を p_{ij} とする。 $G_{ij} \equiv \partial W_{ij} / \partial T_i$ とし、 x_b ($x = 0$)、 x_i 、 x_j 、 x_p での熱流を考えると、

$$\begin{aligned} q &= \frac{\partial W_{jp}}{\partial T_j} \Delta T_j \\ \rightarrow q &= G_{jp} \Delta T_j \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} p_{ij} + \frac{\partial W_{ij}}{\partial T_i} \Delta T_i + \frac{\partial W_{pj}}{\partial T_p} \Delta T_p &= \frac{\partial W_{jp}}{\partial T_j} \Delta T_j + \frac{\partial W_{ji}}{\partial T_j} \Delta T_j \\ \rightarrow p_{ij} &= (G_{jp} + G_{ji}) \Delta T_j - G_{ij} \Delta T_i \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} p_{ji} + \frac{\partial W_{ji}}{\partial T_j} \Delta T_j + \frac{\partial W_{bi}}{\partial T_b} \Delta T_b &= \frac{\partial W_{ib}}{\partial T_i} \Delta T_i + \frac{\partial W_{ij}}{\partial T_i} \Delta T_i \\ \rightarrow -p_{ij} &= (G_{ib} + G_{ij}) \Delta T_i - G_{ji} \Delta T_j \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

となり、 $R_{ij} \equiv 1/G_{ij}$ とすると q は、

$$q = \frac{p_{ij}}{(G_{jp} + G_{ji})R_{jp} + G_{ij}R_{ib}} \quad (\text{B.11})$$

と表される。今、 $x_j - x_i \rightarrow 0$ の極限では、 $G_{ij} \rightarrow \infty$ となるので、

$$q = \frac{p_{ij}R_{ij}}{R_{ip} + R_{ib}} \quad (\text{B.12})$$

と表される。また、式 (B.6) より、

$$R_{ip} + R_{ib} = \frac{x_p}{A\kappa(T_i)} = \frac{\kappa(T_p)}{\kappa(T_i)} R_{pb} \quad (\text{B.13})$$

$$R_{ij} = \frac{x_j - x_i}{A\kappa(T_i)} \quad (\text{B.14})$$

となる。 p_{ij} による熱揺らぎ $\delta P(p_{ij})$ は、

$$\delta P(p_{ij}) = \sqrt{4k_B T_i^2 G_{ij}} \quad (\text{B.15})$$

となるので、フォノンノイズによる熱揺らぎ δP_p は、式 (B.6)、(B.12)、(B.14)、(B.15) より、

$$\delta P_p = \delta P(q) = \sum_{\text{element}} \left(\frac{R_{ij}}{R_{ip} + R_{ib}} \right)^2 \delta P(p_{ij}) = \sqrt{4k_B T_p^2 G_{\text{th}} \Gamma(T_p, T_b)} \quad (\text{B.16})$$

と表すことができる。ここで $\Gamma(T_p, T_b)$ は無次元関数であり、 $\theta \equiv T_p/T_b$ とすると、

$$\Gamma(T_p, T_b) \equiv \frac{\int_{T_b}^{T_p} \left\{ \frac{T\kappa(T)}{T_p\kappa(T_p)} \right\}^2 dT}{\int_{T_b}^{T_p} \frac{\kappa(T)}{\kappa(T_p)} dT} = \frac{n\theta^2 (1 - \theta^{-(2n+1)})}{(2n+1)(1 - \theta^{-n})} \quad (\text{B.17})$$

と表される [32]。

B.3 Johnson ノイズ

Johnson ノイズは電気抵抗中での電子の不規則な熱振動によって生じる。有限の電気抵抗を持つ読み出し回路中はもちろん、半導体サーミスタ型や TES 型等、電気抵抗の温度依存性を温度計として用いるようなマイクロカロリメータの場合は素子からも Johnson ノイズが発生する。金属磁気型 X 線マイクロカロリメータ等、素子に電気抵抗がない場合は素子からの Johnson ノイズはない。

Nyquist の式より、Johnson ノイズによる電圧揺らぎ δV_J は、

$$\delta V_J = \sqrt{4k_B T_p R} \quad (\text{B.18})$$

と表される。

B.4 X線マイクロカロリメータの信号伝達とノイズ

X 線マイクロカロリメータでは X 線入射による熱的な入力信号が最終的に電流や電圧等の電氣的な出力信号となって取り出される。その間に信号は様々な形態に変換されて伝達される。ノイズはこの信号伝達経路の途中に入力される信号であり、図 B.3 にこの概念を加えたブロックダイアグラムに表す。

フォノンノイズは熱的な入力信号 δP_p として X 線入射による信号 δP と一緒に入力されて伝達される。一方、Johnson ノイズは電圧信号 δV_J として X 線入射による信号が電圧信号 δV として変換される際に入力されて伝達される。最終的に入力されたフォノンノイズ δP_p や Johnson ノイズ δV_J は、X 線マイクロカロリメータの応答関数によって変調されてノイズ電力スペクトル密度となり、エネルギー分解能の計算に用いられる。

B.4.1 信号雑音比スペクトルとノイズ等価電力

X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は、信号雑音比スペクトルやノイズ等価電力 (NEP) から計算される。信号雑音比スペクトルと NEP は密接な関係にあり、どちらも周波数空間で定義される。

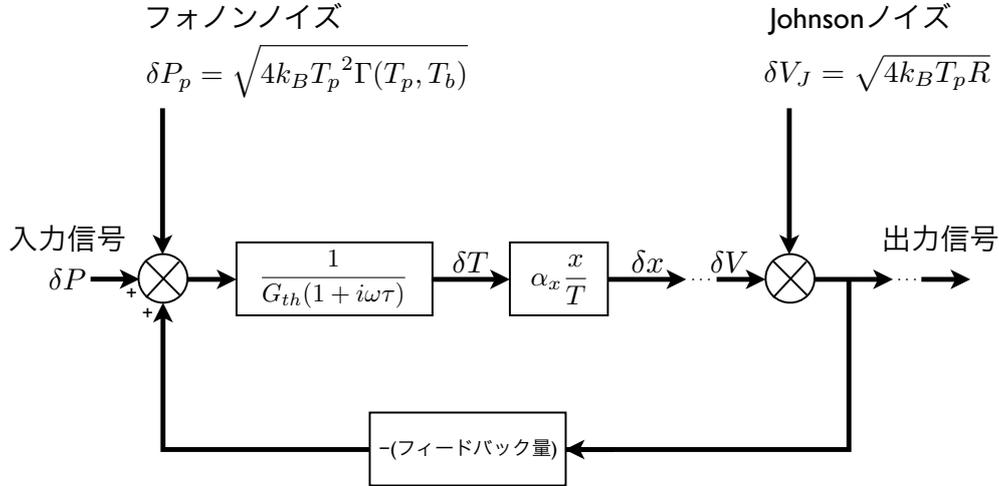


図 B.3: ノイズを加えたブロックダイアグラム

信号雑音比スペクトルを X 線入射による入力信号の電力スペクトル $\delta P(\omega)$ [W/Hz] とノイズの電力スペクトル密度 $\delta P_n(\omega)$ [W/√Hz] の比、

$$SN(\omega) = \sqrt{2} \frac{\delta P(\omega)}{\delta P_n(\omega)} \quad [/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (\text{B.19})$$

と定義する。係数 $\sqrt{2}$ はエネルギー分解能を計算する際の便宜上の係数である。NEP は、入力信号に対する出力信号の応答関数を $S(\omega)$ として、

$$NEP(\omega) = \frac{\delta P_n(\omega)}{|S(\omega)|} \quad [\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (\text{B.20})$$

となる。入射 X 線のエネルギーを E とすると、 $|S(\omega)|$ は、

$$|S(\omega)| = \frac{\delta P(\omega)}{\sqrt{2}E} \quad (\text{B.21})$$

と表されるので、 $SN(\omega)$ と $NEP(\omega)$ の関係は、

$$NEP(\omega) = \frac{2E}{SN(\omega)} \quad (\text{B.22})$$

となる。

NEP は各要素ノイズに与えられ、全ノイズの NEP の 2 乗は各要素ノイズの NEP の 2 乗和で表される。今回考える全ノイズ (NEP_{tot}) がフォノンノイズ (NEP_p) と Johnson ノイズ (NEP_J) からなるとすれば、

$$NEP_{\text{tot}}^2(\omega) = NEP_p^2(\omega) + NEP_J^2(\omega) \quad (\text{B.23})$$

と表すことができる。

B.5 最適デジタルフィルタ処理とエネルギー分解能

X線マイクロカロリメータのX線入射に対する応答は式(2.3)よりパルス状であることが分かる。X線エネルギーはパルスの高さ($t=0$ のパルス情報)から求めることができると前述したが、実際はノイズによってパルスが変形されるため、これだけでは高いエネルギー分解能が得られない。そこで、パルス形状全体($t \geq 0$ の情報)を利用してX線エネルギーを決定する。X線エネルギーの違いがパルスの形状を変化させず、パルス全体のスケールのみを変化させるような線形応答の領域においては、パルス形状の周波数空間での χ^2 フィッティングを用いることによってエネルギー分解能の向上を実現することができる。具体的には、測定によって得られたパルスのFourier変換を $D(\omega)$ 、理想的なパルスを $A \cdot M(\omega)$ 、全ノイズの電力スペクトル密度を $N(\omega)$ とすると、

$$\chi^2 \equiv \int \frac{|D(\omega) - A \cdot M(\omega)|^2}{|N(\omega)|^2} d\omega \quad (\text{B.24})$$

を最小にするような A を求めることでX線エネルギーが決定される。これを最適デジタルフィルタ処理という。 χ^2 を最小にするような A は、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(\omega)M^*(\omega) + D^*(\omega)M(\omega)}{2|N(\omega)|^2} d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M(\omega)|^2}{|N(\omega)|^2} d\omega} \quad (\text{B.25})$$

によって与えられる。 $D(\omega)$ 、 $M(\omega)$ は実関数のFourier変換なので、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(\omega)M^*(\omega)}{|N(\omega)|^2} d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M(\omega)|^2}{|N(\omega)|^2} d\omega} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(\omega)}{M(\omega)} \frac{|M(\omega)|^2}{|N(\omega)|^2} d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M(\omega)|^2}{|N(\omega)|^2} d\omega} \quad (\text{B.26})$$

となる。 A は、信号雑音比 $\{M(\omega)/N(\omega)\}^2$ を重みとした場合の $M(\omega)/N(\omega)$ の平均値になっていることが分かる。最適デジタルフィルタ処理を施した場合、X線エネルギーの 1σ 誤差に相当するエネルギー分解能 ΔE_{rms} は、 χ^2 の値が最小値より1だけ大きくなるような A の変化分から計算でき、

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A^2} = \frac{2}{\Delta E_{\text{rms}}^2} \quad (\text{B.27})$$

という関係から、NEPを用いて、

$$\Delta E_{\text{rms}} = \sqrt{2} \left| \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A^2} \right|^{-1/2} = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M(\omega)|^2}{|N(\omega)|^2} d\omega \right\}^{-1} = \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\text{NEP}_{\text{tot}}^2(\omega)} \right\}^{-1/2} \quad (\text{B.28})$$

と表すことができる。半値全幅(FWHM)のエネルギー分解能 ΔE_{FWHM} は、 ΔE_{rms} に $2\sqrt{2 \log 2}$ を乗算すればよい。また、式(B.22)より、 $\text{SN}(\omega)$ を用いて、

$$\Delta E_{\text{rms}} = E \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \text{SN}^2(\omega) d\omega \right\}^{-1/2} \quad (\text{B.29})$$

と表すこともできる。

フォノンノイズの NEP_p は、

$$\text{NEP}_p^2(\omega) = 4k_B T_p^2 G_{\text{th}} \Gamma(T_p, T_b) = 4k_B T_b^2 G_{\text{th}} \frac{n\theta^2 (1 - \theta^{-(2n+1)})}{(2n+1)(1 - \theta^{-n})} \equiv N_1 \quad (\text{B.30})$$

と表され、Johnson ノイズの NEP_J は、

$$\text{NEP}_J^2(\omega) = 4k_B T_p P_J(T_p) \left(\frac{G_{\text{th}} T_p}{P_J(T_p) \alpha_R} \right)^2 (1 + \omega^2 \tau^2) \quad (\text{B.31})$$

と表される。熱的に緩和した状態では $P_J(T_p) = P_b(T_p)$ であるので、式 (B.7) より、

$$\text{NEP}_J^2(\omega) = 4k_B T_b^2 \frac{n G_{\text{th}} \theta^2}{\alpha_R (1 - \theta^{-n})} (1 + \omega^2 \tau^2) \equiv N_2 (1 + \omega^2 \tau^2) \quad (\text{B.32})$$

となる。従って、エネルギー分解能は、

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{rms}} &= \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\text{NEP}_{\text{tot}}^2(\omega)} \right\}^{-1/2} \\ &= \left\{ \int_0^\infty \frac{2}{\pi} \frac{d\omega}{N_1 + N_2 (1 + \omega^2 \tau^2)} \right\}^{-1/2} \\ &= \left\{ \int_0^\infty \frac{2}{\pi (N_1 + N_2)} \frac{d\omega}{1 + N_2 \omega^2 \tau^2 / (N_1 + N_2)} \right\}^{-1/2} \\ &= \tau^{1/2} \{N_2 (N_1 + N_2)\}^{1/4} \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

より、

$$\Delta E_{\text{rms}} = \xi(T_p) \sqrt{k_B T_b^2 C_{\text{th}}(T_b)} \quad (\text{B.34})$$

$$\Delta E_{\text{FWHM}} = 2\sqrt{2 \log 2} \xi(T_p) \sqrt{k_B T_b^2 C_{\text{th}}(T_b)} \quad (\text{B.35})$$

となる。ここで、 ξ は素子の温度依存性を担っている部分であり、 $C_{\text{th}}(T_p) \equiv C_{\text{th}}(T_b) \theta^\gamma$ とすると、

$$\xi^2(T_p, \alpha_R, n, \gamma) = \frac{4n\theta^{2+\gamma}}{\alpha_R^2 (1 - \theta^{-n})} \cdot \left\{ 1 + \frac{(1 - \alpha_R^2 \theta^{-(2n+1)})}{2n+1} \right\}^{1/2} \quad (\text{B.36})$$

となる。半導体サーミスタ型や TES 型 X 線マイクロカロリメータ等の場合にこの式を用いてエネルギー分解能を計算することができる。特に TES 型の場合は、 $\Gamma(T_p, T_b) \sim 1/2$ 、 $P_b \sim G_{\text{th}} T_p / n$ として、

$$\Delta E_{\text{FWHM}} \sim 4\sqrt{2 \log 2} \sqrt{\frac{n}{2}} \sqrt{\frac{k_B T_b^2 C_{\text{th}}(T_b)}{\alpha_R}} \quad (\text{B.37})$$

と近似することができる。 α_R が大きくなることでエネルギー分解能が向上することが分かる。

付録 C

高周波交流回路理論

電磁波が物質と相互作用をする場合、電磁波の波長と物質の大きさとの相対的な大小関係によって電磁波の性質が異なってくる。同様に電気回路に交流信号を送るとき、その波長と回路スケールとの相対的な大小関係によって扱いが異なる。

電気抵抗やキャパシタ、インダクタ等の回路部品を含まない信号伝送線路に交流信号を送らせることを考える。波長が回路スケールよりも大きくなるような交流信号を送る場合、信号の振幅や位相は信号伝送線路上の位置に関係なく等しいという近似が成り立ち、回路中の個々の回路部品や信号伝送線路は回路図上で物理寸法を含まない単なる回路記号や線 (集中定数) として表すことができる。このように扱うことができる回路を集中定数回路という。一方、波長が回路スケールと同等、もしくはそれより小さくなるような交流信号を送る場合、信号伝送線路上の位置によって信号の振幅や位相が異なる。それは、単なる信号伝送線路でさえも一種の回路部品として扱う必要があるということの意味する。また、実際の回路部品においてもその構造によって生じる余計なりアクタンス成分を考慮する必要が出てくる。このような回路を分布定数回路という。集中定数回路は分布定数回路の特殊な場合とみなすことができ、その境界は大まかなものである。例えば、mm - cm スケールの回路を考えると、MHz 未満の交流信号を送らせる場合は集中定数回路の扱いで十分であり、GHz 以上の高周波交流信号を送らせる場合は分布定数回路の扱いが必要になってくる。

C.1 分布定数回路

分布定数回路では、個々の回路部品や信号伝送線路の物理寸法が回路特性を決める重要な要素となる。このような分布定数回路を解析する場合、回路部品や信号伝送線路を集中定数の「分布」として考える方法がある。つまり、分布定数回路を微小区間に分割し、各微小区間は集中定数回路として扱うことができるものとして伝送方程式を作り、解析することができる。ここでは最も簡単な例として回路部品を含まない信号伝送線路を扱う。

C.1.1 分布定数回路中の信号伝送線路

図 C.1 のような高周波信号伝送線路の任意の位置 z における微小区間 Δz を考える (信号伝送線路の長さ方向を z 軸とする)。この微小区間 Δz の等価回路として、直列に電気抵抗 $R\Delta z$ 、インダクタンス $L\Delta z$ 、並列にコンダクタンス $G\Delta z$ 、静電容量 $C\Delta z$ が接続されたものを考えることができる (ここで、 R 、 L 、 G 、 C はそれぞれ単位長さの値である)。このとき、位置 z における電圧を $V(z)$ 、電流を $I(z)$ 、位置 $z + \Delta z$

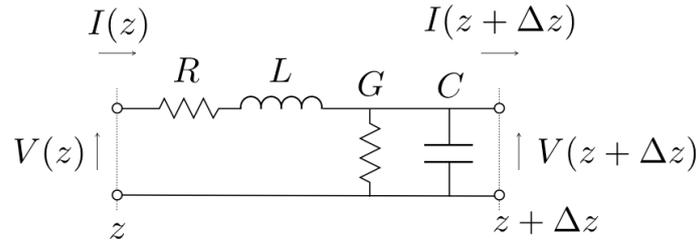


図 C.1: 高周波信号伝送線路の微小区間の等価回路

における電圧を $V(z + \Delta z) \equiv V(z) + \Delta V$ 、電流を $I(z + \Delta z) \equiv I(z) + \Delta I$ とすると、

$$\begin{aligned}\Delta V &= V(z + \Delta z) - V(z) \\ &= -(R + i\omega L)\Delta z I(z)\end{aligned}\quad (\text{C.1})$$

$$\begin{aligned}\Delta I &= I(z + \Delta z) - I(z) \\ &= -(G + i\omega C)\Delta z V(z + \Delta z) \\ &= -(G + i\omega C)\Delta z V(z) - (G + i\omega C)\Delta z \Delta V \\ &\sim -(G + i\omega C)\Delta z V(z)\end{aligned}\quad (\text{C.2})$$

となり、 $\Delta z \rightarrow 0$ の極限で、

$$\frac{dV}{dz} = -(R + i\omega L)I(z)\quad (\text{C.3})$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + i\omega C)V(z)\quad (\text{C.4})$$

となる。この連立微分方程式の一般解は、

$$V(z) = V_+ e^{-\gamma z} + V_- e^{\gamma z}\quad (\text{C.5})$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (V_+ e^{-\gamma z} - V_- e^{\gamma z})\quad (\text{C.6})$$

となる。ここで、 γ 、 Z_0 は、

$$\gamma = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)}\quad (\text{C.7})$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}\quad (\text{C.8})$$

であり、それぞれ伝搬定数、特性インピーダンスと呼ぶ。特性インピーダンスは信号伝送線路の長さに依らないインピーダンスである。また、位置 z でのインピーダンス $Z(z)$ は、

$$\begin{aligned}Z(z) &= Z_0 \frac{V_+ e^{-\gamma z} + V_- e^{\gamma z}}{V_+ e^{-\gamma z} - V_- e^{\gamma z}} \\ &= Z_0 \frac{(V_+ + V_-) \cosh(\gamma z) - (V_+ - V_-) \sinh(\gamma z)}{(V_+ - V_-) \cosh(\gamma z) - (V_+ + V_-) \sinh(\gamma z)} \\ &= Z_0 \frac{(V_+ + V_-) - (V_+ - V_-) \tanh(\gamma z)}{(V_+ - V_-) - (V_+ + V_-) \tanh(\gamma z)}\end{aligned}\quad (\text{C.9})$$

と表される。伝搬定数 γ は実部と虚部に分けることができ、

$$\gamma \equiv \alpha + i\beta\quad (\text{C.10})$$

とすると、

$$\alpha \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} - (\omega^2 LC - RG) \right\}} \quad (\text{C.11})$$

$$\beta \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + (\omega^2 LC - RG) \right\}} \quad (\text{C.12})$$

となり、それぞれ減衰定数、位相定数と呼ぶ。

式 (C.5)、(C.6) の解は電圧と電流が回路中を波として伝搬していくことを示しており、それぞれ電圧波、電流波と呼ぶ。それぞれの解の第 1 項は $+z$ 方向に減衰しながら進む進行波、解の第 2 項は $-z$ 方向に減衰しながら進む後退波を表している。分布定数回路中を伝送する交流信号は回路に沿って伝搬する電磁波として扱うことができることが分かる。

信号伝送線を伝送する交流信号は電気抵抗 R やコンダクタンス G によって減衰するが、 $R \ll \omega L$ 、 $G \ll \omega C$ 、つまり信号伝送線路による損失が小さい場合、特性インピーダンス Z_0 は、

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} \left(1 + \frac{R}{i\omega L}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{G}{i\omega C}\right)^{-1/2} \\ &\sim \sqrt{\frac{L}{C}} \left\{1 + i \left(\frac{R}{2\omega L} - \frac{G}{2\omega C}\right)\right\} \\ &\sim \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

となり、周波数に依らなくなる。また、伝搬定数 γ は、

$$\begin{aligned} \gamma &= i\omega\sqrt{LC} \left(1 + \frac{R}{i\omega L}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{G}{i\omega C}\right)^{1/2} \\ &\sim i\omega\sqrt{LC} \left\{1 + i \left(\frac{R}{2\omega L} + \frac{G}{2\omega C}\right)\right\} \\ &\sim \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} + i\omega\sqrt{LC} \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

となるので、減衰定数 α 、位相定数 β はそれぞれ、

$$\alpha \sim \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{C.15})$$

$$\beta \sim \omega\sqrt{LC} \quad (\text{C.16})$$

となる。

また、 $R = 0$ 、 $G = 0$ 、つまり信号伝送線路による損失がない場合、特性インピーダンス Z_0 、減衰定数 α 、位相定数 β はそれぞれ、

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{C.17})$$

$$\alpha = 0 \quad (\text{C.18})$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (\text{C.19})$$

となる。このとき、式 (C.5)、(C.6) の解は、

$$V(z) = V_+ e^{-i\beta z} + V_- e^{i\beta z} = V_+ e^{-i\omega\sqrt{LC}z} + V_- e^{i\omega\sqrt{LC}z} \quad (\text{C.20})$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (V_+ e^{-i\beta z} - V_- e^{i\beta z}) = \sqrt{\frac{C}{L}} (V_+ e^{-i\omega\sqrt{LC}z} - V_- e^{i\omega\sqrt{LC}z}) \quad (\text{C.21})$$

となり、式 (C.9) の位置 z でのインピーダンス $Z(z)$ は、

$$\begin{aligned} Z(z) &= Z_0 \frac{V_+ e^{-i\beta z} + V_- e^{i\beta z}}{V_+ e^{-i\beta z} - V_- e^{i\beta z}} \\ &= Z_0 \frac{(V_+ + V_-) \cos(\beta z) - i(V_+ - V_-) \sin(\beta z)}{(V_+ - V_-) \cos(\beta z) - i(V_+ + V_-) \sin(\beta z)} \\ &= Z_0 \frac{(V_+ + V_-) - i(V_+ - V_-) \tan(\beta z)}{(V_+ - V_-) - i(V_+ + V_-) \tan(\beta z)} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

となる。

C.1.2 分布定数回路中の信号伝送線路のインピーダンス

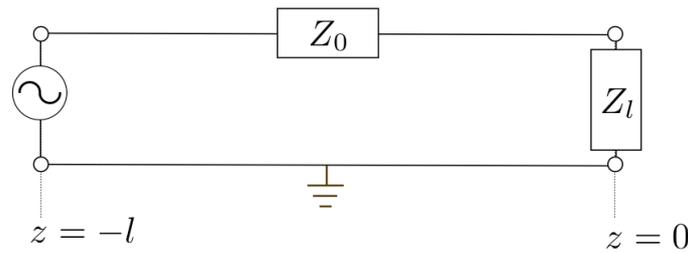


図 C.2: 分布定数回路中の信号伝送線路のインピーダンス

図 C.2 のように長さ l の信号伝送線路の一端に高周波源を接続し、他端をインピーダンス Z_l の負荷によって終端する。 Z_l の負荷があるところを原点 ($z = 0$) とし、高周波源のあるところを参照面 ($z = -l$) とする。参照面から負荷がある方向を見込んだときのインピーダンスを入力インピーダンス Z_{in} とすると、式 (C.9) より、

$$\begin{aligned} Z_{\text{in}} &= Z(z = -l) = Z_0 \frac{V_+ e^{\gamma l} + V_- e^{-\gamma l}}{V_+ e^{\gamma l} - V_- e^{-\gamma l}} \\ &= Z_0 \frac{(V_+ + V_-) + (V_+ - V_-) \tanh(\gamma z)}{(V_+ - V_-) + (V_+ + V_-) \tanh(\gamma z)} \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

となる。 $z = 0$ のとき、

$$Z(z = 0) = Z_0 \frac{V_+ + V_-}{V_+ - V_-} = Z_l \quad (\text{C.24})$$

となるので、結局入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_l + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_l \tanh(\gamma l)} \quad (\text{C.25})$$

となる。また、信号伝送線路による損失がないときの入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_l + iZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + iZ_l \tan(\beta l)} \quad (\text{C.26})$$

となる。

C.1.2.1 1/4 波長線路

位相定数 β は信号伝送線路を伝搬する電磁波の角波数にあたり、

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{C.27})$$

となる。ここで λ は信号伝送線路を伝搬する電磁波の波長である。 β と信号伝送線路の長さの積 βl ($= 2\pi l/\lambda$) を電気長という。信号伝送線路の長さが 1/4 波長 ($l = \lambda/4$) であるとき、電気長は $\beta l = \pi/2$ となるので、式 (C.25) の入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_l + Z_0 \cot(\alpha l)}{Z_0 + Z_l \cot(\alpha l)} \quad (\text{C.28})$$

となる。また、信号伝送線路による損失がないときの入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = \frac{Z_0^2}{Z_l} \quad (\text{C.29})$$

となる。

C.1.2.2 半波長線路

信号伝送線路の長さが半波長 ($l = \lambda/2$) であるとき、電気長は $\beta l = \pi$ となるので、式 (C.25) の入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \frac{Z_l + Z_0 \tanh(\alpha l)}{Z_0 + Z_l \tanh(\alpha l)} \quad (\text{C.30})$$

となる。また、信号伝送線路による損失がないときの入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_l \quad (\text{C.31})$$

となる。入力インピーダンスは半波長線路の有無によらず Z_l のままとなる。半波長線路を用いると入力インピーダンスを変えずに参照面の移動を行うことができる。

C.1.2.3 終端短絡線路

終端を短絡すると ($Z_l = 0$)、式 (C.25) の入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \tanh(\gamma l) \quad (\text{C.32})$$

となる。また、信号伝送線路による損失がないときの入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = iZ_0 \tan(\beta l) \quad (\text{C.33})$$

となる。信号伝送線路による損失がない終端短絡線路の場合、入力インピーダンス Z_l はリアクタンス成分しか持たず、電気長によって誘導性と容量性が周期的に変化する。その周期は $\pi/2$ である。電気長が $\pi/2$ より短い場合はインダクタと同じ働きをする。

C.1.2.4 終端開放線路

終端を短絡すると ($Z_l = \infty$)、式 (C.25) の入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \coth(\gamma l) \quad (\text{C.34})$$

となる。また、信号伝送線路による損失がないときの入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{in} = -iZ_0 \cot(\beta l) \quad (C.35)$$

となる。信号伝送線路による損失がない終端開放線路の場合も、入力インピーダンス Z_l はリアクタンス成分しか持たず、電気長により誘導性と容量性が周期的に変化するが、終端短絡の場合と比べて $\pi/2$ だけシフトしている。電気長が $\pi/2$ より短い場合はキャパシタと同じ働きをする。

C.1.2.5 Z_0 終端線路

終端のインピーダンスを特性インピーダンスと等しくすると ($Z_l = Z_0$)、式 (C.25) の入力インピーダンス Z_{in} は、

$$Z_{in} = Z_0 \quad (C.36)$$

となる。 Z_0 の負荷は信号伝送線路上のどの位置から見ても Z_0 のまま変化しないことが分かる。特性インピーダンス Z_0 の信号伝送線路と Z_0 の負荷の境界では交流信号の反射は起こらず (次節)、この状態をインピーダンス整合という。

C.1.3 反射と定常波

特性インピーダンス Z_0 の信号伝送線路にインピーダンスが Z_0 でない負荷が接続されたり、特性インピーダンスが Z_0 でない信号伝送線路が接続されると、その不連続性により電圧進行波 (電流進行波) の一部が反射される。これによって後退波が生じ、進行波と同一伝送線路上に存在すると定常波が形成される。 $z = -l$ にある高周波源から $z = 0$ にある Z_l に向かって電圧進行波 (電流進行波) を送り、 Z_l でその一部が反射して電圧後退波 (電流後退波) となることを考える。 $z = 0$ での電圧波、電流波は、

$$V(z = 0) = V_+ + V_- \equiv V_l \quad (C.37)$$

$$I(z = 0) = \frac{1}{Z_0} (V_+ - V_-) \equiv I_l \quad (C.38)$$

となる。式 (C.24)、(C.37)、(C.38) より、電圧進行波と電圧後退波の強さ V_+ 、 V_- は、

$$V_+ = \frac{1}{2}(V_l + I_l Z_0) = \frac{1}{2}(I_l Z_l + I_l Z_0) = \frac{I_l}{2}(Z_l + Z_0) \quad (C.39)$$

$$V_- = \frac{1}{2}(V_l - I_l Z_0) = \frac{1}{2}(I_l Z_l - I_l Z_0) = \frac{I_l}{2}(Z_l - Z_0) \quad (C.40)$$

となる。ここで後退波と進行波の強度比を反射係数 Γ として定義すると、

$$\Gamma = \frac{V_-}{V_+} = \frac{Z_l - Z_0}{Z_l + Z_0} \quad (C.41)$$

となる。 $Z_l = Z_0$ のとき、つまりインピーダンス整合のとき Γ は 0 となり、 $z = 0$ で反射が起こらないことを示す。また、 $Z_l = 0$ のとき、つまり終端短絡のとき Γ は最小値 -1 となり、 $z = 0$ で位相が π だけずれる反射が起こることを示す。さらに、 $Z_l = \infty$ のとき、つまり終端開放のとき Γ は最大値 1 となり、 $z = 0$ で位相がずれない反射が起こることを示す。 Γ の絶対値は反射損として定義され ($0 \leq |\Gamma| \leq 1$)、電圧進行波 (電流進行波) のうちどれだけの割合が $z = 0$ で反射されて電圧後退波 (電流後退波) となって戻ってくるかを示す。

電圧進行波と電圧後退波の合成によって現れる定常波の最大振幅 V_{Smax} と最小振幅 V_{Smin} は、

$$V_{Smax} = |V_+| + |V_-| \quad (C.42)$$

$$V_{Smin} = |V_+| - |V_-| \quad (C.43)$$

となる。この2つの比を電圧定常波比 (VSWR : Voltage Standing Wave Ratio) とすると、

$$VSWR \equiv \frac{|V_+| + |V_-|}{|V_+| - |V_-|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (C.44)$$

となる。

C.1.4 高周波信号伝送線路の種類

分布定数回路を構成する信号伝送線路の特性インピーダンスは、その構造や物理的寸法、誘電体基板材質 (誘電率) によって決まるため、用途に応じたさまざまな構造の信号伝送線路が考え出されている。例えば、マイクロストリップラインや CPW (CoPlanar Waveguide) がその例である。

C.2 高周波交流回路の特性評価

高周波交流回路において正確に回路特性を評価するためには、回路の電磁界を乱さないような測定を行う必要があり、回路中に測定器を挿入することはもちろん、接近・接触させることもできない。つまり、回路中の各部分を個別に測定することはできない。また、直流回路や低周波交流回路では回路特性を表すために用いられる電圧や電流も、高周波交流回路では信号伝送線路上の位置によって大きさが異なる量となるため扱いが難しくなる。そこで、電圧や電流の代わりに電力を用いる。電力は損失や反射がない信号伝送線路上を一様に流れる。電力から回路中での損失や反射の情報を得ることができる。高周波交流回路では回路全体をブラックボックスとして扱い、電力を流入出するポートを設けて入力電力と出力電力の関係を調べることで、回路の特性を評価する。

C.2.1 S マトリックスと S パラメータ

高周波交流回路は電圧、電流の進行波と後退波 (入射波と反射波・他ポートからの透過波) の干渉によって多様な特性が現れる。この煩雑さを排除し、整理された高周波交流回路の特性の表し方を以下に示す。

N ポート回路で、各ポート ($n = 1, 2, \dots, N$) における電圧、電流の進行波 (流入方向) V_{n+} 、 I_{n+} と後退波 (流出方向) V_{n-} 、 I_{n-} を用い、

$$a_n \equiv \frac{V_{n+}}{\sqrt{Z_0}} = I_{n+} \sqrt{Z_0} \quad (C.45)$$

$$b_n \equiv \frac{V_{n-}}{\sqrt{Z_0}} = I_{n-} \sqrt{Z_0} \quad (C.46)$$

と定義する。 a_n 、 b_n は強度と位相の情報を持つ複素数であり、 $|a_n|^2$ 、 $|b_n|^2$ はそれぞれ各ポートにおける入力電力、出力電力を表す。 a_n 、 b_n ($n = 1, 2, \dots, N$) の関係は、

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (C.47)$$

と表すことができ、 a_n 、 b_n を関係づける $N \times N$ 行列を S マトリックス (散乱行列) と呼ぶ。また、S 行列の各要素 S_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, N$) を S パラメータ (散乱係数) と呼ぶ。 S_{ij} ($i \neq j$) の絶対値の2乗はポー

ト j からポート i への電力透過率である。また、 S_{ii} の絶対値の 2 乗はポート i からポート i への電力反射率である。 S_{ij} ($i = j$ を含む) はポート j 以外を全て Z_0 で終端し、それらのポートからの反射電力や入射電力をなくし、

$$S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0 \ (k \neq j)} \quad (\text{C.48})$$

を測定することで得られる。

C.2.2 2ポート回路・直列インピーダンスの S パラメータ

$$[S] = \frac{1}{Z + 2Z_0} \begin{pmatrix} Z & 2Z_0 \\ 2Z_0 & Z \end{pmatrix} \quad (\text{C.49})$$

C.2.3 2ポート回路・並列アドミッタンスの S パラメータ

$$[S] = \frac{1}{Y + 2Y_0} \begin{pmatrix} -Y & 2Y_0 \\ 2Y_0 & -Y \end{pmatrix} \quad (\text{C.50})$$

$$[S] = \frac{1}{Z_0 + 2Z} \begin{pmatrix} -Z_0 & 2Z \\ 2Z & -Z_0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.51})$$

C.2.4 ネットワークアナライザによる S パラメータの測定

ネットワークアナライザとは、高周波交流回路の透過電力や反射電力の周波数特性を測定する測定器である。ネットワークとは高周波交流回路網のことである。

ネットワークアナライザの種類は大きく分けて 2 種類ある。1 つはスカラーネットワークアナライザであり、入出力電力 (a_n 、 b_n) の強度のみを測定することができる。もう 1 つはベクトルネットワークアナライザであり、入出力電力の強度と位相を同時に測定することができる。

付録 D

LC 共振回路

誘電体 X 線マイクロカロリメータは、高周波の LC 共振回路の一部として誘電体素子を組み込むことで信号の読み出しを行う。分布定数回路での LC 共振回路について考えるための前段階として、集中定数回路での LC 共振回路を考える。

D.1 集中定数による LC 共振回路

インダクタ L とキャパシタ C の直列接続による LC 共振回路を考える。この LC 共振回路に振幅 V_a 、角周波数 ω の交流電圧 $V(t) = V_a e^{i\omega t}$ を印可する。まずは回路中に電気抵抗等のエネルギー損失がない場合を考える。回路の全起電力は 0 となるので、

$$V_a e^{i\omega t} + \frac{q}{C} - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (\text{D.1})$$

となる。ここで q はキャパシタに蓄えられる電荷、 I は回路を流れる電流である。電荷保存則より、 q と電流 I の関係は、

$$\frac{dq}{dt} + I = 0 \quad (\text{D.2})$$

なので、

$$V_a e^{i\omega t} + \frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0 \quad (\text{D.3})$$

$$i\omega V_a e^{i\omega t} - \frac{I}{C} - L \frac{d^2 I}{dt^2} = 0 \quad (\text{D.4})$$

を得る。式 (D.3)、(D.4) の一般解は、それぞれ、

$$q(t) = A e^{i\omega_r t} + B e^{-i\omega_r t} - \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2} e^{i\omega t} \quad (\text{D.5})$$

$$I(t) = -i\omega_r A e^{i\omega_r t} + i\omega_r B e^{-i\omega_r t} + \frac{i\omega V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2} e^{i\omega t} \quad (\text{D.6})$$

となる。ここで A 、 B は任意定数、 ω_r は、

$$\omega_r \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{D.7})$$

である。電荷と電流の時間変化は周波数 ω の強制振動と周波数 ω_r の振動の重ね合わせで表される。周波数 ω_r の振動は交流電圧に関係なく発生する。例えば、交流電圧を印可せず ($V_a = 0$)、 $t = 0$ のとき $q = q_0$ 、

$I = 0$ とすると、 A 、 B はともに $q_0/2$ となり、電荷と電流の時間変化は、

$$q(t) = \frac{q_0}{2} (e^{i\omega_r t} + e^{-i\omega_r t}) = q_0 \cos \omega_r t \quad (\text{D.8})$$

$$I(t) = -i\omega_r \frac{q_0}{2} (e^{i\omega_r t} - e^{-i\omega_r t}) = q_0 \omega_r \sin \omega_r t \quad (\text{D.9})$$

となる。エネルギー損失がなければ、式 (D.8)、(D.9) より、キャパシタの内部の電界によって蓄えられるエネルギー ($q^2/2C$) とインダクタの内部の磁界によって蓄えられるエネルギー ($LI^2/2$) が往来し、周波数 ω_r で永久に振動し続けることが分かる。この現象は LC 共振回路の電気振動と呼ばれる。

また、交流電圧を印可して、 $t = 0$ のとき $q = 0$ 、 $I = 0$ とすると、 A 、 B は、

$$A = \frac{1 + \omega/\omega_r}{2} \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (\text{D.10})$$

$$B = \frac{1 - \omega/\omega_r}{2} \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (\text{D.11})$$

となり、電荷と電流の時間変化は、

$$q(t) = \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2} \left(\frac{1 + \omega/\omega_r}{2} e^{i\omega_r t} + \frac{1 - \omega/\omega_r}{2} e^{-i\omega_r t} - e^{i\omega t} \right) \quad (\text{D.12})$$

$$I(t) = -i\omega_r \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2} \left(\frac{1 + \omega/\omega_r}{2} e^{i\omega_r t} - \frac{1 - \omega/\omega_r}{2} e^{-i\omega_r t} - \frac{\omega}{\omega_r} e^{i\omega t} \right) \quad (\text{D.13})$$

となる。式 (D.12)、(D.13) より、 $\omega \neq \omega_r$ のときは唸りが発生することが分かる。そして、 $\omega \sim \omega_r$ になると $1/(\omega_r^2 - \omega^2)$ の寄与により振幅が非常に大きくなり、 $\omega = \omega_r$ で発散することが分かる。 $\omega = \omega_r$ でのこの現象を共振といい、これが起きる周波数 ω_r を共振周波数と呼ぶ。

ここで、周波数 ω で振動する電圧と電流の比を LC の合成インピーダンス Z_{LC} とすると、

$$Z_{LC} = i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \quad (\text{D.14})$$

と計算でき、共振周波数 ω_r においてこの合成インピーダンスの絶対値は最小値 0 となることが分かる。

次に LC 共振回路中に電気抵抗 R によるエネルギー損失がある場合を考える。回路の全起電力は抵抗による電圧降下と等しくなるので、

$$V_a e^{i\omega t} + \frac{q}{C} - L \frac{dI}{dt} = RI \quad (\text{D.15})$$

となる。電荷、電流の一般解は、 $R/2L$ の値によって 3 種類に場合分けされる。

i) $R/2L < \omega_r$ のとき、

$$q(t) = e^{-(R/2L)t} (Ae^{i\Omega_r t} + Be^{-i\Omega_r t}) - \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.16})$$

$$I(t) = -i\Omega_r e^{-(R/2L)t} (Ae^{i\Omega_r t} - Be^{-i\Omega_r t}) + \frac{i\omega V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.17})$$

となる。角周波数 Ω_r の電気振動項は減衰振動となる。ここで、 A 、 B は任意定数、 Ω_r は、

$$\Omega_r \equiv \sqrt{\omega_r^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (\text{D.18})$$

である。

ii) $R/2L = \omega_r$ のとき、

$$q(t) = e^{-(R/2L)t} (A + Bt) - \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.19})$$

$$I(t) = e^{-(R/2L)t} \left(\frac{R}{2L} A - B + \frac{R}{2L} Bt \right) + \frac{i\omega V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.20})$$

となる。電気振動項は臨界制動となる。

iii) $R/2L > \omega_r$ のとき、

$$q(t) = e^{-(R/2L)t} (Ae^{\Omega_r t} + Be^{-\Omega_r t}) - \frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.21})$$

$$I(t) = -\Omega_r e^{-(R/2L)t} (Ae^{\Omega_r t} - Be^{-\Omega_r t}) + \frac{i\omega V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.22})$$

となる。電気振動項は過減衰となる。いずれの場合も時間とともに電気振動項が減衰して角周波数 ω の強制振動項のみが残り、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = -\frac{V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.23})$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = \frac{i\omega V_a/L}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\omega R/L} e^{i\omega t} \quad (\text{D.24})$$

となる。電荷と電流の強制振動項の振幅 q_a 、 I_a は、

$$q_a = \frac{V_a/L}{\sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (\omega R/L)^2}} \quad (\text{D.25})$$

$$I_a = \frac{\omega V_a/L}{\sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (\omega R/L)^2}} \quad (\text{D.26})$$

となり、 $\omega = \omega_r$ のときに最大となることが分かる。これがエネルギー損失がある LC 共振回路における共振である。共振時の電荷と電流の振幅 q_{\max} 、 I_{\max} は、

$$q_{\max} = \frac{V_a}{\omega_r R} = \frac{V_a}{R} \sqrt{LC} \quad (\text{D.27})$$

$$I_{\max} = \frac{V_a}{R} \quad (\text{D.28})$$

となる。

ここで、周波数 ω で振動する電圧と電流の比を LCR の合成インピーダンス Z_{LCR} とすると、

$$Z_{\text{LCR}} = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \quad (\text{D.29})$$

と計算できる。共振周波数 ω_r においてこの合成インピーダンスの絶対値、

$$|Z_{\text{LCR}}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (\text{D.30})$$

は最小値 R となることが分かる。

D.2 LC 共振回路と Q 値

LC 共振回路において LC (共振系) に蓄えられるエネルギーを E_s 、共振周波数の 1 周期 ($T_r \equiv 2\pi/\omega_r$) あたりに電気抵抗等によって消費されるエネルギーを $P_l T_r$ とし、Q 値 (quality factor) を、

$$Q \equiv 2\pi \frac{E_s}{P_l T_r} = \frac{\omega_r E_s}{P_l} \quad (\text{D.31})$$

と定義する。LC 共振回路において E_s は、共振系のエネルギーが全てインダクタに移行した瞬間を考えると、

$$E_s = LI_e^2 \quad (\text{D.32})$$

と表すことができる。ここで、 I_e は電流の実効値である。また P_l は、

$$P_l = RI_e^2 \quad (\text{D.33})$$

である。よって Q 値は、

$$Q = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{\omega_r C R} \quad (\text{D.34})$$

となる。Q 値は LC 共振回路中のエネルギー損失に反比例し、電気抵抗がない場合は無限大になることが分かる。

LC 共振回路の共振は、エネルギー損失の有無に拘らず LC によって決まる共振周波数 ω_r で起こる。ここで、 I_a^2 と ω の関係を共振曲線と定義すると、式 (D.30)、(D.34) より、

$$I_a^2(\omega) = \frac{V_a^2}{Z_{LCR}^2} = \frac{V_a^2}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = I_{\max}^2 \frac{1}{1 + Q^2(\omega/\omega_r - \omega_r/\omega)^2} \quad (\text{D.35})$$

となる。Q 値は共振曲線のピークの鋭さを決める要素になっていることが分かる。具体的に共振曲線のピークの半値全幅 $\Delta\omega_{\text{FWHM}}$ を求める。 I_a^2 が I_{\max}^2 の半値となるような周波数を ω_h とすると、

$$Q^2 \left(\frac{\omega_h}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega_h} \right)^2 = 1 \quad (\text{D.36})$$

となり、これを解くことで、

$$\omega_h = \frac{\omega_r}{2Q} \left(\sqrt{1 + 4Q^2} \pm 1 \right) \quad (\text{D.37})$$

となる。よって $\Delta\omega_{\text{FWHM}}$ は、

$$\Delta\omega_{\text{FWHM}} = \frac{\omega_r}{Q} \quad (\text{D.38})$$

となる。エネルギー損失がない LC 共振回路の場合、Q 値は無限大になるため、 $\Delta\omega_{\text{FWHM}}$ は 0 になる。つまり共振周波数 ω_r に線スペクトルが立つ。Q 値は共振曲線の特徴から、

$$Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega_{\text{FWHM}}} \quad (\text{D.39})$$

を計算することでも求めることができる。

また、LC 共振回路の中に複数種のエネルギー損失源がある場合、合計の Q 値 Q_{tot} は各要素の Q 値 Q_i を用いて、

$$\frac{1}{Q_{\text{tot}}} = \sum_i \frac{1}{Q_i} \quad (\text{D.40})$$

のように表すことができる。

参考文献

- [1] Komatsu, E. et al., 2010, APJ. Suppl.
- [2] Fukugita, M., Hogan, C. J., & Peebles, P. J. E., 1998, ApJ, 503, 518
- [3] Cen, R., & Ostriker, J. P., 1999a, ApJ, 514, 1
- [4] Cen, R., & Ostriker, J. P., 1999b, ApJ, 519, L109
- [5] Yoshikawa, K. et al., 2001, ApJ, 558, 520
- [6] Kume, H. et al., 1988, Appl. Opt., 27, 1170
- [7] Canizares, C. R. et al., 2005, Publ. Astron. Soc. Pac., 117, 1144
- [8] Koyama, K. et al., 2007, PASJ, 59, 23
- [9] Angloher, G. et al., 2001, J. Appl. Phys., 89, 1425
- [10] Bandler, S. R. et al., 2008, JLTP,
- [11] Wikus, P. et al., 2010, SPIE, 7732, 52
- [12] Takahashi, T. et al., 2010, SPIE, 7732, 27
- [13] Ohashi, T. et al., 2010, SPIE, 7732, 54
- [14] Kelley, R. L. et al., 2007, PASJ, 59, 77
- [15] Bandler, S. R., 2009, Astro2010: A&A Decadal Survey, Technology Development Papers, 19
- [16] Ezoe, Y. et al., 2008, SPIE, 7021, 57
- [17] Mazin, B. A. et al., 2006, APL, 89, 22
- [18] Porter, F.S. et al., 2006, Nucl. Instr. & Methods in Physics Research A, 559, 436-438
- [19] Irwin, K.D., 1995, Appl. Phys. Lett. 66, 1998
- [20] Fleischmann, L. et al., 2009, J. P. Conf., 150
- [21] McCammon, D., 2005, Topics in Appl. Phys., 99
- [22] Barends, R., 2009, Ph. D. thesis, Delft University of Technology
- [23] Ariyoshi, T. et al., 2006, J. NS&T, 43, 6
- [24] Mazin, B. A., 2004, Ph. D. thesis, California Institute of Technology
- [25] Wang, R. et al., 2001, Materials Research Bulletin, 36, 1693
- [26] Rytz, D. et al., 1983, Phys. Rev. B 27, 6830
- [27] Itoh, M. et al., 2004, Science and Technology of Advanced Materials, 5, 417
- [28] Takashima, H. et al. 2005, Thin Solid Films, 486, 145
- [29] Yamada, Y. et al., 2004, Phys. Rev. B, 69, 024103
- [30] Takashima, H. et al, 2006, APL, 88, 082906
- [31] Durán, A., et al., 2008, J. Phys.: Condens. Matter, 20, 085219
- [32] Moseley, S.H., Mather, J.C., McCammon, D., 1984, J. Appl. Phys. 56, 1257
- [33] 井上一・小山勝二・高橋忠幸・水本好彦著、シリーズ現代の天文学 第17巻 宇宙の観測 III – 高エネルギー天文学、日本評論社 (2008)

- [34] 国立天文台編、理科年表平成 22 年度版、丸善 (2010)

謝辞

本修士論文を執筆するにあたり、多くの方々にご指導、ご協力をいただきました。ここに感謝の意を述べさせていただきます。

指導教官である山崎典子先生には大変お世話になりました。山崎先生はこれまでに例のない X 線検出器として「誘電体 X 線マイクロカロリメータ」の研究を立ち上げられ、その開発メンバーに私を加えてくださいました。そして、本修士論文の大きな方向性や実験等についての相談に乗っていただきました。とても感謝しております。

満田和久先生には、研究全般にわたって広くご指導をいただきました。満田先生の的確なアドバイスのおかげで間違った道に逸れることなく、本修士論文を完成させることができました。ありがとうございました。

竹井洋さんには、ご多忙にも関わらず夜遅くまで実験を手伝っていただいたり、研究や実験の相談に乗っていただきました。また、文章の書き方やプレゼンテーションの仕方等、細かなことまでご指導をいただきました。ありがとうございました。

川崎繁男先生には、高周波交流回路について基礎から教えていただきました。時には優しく、時には厳しく、熱心なご指導をいただきました。

東京工業大学工学部の伊藤満先生には、チタン酸ストロンチウム (STO : SrTiO_3) の貴重な試料をお貸しいただきました。

産業総合研究所の高島浩さんには、STO 温度計に関する質問に丁寧に答えくださり、多くの助言をいただきました。

九州大学工学部の前畑京介先生には、誘電体 X 線マイクロカロリメータに関するアドバイスを色々いただきました。本当にありがとうございました。

満田研究室秘書の伊藤彩知子さんには、いつもご迷惑とご心配をおかけし、申し訳ございませんでした。こんな私にいつも優しく接していただき、本当にありがとうございました。

酒井和広さんには、手間のかかるデータ整理や極低温における誘電体測定のシステム構築等を手伝っていただきました。ここまで研究を進めることができたのは酒井さんのおかげです。

吉武宏さんには、実験の楽しさや奥深さを教えていただきました。おかげ様で実験が大好きになりました。吉武さんのもとの実験ができてよかったです。

三石郁之さんには、研究や実験に限らず精神的なサポートをいただいたり、研究に対する熱い姿勢を学ばせていただきました。とても尊敬しております。

同期の平社航さんとは辛苦を一緒に乗り越えてきました。2人で徹夜で修士論文を作成した日々、実験室でのくだらない会話…忘れません。

最後になりますが、父、母、弟、祖父、祖母をはじめとする家族、親族一同には心配をおかけしました。また、本修士論文を執筆する上でいろいろと助けていただきました。この場を借りて深く感謝申し上げます。本当にありがとうございました。