# 修士論文

# X 線マイクロカロリメータ信号多重化用 8 入力 SQUID の性能評価

東京大学大学院 理学系研究科 物理学専攻 修士課程 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究本部 高エネルギー天文学研究系 満田研究室

# 木村 俊介

平成19年1月5日

銀河団の高温ガス等、広がった天体を数 100 km/s の精度で分光するためには、非分散型で数 eV のエ ネルギー分解能を持つ X 線マイクロカロリメータが必要である。既に 6 × 6 素子は実現されているが、 将来の衛星用としては 32 × 32 程度の大規模アレイが強く求められている。

X線マイクロカロリメータは~100 mK の極低温で動作させるため、大規模アレイでは配線からの熱流 入が問題となり信号の多重化が必須である。我々は素子ごとに異なる周波数で駆動し、磁気的に信号を加 算して室温にて検波する、磁場加算方式による周波数空間多重化を考案した。これまでに磁場加算方式に よる読みだしのために、多入力 SQUID のプロトタイプである 4 入力 SQUID を開発してきたが、設計が 最適化されておらずエネルギー分解能を劣化させてしまっていた。従って我々は、外部磁場からの影響や 入力間コイルの相互作用によるノイズ等の観点から、新たに 4 タイプの 8 入力 SQUID を開発した。こ の SQUID は多重化読みだし用に設計を最適化している。

本修士論文は 4 タイプのうち性能が良いと考えられる 2 タイプが、X 線マイクロカロリメータを読み だすのに十分な性能をもっているかということを、実測により評価することが目的である。

まずカロリメータの読みだし素子として基本的なパラメータである、臨界電流、磁束電流変換係数、ノ イズレベル等を液体ヘリウム中プローブを用いて確認した。20-30 pA/√Hz を達成しており、X 線マイ クロカロリメータの読みだしには十分低いレベルであった。

8 入力 SQUID による信号多重化では、交流信号のクロストークがノイズとなり、エネルギー分解能を 劣化させる原因となり得る。8 入力 SQUID では原理的には SQUID のフィードバックによりクロストー クは 1/(1 + *L*) 倍 (ここで *L* はフィードバックのループゲイン)に低減されることが予測されるが、実際 に実験的に確認されたことはなかった。この入力間の相互インダクタンス見積もりを行ない、このクロス トーク電流を実測することに成功した。クロストーク電流の大きさと位相はフィードバックのループゲイ ンによって変化することが確認できた。実験結果は、SQUID の設計から予想される大きさの相互インダ クタンスにより発生したクロストーク電流が、ループゲインにより減少される一方、SQUID 以外に存在す る相互インダクタンスによるクロストーク電流が存在すると考えると、ほぼコンシステントに理解出来た。

8 入力 SQUID を TES マイクロカロリメータに接続して X 線照射を行ない、ADR 環境で初めて TES からの信号を取得した。この環境でも SQUID ノイズはヘリウム中プローブを用いたノイズと同程度であ ることが確認できた。X 線光子に対するエネルギー分解能は劣化していたが、SQUID ノイズは固有ノイ ズと同程度に小さいため、原因は 8 入力 SQUID ではないことがわかった。

以上のことから、8 入力 SQUID の動作を実験的に理解すると共に、X 線マイクロカロリメータの読み だし装置として十分使用可能であると結論を得た。

# 目次

第1章	X &	泉天文学と分光観測	1		
1.1	X 線分光による宇宙の進化の解明				
1.2	次世代	代の X 線分光器に要求される性能	2		
	1.2.1	X 線マイクロカロリメータ	2		
1.3	本修:	士論文の目的	3		
第2章	X 約	マイクロカロリメータの動作原理	5		
2.1	X線	マイクロカロリメータとは	5		
	2.1.1	吸収体	5		
	2.1.2	温度計	6		
2.2	遷移	湍温度計 TES	7		
2.3	電熱	フィードバック ETF	7		
2.4	電熱	フィードバックの一般論と電流応答性	9		
2.5	固有	ノイズ	11		
2.6	最適	フィルタとエネルギー分解能	14		
2.7	SQU	ID 電流計を用いた読みだし系	17		
	2.7.1	$\operatorname{dc-SQUID}$ の原理	17		
	2.7.2	ジョンソンノイズ	18		
	2.7.3	磁束固定ループ FLL (Flux Locked Loop)	19		
	2.7.4	FLL の方式	19		
	2.7.5	SQUID アンプの原理	20		
	2.7.6	FLL の応答	21		
	2.7.7	スルーレート	21		
第3章	TE	6型カロリメータの信号多重化	23		
3.1	多素	子読み出しの方式	23		
	3.1.1	単純加算方式	23		
	3.1.2	時分割方式....................................	24		
	3.1.3	周波数分割方式	24		
		電流加算方式	25		
		電圧加算方式(加算ループ方式)	25		
		磁場加算方式	26		
3.2	周波	数分割マルチプレクスの原理	27		
	3.2.1	準備	27		
	3.2.2	カロリメータの交流駆動の原理	28		
	3.2.3	カロリメータの交流駆動でのノイズ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	30		

3.3	浮遊	インピーダンス、クロストークによる ETF への影響の定式化	. 33
	3.3.1	浮遊インピーダンスによる ETF への影響	. 33
	3.3.2	クロストークによる ETF への影響	. 34
3.4	電流	と磁場による浮遊インピーダンス、クロストーク・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	. 35
	3.4.1	電流の場合	. 35
	3.4.2	磁場の場合	. 36
		LC フィルタコイル間の結合の場合	. 37
		加算ループを介したセンサー間の結合の場合..................................	. 37
		多入力 SQUID を介したセンサー間の結合の場合 ...................................	. 38
3.5	フィ	ードバックによる浮遊インピーダンス, クロストークの抑制	. 38
	3.5.1	電流加算方式の場合....................................	. 39
	3.5.2	電圧、磁場加算方式の場合・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	. 39
第4章	8)	入力 SQUID の構成	41
4.1	2段	式 SQUID (Two Stage SQUID )	. 41
4.2	8入7	カ SQUID	. 41
	4.2.1	SINPUT1型	. 42
	4 2 2	SINPUT2型	43
	4.2.3	8INPUT3 型	. 44
	424	8INPIT4 풷	45
4.3	SQU	IID アンプ 420-SSA	. 46
4.4	2 EQ 5	$\ddagger$ SOUID · 8 λ $\ddagger$ SOUID + 420-SSA	46
1.1	441		47
	4 4 2	应答	47
	4 4 3	ルロー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	48
	4 4 4	8 λ カ SOUID + 420SSA のパラメータのまとめ	48
	1. 1. 1		. 10
第5章	8)	N力 SQUID の性能評価	51
5.1	8入7	カ SQUID の基本的特性	. 51
	5.1.1	基本的特性の評価方法....................................	. 51
	5.1.2	後段 420-SSA の特性	. 52
	5.1.3	前段 8 入力 SQUID の特性	. 53
5.2	入力	間相互インダクタンスの測定....................................	. 58
	5.2.1	入力間相互インダクタンスの見積もり....................................	. 58
		8INPUT2 型	. 58
		8INPUT3 型	. 60
	5.2.2	入力間相互インダクタンスの測定方法....................................	. 62
	5.2.3	測定環境の構築	. 63
		SQUID 駆動装置#2 とロックインアンプの検出限界	. 64
		測定に用いたプローブのクロストークの評価.................................	. 66
		420-SSA を用いた測定系の検出限界	. 68
	5.2.4	入力間相互インダクタンスの測定....................................	. 70
		8 入力 SQUID 未駆動時の相互インダクタンス	. 70
		8 入力 SQUID 駆動時の相互インダクタンス	. 75

	5.2.5	寄生抵抗、浮遊インダクタンス原因の考察....................................	78		
		寄生抵抗の見積もり....................................	79		
		浮遊相互インダクタンスの見積もり	80		
5.3	まとる	か	81		
第6章	断熱消磁冷凍機環境下での性能評価				
6.1	測定都	長置・素子	83		
	6.1.1	本研究で用いた断熱消磁冷凍機....................................	83		
	6.1.2	測定に使用した TES カロリメータ	85		
6.2	動作現	睘境	86		
	6.2.1	SQUID 周りの環境	86		
	6.2.2	TES カロリメータホルダ	86		
	6.2.3	TES カロリメータ磁気遮蔽シールド	87		
	6.2.4	シャント抵抗基板	87		
	6.2.5	配線	89		
6.3	TES	カロリメータの特性測定	90		
	6.3.1	RT 特性	90		
	6.3.2	IV 特性	91		
	6.3.3	パルス特性....................................	92		
	6.3.4	ノイズ特性....................................	93		
6.4	デジ	タルフィルター処理による解析	96		
6.5	考察		101		
6.6	まとる	ø	102		
第7章	まとめと今後		103		
7.1	本修工	±論文の成果	103		
	7.1.1	基本的特性の評価	103		
	7.1.2	入力間相互インダクタンスの実測....................................	103		
	7.1.3	ADR 環境内での性能評価	103		
7.2	今後(	⊅課題	104		
付録 A	首都	『大による TES カロリメータの測定	105		
A.1	SII-1	79	105		
A.2	SII-1	57	107		
謝辞			111		

# 第1章

# X線天文学と分光観測

# 1.1 X線分光による宇宙の進化の解明

天体物理学は様々な天体の起源と進化を物理法則を使って明らかにする天文学、物理学の一分野である。20 世紀に 入って人類は、宇宙は決して定常的なものではなく、およそ 150 億年前にビッグバン (big bang) と呼ばれる大爆発に よって始まったこと、その後も進化を続け、現在の複雑な階層構造を持った宇宙に至っていることを知るようになっ た。それではビッグバンの後、いつ頃、どのようにして星が生まれ、銀河が形成され、銀河団のような巨大な構造が 作られたのだろうか?宇宙は今後どのようになっていくのだろうか?

恒星は人の一生と同じように、ライフサイクルを持っている。すなわち星間物質の重力収縮によって原始星が生ま れ、原始星がさらに重力収縮を続けることでやがて中心部で核融合反応が起こり、主系列星となる。核融合反応のた めの燃料を使い果たすと、あるものは周辺部が惑星状星雲として星間空間に還元されて白色矮星が残り、あるものは 超新星爆発を起こして自分自身を吹き飛ばし、中性子星やブラックホールを残す。銀河とは恒星の集まりであり、無 数の恒星が、あるいは独立に、あるいは影響しあってサイクルを繰り返している。長期的に見ると、恒星によって作 られた重元素を含んだ星間物質 (ISM; Interstellar medium)が、銀河風 (galactic wind) という形で銀河系外に放出 される。銀河はさらに銀河団という集団を形成している。銀河団の重力ポテンシャルは実は電磁波では見ることので きない暗黒物質 (dark matter) によって作られており、銀河はそのポテンシャルに束縛されている。また、銀河団内 の空間は銀河団の重力ポテンシャルに束縛された1億度程度の高温ガスで満たされており、その総質量は個々の銀河 の質量和よりも大きい。このような高温ガス内にも重元素が存在しており、個々の恒星で作られ、銀河風として放出 された星間物質が大きく寄与している。銀河団同士もまた衝突合体を繰り返しており、より大きな銀河団へと成長し ている。ビッグバン直後の宇宙は極めて一様であり、現在の宇宙に見られるような構造は、その後の進化の過程で互 いに密接に関係しながら作られたものである。したがって、宇宙の進化を理解するためには、各種の天体の進化とお 互いの関連を観測的に見究めていくことが重要である。

近年になって観測技術が飛躍的に進歩し、光・赤外線では、地球大気の影響を受けないハッブル宇宙望遠鏡 (Hubble Space Telescope) や、すばる望遠鏡をはじめとする 8 ~ 10 m クラスの望遠鏡が、電波では「はるか」衛星を使った スペース VLBI が実現され、人類はこれらの諸問題に対して観測的な回答を得はじめようとしている。X 線において も、1999 年に NASA の Chandra 衛星、2000 年には ESA の XMM-Newton 衛星が軌道に投入され、結像性能や有 効面積において過去の衛星をはるかに上回る性能を達成している。さらに、2005 年には Astro-E2 衛星が軌道に投入 される予定であり、エネルギー分解能においても新たな時代を向かえようとしている。

X 線は高エネルギー電子によるシンクロトロン放射や逆コンプトン散乱によって、あるいは高温物質からの熱制動 放射や黒体放射によって生み出される。したがって、宇宙における高エネルギー現象をとらえるのにもっとも適した 電磁波である。また、エネルギー 100 eV から 10 keV の間には、炭素、窒素、酸素、ネオン、マグネシウム、シリ コン、イオウ、アルゴン、カルシウム、鉄等の、宇宙に存在する主要な重元素の K 輝線、K 吸収端が存在することか ら、これらの重元素の量や物理状態を知る上でも X 線による観測が有効である。さらに、これらの輝線のエネルギー シフト、あるいは幅は、これらの元素を含むガスの運動状態を知る上で有効である。したがって、X 線による分光観 測は宇宙の進化を解明する上での重要な手段の一つであるといえる。

### 1.2 次世代の X 線分光器に要求される性能

次に、次世代検出器に必要なエネルギー分解能と撮像能力について考える。たとえば銀河団の高温ガスの熱運動の 速度は数 100 km/s から 1000 km/s である。

乱流や銀河団の合体による高温ガスの内部運動の速度も同程度であると考えられ、これらの内部構造を知るためには 100 km/sの速度が分離できるエネルギー分解能が必要十分である。

また、精密なプラズマ診断を行なうためには、各輝線の微細構造を十分に分離できる分解能が必要である。微細構 造が分離できないと、プラズマの状態によって輝線構造の中心エネルギーが変わってしまうため、統計に関わらずエ ネルギーの決定精度が制限されてしまうからである。したがって微細構造の分離は不可欠である。

宇宙にもっとも多く存在する元素の1つで、X線分光でもっとも興味のある鉄のK $\alpha$ 線について考える。ヘリウム様に電離された鉄のK $\alpha$ 線のエネルギーは 6.7 keV であるが、この鉄イオンが一階励起された状態はLSカップリングによって、1s2s<sup>1</sup>S<sub>0</sub>、1s2s<sup>3</sup>S<sub>1</sub>、1s2p<sup>1</sup>P<sub>1</sub>、1s2p<sup>3</sup>Pの4つの状態に分裂する。このうち1s2p<sup>1</sup>P<sub>1</sub>→1s<sup>2</sup><sup>1</sup>S<sub>0</sub>は双極子遷移によって 6698 eV の共鳴 X線を放射する (たとえば Mewe et al., 1985)。一方、1s2s<sup>3</sup>S<sub>1</sub>→1s<sup>2</sup><sup>1</sup>S<sub>0</sub>と1s2p<sup>3</sup>P→1s<sup>2</sup><sup>1</sup>S<sub>0</sub>は双極子遷移が禁止されており、プラズマの物理状態によって 6637 eV の禁制線と 6673 eV のintercombination 線として観測される。さらに、これらの輝線の近くにはリチウム様イオンやベリリウム様イオンやら出る衛星線が現れる。したがってこれらの微細構造を分離するためには、 $\Delta E < 10 \text{ eV}$ のエネルギー分解能が必要である。X線 CCDカメラなどの半導体検出器では原理的にこれよりも1桁以上悪く、この条件を満たせない。図 1.1 は、温度 kT=2 keV の光学的に薄いプラズマから放射される 6.7 keV の鉄輝線を、エネルギー分解能が120 eV、10 eV、2 eV の検出器で観測した場合に得られるスペクトル (シミュレーション)である。エネルギー分解能が120 eV の検出器(X線 CCDカメラ)では、微細構造を分離できていない。それに対して、分解能10 eV の検出器では共鳴線を分離でき、さらに 2 eV の検出器では複雑な微細構造をしっかり分離できているのがわかる。

 $100 \text{ km s}^{-1}$ の運動によって起こるドップラーシフトは、6.7 keVの鉄輝線に対して 2.2 eV である。これは運動の 状態によって、エネルギーのシフトもしくは輝線の広がりとして検出される。したがって、天体の運動を正確に知る ためには、エネルギー分解能 ~ 数 eV が必要となる。

撮像能力としては、角度分解能 30 秒程度は欲しい。そこで 1 ピクセルの大きさを  $20'' \times 20''$  とし、受光面積 を  $10' \times 10'$  とすると、ピクセル数は  $30 \times 30$  になる。望遠鏡の焦点距離を 8 m とすると、1 ピクセルの大きさは  $0.78 \text{ mm} \times 0.78 \text{ mm}$ 、全体では  $23 \text{ mm} \times 23 \text{ mm}$  になり、CCD チップ 1 枚分に相当する。角度分解能としては X 線 CCD カメラより 1/30 程度悪いが、撮像検出器として CCD カメラを併用することを考えれば妥当な大きさである。

まとめると、次世代 X 線検出器に求められる性能は、6 keV の X 線に対して 1-2 eV (FWHM) のエネルギー分解 能 ( $E/\Delta E \sim 3000 - 6000$ ) を有し、 $30 \times 30$  ピクセルで 2 cm × 2 cm 程度の面積をカバーすることである。

#### 1.2.1 X線マイクロカロリメータ

半導体検出器はエネルギー分解能の点で性能不足であり、分散型分光器は広がった天体の観測には向かず、また低 いエネルギー領域でしか十分なエネルギー分解能を達成できない。現時点では、鉄の Ka 線領域に対して十分なエネ ルギー分解能を持つ検出器は、X 線マイクロカロリメータをおいて他に存在しない。X 線マイクロカロリメータは、 入射エネルギーを素子の温度上昇として測る検出器であり、極低温 (~100 mK) において高いエネルギー分解能を達 成できる (第2章)。超伝導トンネル接合 (STJ) 検出器も低温で動作する検出器として開発が進められているが、硬 X 線に対する検出効率の点で X 線マイクロカロリメータの方が優れている。

半導体温度計から、エネルギー分解能のさらなる改善、大フォーマット化に向けて、超伝導遷移端を利用した温度計 (TES)を用いた新しいマイクロカロリメータが開発が進められている。TES 型マイクロカロリメータの読み出し系 としては超伝導量子干渉素子 (SQUID)を用いれば、intrinsic なノイズと読み出し系のノイズを抑えることができる。 すでに、5.9 keV の X 線に対して 2.6 eV (FWHM)程度のエネルギー分解能が報告されている (Ullom et al., 2005)。 このように、エネルギー分解能については要求される性能を達成しつつある。一方、1000 ピクセルの読み出し系は

2



図 1.1 温度 kT = 2 keV の光学的に薄いプラズマから放射される 6.7 keV の鉄輝線を、エネルギー分解能が 120 eV、10 eV、2 eV の検出器で観測した場合に得られるスペクトル (シミュレーション)

まだ開発段階である。XRS では 32 ピクセルを独立に読み出していたが、これと同じように 1000 ピクセルを独立に 読み出すのは配線による熱流入の影響などを考えると現実的でない。何らかのマルチプレクスを行うことによって、 配線数を減らすことが必須である。我々のグループでは、多入力 SQUID を用いた磁場加算方式の開発、またカロリ メータの交流駆動の特性の研究に取り組んできた (Miyazaki (2001); 竹井 (2003); 市坪 (2004); 益居 (2006))。

## 1.3 本修士論文の目的

本研究では磁場加算方式による TES カロリメータの撮像化を目指した研究として、これまでに開発してきた多入 カ SQUID である 4 入力 SQUID を、更に押し進めて新規開発した 8 入力 SQUID の性能評価を行なうことを目的 とした。4 入力 SQUID が生体磁場計測用の SQUID をベースとしていたのに対して、この SQUID は多重化読み だし用に設計が最適化されている。しかし、磁場に対する出力値やノイズレベルなどのエネルギー分解能を決める信 号読み出しに重要なパラメータは、実測によって確かめられていない。またエネルギー分解能を制限する可能性のあ る、他素子の交流信号によるクロストークも設計通り減衰されるかということは分かっていない。そこでこれらのパ ラメータを実測によって求め、TES カロリメータの信号読み出し装置として、十分な性能をもっているかを評価す る。さらに加えて、断熱消磁冷凍機内で TES からの信号を取得し、環境による性能の評価も行なう。

第2章では TES カロリメータの動作原理について、第3章では信号多重化の方式とそれに伴うクロストークの影響について、第4章では評価対象素子である8入力 SQUID について、第5章では実験を行なった8入力 SQUID の性能評価について、第6章では断熱消磁冷凍機環境下での性能評価についてまとめる。

# 第2章

# X線マイクロカロリメータの動作原理

## 2.1 X線マイクロカロリメータとは

X 線マイクロカロリメータは、入射した X 線光子 1 個 1 個のエネルギーを素子の温度上昇により測定する検出器 である。そのため、極低温 (~0.1 K) で高いエネルギー分解能を達成することができる。

X 線マイクロカロリメータは、図 2.1 に示すような吸収体、温度計、熱リンク、熱浴から成る。吸収体に入射した X 線光子は光電効果によって吸収され、そのエネルギーが熱に変わる。入射エネルギー E に対する素子の温度変化 は、吸収体の熱容量を C として

$$\Delta T = \frac{E}{C} \tag{2.1}$$

と書ける<sup>\*1</sup>。この微小な温度変化を温度計の抵抗値の変化として測定する。吸収体は、熱浴と弱い熱リンクによって つながっているため、吸収体で生じた熱は熱リンクを通して熱浴に逃げて行き、ゆっくりと元の定常状態に戻る。こ の変化は

$$C\frac{d\Delta T}{dt} = -G\Delta T \tag{2.2}$$

と表される。ただし、G は熱リンクの熱伝導度である。したがって、素子の温度上昇は時定数

$$\tau = \frac{C}{G} \tag{2.3}$$

で指数関数的に減衰していく。

X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は素子の熱揺らぎによって制限される。吸収体中のフォノン数は  $N \sim CT/k_{\rm B}T = C/k_{\rm B}$  と書けるので、素子の熱揺らぎは、

$$\Delta U \sim \sqrt{N} k_{\rm B} T = \sqrt{k_{\rm B} T^2 C} \tag{2.4}$$

となる。§2.6で導くように、より一般的には、X線マイクロカロリメータの原理的なエネルギー分解能の限界は、

$$\Delta E_{\rm FWHM} = 2.35\xi \sqrt{k_{\rm B}T^2C} \tag{2.5}$$

と書ける (Moseley et al., 1984)。ただし、 $\xi$  は温度計の感度や動作条件などによって決まるパラメータである。熱容 量の温度依存性を考慮すると、エネルギー分解能は温度に強く依存し、極低温 ( $\sim 0.1 \text{ K}$ ) で非常に高いエネルギー分 解能が達成される。

2.1.1 吸収体

X 線光子は光電効果によって吸収体に吸収される。エネルギー分解能を向上させるには、式 (2.5) からわかるよう に熱容量 C を小さく、つまり吸収体を小さくすればよい。一方、検出効率を高くするためには、吸収体は大きい方が よい。吸収体の大きさはこれらのトレードオフで決まる。

<sup>\*1</sup> 実際には温度計や、吸収体の支持構造の熱容量が無視できない場合もある。



図 2.1 X 線マイクロカロリメータの構造

これとは別に、吸収体を選ぶ際に考慮しなければならない性質として、熱化 (thermalization) にかかる時間がある。 熱化が遅いと熱が逃げてしまい、エネルギー分解能が悪くなる。このように、吸収体として用いる物質は高い吸収効 率、小さい熱容量、速い熱化という条件を同時に満たすものが適している。

一般的に、絶縁体と半導体は、バンドギャップの不純物準位に電子が捕捉されて準安定な状態を作ってしまい、熱化という点で劣ることが多い。常伝導金属は熱化が非常に速いが、電子比熱が大きいためにサイズが限られる。逆に 超伝導体は超伝導遷移温度よりも十分低温では電子比熱が小さいため、原子番号が大きく、デバイ温度が高い超伝導 体を用いれば、比熱を抑えつつ高い検出効率を達成できる。しかし、超伝導遷移温度よりも十分な低温では準粒子の 寿命が長くなって、一般的には熱化が非常に遅くなる。これらの特徴を考慮して、Astro-E2 衛星に搭載される X 線 分光装置 XRS では、吸収体として水銀テルルを使用する。他にはスズやビスマスなどがよく用いられている。

#### 2.1.2 温度計

温度計は、半導体や金属の抵抗値が温度に依存して変化することを利用したものである。温度計の感度  $\alpha$  (無次元) を、

$$\alpha \equiv \frac{d\ln R}{d\ln T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT}$$
(2.6)

と定義する。ただし、Tは温度計の温度、Rはその抵抗値である。

温度計の感度  $\alpha$  を大きくすれば、カロリメータのエネルギー分解能を改善するることができる。半導体温度計を用いた XRS では  $|\alpha| \sim 6$  であるが、次に述べる超伝導遷移端を利用した温度計 TES を用いれば、感度  $\alpha$  を非常に大きくすることができる。

6

## 2.2 遷移端温度計 TES

遷移端温度計 (TES: Transition Edge Sensor) とは、超伝導−常伝導遷移端の急激な抵抗変化を利用した温度計で ある。超伝導遷移は典型的には数 mK という非常に狭い温度範囲で起こり (図 2.2)、式 (2.6) で定義される温度計の 感度 α は 1000 にも達する。そのため、TES を用いたカロリメータは、従来の半導体温度計のカロリメータに比べて 原理的には 1 桁以上もエネルギー分解能を改善することが可能である。それゆえに、TES カロリメータでは吸収体 の熱容量の大きさに対するマージンが大きくなり、熱化の速い常伝導金属を使用したり、大きな吸収体を用いて受光 面積を増やすといったことも可能になる。



図 2.2 超伝導遷移端を模式的に示した図。横軸が温度、縦軸が抵抗。

TES を用いる場合、カロリメータの動作温度は TES の遷移温度に保たなければならない。そのため、動作温度は TES の遷移温度によって決まってしまう。しかし、TES を二層薄膜にすることで近接効果 (proximity effect) によっ て臨界温度をコントロールすることが可能である。近接効果とは、超伝導体に常伝導体を接触させるとクーパー対が 常伝導体に漏れ出し、膜厚の比に依存して超伝導体の臨界温度が下がる効果である。

TES は温度計として非常に高い感度を持つにもかかわらず、薄膜の非一様性、遷移の非線形性、ダイナミックレンジが狭い等の理由によってこれまであまり使われてこなかった。ところが、超伝導薄膜を定電圧バイアスで動作させることによって強い負の電熱フィードバックをかけ、自動的に動作点を狭い遷移端中に保つという方法が提唱され (Irwin, 1995b; Irwin et al., 1995; Lee et al., 1996)、TES カロリメータがにわかに注目されるようになった。次節 に、電熱フィードバック中でのカロリメータの動作、エネルギー分解能について述べる。

# 2.3 電熱フィードバック ETF

図 2.3 左に示すような定電圧バイアスで TES を動作させた場合を考える。熱入力によって温度が上昇すると、TES の抵抗値は急激に増加する。定電圧なので電流は減少し、ジュール発熱も減少する。このように、熱入力を打ち消す 方向にジュール発熱量が急激に変化して負のフィードバックが働くので、素子の温度も安定に保たれる。このような フィードバックを電熱フィードバック (ETF: Electro-Thermal Feedback) と呼ぶ

実際には TES と並列にシャント抵抗をつないで、疑似的に定電圧バイアスを実現する (図 2.3 右)。以下では理想的な定電圧バイアスで動作しているものとする。

平衡状態では、TES の温度を  $T_0$  として、TES におけるジュール発熱  $P_{
m b}\equiv V_{
m b}^2/R_0$  とカロリメータピクセルから 熱浴へ流れる熱量とがつり合っているので、

$$P_{\rm b} = \frac{G_0}{n} \left( T_0^n - T_{\rm s}^n \right) \tag{2.7}$$



図 2.3 左図:理想的な定電圧バイアス 右図:シャント抵抗を使って疑似的に作る定電圧バイアス

と書ける。ただし、 $V_b$  はバイアス電圧、 $G_0$  は  $G = G_0 T^{n-1}$  を満たす定数 (G は熱伝導度)、 $R_0$  は動作点での TES の抵抗値、 $T_s$  は熱浴の温度である。

微小な温度上昇  $\Delta T \equiv T - T_0$  によって素子の温度が T になった場合、内部エネルギーの変化は熱の収支に等しいので、

$$C\frac{dT}{dt} = \frac{V_{\rm b}^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n} \left( T^n - T_{\rm s}^n \right)$$
(2.8)

が成り立つ。温度上昇  $\Delta T$  は 1 次の近似で、

$$C\frac{d\Delta T}{dt} \simeq -\frac{V_{\rm b}^2}{R_0^2} \Delta R - G_0 T^{n-1} \Delta T$$
(2.9)

$$= -\frac{P_{\rm b}\alpha}{T}\Delta T - G\Delta T \tag{2.10}$$

となり、その解は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \tag{2.11}$$

である。ただし、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{C/G}{1 + \frac{P_{\rm b}\alpha}{GT}} \tag{2.12}$$

$$=\frac{\tau_0}{1+\frac{P_{\rm b}\alpha}{GT}}\tag{2.13}$$

は実効時定数 (effective time constant) である。式 (2.7)、(2.13) より、 $\tau_{eff}$  は

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_s}{T}\right)^n\right)} \tag{2.14}$$

と書ける。さらに、熱浴の温度が TES の温度よりも十分に低い場合  $(T_{s}^{n} \ll T^{n})$ は、

$$\tau_{\rm eff} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \tag{2.15}$$

$$\approx \frac{n}{\alpha} \tau_0 \tag{2.16}$$

と近似できる。ただし、式 (2.16) は  $\alpha/n \gg 1$  の場合である。このように、 $\alpha$  が大きい場合は電熱フィードバックに

8

よって応答速度が非常に速くなることがわかる。また、X線のエネルギーは電流値の変化として読み出され、

$$\Delta I = \frac{V_{\rm b}}{R(T_0 + \Delta T)} - \frac{V_{\rm b}}{R(T_0)}$$
(2.17)

$$\simeq -\frac{\Delta R}{R}I \tag{2.18}$$

$$\simeq -\alpha \frac{E}{CT}I \tag{2.19}$$

となる。

# 2.4 電熱フィードバックの一般論と電流応答性

定電圧バイアスで動作するカロリメータに、時間に依存する微小なパワー  $\delta P e^{i\omega t}$  が入射したときの応答について 考える。系の応答は線型であり、入射  $\delta P e^{i\omega t}$  に対する温度変化は  $\delta T e^{i\omega t}$  で表されるとする。フィードバックがか かっていないときは、

$$P_{\rm bgd} + \delta P e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\rm s}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t}$$
(2.20)

が成り立つ。ただし、 $P_{\text{bgd}}$ はバックグラウンドパワー、 $\bar{G}$ は平均の熱伝導度である。定常状態では、

$$P_{\rm bgd} = \bar{G}(T - T_{\rm s}) \tag{2.21}$$

である。式 (2.20) と (2.21) から、 $\delta T$  は  $\delta P$  を用いて

$$\delta T = \frac{1}{G} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \delta P \tag{2.22}$$

と表される。ここで、 $\tau_0 \equiv C/G$  は系の固有時定数である。

電熱フィードバックがかかった状態では、エネルギー保存の式は、

$$P_{\rm bgd} + \delta P e^{i\omega t} + P_{\rm b} + \delta P_{\rm b} e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_s) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t}$$
(2.23)

となる。また、定電圧バイアスでは以下の関係が成り立つ。

$$\delta P_{\rm b} e^{i\omega t} = \frac{dP_{\rm b}}{dI} \delta I e^{i\omega t} = V_{\rm b} \delta I e^{i\omega t} \tag{2.24}$$

$$\delta I e^{i\omega t} = \frac{dI}{dR} \delta R e^{i\omega t} = \frac{d}{dR} \left( \frac{V_{\rm b}}{R} \right) \delta R e^{i\omega t} = -\frac{V_{\rm b}}{R^2} \delta R e^{i\omega t}$$
(2.25)

$$\delta R e^{i\omega t} = \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \alpha \frac{R}{T} \delta T e^{i\omega t}$$
(2.26)

これらを使うと式 (2.23) は、

$$P_{\text{bgd}} + \delta P e^{i\omega t} + \frac{V_b^2}{R} - \frac{V_b^2}{R^2} \frac{dR}{dT} \delta T e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_s) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t}$$
(2.27)

と書き換えられる。式 (2.27) の解は、

$$\delta T e^{i\omega t} = \frac{1}{\alpha \frac{P_{\rm b}}{T} + G + i\omega C} \delta P e^{i\omega t}$$
(2.28)

$$=\frac{1}{G}\frac{1}{1+\frac{\alpha P_{\rm b}}{GT}}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}\delta P {\rm e}^{i\omega t}$$
(2.29)

ここで、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{1}{1 + \frac{\alpha P_{\rm b}}{GT}} \frac{C}{G} \tag{2.30}$$

は、電熱フィードバックがかかった状態での実効的な時定数である。

ー般的なフィードバックの理論に当てはめると、電熱フィードバックの系は図 2.4 のように表すことができる。 フィードバック量 b と系のループゲイン  $\mathcal{L}(\omega)$  はそれぞれ

$$b = -V_{\rm b}$$

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{G(1 + i\omega\tau_0)} \times \alpha \frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R}\right) \times (-V_{\rm b}) = \frac{\alpha P_{\rm b}}{GT} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1 + i\omega\tau_0}$$
(2.31)
(2.32)

と書ける。ただし、

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{\alpha P_{\rm b}}{GT} \tag{2.33}$$

は、周波数0でのループゲインである。ループを閉じた場合の伝達関数

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P} \tag{2.34}$$

は $\mathcal{L}(\omega)$ を使って、

$$S_I(\omega) = \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)}$$
(2.35)

$$= -\frac{1}{V_{\rm b}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_0} \tag{2.36}$$

$$= -\frac{1}{V_{\rm b}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\rm eff}}$$
(2.37)

と書ける (Appendix C 参照)。ただし、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \tag{2.38}$$

である。ループゲインが十分に大きい場合  $(\mathcal{L}_0 \gg 1)$  は、

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V_{\rm b}} \frac{1}{1 + i\omega\tau_{\rm eff}} \tag{2.39}$$

となる。さらに  $\omega \ll 1/\tau_{\rm eff}$  を満たす周波数範囲では、

$$S_I = -\frac{1}{V_{\rm b}} \tag{2.40}$$

と表され、電圧  $V_{\rm b}$  の逆数になる。 $S_I(\omega)$  のことを特に電流応答性 (current responsivity) と呼ぶことがある。



図 2.4 電熱フィードバックのダイアグラム

入力  $P(t) = E\delta(t)$  に対する応答は、以下のように計算される。角周波数空間  $(-\infty < \omega < +\infty)$  での入力は、

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t) e^{i\omega t} dt$$
(2.41)

$$=\frac{E}{2\pi}$$
(2.42)

であるので、出力はそれに電流応答性をかけて、

$$I(\omega) = S_I(\omega)P(\omega) \tag{2.43}$$

$$= -\frac{E}{2\pi V_{\rm b}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\rm eff}}$$
(2.44)

と表される。これを逆フーリエ変換して時間軸に戻すと

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$
(2.45)

$$= -\frac{1}{2\pi} \frac{E}{V_{\rm b}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-i\omega t}}{1 + i\omega\tau_{\rm eff}} d\omega$$
(2.46)

$$= -\frac{E}{V_{\rm b}\tau_{\rm eff}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm eff}}\right)$$
(2.47)

$$= -\frac{\alpha E}{CT} I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \tag{2.48}$$

となり、式 (2.19) と一致する。ただし、 $I_0$  は平衡状態で TES を流れる電流である。一方、入力  $P(t) = E\delta(t)$  による温度上昇は周波数空間で

$$\Delta T(\omega) = \frac{1}{G(1+i\omega\tau_0)} \frac{1}{1+\mathcal{L}(\omega)} P(\omega)$$
(2.49)

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{1 + \mathcal{L}_0} \frac{1}{1 + i\omega \tau_{\text{eff}}}$$
(2.50)

と書けるので、時間軸に直すと

$$\Delta T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$
(2.51)

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{E}{G} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-i\omega t}}{1 + i\omega \tau_{\mathrm{eff}}} d\omega$$
(2.52)

$$= \frac{E}{G\tau_{\text{eff}}} \frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right)$$
(2.53)

$$= \frac{E}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \tag{2.54}$$

である。

ループゲイン  $\mathcal{L}_0$  が一定とみなせる時、式 (2.47) より

$$\int V_{\rm b}I(t)dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}E\tag{2.55}$$

したがって、X 線入射に伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギー *E* に比例する。入射エネルギーのうち  $\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}$  はジュール発熱の変化で補償され、 $\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}$  が熱浴に逃げていくことになる。特に  $\mathcal{L}_0 \gg 1$  の場合は X 線入射に 伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

# 2.5 固有ノイズ

カロリメータのノイズには、バックグラウンドの放射、熱浴の温度揺らぎ、外部磁場、1/f ノイズ、rf ノイズ、読 み出し系のノイズなど様々な起源のものが存在する。その中でも、ジョンソンノイズとフォノンノイズは X 線マイク ロカロリメータを使う限り避けることができず、原理的なエネルギー分解能はこれらで制限される。これらのノイズ は特に固有ノイズ (intrinsic noise) と呼ばれる。また、前置アンプなどの読み出し系ノイズも大きく寄与することが 多い。ここではジョンソンノイズとフォノンノイズについて述べ、読み出し系のノイズについては § 2.7.2 で述べる。

マイクロカロリメータには2種類の原理的なノイズ源がある。1つは、温度計の抵抗で発生するジョンソンノイズ、 もう1つは熱浴との熱伝導度が0でないために発生する熱揺らぎ(フォノンノイズ)である。図2.5は、これらのノイ ズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラムである。フォノンノイズは熱起源であるので、信号と同じ部分 に入力される。これに対して、ジョンソンノイズはカロリメータの抵抗に起因するため、フォノンノイズとは伝達の 仕方が異なる。



図 2.5 ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム

微小な熱揺らぎ  $\delta P_{\rm ph}$  がもたらす電流の揺らぎは、

$$\delta I_{\rm ph} = -\frac{1}{V_{\rm b}} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta P_{\rm ph}$$
(2.56)

$$=S_I \delta P_{\rm ph} \tag{2.57}$$

である。これより、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\rm ph}^2 = |S_I|^2 \delta P_{\rm ph}^2 \tag{2.58}$$

$$= \frac{1}{V_{\rm b}^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2} \delta P_{\rm ph}^2$$
(2.59)

となる。フォノンノイズのパワースペクトル密度は $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\delta P_n^2 = 4k_B G T^2 \frac{\int_{T_s}^T \left(\frac{tk(t)}{Tk(T)}\right)^2 dt}{\int_{T_s}^T \left(\frac{k(t)}{k(T)}\right) dt}$$
(2.60)

$$\equiv 4k_B G T^2 \Gamma \tag{2.61}$$

と表される。ただし、k(T)は熱リンクを構成する物質の熱伝導率である。 $\theta \equiv T/T_s$ とし、k(T)は $k(T) = k(T_s)\theta^{n-1}$ と表されると仮定すると、 $\Gamma$ は、

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1} \frac{1 - \theta^{-(2n+1)}}{1 - \theta^{-n}}$$
(2.62)

となる (Mather, 1982)。式 (2.61) を (2.59) に代入すると、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\rm ph}^2 = 4k_{\rm B}GT^2\Gamma|S_I|^2 \tag{2.63}$$

$$= \frac{4k_{\rm B}GT^2\Gamma}{b^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2}$$
(2.64)

$$= \frac{4k_{\rm B}GT^2\Gamma}{V_{\rm b}^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2}$$
(2.65)

と表される。

一方、ジョンソンノイズ  $\delta V_{\rm J}$  による電流の揺らぎ  $\delta I_{\rm J}^0$  は、

$$\delta I_{\rm J}^0 = \frac{\delta V_{\rm J}}{R} \tag{2.66}$$

であり、この揺らぎが系に入力されると、出力の揺らぎは、

$$\delta I_{\rm J} = \frac{1}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta I_{\rm J}^0 \tag{2.67}$$

$$=\frac{\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}+i\omega\tau_{\rm eff}}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}\frac{\delta V_{\rm J}}{R}$$
(2.68)

$$=\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\frac{1+i\omega\tau_0}{1+i\omega\tau_{\text{eff}}}\frac{\delta V_{\text{J}}}{R}$$
(2.69)

となる。ジョンソンノイズの電圧密度は  $0 \leq f < \infty$  空間では  $\delta V_{
m J}^2 = 4k_{
m B}TR$  と与えられるので、出力電流密度は

$$\delta I_{\rm J}^2 = \frac{4k_{\rm B}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \left|\frac{1 + i\omega\tau_0}{1 + i\omega\tau_{\rm eff}}\right|^2 \tag{2.70}$$

$$= \frac{4k_{\rm B}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2}$$
(2.71)

$$= \begin{cases} \frac{4k_{\rm B}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{4k_{\rm B}T}{R} & \text{if } \omega \gg \tau_{\rm eff}^{-1} \end{cases}$$
(2.72)

となる。これより、 $\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲では、ジョンソンノイズは電熱フィードバックによって抑制され、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ の周波数範囲では元の値に戻ることがわかる。

以上から、ジョンソンノイズとフォノンノイズによるノイズ電流密度は、 $0 \leq f < \infty$ 空間で

$$\delta I^2 = \delta I_{\rm J}^2 + \delta I_{\rm ph}^2 \tag{2.73}$$

$$= \frac{4k_{\rm B}T}{R} \left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2} + 4k_{\rm B}GT^2 \Gamma \frac{1}{V_{\rm b}^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2}$$
(2.74)

$$=\frac{4k_{\rm B}T}{R}\frac{\frac{1+1}{(\mathcal{L}_0+1)^2}+\omega^2\tau_{\rm eff}^2}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2}$$
(2.75)

となる。これは強い電熱フィードバックの極限では、

$$\delta I^{2} = \frac{4k_{\rm B}T}{R} \frac{n/2 + \omega^{2} \tau_{\rm eff}^{2}}{1 + \omega^{2} \tau_{\rm eff}^{2}}$$
(2.76)

となる。図 2.6 にノイズ電流密度と信号の周波数特性の例を示す。フォノンノイズとジョンソンノイズの関係を見る ために両者の比をとると、

$$\frac{\delta I_{\rm ph}^2}{\delta I_{\rm I}^2} = \frac{\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \tag{2.77}$$

したがって、低い周波数ではジョンソンノイズが抑制され、フォノンノイズが $\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma$ 倍大きいが、 $\omega > \tau_0^{-1}$ ではジョンソンノイズの寄与が大きくなりはじめ、 $\omega \gg \tau_{\text{eff}}^{-1}$ ではジョンソンノイズが支配的になる。一方、パルスとフォノンノイズの比は

$$\frac{\delta P_{\text{signal}}^2}{\delta P_{\text{n}}} = \frac{2E^2}{4k_B G T^2 \Gamma} \tag{2.78}$$

となり、周波数に依存しない。これは両者がまったく同じ周波数依存性を持つためである。

式 (2.37) と式 (2.72) より、ジョンソンノイズは電流応答性 S<sub>I</sub> を用いて

$$\delta I_{\rm J}^2 = \frac{4k_{\rm B}T}{R} \frac{b^2(1+\omega^2\tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2} |S_I|^2 \tag{2.79}$$

とかける。式 (2.64) と式 (2.72) から、intrinsic ノイズは

$$\delta I^2 = \frac{4k_B T}{R} \frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} b^2 |S_I|^2 + 4k_B G T^2 \Gamma |S_I|^2$$
(2.80)



図 2.6 ノイズ電流密度。左は  $\alpha = 100$  右は  $\alpha = 1000$  の場合。実線が信号、破線がジョンソンノイズ、点線が フォノンノイズを表す。低い周波数では電熱フィードバックによってジョンソンノイズが抑制される。

となるので、雑音等価パワー (noise equivalent power) NEP は

14

$$\operatorname{NEP}(f)^2 = \left|\frac{\delta I}{S_I}\right|^2 \tag{2.81}$$

$$= \frac{4k_BT}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \left( 1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma \right)$$
(2.82)

$$=4k_B T P_{\rm b} \left(\frac{1+(2\pi f)^2 \tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2} + \frac{\alpha \Gamma}{\mathcal{L}_0}\right)$$
(2.83)

となる。

## 2.6 最適フィルタとエネルギー分解能

X 線マイクロカロリメータは、原理的には非常に高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、実際に はパルス波形がノイズによって変形され、単純にパルスのピーク値を取っただけではよい分解能が得られない。そ こで、最適フィルタ処理を行うことにより、その誤差を小さくすることを考える (Szymkowiak et al., 1993; Irwin, 1995a)。

測定により得られたパルスをD(t)とし、周波数空間では

$$D(f) = A \times M(f) + N(f) \tag{2.84}$$

のように表されるとする。ただし、M(f) と N(f) はそれぞれ理想的なパルス (電流応答性  $S_I$  と同等のもので、ここ ではモデルパルスと呼ぶ) とノイズのスペクトルであり、A は振幅を表す。実際に得られたパルスとモデルパルスの 差が小さくなるように、振幅 A の値を最小自乗法によって決定する。実際に得られたパルスとモデルパルスの差を、

$$\chi^{2} \equiv \int \frac{|D(f) - A \times M(f)|^{2}}{|N(f)|^{2}} df$$
(2.85)

と定義すると、 $\chi^2$ を最小にする A は、

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial A} = 0 \tag{2.86}$$

より

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^* + D^*M}{2|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df}$$
(2.87)

で与えられる。D(f) とM(f) は実関数のフーリエ成分であるから、 $D(-f) = D(f)^*$ 、 $M(-f) = M(f)^*$ を満たす。したがって、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D(f)M(f)^*}{2|N|^2} df = -\int_{\infty}^{-\infty} \frac{D(-f)M(-f)^*}{2|N|^2} df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(f)D(f)^*}{2|N|^2} df$$
(2.88)

が成り立つので、Aは

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^*}{|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df}$$
(2.89)

あるいは

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{M} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{M}{N} \right|^2 df}$$
(2.90)

となる。式 (2.90) から、A は S/N 比  $|M(f)/N(f)|^2$  を重みとした場合の D(f)/M(f) の平均値になっていることが わかる。式 (2.90) はさらに

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t) \mathcal{F}^{-1}\left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2}\right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{M}{N}\right|^2 df}$$
(2.91)

と変形できる。ただし、 $\mathcal{F}^{-1}$ は逆フーリエ変換を表す。 $T(t)\equiv\mathcal{F}^{-1}\left(rac{M(f)}{|N(f)|^2}
ight)$ を最適フィルタのテンプレートと呼ぶ。したがって、最適フィルタテンプレートを用いると、パルスハイト H は

$$H = N \int_{-\infty}^{\infty} D(t)T(t)dt$$
(2.92)

あるいは離散的なデータ点に対して

$$H = N \sum_{i} D_i(t) T_i(t) \tag{2.93}$$

となる。ただし、N は最適な規格化定数、 $D_i(t)$  と $T_i(t)$  はそれぞれ離散化されたパルスデータとテンプレートである。モデルパルスとしては、実際に得られた X 線パルスの平均 (平均パルスと呼ぶ)を用いればよい\*<sup>2</sup>。

Aの分散  $\sigma^2 \ge \chi^2$ の間には

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A^2} = \frac{2}{\sigma^2} \tag{2.94}$$

という関係があるので、

$$\sigma^2 = 2\left(\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial A^2}\right)^2 = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{M}{N}\right|^2 df\right)^{-1} = \left(\int_0^{\infty} \frac{4}{\operatorname{NEP}^2(f)} df\right)^{-1}$$
(2.95)

となる。したがって最適フィルタ処理を施した場合のエネルギーの標準偏差  $\sigma$ 、すなわちエネルギー分解能  $(1\sigma)$  は 雑音等価パワー NEP(f) を用いて

$$\Delta E_{\rm rms} = \left(\int_0^\infty \frac{4df}{\rm NEP^2(f)}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{2.96}$$

1

と表される (Moseley et al., 1984)。式 (2.83) を式 (2.96) に代入すると、エネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\rm rms} = \left( \int_0^\infty \frac{4df}{\frac{4k_BT}{R} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \left( (1 + (2\pi f)^2 \tau_0^2) + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma \right)} \right)^{-\frac{1}{2}}$$
(2.97)

$$= \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T}{R}} \frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2} \tau_0 \sqrt{1 + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2} RGT\Gamma}$$
(2.98)

$$=\sqrt{4k_{\rm B}T^2C\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}\sqrt{1+\frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2}RGT\Gamma}}$$
(2.99)

<sup>\*&</sup>lt;sup>2</sup> 平均パルスを M(f) として式 (2.91) を計算すると、D(f) = M(f)の時に A = 1となる。また、responsivity を M(f) として式 (2.91) を計算すると、D(f) = M(f)の時に  $A = \lambda$ 射エネルギーとなる。

16

となる。 ξ を

$$\xi \equiv 2\sqrt{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}\sqrt{1+\frac{\Gamma}{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}}}}$$
(2.100)

と定義すると、エネルギー分解能は半値全幅 (FWHM) で、

$$\Delta E_{\rm FWHM} = 2.35\xi \sqrt{k_{\rm B}T^2C} \tag{2.101}$$

となる。式 (2.100) に式 (2.31) と (2.33) を代入すると、

$$\xi = 2\sqrt{\frac{1}{\alpha \mathcal{L}_0}\sqrt{1 + \alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}}$$
(2.102)

のように書ける。 $T_s \ll T$ の場合は、 $\Gamma \sim 1/2$ 、 $P_{\rm b} \sim GT/n$ 、 $\mathcal{L}_0 \sim \alpha/n$ であり、

$$\xi \simeq 2\sqrt{\sqrt{n/2}/\alpha} \tag{2.103}$$

となる。したがって  $\alpha$  が大きい場合は、原理的なエネルギー分解能の限界は  $\alpha^{-1/2}$  に比例して良くなることがわかる。例えば、 $\alpha \sim 1000$  では  $\xi$  が 0.1 以下にもなる。

### 2.7 SQUID 電流計を用いた読みだし系

TES の電流変化を読み出すには、低インピーダンスの電流計が必要である。その点で、SQUID は最良の電流計で ある。そこで本章では、読みだし系として用いる dc-SQUID および SQUID AMP の動作原理について述べる。

SQUID には dc-SQUID と rf-SQUID の 2 種類がある。1 つのジョセフソン接合を交流電流でバイアスするのが rf-SQUID で、取り出し得る信号電力が大きい。これに対し 2 つのジョセフソン接合を直流電流でバイアスするのが dc-SQUID で、接合の強さをそろえるのは難しいが感度が高いという特徴をもつ。本論文では分解能を追求するた めにより低ノイズである dc-SQUID を用いている。SQUID に関しては Weinstock (1996); Clarke & A.Braginski (2004); 原 (1991) などを参考にした。

#### 2.7.1 dc-SQUID の原理

SQUID とは超伝導量子干渉計 (Superconducting Quantum Interference Device)の略であり、二つの超伝導体を 各々の波動関数が重なりを持つ程度に接近させるとその間で超伝導トンネル電流が流れるという現象 (ジョセフソン 効果)を利用した測定素子である。



⊠ 2.7 dc-SQUID

図 2.7 のように二つの超伝導体 A と B が二つのジョセフソン接合 1 と 2 を介してつながっている場合を考える。 二つの接合が同じ強さであるとするとそれぞれの接合に流れるジョセフソン電流は、

$$I_{i} = I_{0}\sin(\theta_{iB} - \theta_{iA}) = I_{0}\sin(\Delta\theta_{i}) \quad (i = 1, 2)$$
(2.104)

ループにかけるバイアス電流 *I<sub>B</sub>* とすると、

$$I_B = I_1 + I_2 \tag{2.105}$$

超伝導体の中に積分路 A と B をとって (図 2.7 参照)

$$(\theta_{1A} - \theta_{1B}) + (\theta_{2B} - \theta_{2A}) = \Delta\theta_2 - \Delta\theta_1 = 2\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}$$
(2.106)

ループの中の磁束  $\Phi$  は、印加磁場  $\Phi_{ext}$ 、ループの自己インダクタンス L とループの循環電流 J を用いて

$$\Phi = \Phi_{\text{ext}} + LJ \quad (2J = I_1 - I_2) \tag{2.107}$$

とかける。簡単のためLが0のときを考える。式(2.104)-(2.107)より、 $I_B$ は次のように書ける。

$$I_B = 2I_0 \cos\left(\pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right) \sin\left(\Delta \theta_i + \pi \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Phi_0}\right)$$
(2.108)

ゆえに AB 間の全超伝導電流の最大値である臨界電流  $I_c$  は  $\Phi_{\mathrm{ext}}$  の関数として

$$I_{\rm c} = 2I_0 \left| \cos \left( \pi \frac{\Phi_{\rm ext}}{\Phi_0} \right) \right| \tag{2.109}$$

となる。つまり、この並列接合の超伝導臨界電流はリングを貫く外部磁束により周期的に変動し、自己インダクタン ス L が無視できると臨界電流は 0 から 2I<sub>0</sub> まで変化し 100% の変調を受ける。

実際には、SQUID 自身のもつインダクタンス L を考慮すると、変調の割合が小さくなり感度が落ちる。-  $\frac{\pi}{2} < \Delta \theta_i < \frac{\pi}{2}$  (i = 1, 2) 領域において、

$$I_i = I_0 \sin \Delta \theta_i \simeq \frac{2}{\pi} I_0 \Delta \theta_i \tag{2.110}$$

と近似すると *I<sub>i</sub>* は式 (2.104)-(2.106) より、

$$I_i = \frac{1}{2} I_B \pm \frac{\Phi_{\text{ext}}}{L + \frac{\Phi_0}{2I_0}}$$
(2.111)

ただしi = 1、2 で異符号をとる。従って、自己インダクタンスLが存在することによる  $\Phi_{\text{ext}} = \frac{\Phi_0}{2}$ での臨界電流の 減少  $\delta I_c$ は、シールディングパラメータ  $\beta_{\text{L}}$ を

$$\beta_{\rm L} \equiv \frac{2LI_0}{\Phi_0} \tag{2.112}$$

と定義すると、

$$\delta I_c = \frac{2I_0}{1+\beta_{\rm L}} \tag{2.113}$$

と書ける。これより確かに SQUID 素子の自己インダクタンス L が大きくなると、磁場に対する臨界電流の変化が小 さくなる事が分かる。

この素子にバイアス電流 *I* を流すと *I* > *I*<sub>max</sub> のところから電圧が出始める。有限の磁束に対しては臨界電流が減 少しジョセフソン接合の両端に電位差が生じることから、磁束の変化を電圧の変化として読み出すことができる。こ の電圧状態の電流と電圧の関係は接合部での常伝導トンネルの抵抗値を *R* とすれば、

$$V = R\sqrt{I^2 - I_c^2}$$
(2.114)

で表せる。従って、適当なバイアス電流  $I_B(>2I_0)$  を流すと電圧が磁束とともに周期的に変化する。

さらに素子の近くにコイルを巻きそのコイルを流れる電流を磁束に変えて、電流/電圧変換器(電流計)として用いることが可能である。SQUID素子を電流計として用いる際の最大の特徴はSQUID素子の入力はフローティングであり測定する電流を乱さない点である。

2.7.2 ジョンソンノイズ

常に抵抗状態にあるようにバイアスされている dc-SQUID では、SQUID のループを抵抗が R' = 2R でイン ダクタンスが L の古典的な回路で置き換えられる。ジョンソンノイズの電圧の二乗平均  $4k_BTR$  から、二乗平均  $4k_BTR/(R^2 + \omega^2 L^2)$ をもつノイズ電流が生じる。これは一方、帯域幅 B の中にノイズ磁束の二乗平均

$$(\delta\Phi)^2 = \frac{4k_B T L^2 B}{R} \tag{2.115}$$

を作る。ただし、準静的な磁束の値を測定することを考慮して  $\omega \ll R/L$  とした。典型的に  $L = 10^{-9}$  H、R' = 2 Ω、 B = 1 Hz とすると

$$\frac{\delta\Phi}{\Phi} \approx 0.5 \times 10^{-5} \tag{2.116}$$

である。実際の性能は1~2桁程悪い。

dc-SQUID には接合を短絡するシャント抵抗の熱雑音に由来する固有雑音がある。熱雑音はリングの両端電圧 Vとループの循環電流 J にゆらぎを与える。 $I_0 = 0$  つまり常伝導金属リングであれば両者の間には相関はなく、それぞ れのスペクトルは、電圧性はシャント抵抗が並列であり、電流性はシャント抵抗が直列であるから (図 2.8 参照)、

$$S_V^0 = 4k_B T(R/2) = 2k_B TR (2.117)$$

$$S_J = 4k_B T / (2R) = \frac{2\kappa_B I}{R}$$
(2.118)

である。SQUID では J のゆらぎ  $\delta J$  は磁束のゆらぎを与えること、また V が磁束の関数であることから両者は相関をもつ。そこで簡単のため

$$\delta V = \delta V^0 + \frac{dV}{d\Phi} L \delta J \tag{2.119}$$

とすると、 $\delta V^0$  と $\delta J$  自体には相関がないため、

$$|\delta V|^2 = |\delta V^0|^2 + |\frac{dV}{d\Phi}L|^2 |\delta J|^2$$
(2.120)

この  $\delta V^0$ 、 $\delta J$ のスペクトルを式 (2.117)、(2.118) で近似する。さらに、変換率が大きいのは  $I_B \approx 2I_0$  としたときで ある。このとき  $\Phi = 0$  と比べ  $\Phi = \Phi_0/2$  では  $\delta Ic$  相当の常伝導電流が接合を流れるので、接合のインピーダンスを R/2 と近似すると両者での電圧差は  $R\delta I_c/2$  となるため

$$\frac{dV}{d\Phi} \approx \frac{2I_0 R}{(1+\beta_{\rm L})\Phi_0} \tag{2.121}$$

であるから電圧ノイズスペクトルは

$$S_V = 2k_B T R \left( 1 + \left( 1 + \frac{1}{\beta_{\rm L}} \right)^{-2} \right) \tag{2.122}$$

となる。

### 2.7.3 磁束固定ループ FLL (Flux Locked Loop)

SQUID は外部磁束に対して周期的な応答をするため、動作点がずれると増幅率が変動してしまい、応答は非線形と なる。また、大きな入力に対しては出力の折り返しが起きてしまう。そこで通常はフィードバックをかけて動作させ る。これは、SQUID を貫く磁束が一定に保たれるようにフィードバックをかけることから、磁束固定ループ(FLL: Flux-Locked Loop)と呼ばれる。

2.7.4 FLL の方式

一般的には FLL 回路は図 2.9 左のロックイン増幅方式で使用されることが多い。この方式では入力コイルと同様 に素子と磁気的に結合しているフィードバックコイルに、フィードバック電流と共に一定の振幅の数百 kHz の変調電 流を流す。インプットコイルを経て SQUID ループに入力された信号磁束は変調を受ける。この変調された信号をト ランス、または変調周波数に共鳴する直列共振回路で昇圧しインピーダンス整合をとり、前置アンプと結合させる。 前置アンプの出力は電流を参照信号としたロックイン増幅が行われ、さらにその出力は抵抗 R<sub>FB</sub> によって電流に変 換され、フィードバックコイルを経て SQUID ループにフィードバックされる。この方式は読みだしのノイズが大き



図 2.9 磁束固定ループ (FLL) 回路の模式図 左; ロックイン増幅方式 右; 直接読みだし方式。

くまた、SQUIDの周波数帯域を狭めてしまうことからカロリメータの読みだしには向いていない。そこで、カロリ メータの読み出し系としては次に述べるSQUIDアンプを用いて、低温で出力を増幅しその出力を前置増幅器に直接 読み出す方式をとっている。

2.7.5 SQUID アンプの原理

SQUID アンプは、図 2.10 に示すように直列に並んだ多数の入力コイルと、それぞれに結合された多数の SQUID アレイから構成されている。その数は数十~数百にも及ぶ。これらを同位相で動作させることで信号を増幅する。 SQUID アンプの利点は、低温で信号を増幅できるために読み出しノイズを抑えられること、SQUID に比べてイン ピーダンスが数十~数百倍大きいために、室温の回路系とインピーダンス整合が取りやすいことである。また、ロッ クイン増幅を用いた場合に比べて広帯域化が容易である。なお、SQUID アンプによっては、初段の SQUID をなく して信号を直接 SQUID アレイに入力するタイプのものも存在する。



図 2.10 SQUID アンプを用いたカロリメータ読みだし系 左:2 段式 SQUID アンプ (Two stage SQUID)、右:1 段式 SQUID アンプ (serial SQUID arrray)。

20

### 2.7.6 FLL の応答



図 2.11 FLL のダイアグラム

FLL のダイアグラムは図 2.11 のように書ける。SQUID に磁気的に結合されたインプットコイルに流れる電流はインプットコイルと SQUID の相互インダクタンス  $M_{\rm in}$  により磁場  $\Phi_{\rm in}$  として SQUID ループに入力される。SQUID に入力された磁場は SQUID ゲイン (図 2.11 の  $V_{\Phi} \frac{\Phi_0}{2}$ ) によって電圧に変換され室温の回路 (図 2.11 の  $A(\omega)$ ) で増幅 される。そして回路の出力の一部が帰還抵抗  $R_{\rm fb}$  で電流に変換され、フィードバックコイルの相互インダクタンス  $M_{\rm fb}$  を介して SQUID に磁場  $\Phi_{\rm fb}$  とフィードバックされる。FLL 回路のループゲインは

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{GA(\omega)}{R_{\rm fb}} \frac{M_{\rm fb}}{\Phi_0}$$
(2.123)

となる。フィードバックにより実際に SQUID に入力される磁場は

$$(\Phi_{\rm in} - \Phi_{\rm fb}) = \frac{\Phi_{\rm in}}{1 + \mathcal{L}(\omega)}$$
(2.124)

となる。また、FLL の電流電圧換算係数は

$$\Xi = \frac{V_{\text{out}}}{I_{\text{In}}} = \frac{\mathcal{L}(\omega)}{\mathcal{L}(\omega)} \frac{M_{\text{in}}}{M_{\text{fb}}} R_{\text{fb}} \sim \frac{M_{\text{in}}}{M_{\text{fb}}} R_{\text{fb}} \quad (\mathcal{L}(\omega) >> 1)$$
(2.125)

となる。 $\Xi$ は相互インダクタンスと $R_{\rm fb}$ によってのみ決まることになる。

#### 2.7.7 スルーレート

SQUID で読み出すことのできる最大電流と帯域の積でスルーレ-トを

$$SR = \pi f I_{\text{max}} = 31.4 \left( \frac{f}{100 \ kHz} \right) \left( \frac{I_{\text{max}}}{100 \mu \text{A}} \right) \quad \text{A/s}$$

$$(2.126)$$

と定義する。 f と I<sub>max</sub> は、周波数とその周波数における SQUID 最大入力電流 (peak to peak)を表す。SQUID 最 大入力電流とは FLL で読み出すことの出来る最大電流のことである。

最大入力電流  $I_{\text{max}}$  は SQUID が磁場に対して周期応答をすることから制限される。SQUID は周期  $\Phi_0$  の関数であ り、入力と出力の関係を 1 価にするために、入力磁束は  $-\frac{1}{4}\Phi_0 < \Phi < \frac{1}{4}$  の範囲に限られる。FLL によって SQUID の最大入力磁束は  $(1+\mathcal{L})$  倍になることを考慮すれば、最大入力電流  $I_{\text{max}}$  は、

$$I_{max}M_{\rm in} < (1 + \mathcal{L}(\omega))\frac{\Phi_0}{2} \tag{2.127}$$

となる。ここで $M_{\rm in}$ はSQUIDの入力コイルの相互インダクタンスである。

 $\mathcal{L}(\omega)$ の帯域が広い程スルーレートは大きくなるが、FLL の発振条件から  $\mathcal{L}(\omega)$ には制限がつく。 $\mathcal{L}(\omega)=1$ となる 周波数 B で位相が 180 度以上回ると FLL は発振する (バルクハウゼンの発振条件)。スルーレートを大きくするため には、発振をおこすことなく B をできるだけ大きくすることが求められる。

# 第3章

# TES 型カロリメータの信号多重化

次世代のX線天文衛星用の精密分光器としては、~1000 画素のアレイ化が強く要求されている。その鍵を握る技術の一つが信号多重化 (multiplex) である。TES カロリメータの読み出しに使用する SQUID は低ノイズ、低インピーダンス、低消費電力、広帯域 (~GHz) という特徴を持つ。SQUID の帯域は TES の信号帯域 (~数 10 kHz) に較べて非常に広く、この広周波帯域を利用することで信号の多重化が可能となる。TES 型カロリメータの信号多重化についてはいくつかの方法が提案されており、現在数素子のレベルで研究開発が進められつつある。本章ではこれらについて説明し、そのトレードオフを論じる。また、周波数分割方式の信号多重化の原理について説明する。なお、信号多重化に関しては Irwin (2002) 等のレビュー論文がある。

# 3.1 多素子読み出しの方式

### 3.1.1 単純加算方式

信号多重化の方法としてもっとも単純な方式が単純加算方式である。これは図 3.1 のようにカロリメータを並列に つなぎ、それぞれの素子からの電流を加算してひとつの SQUID で読むという方式である。そのため冷凍機内部から 常温に引き出す配線数は格段に減らすことが出来る。この方式は、複数のカロリメータ素子に対して SQUID を含め た読み出し系の回路はひとつでよく、また、カロリメータを駆動する回路内にも基本的にはカロリメータ素子以外 は余計な素子を必要としないという点で優れている。しかしながら、この方法ではすべてのカロリメータのノイズ (ジョンソンノイズ) も加算してしまうため、加算する素子数 N に対してノイズレベルが  $\sqrt{N}$  に比例して増加すると いう欠点がある。そのため、特に多数の素子を同時に読み出す場合には現実的ではない。また、素子の識別を行なう には二つの SQUID で読み出すか、X 線パルスの時定数に違いを持たせる等の工夫が必要になる。



図 3.1 単純加算方式の概念図

#### 3.1.2 時分割方式

時分割方式 (TDM: Time-Division Multiplexing) は、SQUID を順次オンオフ (それぞれ臨界状態と超伝導状態 に対応する) することによって時間を区切って複数のカロリメータの信号を読み出す方法である (Chervenak et al. 1999, 2000; de Korte et al. 2003)。概念図を図 3.2 に示す。この図で、n 個の SQUID のうち、オン状態になってい るのは一つだけである。SQUID のスイッチングを X 線パルスの時定数よりも十分速く行なえば、すべての素子の信 号を読み出すことができる。

この方法では、カロリメータ自身は通常の直流バイアス状態が維持される。また、オフ状態 (超伝導状態)の SQUID につながったカロリメータのノイズは加算されない。ただしスイッチングを行なう SQUID のノイズは加算されるため、低ノイズの SQUID が要求される。また、SQUID の高速スイッチング回路 (~ MHz) やオンオフされた SQUID のフィードバック (磁束固定ループ) 回路が必要になり、回路構成は複雑になる。

SQUID のオンオフによる時分割方式は米国 NIST のグループによって提案され、現在も NIST で開発が続けられ ている。これまでに 8 素子と 32 素子の SQUID マルチプレクサが製作されており、8 素子加算で 5 keV 相当の熱パ ルスに対して 6.7 eV (Reintsema et al. 2003)、実際のカロリメータを読み出した場合で 20 eV 程度のエネルギー分 解能が報告されている。

channels



図 3.2 時分割方式の概念図

#### 3.1.3 周波数分割方式

周波数分割方式 (FDM: Frequency-Division Multiplexing) は、複数のカロリメータを異なる周波数で交流駆動す ることにより素子ごとに異なる周波数変調をかけ、それらの信号を加算してひとつの SQUID で読み出す方式である (3.3)。加算された信号は、室温においてそれぞれの駆動周波数で復調し、それぞれの素子からの信号を取り出す。変 調は X 線パルスの時定数よりも十分高速である必要があり、信号帯域や加算数にもよるが時分割方式と同様数百 kHz から MHz 程度の周波数が必要である。

周波数分割方式では、交流でカロリメータをバイアスするために、カロリメータ毎に変調周波数に調整したバンド パスフィルタを構成する必要があるが、これによりカロリメータのジョンソンノイズが加算されることも防ぐことが

24



図 3.3 周波数分割方式の概念図

できる。また、SQUID は一つですむので時分割方式のように SQUID ノイズが加算されることはない。また、時分 割方式に比べて回路構成も単純である。欠点としては、バイアス電流(搬送波)の振幅がカロリメータの信号よりも大 きく、それがさらに加算されるために、SQUID に非常に大きなスルーレートとダイナミックレンジが要求されるこ とである。また、TES カロリメータの交流特性についてはこれまであまり調べられておらず、今後の研究が必要であ る。コンパクトで μF 以上の大きな容量を持つコンデンサの製作も重要な課題である。

周波数分割方式については、信号の加算方法によってさらに、以下の電流加算方式、電圧加算方式、磁場加算方式 の3つに分類できる。

#### 電流加算方式

電流加算方式は、上述の単純加算方式を発展させたもので、それぞれのカロリメータの電流出力を加算する。図 3.4 のように読み出す素子の数と同じ数の交流周波数( $\omega_1,...\omega_N$ )を出力する電流源を用意しカロリメータと直列にコン デンサを並べたものを並列につなぐ。それぞれのコンデンサの容量は、入力コイルのインダクタンスとで決まるバン ドパスフィルタの共振周波数が( $\omega_1,...\omega_N$ )となるように調整する。これにより、それぞれのカロリメータ素子は $\omega_1$ から  $\omega_N$ の異なる周波数で交流駆動され、電流出力として加算された出力をひとつの SQUID で読む。

この方法は回路構成がもっとも単純であるが、加算点のインピーダンスが 0 でないために、SQUID の入力コイル にいかずに直接他の素子に行ってしまう電流が存在する。そのために、入力コイル側のインピーダンスを調整したり (例えば Baars et al. 2004)、搬送波を反転したものを加算点に入力して搬送波を除去する方法 (例えば Lanting et al. 2003)等が提案されている。現在、オランダ宇宙研究機関 SRON を中心とするグループや、カリフォルニア大バーク レイ校 (UCB)のグループによって開発が進められている。SRON のグループからは 500 kHz でカロリメータを駆動 したことが (例えば Baars et al. 2004)、UCB のグループからは 671 kHz と 735 kHz で同時読み出しを行なったこ とやインダクタンス 40  $\mu$ H、容量 ~nF の *LC* フィルタチップを製作したこと (Lanting et al. 2004)等が報告されて いる。

#### 電圧加算方式(加算ループ方式)

電圧加算方式は加算ループと呼ばれる超伝導のインダクタンスループを利用して、それぞれのカロリメータの電流 出力を電圧に変換して加算する方法である。図 3.5 に概念図を示す。各カロリメータの信号は入力コイルを通して磁



図 3.4 電流加算方式の概念図

気的に加算ループに伝達され、電圧的に加算される。加算ループはさらに磁気的に結合した SQUID に信号を伝達 する。SQUID の出力は SQUID ではなく加算ループに戻すことによってフィードバック (磁束固定ループ)を実現 する。



図 3.5 電圧加算方式の概念図

この方法は UCB とローレンスリバモア研究所 (LLNL) のグループによって開発が進められており、ガンマ線用の TES カロリメータで分解能を劣化させることなく 2 素子加算に成功したことが報告されている (Cunningham et al. 2002)。

#### 磁場加算方式

磁場加算方式は、多入力 SQUID と呼ばれる一つの SQUID ワッシャーに複数の入力コイルを結合させた SQUID を用いることで複数のカロリメータからの信号を読み出すというものである。図 3.6 のように同時に読み出すカロ リメータごとに駆動回路を用意し、それぞれの回路の入力コイルを多入力 SQUID に磁気的につなぐ。それぞれの カロリメータからの電流出力は多入力 SQUID で磁場として加算され読み出される。多入力 SQUID という特殊な SQUID が必要になるが、部品点数としては多くなるわけではなく、回路構成としては単純である。ただし、多入力 SQUID を用いる場合は、SQUID の空間的配置の制約により結合できる素子数に限界がある。



図 3.6 磁場加算方式の概念図

磁気加算という方法は我々のグループが提案したものであり、セイコーインスツルメンツ社と共同で4入力 SQUID の開発も行なった (Mitsuda et al., 1999)。現状の4入力 SQUID はスルーレートの制約が厳しいが、CABBAGE と 呼ばれるブリッジ回路を応用して搬送波を除去することで、矩形波駆動による2素子加算、正弦波駆動による2素子 加算 (Miyazaki, 2001; Iyomoto et al., 2003) に成功している。

本研究ではこの磁気加算方式をさらに押し進め、磁気加算によるより一般的な (CABBAGE を用いない) 信号多重 化を目指している。

# 3.2 周波数分割マルチプレクスの原理

この節では、本研究で行なった周波数分割マルチプレクスを行なう上で必要となるカロリメータの交流駆動の原理 について説明する。

#### 3.2.1 準備

時間の関数 f(t) のフーリエ変換  $\hat{f}(\omega)$  は

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt = Ff(t)$$
(3.1)

で定義される。 $f(t)\cos(at)$ のフーリエ変換は

$$F\{f(t)\cos(at)\} = \frac{1}{2}F\{f(t)(e^{iat} + e^{-iat})\} = \frac{1}{2}\hat{f}(\omega - a) + \frac{1}{2}\hat{f}(\omega + a)$$
(3.2)

となる。ここで

$$Ff(t)e^{iat} = \hat{f}(\omega - a) \tag{3.3}$$

であることを用いた。

また、時間 t におけるカロリメータの抵抗値を

$$R(t) = R_0 + \Delta R(t) \tag{3.4}$$

と定義する。ここで  $R_0$  は X 線の入射していない定常状態での動作抵抗、 $\Delta R(t)$  は X 線入射による時間 t における抵抗変化である。X 線の入射エネルギーは十分に小さく  $R_0 >> \Delta R(t)$  が成り立つとする。

#### 3.2.2 カロリメータの交流駆動の原理

通常、TES 型カロリメータは図 3.7 左のような直流定電圧バイアス回路で駆動する。この場合バイアス電流  $I_{\rm in}(t)$ は

$$I_{\rm in}(t) = I_0 \tag{3.5}$$

である。シャント抵抗  $R_{\rm s}$  はカロリメータの抵抗値  $R_{\rm TES}$  に比べて十分に小さいのでカロリメータは定電圧  $V_0$  でバ イアスされていると考えて良い。よって定常状態での TES のジュール発熱  $P_{\rm b}(t)$  は

$$P_{\rm b}(t) = \frac{V_0^2}{R_0} = P_0 \tag{3.6}$$

となる。

出力電流  $I_{\text{out}}(t)$  は

$$I_{\rm out}(t) = \frac{V_0}{R(t)} \tag{3.7}$$

となる。これをフーリエ変換すると

$$\hat{I_{\text{out}}}(\omega) = V_0 \times F\left\{\frac{1}{R(\omega)}\right\}$$
(3.8)

を得る。

式 3.4 より

$$\frac{1}{R(t)} = \frac{1}{R_0 + \Delta R(t)}$$
(3.9)

$$\simeq \frac{1}{R_0} \left( 1 - \frac{\Delta R(t)}{R_0} \right) \tag{3.10}$$

を得る。左辺のフーリエ変換は

$$F\left\{\frac{1}{R(\omega)}\right\} \simeq F\left\{\frac{1}{R_0\left(1 - \frac{R_0}{\Delta R(t)}\right)}\right\} = \frac{1}{R_0}\delta(\omega) - \frac{\hat{\Delta R}(\omega)}{R_0^2}$$
(3.11)

である。よって式 3.7 は

$$\hat{I_{\text{out}}}(\omega) = \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega)$$
(3.12)

と書ける。よってカロリメータを直流駆動した時のパワースペクトルは図 3.8 のように  $\omega = 0$  のまわりに分布する。 次に図 3.7 右のような交流定電圧バイアス回路で駆動して出力を変調する場合を考える。この場合、バイアス電流  $I_{in}(t)$  は

$$I_{\rm in}(t) = \sqrt{2I_0 \cos(\omega_0 t + \theta)} \tag{3.13}$$

である。この時、定常状態での TES のジュール発熱  $P_{\rm b}(t)$  は

$$P_{\rm b}(t) = \frac{2V_0^2}{R_0} \cos^2(\omega_0 t\theta)$$
(3.14)

となる。ジュール発熱の時間平均は

$$\bar{P}_{\rm b}(t) = \frac{V_0^2}{R_0} = P_0 \tag{3.15}$$



図 3.7 左: 直流定電圧バイアス回路。右: 交流定電圧バイアス回路



図 3.8 直流駆動時のパワースペクトル。信号は $\omega = 0$ のまわりに分布する。

となり、直流定電圧バイアスのジュール発熱、式 3.6 に一致する。つまり、交流バイアス電流の実効値を直流バイア ス電流 *I*<sub>0</sub> と等しくすれば、直流バイアス時と同じ動作抵抗で TES を駆動できる。

出力電流  $I_{\text{out}}(t)$  は

$$I_{\text{out}}(t) = \frac{\sqrt{2V_0 \cos(\omega_0 t + \theta)}}{R(t)}$$

$$(3.16)$$

29

となる。これをフーリエ変換すると

$$\hat{I_{\text{out}}}(\omega) = \sqrt{2} \left[ \frac{e^{i\theta}}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega - \omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega - \omega_0) \right\} + \frac{e^{-i\theta}}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega + \omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega + \omega_0) \right\} \right]$$
(3.17)

となる。よってカロリメータを周波数  $\omega_0$  で交流駆動した時のパワースペクトルは図 3.9 のように  $f = \pm \omega_0$  のまわり に分布する。式 3.12 と式 3.17 から、これは直流駆動時の式 3.12 の  $\omega = 0$  のまわりの成分を  $f = \pm \omega_0$  のまわりに分割したものになっているのがわかる。ただし、入力電流が  $I_{in}(t) = \sqrt{2}I_0 \cos(\omega_0 t + \theta)$  であるために、パワースペクトルは直流駆動時の  $\sqrt{2}$  倍したものになる。

式 3.16 の交流駆動時の  $\omega_0$  で変調された出力から X 線信号 R(t) を取り出すには変調周波数  $\omega_0$  での復調を行なう。 本実験では変調された出力に 90 度位相のずれた 2 つの参照信号  $\sqrt{2}\cos(\omega_0 t)$ 、  $\sqrt{2}\sin(\omega_0 t)$  を乗算したものの自乗和



図 3.9 交流駆動時のパワースペクトル。信号は  $\omega = \pm \omega_0$ のまわりに分布する。

をとることでもとの X 線信号 R(t) を取り出す。これにより変調された信号と参照信号との位相調整を行なう必要がなくなる。式 3.16 に  $\sqrt{2}\cos(\omega_0 t)$ 、  $\sqrt{2}\sin(\omega_0 t)$  を乗算した

$$I_{\text{out}}^{\cos}(t) = \frac{\sqrt{2}V_0\cos(\omega_0 t + \theta)}{R(t)}\sqrt{2}\cos(\omega_0 t)$$
(3.18)

$$I_{\text{out}}^{sin}(t) = \frac{\sqrt{2}V_0 \cos(\omega_0 t + \theta)}{R(t)} \sqrt{2} \sin(\omega_0 t)$$
(3.19)

をフーリエ変換すると

$$I_{\text{out}}^{\hat{c}os}(\omega) = \cos\theta \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega) \right\} + \frac{e^{i\theta}}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega - 2\omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega - 2\omega_0) \right\} + \frac{e^{-i\theta}}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega + 2\omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega + 2\omega_0) \right\}$$
(3.20)

$$\begin{split} I_{\text{out}}^{\hat{sin}}(\omega) &= \sin \theta \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega) \right\} \\ &+ \frac{e^{i\theta}}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega - 2\omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega - 2\omega_0) \right\} \\ &- \frac{e^{-i\theta}}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega + 2\omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega + 2\omega_0) \right\} \end{split}$$
(3.21)

を得る。 $\theta = 0$ 時の式 3.20 のパワースペクトルは図 3.10 のように、これは直流駆動時の式 3.12 の  $\omega = 0$  のまわりの 成分を、 $\omega = 0$  のまわりに  $\frac{1}{2}$ 、 $\omega = \pm 2\omega_0$  のまわりに  $\frac{1}{4}$  ずつ分割したものになっている。式 3.20、3.21 についてロー パスフィルタをかけて  $\omega = 0$  成分(第1項目)のみを取り出して、自乗和をとると

$$\hat{I_{\text{out}}}(\omega) = \frac{V_0}{R_0}\delta(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2}\hat{\Delta R}(\omega)$$
(3.22)

を得る。これはまさにカロリメータを直流駆動した時の式 3.12 に等しい。

3.2.3 カロリメータの交流駆動でのノイズ

図 3.11 はカロリメータを定電圧バイアスで駆動する時のノイズの等価回路である。R、V、 $R_{in}$  はそれぞれ TES の抵抗、駆動電圧、電流計の入力インピーダンスであり、A は読み出し回路のゲインである。また、ここで考えるノイズ源としてr、 $i_{R}$ 、 $i_{A}$  があり、r は、フォノンノイズなどの TES の抵抗値の揺らぎとして現れるノイズを表し、


図 3.10 交流駆動により変調された信号を復調した時のパワースペクトル。信号は  $\omega = \pm 2\omega_0 = 0$  の他に、  $\omega = \pm 2\omega_0$ のまわりにも分布する。

 $R_0 >> |\Delta R(t)| >> |r(t)|$ を満たすとする。 $i_{
m R}$ は例えば TES のジョンソンノイズなどの電流性ノイズ、 $i_{
m A}$ は読み出し回路の電流換算ノイズを表す。

まずはじめに図 3.11 の回路でカロリメータを直流駆動する場合を考える。駆動電圧が $V_{
m in}(t)=V_0$ の時、出力電流は

$$I_{\rm out}(t) = \frac{V_0}{R(t) + r(t)} + i_{\rm R}(t) + i_{\rm A}(t)$$
(3.23)

$$\simeq \frac{V_0}{R_0} \left\{ 1 - \frac{\Delta R(t) + r(t)}{R_0} \right\} + i_{\rm R}(t) + i_{\rm A}(t)$$
(3.24)

式 3.11 より、式 3.23 のフーリエ変換は

$$\hat{I_{\text{out}}}(\omega) \simeq \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{r}(\omega) + \hat{i_{\text{R}}}(\omega) + \hat{i_{\text{A}}}(\omega)$$
(3.25)

となる。はじめの2項はX線信号を表しており、信号のパワースペクトル密度は

$$\hat{i_{\rm S}}^2(\omega) = \frac{V_0^2}{R_0^4} \hat{\Delta R}^2(\omega)$$
(3.26)

である。あとの3項はノイズを表す項で、そのノイズパワースペクトル密度は

$$\hat{i_{N}}^{2}(\omega) = \hat{i_{N1}}^{2}(\omega) + \hat{i_{N2}}^{2}(\omega)$$
(3.27)

である。ここで

$$\hat{i_{N1}}^{2}(\omega) = \frac{V_{0}^{2}}{R_{0}^{4}}\hat{r}^{2}(\omega)$$
(3.28)

で、

$$\hat{i_{N2}}^{2}(\omega) = \hat{i_{R}}^{2}(\omega) + \hat{i_{A}}^{2}(\omega)$$
 (3.29)

である。 $\hat{i_{N1}}^2(\omega)$ 、は TES の抵抗の揺らぎ r に起因するノイズ、 $\hat{i_{N2}}^2(\omega)$  はジョンソンノイズ、読み出し系ノイズを表す。

よって、直流駆動の場合のS/N比は、 $(S/N)_1 \equiv \frac{i_S}{i_{N1}}$ 、 $(S/N)_2 \equiv \frac{i_S}{i_{N2}}$ と定義すると

$$(S/N)_1^2 = \frac{\hat{\Delta R}^2(\omega)}{\hat{r}^2(\omega)} \tag{3.30}$$

$$(S/N)_{2}^{2} = \frac{V_{0}^{2}}{R_{0}^{4}} \frac{\hat{\Delta R}^{2}(\omega)}{\hat{i_{\mathrm{R}}}^{2}(\omega) + \hat{i_{\mathrm{A}}}^{2}(\omega)}$$
(3.31)

となる。

次に図 3.11の回路でカロリメータをで交流駆動する場合を考える。駆動電圧は

$$V_{\rm in}(t) = \sqrt{2V_0 \cos(\omega_0 t)} \tag{3.32}$$

である。簡単のためここでは変調信号と参照信号の位相差 θ は考えない。この時の出力電流は

$$I_{\rm out}(t) = \frac{\sqrt{2V_0 \cos(\omega_0 t)}}{R(t) + r(t)} + i_{\rm R}(t) + i_{\rm A}(t)$$
(3.33)

$$\simeq \frac{\sqrt{2}V_0 \cos(\omega_0 t)}{R_0} \left\{ 1 - \frac{\Delta R(t) + r(t)}{R_0} \right\} + i_{\rm R}(t) + i_{\rm A}(t)$$
(3.34)

これをフーリエ変換して周波数空間で表すと

$$\hat{I_{\text{out}}}(\omega) = \sqrt{2} \left[ \frac{1}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega - \omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega - \omega_0) \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega + \omega_0) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega + \omega_0) \right\} \right] \\ -\sqrt{2} \left[ \frac{1}{2} \frac{V_0}{R_0^2} \hat{r}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{V_0}{R_0^2} \hat{r}(\omega + \omega_0) \right] + \hat{i_R}(\omega) + \hat{i_A}(\omega) \quad (3.35)$$

となる。式 3.33を  $\sqrt{2}\cos(\omega_0 t)$  で復調し、 $\omega = \pm 2\omega_0$ のまわりの成分をローパスフィルタで除去すると

$$I_{\text{out}}^{\hat{c}os}(\omega) = \left\{ \frac{V_0}{R_0} \delta(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega) - \frac{V_0}{R_0^2} \hat{\Delta R}(\omega) \right\} + \frac{\sqrt{2}}{2} \left\{ \hat{i_R}(\omega - \omega_0) + \hat{i_R}(\omega + \omega_0) + \hat{i_A}(\omega - \omega_0) + \hat{i_A}(\omega + \omega_0) + \hat{i_A}(\omega - \omega_0) + \hat{$$

を得る。

よって、信号のパワースペクトル密度は

$$\hat{i_{\rm S}}^2(\omega) = \frac{V_0^2}{R_0^4} \hat{\Delta R}^2(\omega)$$
(3.37)

である。ノイズパワースペクトル密度は

$$\hat{i_N}^2(\omega) = \hat{i_{N1}}^2(\omega) + \hat{i_{N2}}^2(\omega)$$
 (3.38)

である。ここで

$$\hat{i_{N1}}^{2}(\omega) = \frac{V_{0}^{2}}{R_{0}^{4}}\hat{r}^{2}(\omega)$$
(3.39)

で、

$$\hat{i_{N2}}^{2}(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \hat{i_{R}}^{2}(\omega - \omega_{0}) + \hat{i_{R}}^{2}(\omega + \omega_{0}) + \hat{i_{A}}^{2}(\omega - \omega_{0}) + \hat{i_{A}}^{2}(\omega + \omega_{0}) \right\}$$
(3.40)

である。先ほどと同様、 $\hat{i_{N1}}^2(\omega)$ 、は TES の抵抗の揺らぎ r に起因するノイズ、 $\hat{i_{N2}}^2(\omega)$  はジョンソンノイズ、読み出し系ノイズを表す。

ここで、信号の帯域を $\omega_s$ とした時に、 $-\omega_s \le \omega \le \omega_s$ の範囲内で $\hat{i_R}^2(\omega - \omega_0)$ 、 $\hat{i_R}^2(\omega + \omega_0)$ が一定だとみなせるとすると、式 3.40 は

$$\hat{i_{N2}}^{2}(\omega) = \hat{i_{R}}^{2}(\omega_{0}) + \hat{i_{A}}^{2}(\omega_{0})$$
(3.41)

と書ける。

よって、交流駆動の場合のS/N比は

$$(S/N)_1^2 = \frac{\hat{\Delta R}^2(\omega)}{\hat{r}^2(\omega)} \tag{3.42}$$

$$(S/N)_{2}^{2} = \frac{V_{0}^{2}}{R_{0}^{4}} \frac{\Delta \tilde{R}^{2}(\omega)}{\hat{i}_{R}^{2}(\omega) + \hat{i}_{A}^{2}(\omega)}$$
(3.43)

となる。

式 3.30、式 3.31 と式 3.43、式 3.43 を比較すると、TES の抵抗値 r に起因するノイズに関しては、直流駆動と交流 駆動で違いはないのがわかる。電流性ノイズに関しては、直流駆動時には  $\omega = 0$  付近のノイズレベル、交流駆動時に は  $\omega = \omega_0$  付近のノイズレベルで S/N 比が決まることになる。



図 3.11 定電圧バイアス回路でのノイズの等価回路

なお、ω<sub>0</sub> で信号に変調をかけた時の出力電流の周波数空間での式、3.35 を見るとわかる通り、ジョンンソンノイズ は変調を受けない。また、ジョンソンノイズはホワイトノイズである。そのため多素子からの信号を加算する場合は ジョンソンノイズを加算しないように、各素子の定電圧バイアス回路にバンドパスフィルタを入れる必要がある。

## 3.3 浮遊インピーダンス、クロストークによる ETF への影響の定式化

多素子同時読みだしを行なう際に問題となりうるのが、他の素子の配線やフィルタのコイルなどの干渉による浮遊 インピーダンス、他の素子のバイアスの混入によるクロストークである。これらは電熱フィードバックの安定性、強 さやエネルギー分解能に影響を及ぼす可能性がある。信号の加算方法、フィードバック方式により浮遊インピーダン スやクロストークが異なる場合、安定性やエネルギー分解能に影響の少ない方式を採用するのが望ましい。以下では 浮遊インピーダンスやクロストークが ETF に及ぼす影響を考察し、定式化を行う。なお以下ではシャント抵抗は考 えず、TES やバンドパスフィルタは理想的な定電圧バイアスで駆動されていると考える。

#### 3.3.1 浮遊インピーダンスによる ETF への影響

図 3.12 左のように、浮遊インピーダンス  $Z_c$  が TES と直列に入った場合の影響を考える。 $Z_c$  を入れる前の TES



図 3.12 左: 浮遊インピーダンスの存在する回路。右: ETF のフィードバックのダイアグラム

の抵抗を $R_0$ 、電流を $I_0$ 、定電圧バイアスを $V_0$ とし、 $Z_c$ を入れたあとの TES の抵抗、電流、電圧をR、I、Vとお

く。*Z*<sub>c</sub>の存在により、

$$I = \frac{1}{R + Z_{\rm c}} V_0 = \frac{1}{1 + p} \frac{V_0}{R}$$
(3.44)

$$V = \frac{R}{R + Z_{\rm c}} V_0 = \frac{1}{1 + p} V_0 \tag{3.45}$$

となる。ただし、 $p = Z_c/R$ とおいた。TES の動作点(動作抵抗)はジュール発熱とのバランスで決まる。ジュール発熱  $P_0$ は熱伝導度と熱浴温度で決まるため、浮遊インピーダンスによらず一定である。つまり  $|P| = \frac{V_0^2}{R} \left| \frac{1}{1+p} \right|^2 = P_0$ から、

$$R = \left|\frac{1}{1+p}\right|^2 R_0 \tag{3.46}$$

$$I = (1 + \bar{p}) I_0 \tag{3.47}$$

が得られる。ただし、 $\bar{p}$ は p の複素共役である。さらに、p が R の関数である (dp/dR = -p/R) ことに注意しつつ 計算すると、

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{P_0}{R} \frac{1-p\bar{p}}{|1+p|^2} = -\frac{P_0}{R_0}(1-p\bar{p})$$
(3.48)

$$\mathcal{L}_{\rm ETF} = \frac{\alpha P_0}{GT} \frac{1 - p\bar{p}}{|1 + p|^2} = \mathcal{L}_{\rm ETF,0} \frac{1 - p\bar{p}}{|1 + p|^2}$$
(3.49)

$$A = \frac{\mathcal{L}_{\text{ETF},0}}{V_0} \ \frac{1+\bar{p}}{1+p} = A_0 \ \frac{1+\bar{p}}{1+p}$$
(3.50)

$$b = -V_0 \ \frac{1 - p\bar{p}}{(1 + \bar{p})^2} = b_0 \ \frac{1 - p\bar{p}}{(1 + \bar{p})^2}$$
(3.51)

が得られる。ここで、 $\mathcal{L}_{\text{ETF}}$ 、A、bはそれぞれ電熱フィードバックに関係するループゲイン、図 3.12 右のフィード バックダイアグラムに関するゲイン、フィードバックである。0 がついている記号は  $Z_c$  がない場合の値を示す。ETF が安定にかかるのは dP/dR < 0 であるから、 $p\bar{p} > 1$  で ETF が不安定になることがわかる。エネルギー分解能に関 しては以下のことがいえる。フォノンノイズとジョンソンノイズの (受けるゲインの) 比は A に比例するため、 $Z_c$  に よって変わらない。SQUID で読み出す電流は  $A/(1 + \mathcal{L}_{\text{ETF}})$  に比例するため、 $\mathcal{L}$  が小さくなる分大きくなる。一見 S/N 比が良くなりそうだが、実際には  $\alpha$  の変化や、TES の動作点が最適バイアス値からずれることを考慮しなくて はならない。

#### 3.3.2 クロストークによる ETF への影響

周波数  $f_1$  で駆動している TES のバイアス回路に周波数  $f_2$  の電流が入った場合の影響を考える。クロストークの 影響は周波数  $f_2$  の電流によっても TES のジュール発熱が起こることによる。周波数  $f_1$  の電流を  $I_1$ 、クロストーク による周波数  $f_2$  の電流を  $I_{2,X}$  とおく。TES のジュール発熱は、

$$P = R \overline{(I_1 + I_{2,X})^2} = R (I_{1\text{rms}}^2 + I_{2,\text{Xrms}}^2) = R I_{1\text{rms}}^2 (1 + q^2) = P_0$$
(3.52)

と計算される。ここで、 $I_{2,X}/I_1 = q$ とおいた。電源は周波数  $f_1$ をもち、 $V = RI_1$ より、

$$R = R_0 \ (1+q^2) \tag{3.53}$$

$$I_1 = I_0 \ \frac{1}{1+q^2} \tag{3.54}$$

3.4. 電流と磁場による浮遊インピーダンス、クロストーク

 $I_{2,X}$  が R によらないと仮定する。先ほどと同様 q が R の関数 (dq/dR = q/R) であり、

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{P_0}{R} \frac{1-q^2}{1+q^2}$$
(3.55)

$$\mathcal{L}_{\rm ETF} = \frac{\alpha P_0}{GT} \, \frac{1-q^2}{1+q^2} = \mathcal{L}_{\rm ETF,0} \, \frac{1-q^2}{1+q^2} \tag{3.56}$$

$$A = \frac{\mathcal{L}_{\text{ETF},0}}{V_0} \frac{1}{1+q^2} = A_0 \frac{1}{1+q^2}$$
(3.57)

$$b = -V_0 (1 - q^2) = b_0 (1 - q^2)$$
(3.58)

が得られる。 $q^2 < 1$  である限り、安定にフィードバックがかかることが分かる。エネルギー分解能に関しては、  $1 + q^2$  倍だけジョンソンノイズの寄与が大きくなる。SQUID で読み出す電流は  $\mathcal{L} \gg 1$  では 1/b に比例するため大 きくなる。なお、クロストークがある場合 TES を流れる電流波形  $I_{\text{TES}}$  は以下のようになる。 $f_2 = f_1 + \Delta f$  とおき、  $\Delta f \ll f_1$  とする。すると、

$$I_{\text{TES}} = I_1 \cos(2\pi f_1 t) + I_{2,X} \cos(2\pi f_2 t)$$
(3.59)

$$= (I_1 - I_{2,X})\cos(2\pi f_1 t) + 2I_{2,X}\cos\left(2\pi \left(f_1 + \frac{\Delta f}{2}\right)t\right)\cos\left(2\pi \frac{\Delta f}{2}t\right)$$
(3.60)

と計算される。f1より十分遅い周波数で見た場合

$$I_{\text{TES}} = (I_1 - I_2) + 2I_{2,X} \cos\left(2\pi \frac{\Delta f}{2}t\right)$$
(3.61)

の波形が得られ、周波数  $\Delta f/2$  の成分が現れる。

## 3.4 電流と磁場による浮遊インピーダンス、クロストーク

§ 3.3 での定式化をもとに、電流、磁場による浮遊インピーダンス、クロストークを見積もり、加算方式による違い を述べる。TES は駆動周波数  $f_i$  (i = 1, 2, ...) で駆動され、LC フィルタをそれぞれの TES について直列につなげた 回路を考える。それぞれのポールは  $f_i = 1/(2\pi\sqrt{LC_i})$  であり、フィルタのバンド幅は  $B = R/(2\pi L)$  と表せる。

#### 3.4.1 電流の場合

電流を加算する場合のパラメータ p を見積もる。これは電流加算方式のみに生ずる問題である。図 3.12 のように TES からの信号を電流にて加算し、一つの SQUID で読み出す回路を考える。SQUID (およびその周りの配線)の インピーダンスが共通のインピーダンスとなるため、浮遊インピーダンス Z<sub>c</sub> を生じる。他の TES やフィルタのイ



図 3.13 電流を加算する場合の回路図

ンピーダンス  $Z_{\text{other}}$  も  $Z_{\text{c}}$ と並列に存在するが、 $Z_{\text{c}} \ll R_{\text{TES}} \ll Z_{\text{other}}$ であるためここでは  $Z_{\text{c}}$ のみを考える。寄生

抵抗がない場合、 $Z_c$ のほとんどは SQUID と配線のインダクタンス  $L_c$ である。従って  $Z_c = 2\pi i f L_c$ と書ける場合、 パラメータ p は注目する TES の駆動周波数を  $f_1$  とすると LC フィルタのバンド幅 B を用いて

$$p = 2\pi i f_1 \frac{L_c}{R} = i \frac{f}{B} \frac{L_c}{L}$$
(3.62)

となり、 $L_{\rm c}/L \sim$ 数%、 $B \sim 10 {\rm kHz}$ に対して、 $f_1 \sim 0.1 {\rm MHz}$ 程度から影響が無視できなくなる。

この一つの解決方法は  $L_c$  と直列にコンデンサ  $C_c$  を入れ、共振周波数  $f_c$  を TES の駆動周波数  $f_1$  と等しく設定することである。この場合周波数  $f_1$  での  $Z_c$  は 0 となる。他の周波数  $f_i = f_c + \Delta f \equiv f_c + mB$  で駆動する TES にとっては共通インピーダンスが残り、

$$p = \frac{2\pi i \Delta f L_{\rm c}}{R} = i \frac{\Delta f}{B} \frac{L_{\rm c}}{L} = im \left(\frac{L_{\rm c}}{L}\right)$$
(3.63)

となる。共通インピーダンスの影響は TES の駆動周波数を離すほど顕著になる性質をもつ。

次にパラメータ q を見積もる。注目する TES の駆動周波数を  $f_1$ 、クロストーク混入元の駆動周波数を  $f_2 = f_1 + \Delta f_1 = f + nB$  とする。共通インピーダンス の共振周波数を  $f_c = f_2 + mB$  とすると、 $Z_c = 4\pi i mBL_c$  となる。注目する TES(とフィルタ) の  $f = f_2$  におけるインピーダンス  $Z(f_2)$  は

$$Z(f_2) = R_{\text{TES}} + 2\pi i f_2 L \left( 1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right) \right) \simeq 4\pi i \Delta f L = 4\pi i n B L$$
(3.64)

となる。このとき、パラメータqは

$$q = \frac{Z_{\rm c}(f_2)}{Z_{\rm c}(f_2) + Z(f_2)} \simeq \frac{Z_{\rm c}(f_2)}{Z(f_2)} = \frac{m}{n} \frac{L}{L_{\rm c}}$$
(3.65)

と計算される。ここで  $I_1 \sim I_2$  の近似を用いた。したがってクロストークの影響は n が小さいほど(すなわち  $f_1$  と  $f_2$  が近いほど) m が大きいほど(すなわち  $f_c$  と  $f_1$  が離れているほど)大きくなる。 $f_1$  あるいは  $f_2$  を  $Z_c$  を考慮した共振周波数とした場合もクロストークがなくなるわけではない。

#### 3.4.2 磁場の場合

コイル同士の磁気結合によるパラメータ q を見積もる。これは電流加算方式、電圧加算方式、磁場加算方式の共通 の問題である。f<sub>1</sub> で駆動する TES の回路系と、f<sub>2</sub> で駆動する回路系がある場所でコイル L を介して相互インダク タンス M<sub>12</sub> で結合しているとする。具体的には、LC フィルタが近接して置かれている、加算ループのセンサーコイ ル L<sub>s</sub> が近くにある、多入力 SQUID の入力コイル同士が近くにある、などを考える。

図 3.14 のように、周波数  $f_1$  成分で駆動している TES の回路 1 から  $f_2$  で回路 2 にコイルを介して電流が流れて いると考える。結合しているコイルと、それ以外のインピーダンス  $Z_2$  のみ (L2 を含む)のループとして周波数  $f_1$ 



図 3.14 二つのコイルが磁気結合している場合の回路図

成分のみを考えると

$$V_2(f_1) = -2\pi i f M_{12} I_1(f_1) + Z_2(f_1) I_2(f_1) = 0$$
(3.66)

と書ける。これより

$$I_2(f_1) = \frac{2\pi i f_1 M_{12}}{Z_2(f_1)} I_1(f_1)$$
(3.67)

と計算される。q は定義より、 $q^2 = (I_2(f_1)_{\rm rms}^2)/(I_2(f_2)_{\rm rms}^2)$ と書ける。転移温度と熱容量が全ての TES で同じなら ば  $I_k(f_k)$  は一定であるので

$$q_2 = \frac{I_2(f_1)}{I_2(f_2)} = \frac{I_2(f_1)}{I_1(f_1)} = \frac{2\pi i f_1 M_{12}}{Z_2}$$
(3.68)

であり、 $Z_2(f_1) = 4\pi i \Delta f L$  とかけるならば

$$q = \frac{1}{2} \frac{f}{\Delta f} \frac{M_{12}}{L}$$
(3.69)

となる。

磁気結合は、クロストークだけでなく自己インダクタンスを変化させるため浮遊インピーダンスが生じる。従って、 パラメータ *p* についても見積もる。回路 1 については

$$V_1(f_1) = 2\pi i f_1 L I_1(f_1) + 2\pi i f_1 M_{12} I_2(f_1) + Z_1(f_1) I_1(f_1)$$
(3.70)

が成り立つため、相互インダクタンス分で生じる浮遊インピーダンス  $\Delta Z_1$  が、 $\Delta Z_1(f_1)I_1(f_1) = 2\pi i f_1 M_{12}I_2(f_1)$ と書ける。以降  $(f_1)$ を適宜省略し、 $I_2$ 、 $Z_2(f_1) = 4\pi i \Delta f L$ 、 $\Delta f = nB$ を代入すると、

$$\Delta Z_1 = 2\pi i f_1 M_{12} \frac{I_2}{I_1} = \frac{(2\pi i f_1 M_{12})^2}{Z_2(f_1)} = \pi i \left(\frac{f_1}{\Delta f}\right) \left(\frac{M_{12}}{L}\right)^2 f_1 L \tag{3.71}$$

$$p = \frac{i}{2} \left(\frac{f_1}{\Delta f}\right) \left(\frac{f_1}{B}\right) \left(\frac{M_{12}}{L}\right)^2 = \frac{1}{2n} \left(\frac{f_1}{B}\right)^2 \left(\frac{M_{12}}{L}\right)^2 \tag{3.72}$$

#### LC フィルタコイル間の結合の場合

これは全ての加算方式で起こる。結合定数  $k = M_{12}/L$  とかければ、 $B = R/(2\pi L), \Delta f = nB$  を用いて、

$$q_2 = \frac{k}{2} \frac{f_1}{\Delta f} = \frac{k}{2} \frac{f_1}{nB}$$
(3.73)

$$p_1 = \frac{ik^2}{2} \left(\frac{f_1}{\Delta f}\right) \left(\frac{f_1}{B}\right) = \frac{ik^2}{2n} \left(\frac{f_1}{B}\right)^2 \tag{3.74}$$

となる。これは周波数が高いほど、 $\Delta f$ が小さいほど大きくなる。kはL同士の距離に比例するため $\Delta f$ の小さい回路間の距離を遠ざけることが重要である。

#### 加算ループを介したセンサー間の結合の場合

これは電圧加算方式の場合に起こる。図 3.15 に電圧加算方式の回路図を示す。この方式は TES からの信号を加算 ループによって加算し、SQUID で読み出す。センサー間の結合は近くに置いたコイル同士ではなく、加算ループを 介してすべてに共通に伝わることになる。あるセンサーの部分で電流 *I*<sub>s1</sub> があった場合、ループに流れるノイズ電流 *I*<sub>loop</sub> は

$$M_{\rm s1}I_{\rm s1}(f_1) = I_{\rm loop}(f_1) \times L_{\rm loop}$$
 (3.75)

これが他のセンサー部に

$$V_2(f_1) = 2\pi i f M_s I_{\text{loop}}(f_1) + Z_2(f_1) I_2(f_1) = 0$$
(3.76)

として伝わるので

$$I_2(f_1) = \frac{M_s^2}{L_{\text{loop}}} I_1(f_1)$$
(3.77)



図 3.15 電圧加算ループの回路図

であり、結局、相互インダクタンスを $M_{12} = \frac{M_s^2}{L_{loop}}$ と置いた物となる。 $L_{loop} = lL'_s + L'_{fb} + L'_{in} \propto lL'_s$ 、 $L_s = L'_s = M_s = L$ とすると、 $M_{12} = L/l$ であって、

$$p = \frac{i}{2n} \left(\frac{f_1}{n}\right)^2 \left(\frac{1}{l^2}\right) \tag{3.78}$$

$$q = \frac{1}{2l} \frac{J}{\Delta f} \tag{3.79}$$

ー見  $1/l^2$ , 1/l になっているが、すべてのセンサーからの相互作用を考えるので実は l 依存性は消える。しかし、チャネル数が増えると  $L_{\text{loop}}$  が増えることで SQUID とセンサーの相互インダクタンスも  $\propto 1/l$  となるので S/N 比は低下する。

### 多入力 SQUID を介したセンサー間の結合の場合

これは磁場加算方式の場合に起こる。同様に、SQUID に流れる電流は

$$M_{\rm in}I_{\rm s1}(f_1) = I_{\rm sq}(f_1) \times L_{\rm sq}$$
 (3.80)

とかけるので

$$M_{12} = \frac{M_{\rm in}^2}{L_{\rm sq}}$$
(3.81)

$$p = \frac{i}{2n} \left(\frac{f_1}{n}\right)^2 \left(\frac{M_{\rm in}^2}{L_{\rm in}L_{\rm sq}}\right)^2 \tag{3.82}$$

$$q = \frac{1}{2} \frac{f}{\Delta f} \left( \frac{M_{\rm in}^2}{L_{\rm in} L_{\rm sq}} \right) = \frac{1}{2n} \frac{f}{B} \left( \frac{M_{\rm in}^2}{L_{\rm in} L_{\rm sq}} \right)$$
(3.83)

であって、これも n が増えるとその分増加していく。ただし、信号の大きさは n に寄らないので S/N 比では加算 ループとの違いはない。

## 3.5 フィードバックによる浮遊インピーダンス,クロストークの抑制

フィードバックを加算ポイントに返すことで上記の浮遊インピーダンス、磁気結合を減らすことができる。

#### 3.5.1 電流加算方式の場合

電流加算方式のフィードバックを磁束でなく電流で返すことを考える。加算ポイントに電流を戻し、 $Z_c$ を流れる電流が  $I = I_{\text{TES}} \times 1/(1 + \mathcal{L})$ になったとする。これは浮遊インピーダンス  $Z_c$ を  $1/(1 + \mathcal{L})$ 倍に小さくしたのと同義である。

3.5.2 電圧、磁場加算方式の場合

加算ループ、あるいは 多入力 SQUID に磁束フィードバックをかけると、内部の磁束、すなわち電流が  $1/(1+\mathcal{L}_{FLL})$ に減る。すなわち、上記の磁気結合の効果も  $1/(1+\mathcal{L}_{FLL})$  倍になったことに対応する。

## 第4章

# 8入力 SQUID の構成

## 4.1 2段式 SQUID (Two Stage SQUID)

新規開発した 8 入力 SQUID は、SQUID アンプと組み合わせて使用する。8 入力 SQUID の小さな出力を(通常のアレイでない SQUID の出力 ~20  $\mu$ A)、SQUID アレイアンプを用いて数 mV のオーダー (SQUID アレイ数 ×20  $\mu$ A) まで増幅し、室温回路ノイズとの S/N 比をあげている。このような SQUID の構成を一般には 2 段式 SQUID (TSS: Two Stage SQUID) という。

以下では、8 入力 SQUID の設計、SQUID アンプ(従来から使用している 420 段 SQUID アンプ)の基本パラ メータについて簡単にまとめる。さらに、そのパラメータを元に 8 入力 SQUID + 420 段 SQUID アンプで 2 段式 SQUID を構成した時の応答、帯域、ノイズレベルを見積もる。



図 4.1 8 入力 SQUID と SQUID アンプによる 2 段式 SQUID の模式図

### 4.2 8入力 SQUID

8 入力 SQUID は今までに前例がないため最適な回路構成はない。そこで回路構成の異なる4 種類の8 入力 SQUID (8INPUT1、8INPUT2、8INPUT3、8INPUT4)を開発した。これらはクロストーク、FLL による磁束削 減効果、外来ノイズに対する耐性などが異なることが期待される。図4.2 に8 入力 SQUID の写真を示す。サイズは 3 m×3 m である。

設計思想を簡単にまとめる。最もシンプルであるのが 8INPUT4 型で、一つの SQUID コイルに 8 つの入力コイ ルが結合しているという構成である。従来の SQUID の入力コイルが 8 つに増えるだけであり、SQUID として正常 に動作する可能性が高いが、逆に入力コイル間のクロストークが高いことが期待される。残りの 3 種類はいずれも SQUID コイルが 8 つの並列な回路構成となっている。SQUID コイルを並列に構成する利点は、SQUID インダク タンスが小さくなるためノイズレベルが小さくなると期待されること、また SQUID インダクタンスが小さい分、クロストークも小さくなると期待される点である。以下に4種類の回路構成、パラメータをまとめる。



図 4.2 8 入力 SQUID の写真。

#### 4.2.1 8INPUT1 型



8INPUT1 型の等価回路が図 4.3 である。SQUID の出力、ノイズレベルは SQUID の自己インダクタンス *L* に反 比例する。そこで SQUID ワッシャーを並列に接続することで *L* を小さくする。各 SQUID ワッシャーには個別に 8 ターンの入力コイルが形成され、それぞれの SQUID ワッシャーに磁気結合されている。さらに各 SQUID ワッ シャーには 1 ターンのモジュレーションコイルが形成されている。8 つのモジュレーションコイルは直列接続され、 1 つの大きなモジュレーションコイルとして、全ての SQUID ワッシャーに磁気結合されている。構成をまとめると 以下のようになる。

- 1. SQUID ワッシャー
  - 8 個並列型マルチループコイル

- 個々のワッシャーは正方形 (ホールサイズ  $d = 65 \ \mu m$ )  $L_k = 100 \ pH$  (k = 1, 2, ..., 8)
- ベースライン (対角の入力コイル中心間の距離) φ 1000 μm
- トータルインダクタンス *L* = 100 pH/8 = 12.5 pH
- SQUID 出力は L = 12.5 pH、 $I_c = 15 \ \mu A$ 、式 (4.4) から  $\beta_c = 0.18$ 、 $\Delta I_a = 20 \ \mu A_{\bullet}$
- 2. 入力コイル
  - 各 SQUID ワッシャー上に設置された 8 ターンのスパイラルコイル
  - 自己インダクタンス  $L_{in} = 100 \text{ pH} \times 8^2 + L_{sl,in} \sim 6.4 \text{ nH} + L_{sl,in}$
  - SQUID との相互インダクタンス  $M_{\rm in}=800~{\rm pH}/8=100~{\rm pH}$
- 3. モジュレーションコイル
  - 各 SQUID ワッシャー上に設置された 1 ターンコイルを 8 つ直列接続させた 1 つの大きなコイル
  - 自己インダクタンス  $L_{\rm fb} = 100 \text{ pH} \times 8 + L_{\rm sl, fb} \sim 800 \text{ pH} + L_{\rm sl, fb}$
  - SQUID との相互インダクタンス  $M_{\rm fb} = 100 \text{ pH} \times 8/8 = 100 \text{ pH}$

ここで  $L_{
m sl,in}$  はストリップラインのインダクタンスである。一つの SQUID ワッシャーに入力された磁束は誘起電流 を引き起こし、他の SQUID にその電流の -1/8 倍の誘起電流を引き起こすことによってクロストークが生まれる。

#### 4.2.2 8INPUT2 型



図 4.4 8INPUT2 型の等価回路。

8INPUT2 型は隣合う SQUID ワッシャーがグラジオメータになっており、それ以外の構成は 8INPUT1 型と同じ である。この等価回路が図 4.4 である。8INPUT2 型では、各 SQUID ワッシャー上に設置された隣合うモジュレー ションコイルの向きも SQUID ワッシャーに対応して反対になる。

1. SQUID ワッシャー

• 8INPUT1 と同じ

- 2. 入力コイル
  - 8INPUT1 と同じ
- 3. モジュレーションコイル

#### • 8INPUT1 と同じ

グラジオメータタイプであるので SQUID 基板上に一様なノイズが存在する場合、誘起電流が打ち消し合うよう に流れる。これは 8 つの SQUID ワッシャーによって有効面積が大きくなっている 8 入力 SQUID に有効であ る。8INPUT2 型で各 SQUID ワッシャーに誘起される磁束の大きさ、入力コイル間の相互インダクタンスなどは 8INPUT1 型の場合と同じである。

#### 4.2.3 8INPUT3 型



8INPUT3 型は 8 個の SQUID ワッシャーを並列接続した並列型マルチループ SQUID であり、その等価回路が 図 4.5 である。チャンネル間のクロストークを減らすために、入力コイルとモジュレーションコイルの構成に工夫 を施してある。各 SQUID ワッシャーに 8 チャンネル分のコイルが 1 ターンずつ磁気結合される。そして SQUID ワッシャー間で同じチャンネルに対応した入力コイル同士が直列接続される。

1. SQUID ワッシャー

- 8 個並列型マルチループコイル
- 個々のワッシャーは正方形 (ホールサイズ  $d = 65 \ \mu m$ )  $L_k = 100 \ pH$  (k = 1, 2, ..., 8)
- ベースライン φ 1000 μm
- トータルインダクタンス *L* = 100 pH/8 = 12.5 pH
- SQUID 出力  $\Delta I_{\rm a} = 20 \ \mu {\rm A}$
- 入力コイル
  - 各 SQUID ワッシャー上に設置された 1 ターンコイルを 8 つ直列接続させた 1 つの大きなコイル
  - 自己インダクタンス  $L_{\rm in} = 100 \text{ pH} \times 8 + L_{\rm sl,in} \sim 800 \text{ pH} + L_{\rm sl,in}$
  - SQUID との相互インダクタンス  $M_{\rm in} = 100 \text{ pH} \times 8/8 = 100 \text{ pH}$

- 3. モジュレーションコイル
  - 各 SQUID ワッシャー上に設置された 1 ターンコイルを 8 つ直列接続させた 1 つの大きなコイル
  - 自己インダクタンス  $L_{\rm fb} = 100 \text{ pH} \times 8 + L_{\rm sl,fb} \sim 800 \text{ pH} + L_{\rm sl,fb}$
  - SQUID との相互インダクタンス  $M_{\rm fb} = 100 \text{ pH} \times 8/8 = 100 \text{ pH}$

大きさの同じ各入力コイルが上下に重なっているため、それぞれの入力コイル同士によってクロストークが生まれ る。しかし SQUID ワッシャーを通したクロストークは、入力磁束が各 SQUID ワッシャーに等しく入力され、各 SQUID ワッシャーに等しい電流が流れるため著しく減少する。また入力コイルを直列接続することで、*L*<sub>in</sub>を小さ く抑え、SN 比を大きくする狙いがある(式 (4.9)参照)。

#### 4.2.4 8INPIT4 型





8INPUT4 型は 1 個の SQUID ワッシャーのシングルループ SQUID で、その等価回路が図 4.6 である。入力 チャンネルに対応した 3 ターンコイルの 8 チャンネル分がシングルループに形成され、磁気結合されている。また SQUID ループには 3 ターンのモジュレーションコイルが形成されている。

- 1. SQUID ワッシャー
  - 8 角形シングルワッシャー (ホールサイズ  $d = 25 \ \mu m$ )  $L = 39 \ pH$
- 2. 入力コイル
  - 1 つの SQUID ワッシャーに磁気結合した 3 ターンスパイラルコイル
  - 自己インダクタンス L<sub>in</sub> = 120 pH
  - SQUID との相互インダクタンス  $M_{\rm in} = 120$  pH
- 3. モジュレーションコイル
  - 1 つの SQUID ワッシャーに磁気結合した 3 ターンスパイラルコイル
  - 自己インダクタンス  $L_{in} = 120 \text{ pH} + L_{sl,in}$
  - SQUID との相互インダクタンス  $M_{\rm fb} = 120 \text{ pH}$

大きさが異なる各入力コイルが上下に重なっているため、それぞれの入力コイル同士によってクロストークが生まれる。

## 4.3 SQUID アンプ 420-SSA

SQUID アンプは、これまでに実績のある 420-SSA (Series SQUID Array)を使用する。図 4.7 に写真を示す。 420-SSA の典型的なパラメータを表 4.1 にまとめる。特に注目すべきパラメータは出力に相当する変調電圧である。 通常の (アレイでない) SQUID にくらべて百倍近く大きくなっていることがわかる。



図 4.7 8INPUT4 型の等価回路

表 4.1 420-SSA の典型的な素子バラメ・	ータ
---------------------------	----

パラメータ名	記号	Value
臨界電流	$I_c \ [\mu A]$	16
シャント抵抗	$R_{ m s}~[~\Omega]$	2.6
SQUID インダクタンス	L [pH]	$90^{*2}$
ヒステリシスパラメータ	$eta_{ ext{c}}$	0.49
シールディングパラメータ	$eta_{ m L}$	1.4
入力コイルインダクタンス	$L_{\rm a}$ [nH]	$80^{*2}$
相互インダクタンス	$M_{\rm a} \ [{\rm pH}]$	54
<b>変調電圧</b>	$\delta V \left[ mV / \frac{\Phi_0}{2} \right]$	11
トランスインピーダンス	$G_{\rm a} \; [{\rm V/A}]$	1400
磁束換算ノイズ	${\Phi_n^*}^1 \ [\mu \Phi_0/\sqrt{Hz}]$	0.18
電流換算ノイズ	$I_{\rm n}~[{\rm pA}/\sqrt{{\rm Hz}}]$	7

 $^{*1}S_{V,AMP}=2$  nV/ $\sqrt{Hz}$  としたとき

\*<sup>2</sup> 設計値

## 4.4 2 段式 SQUID: 8 入力 SQUID + 420-SSA

8 入力 SQUID は 420-SSA と組み合わせて使うことを前提に、最適なパラメータが決定された。そこで、8 入力 SQUID + 420-SSA の実際の帯域、応答、ノイズレベルの見積りをまとめる。

8 入力 SQUID と 420-SSA の等価回路を図 4.1 に示す。入力コイル  $L_{in}$  から入力される入力電流  $I_{in}$  は、前段 8 入力 SQUID で増幅され電流  $I_a$  に変換される。そして  $I_a$  は伝達抵抗  $R_a$  と入力コイル  $L_a$  を通り、420-SSA に磁気結

46

合される。最終的に 420-SSA で  $V_{\text{out}}$  として大きな電圧が出力される。4.1 において、 $M_{\text{in}}$  は入力コイル  $L_{\text{in}}$  と 前段 8 入力 SQUID との相互インダクタンス、 $M_{\text{a}}$  は後段 420-SSA の入力コイルと 420-SSA の相互インダクタンスを表す。

#### 4.4.1 周波数帯域

SQUID はそれ自体は数 ~GHz と非常に早いが、2 段式 SQUID では 8 入力 SQUID-SQUID アンプ間の回路に よって帯域が制限される。前段 8 入力 SQUID から入力された磁束に対して周期的な  $\Phi - V$  特性を得るために、 420-SSA に伝達される電流磁束量の最大値は  $0.5\Phi_0$  以下にする必要がある。図 4.8 のように



図 4.8 前段から後段への信号伝達部の等価回路図

入力電流によって電圧  $V_{in}$  が発生したとすると、 $Z = R_s/2 + R_a + i\omega(L_a + L)$ であるから、 $I_a = V_{in}/Z$ となる。 これより入力 SQUID から 420-SSA に伝達される電流信号の周波数帯域  $f_a$  は、

$$f_{\rm a} = \frac{0.5R_{\rm s} + R_{\rm a}}{2\pi \left(L_{\rm a} + L\right)} \sim 1.6 \, \left(\frac{100 \text{ nH}}{L_{\rm a}}\right) \left(\frac{0.5R_{\rm s}}{1 \, \Omega}\right) \quad \text{MHz}$$

$$\tag{4.1}$$

と書ける。帯域を上げるには 420-SSA のインダクタンスを下げるか、 $R_s$ を上げなければならないことが分かる。 ここで、Lは 8 入力 SQUID の自己インダクタンス、 $L_a$ は後段入力コイルの自己インダクタンス、 $R_s$ は SQUID シャント抵抗、 $R_a$ は伝達抵抗をそれぞれ表し、 $R_s \gg R_a$ 、 $L_a \gg L$ とした。8 入力 SQUID  $R_a$ は $R_s/8$ 、 $R_s/4$ の 2 パターンがある。

4.4.2 応答



2 段式 SQUID のダイアグラムが図 4.9 である。前段から後段の入力コイルに流れる伝達電流を  $I_{\rm a}$  とすると、

$$I_{\rm a} = \left(\frac{R_{\rm s}}{R_{\rm s} + 2R_{\rm a}}I_{\Phi}\right)\frac{\Phi_{\rm in}}{\Phi_0} \tag{4.2}$$

とかける。ここで  $R_s$  は SQUID のシャント抵抗、 $R_a$  は SQUID の伝達抵抗である。 $I_{\Phi}$  は入力磁束に対する電流変 換係数であり、

$$I_{\Phi} = \frac{4I_{\rm c}}{1+\beta_{\rm L}} \quad A/\Phi_0 \tag{4.3}$$

となる。 $2I_{c}$ は臨界電流、 $\beta_{L}$ はシールディングパラメータで、

$$\beta_{\rm L} = \frac{2I_{\rm c}L}{\Phi_0} \tag{4.4}$$

である。前段から後段への伝達係数 $T_{\rm a}$ を、

$$T_{\rm a} = \frac{\partial \Phi_{\rm a}}{\partial \Phi_{\rm in}} = \left(\frac{R_{\rm s}}{R_{\rm s} + 2R_{\rm a}}I_{\Phi}\right)\frac{M_{\rm a}}{\Phi_0} \tag{4.5}$$

と定義すると、 $\Phi_{\rm a} = T_{\rm a} \Phi_{\rm in}$ と書ける。 $\Phi_{\rm a}$  は後段 420-SSA の出力の周期性から  $\pm \Phi_0/4$  の範囲に限定されるから、

$$M_{\rm a}I_{\rm a} \le \frac{1}{2} \tag{4.6}$$

$$I_{\rm a} \le 18.5 \ \mu {\rm A} \left(\frac{M_{\rm a}}{54 \ {\rm pH}}\right)^{-1} = \Delta I_{\rm a}$$
 (4.7)

となる。これより  $I_{\rm a}$ =18.5  $\mu$ A の時、等号が成り立ち伝達係数は  $T_{\rm a}$  = 1 となる。

4.4.3 ノイズレベル

TES のジョンソンノイズは約 50 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$  である。従って SQUID 読みだし系の入力換算ノイズは約 50 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$  より十分小さいことが求められる。8 入力 SQUID の入力電流換算雑音  $I_n$  は、

$$I_{\rm n} = \frac{1}{M_{\rm in}} \sqrt{(\Phi_{\rm n,8in})^2 + \left(\frac{\Phi_{\rm n,array}}{T_{\rm a}}\right)^2} \quad A/\sqrt{\rm Hz}$$
(4.8)

で表される。ここで、 $\Phi_{n,8in}$  は 8 入力 SQUID の磁束換算ノイズ、 $\Phi_{n,array}$  は回路のノイズを含めた後段 420-SSA の磁束換算ノイズ、 $T_a$  は入力 SQUID – 420-SSA 間の伝達効率を表す。 $\Phi_{n,8in}$  は、式 (2.122) を使って

$$(\Phi_{\rm n,8in})^2 = \frac{2k_{\rm B}T}{R_{\rm s}}L^2 \left(1 + \left(1 + \frac{1}{\beta_{\rm L}}\right)^2\right) + 4k_{\rm B}TR_{\rm a} \left(\frac{L}{R_{\rm s}} \left(1 + \frac{1}{\beta_{\rm L}}\right)\right)^2$$
(4.9)

と表される。式 (4.9)の前項は SQUID のシャント抵抗のジョンソンノイズと SQUID ループの周回電流によるノイズの寄与を、後項は伝達抵抗による寄与を表す。SQUID インダクタンス *L* を大きくなると、SQUID の臨界電流を下げる効果があり従って、SQUID の出力 (ゲイン)が小さくなり、ノイズレベルが高くなる。

#### 4.4.4 8 入力 SQUID + 420SSA のパラメータのまとめ

8INPUT1-4 のパラメータ、420-SSA を組み合わせた時のノイズレベルの見積りをまとめたのが表 4.2 である。 8INPUT4 はインダクタンスが大きい分、その他の SQUID より 8INPUT4 そのもののノイズレベルが大きい。さら に、出力が小さいため伝達係数  $T_a$  が小さくなり 420-SSA のノイズの寄与も大きくなる。8INPUT4 そのもののノイ ズレベルが高いことと 420-SSA のノイズの寄与も大きいことでノイズレベルが他の 3 種の 2 倍となっている。

	8INPUT1	8INPUT2	8INPUT3	8INPUT4
クロストーク $^a$	×	×		
$\mathrm{FLL}$ による磁束削減 $^b$				
グラジオメータ	×		×	×
8 入力 SQUID				
臨界電流 $I_{ m c} \; [\mu { m A}]$	10 - 20	10 - 20	10 - 20	10 - 20
SQUID インダクタンス	12.5	12.5	12.5	100
シャント抵抗 $R_{ m s}\left[\Omega ight]$	2 - 4	2 - 4	2 - 4	2 - 4
ダンピング抵抗 $R_{ m d}$ $[\Omega]$	$2R_{\rm s}$	$2R_{\rm s}$	$2R_{\rm s}$	$2R_{\rm s}$
$eta_{ m L}$	0.18	0.18	0.18	1.4
$eta_{ m c}$	0.61	0.61	0.61	0.61
$M_{\rm in}$ [pH]	100	100	100	100
$I_{\Phi}  \left[ \mu A / \Phi_0  ight]$	51	51	51	24
磁束ノイズ $[\mu \Phi_0/\sqrt{ ext{Hz}}]$	0.30	0.30	0.30	0.72
420-SSA				
$M_{\mathrm{a}}$	54	54	54	54
磁束ノイズ $^c \; [\mu \Phi_0 / \sqrt{\mathrm{Hz}}]$	0.40	0.40	0.40	0.40
TSS トータル				
$\Delta I_{\rm a}(R_{\rm a}=R_{\rm s}/8)$	20	20	20	9.8
伝達係数 $T_{ m a}$	1	1	1	0.5
$\Delta \Phi_{ m a}$	$0.53\Phi_0$	$0.53\Phi_0$	$0.53\Phi_0$	$0.26\Phi_0$
全磁束換算ノイズ $[\mu \Phi_0/\sqrt{ ext{Hz}}]$	0.50	0.50	0.50	1.00
電流換算ノイズ $[\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$	10	10	10	20

表 4.2 8 入力 SQUID 設計値のまとめ

<sup>a</sup>:入力電流により他の SQUID ワッシャーに誘導電流が誘起される。 その誘導電流によるクロストークがあるか。

 $^{b}$ : FLL で SQUID の各ワッシャーの磁束がそれぞれ  $1 + \mathcal{L}$  分の 1 になるか。

入力コイルが各ワッシャーに対称でない場合も、SQID の誘導電流によって対称となる。

 $^{c}$ : TES の DC 駆動実験で得られた実績。回路ノイズを含む。

## 第5章

# 8 入力 SQUID の性能評価

本章の一つ目の目的は、製作した 8 入力 SQUID の基本的特性が設計値を満たしているかどうか実測によって確認することである。特に臨界電流  $I_c$ 、磁束電流変換係数  $I_{\Phi}$ (磁束に対する応答) ノイズレベルは SQUID の性能を決める重要な特性である。

二つ目の目的は、入力間の相互インダクタンスを実測し、エネルギー分解能への影響を調べることである。TES からの信号を多重化する際に、大きなクロストークが乗るとノイズの原因となり動作を不安定にしてしまう。そのため クロストークは最小限に抑える必要がある。8 入力 SQUID において最も大きなクロストーク源は、入力コイル及び 配線間の相互インダクタンスによる磁気結合である。そこで、この入力コイル同士の相互インダクタンスはなるべく 小さな値であることが望ましい。8 入力 SQUID は入力コイル、SQUID インダクター、フィードバックコイルの配 線パターンが複雑な3次元構造になっており、SQUID は準超伝導状態で動作するため、理論的計算のみでなく実測 による正確な入力間コイルの相互インダクタンスの測定が必要である。

製作した 4 種類の 8 入力 SQUID のうち特に性能が良いと期待される 8INPUT2 型、8INPUT3 型の測定を行なった。

## 5.1 8入力 SQUID の基本的特性

この節では一つ目の目的である基本的特性の測定を行なう。まず§5.1.1 で測定方法を述べる。前段8入力 SQUID の出力は信号として読み出すには小さいため、後段420-SSA により増幅して読み出すことが必要である。従って次の§5.1.2 に、後段420-SSA についての特性測定の結果を示す。§5.1.3 に8入力 SQUID の特性測定の結果を示す。

#### 5.1.1 基本的特性の評価方法

測定を行なった 8INPUT2 型、8INPUT3 型のパラメータを表 5.1 に示す\*1 。前段の 8 入力 SQUID の特性を調

Input 型	パッド	ボンディングワイヤ	伝達抵抗 R <sub>a</sub>
8INPUT2	半田メッキ	PbInAu	$R_{\rm s}/8$
8INPUT3	金メッキ	Al	$R_{ m s}/8$

表 5.1 8INPUT2 型、8INPUT3 型のパラメータ

べるために、後段 420-SSA を電流計として用いた。具体的には液体ヘリウム中測定プローブに 8 入力 SQUID をマ ウントし、後段の 420-SSA にフィードバックを返し FLL モードで動作させた。駆動装置#2 を用いて液体ヘリウム 中で駆動し、横河電気株式会社製 DL750 Scopecorder と 35670A FFT ダイナミック・シグナル・アナライザによっ てデータを取得した。図 5.1 に測定時の回路図をしめす。

<sup>\*1</sup> 金メッキパッドは TES の動作点を不安定にする寄生抵抗が乗るという欠点があるものの、半田メッキの半田づけのしづらさと、PbInAu ワイヤの低温にしたときの断線しやすさという理由から金メッキ・アルミボンディングワイヤの組合せを作り、開発段階ではこちらを用い ることが多い。



図 5.1 8 入力 SQUID の基本的特性測定時の回路図。後段 420-SSA にフィードバックを返し、FLL で動作させる。

#### 5.1.2 後段 420-SSA の特性

最初に後段 420-SS の特性を測定した。前段 8 入力 SQUID にはバイアスをかけずに後段 420-SSA にのみバイ アスをかけ、調整モード (Monitor Mode)・フィードバックオフ、調整モード・フィードバックオン、測定モード (Measure Mode)・フィードバックオンでのそれぞれの  $\Phi - V$  特性、ノイズ特性を取得した<sup>\*2</sup>。測定に用いた調整 モードでの回路のゲインは A = 60、b = 5 である。また 420-SSA の設計値は  $V_{\Phi} = 24 \text{ mV}/\Phi_0$ 、入力電流換算ノイ ズレベルは

$$I_{\rm sq,n} = 7 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \frac{\Phi_{\rm SSA,n}}{0.18 \ \mu \Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}} \left(\frac{M_{\rm fb,SSA}}{54 \ \text{pH}}\right)^{-1}$$
(5.1)

である。

出力がもっとも大きいバイアス電流で得られた 8INPUT3 型の  $\Phi - V$  特性を図 5.2 左に示す。得られた SQUID の出力電圧  $V_{\rm pp,SSA}$  の値と、 $\Phi = \Phi_0/2$  を入力したとき (最も傾きの大きな動作点) の傾きである磁束電圧変換係数  $V_{\Phi,SSA}$  の値を表 5.2 に示す。調整モード・フィードバックオフ、調整モード・フィードバックオン、測定モード・フィードバックオンで取得した 10 kHz でのノイズレベルを表 5.3 に、8INPUT3 型の測定モード・フィードバック オンでのノイズスペクトルを図 5.2 右に示す。FLL 回路のループゲインを

$$\mathcal{L} = \frac{V_{\Phi,\text{SSA}} A M_{\text{fb},\text{SSA}}}{R_{\text{fb}}}$$
(5.2)

と定義すると、SQUID 両端でのノイズ電圧レベル  $V_{SSA,n}$ 、SQUID の磁束ノイズ  $\Phi_{SSA,n}$ 、入力電流換算のノイズレベル  $I_{sq,n}$  はそれぞれ

$$\frac{AB}{1+\mathcal{L}}V_{\rm SSA,n} = V_{\rm FFT,SSA} \tag{5.3}$$

$$V_{\Phi,\rm SSA}\Phi_{\rm SSA,n} = V_{\rm SSA,n} \tag{5.4}$$

$$M_{\rm in,SSA}I_{\rm sq,n} = \Phi_{\rm SSA,n} \tag{5.5}$$

<sup>\*2</sup> 調整モードと測定モードの違いは図 5.1 の Amp A のゲインの違いである。調整モードでは抵抗で負帰還をかけた通常の増幅であるの に対し、測定モードではキャパシタンスのみで帰還する積分回路になっていて、50 kHz 以下では調整モードに比べて高い増幅率となる。 フィードバックオンオフは図 5.1 で R<sub>fb</sub>を通したフィードバックコイルへの接続を切断した状態。



図 5.2 左:調整モード・フィードバックオフ時の  $\Phi - V$  カーブ。上段は横軸が時間、縦軸が出力  $V_{\text{out}}$ 。下段は 横軸が入力磁束  $\Phi_{\text{SSA}}$ 、縦軸が出力  $V_{\text{out}}$  である。右:測定モード・フィードバックオン時のノイズ  $V_{\text{FFT}}$ 。

と書ける。測定モードではアンプに積分器を用いるため  $A\propto 1/f$  であり、 $50~{
m kHz}$  以下では非常に大きな値をとるため、

$$\frac{AB}{1+\mathcal{L}} \simeq \frac{AB}{\mathcal{L}} = \frac{R_{\rm fb}B}{V_{\Phi,\rm SSA}M_{\rm fb,\rm SSA}}$$
(5.6)

を用いると、

$$V_{\rm SSA,n} = \frac{V_{\rm FFT,SSA} M_{\rm fb,SSA} V_{\Phi,SSA}}{R_{\rm fb} B}$$
(5.7)

$$\Phi_{\rm SSA,n} = \frac{V_{\rm FFT,SSA} M_{\rm fb,SSA}}{R_{\rm fb} B} \tag{5.8}$$

$$I_{\rm sq,n} = \frac{V_{\rm FFT,SSA}}{R_{\rm fb}B}$$
(5.9)

と計算される。このとき  $M_{in,SSA} = M_{fb,SSA}$ の関係を用いた。これらの値も表 5.3 に示す。

測定された磁束電圧変換係数、ノイズレベルはおよそ測定される値に一致していた。磁束電圧変換係数が 15–30% 程度設計値より小さいものの、8 入力 SQUID の特性測定に影響を及ぼすことはない。ノイズレベルは後段 420-SSA の設計値より大きいが、これは現在超伝導状態になっている前段 8 入力 SQUID 、 $R_{\rm a}$  の閉回路のジョンソンノイズ が見えているためである。この回路の超伝導時/超伝導時のジョンソンノイズは以下のように計算される。 $R_{\rm s} = 2 \Omega$ , T = 4.2 K を用いると、常伝導状態のときのジョンソンノイズは

$$I_{\rm sq,n} = \sqrt{\frac{4k_B T}{R_{\rm a} + R_{\rm s}/2}}$$
(5.10)

$$\sim 12 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$
 (5.11)

超伝導状態のときは

$$I_{\rm sq,n} = \sqrt{\frac{4k_BT}{R_{\rm a}}} \tag{5.12}$$

$$\sim 30 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$$
 (5.13)

と計算される。I<sub>sq,n</sub>の測定値は予想される超伝導状態の前段のジョンソンノイズとほぼ一致している。

#### 5.1.3 前段 8 入力 SQUID の特性

次に前段 8 入力 SQUID の特性を測定する。SQUID の入力磁束に対する応答はバイアス電流に依存するため、動 作させる際にはバイアス電流の調整を行なう。このバイアス電流を変えたときの特性を測定することにより、臨界電

パラメータ		8INPUT2	8INPUT3
出力最大時のバイアス電流	$I_{\rm db2} \ [\ \mu {\rm A}]$	52.8	37.3
SQUID 出力電圧	$V_{\rm pp,SSA} \; [{\rm mV_{pp}}/{\Phi_0 \over 2}]$	4.64	6.60
磁束電圧変換係数	$V_{\Phi,\rm SSA}~[{\rm mV}/\Phi_0]$	14.6	21.2

表 5.2 後段 420-SSA のパラメータ

表 5.3 後段 420-SSA のノイズ

タイプ	Condition	Mode	出力 V <sub>FFT</sub>	$V_{\rm SSA,n}$	$V_{\Phi}$	$\Phi_{\rm SSA,n}$	$I_{ m sq,n}$	Loop Gain
			$[\mu V/\sqrt{Hz}]$	$[\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$	$[\mathrm{mV}/\Phi_0]$	$[\mu \Phi_0/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$	$[\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$	
8INPUT2	FeedBack OFF	Monitor	3.12	10.4	14.6	0.71	27.2	
	FeedBack ON	Monitor	1.09	11.9	14.6	0.82	31.4	2.28
		Measure	1.56	11.9	14.6	0.82	31.2	
8INPUT3	FeedBack OFF	Monitor	4.16	13.8	20.7	0.67	25.5	
	FeedBack ON	Monitor	1.10	15.6	20.7	0.75	28.8	3.25
		Measure	1.51	16.4	20.7	0.79	30.2	

ノイズは 8INPUT2 型が 10 kHz、8INPUT3 型 が 1-100 kHz 帯域の平均 (gaussian fit) したものを用いて計算した。

流 Ic、ノイズレベル、磁束電流変換係数  $I_{\Phi}$  など SQUID の性能を決めるパラメータが分かる。またこれらの情報から TES のパルス測定に最適な動作点が分かる。 $\S5.1.2$  ではこのような測定は行なっていないが、420-SSA についてはこれまでの測定から特性が分かっているためである。

後段にフィードバックを返した FLL で 420-SSA を磁束電流計として動作させ、前段バイアス  $I_{b1}$  を変化させなが ら I - V 特性、ノイズ特性を取得した。モジュレーションコイルを用いて  $\Phi = 0$  の場合と、 $\Phi = \Phi_0/2$  (動作点)の 場合の 2 通りについて、図 5.1 での前段 8 入力 SQUID に流す  $I_{b1}$  と、出力  $V_{out}$ 、 $V_{FFT}$  を測定した。図 5.3 左上 に  $\Phi \sim \Phi_0/2$  (動作点)における  $\Phi - V$  カーブを示す。 $I_a$ 、 $V_{sq}$  をそれぞれ伝達抵抗  $R_a$  を流れる電流、前段 8 入力 SQUID 両端の電圧とすると

$$I_{\rm a} = \frac{V_{\rm out}}{\Xi} \tag{5.14}$$

$$V_{\rm sq} = I_{\rm a} R_{\rm a} \tag{5.15}$$

のように計算することができる。出力が最も大きいバイアス電流  $I_{db1}$  の値と出力電圧  $V_{pp,sq}$  を表 5.4 に示す。ここで、回路#2 の後段 FLL の電流電圧変換係数は  $\Xi = 50 \text{ kV/A}$  であり、 $R_a = R_s/8$  かつ、 $R_s = 2 \Omega$  と仮定した。 図 5.3 右上に、この動作点での前段 8 入力 SQUID に入る磁束と伝達抵抗  $R_a$  を流れる伝達電流  $I_a$  のグラフを示す。このグラフの正負の傾きから磁束電流変換係数  $I_{\Phi,sq}$  を求めたものを表 5.4 に示す。また、このとき得られたノイズを図 5.3 下に示す。磁束電流変換係数  $I_{\Phi,sq}$  の傾きは設計値(表 4.2)と同じかそれよりも大きな値であり、設計値以上の性能が得られていることが分かる。

前段 8 入力 SQUID を流れる電流  $I_{
m sq}$ 、とその抵抗値  $R_{
m sq}$  は

$$I_{\rm sq} = I_{\rm b1} - I_{\rm a}$$
 (5.16)

$$R_{\rm sq} = \frac{V_{\rm sq}}{I_{\rm sq}} \tag{5.17}$$

と計算される。 $I_{b1} - I_{a}$ 、 $I_{b1} - I_{sq}$ 、 $I_{sq} - V_{sq}$ 、 $I_{sq} - R_{sq}$ の関係を図 5.4、図 5.5 に示す。I - V カーブでの傾きに相当 する SQUID の動抵抗  $R_{dyn}$ は、データ点が少ないために  $I_{sq} - V_{sq}$  カーブの差分をとり見積もった。 $I_{sq} - R_{dyn}$ の関



2006/12/09 23:57:27

AVG (C1) -22,9587

Edge CH1 \_F Auto 0.00mU

P-P (C1) 996.00mV AV42566230 782.6334000

Running 3 (\[2006/12/09 23:57:26)

P-P (C2) 1189.2mV



図 5.3 左上:前段 8 入力 SQUID の出力最大時における  $\Phi - V$  カーブ、右上:  $\Phi - I_a$  カーブ、下:出力電圧ノイズ  $V_{\text{FFT}}$ 

パラメータ		8INPUT2	8INPUT3
出力最大時のバイアス電流	$I_{\rm b1}$ [ $\mu \rm A$ ]	50.1	39.7
SQUID 出力電圧	$V_{ m pp, sq} \; [\mu { m V}_{ m pp} / rac{\Phi_0}{2}]$	6.55	6.00
磁束電流変換係数	$I_{\Phi,\mathrm{sq},+}$ $[\mu\mathrm{A}/\Phi_0]$	100	48
	$I_{\Phi,\mathrm{sq},-}$ $[\mu\mathrm{A}/\Phi_0]$	-50	-74
臨界電流	$I_{\rm c}$ [ $\mu {\rm A}$ ]	20	17

表 5.4 前段 8 入力 SQUID のパラメータ

係を図 5.6 左に示す。図 5.4 の  $I_{
m b1}$  –  $I_{
m a}$  カーブ、 $I_{
m b1}$  –  $I_{
m sq}$  カーブを見ると、バイアス電流  $I_{
m db1}$  が臨界電流に達すると 超伝導が破れていることが分かる。超伝導が破れると  ${
m SQUID}$  が抵抗を持ち始めるため、いままで  ${
m SQUID}$  電流  $I_{
m sq}$ として全て流れていたバイアス電流が、 $I_{
m a}$  と  $I_{
m sq}$  に分かれて流れている。また図 5.5 左の  $\Phi=0$  の場合の  $I_{
m sq}-V_{
m sq}$ カーブから臨界電流  $I_{\rm c}$  が分かる。このグラフから求めた臨界電流を表 5.4 に示す。8INPUT2 型と 8INPUT3 型で は臨界電流が多少異なるが、これは設計値(表 4.2)の範囲内である。また動作点の場合では SQUID に一定の磁 束を入力しているため、臨界電流が下がっていることが分かる。図 5.5 右では m SQUID 電流  $I_{
m sq}$  が大きくなるにつ れ、SQUID 抵抗  $R_{
m sq}$  が大きくなっていくのが分かる。図 5.6 左で動抵抗  $R_{
m dyn}$  が 1 点だけ高くなっているのは、  $I_{
m sq}-V_{
m sq}$ カーブデータの2点間の差分をとっているためである。動作点はバイアス電流 $I_{
m db1}$ を調整して決めるが、 その大きさは信号の増幅率が大きいということと、ノイズレベルが小さいということのトレードオフで決まる。その

-1

0

 $\Phi [\Phi_0]$ 

1

際に重要になるのが入力磁束に対する伝達電流  $\frac{dI_a}{d\Phi}$  と、入力換算ノイズである。 $I_{a\Phi} \equiv \frac{dI_a}{d\Phi}$  と定義したときの  $I_{sq}$  に 対するグラフを図 5.6 右に示す。 $I_{a\Phi}$  が大きいほど出力が大きくなる。 $I_{sq} \sim 25 \ \mu A$  以上が動作点の候補であること が分かる。次にノイズレベルを計算した。 $I_{sq}$ 、 $V_{FFT}$  から入力換算磁束ノイズ  $\Phi_{in,n}$ 、入力換算電流ノイズ  $I_{in,n}$  は

$$\Phi_{\rm in,n} = \frac{V_{\rm FFT}}{I_{\rm a\Phi}\Xi} \tag{5.18}$$

$$I_{\rm in,n} = \frac{\Phi_{\rm in,n}}{M_{\rm in}} \tag{5.19}$$

と計算される。図 5.7 に  $I_{sq}$  を変化させた時の  $\Phi_{in,n}$  と  $I_{in,n}$  のグラフを示す。ノイズレベルは  $I_{sq}$  を上げるにつれ 下がっていくことが分かる。 $I_{sq} = 30 \ \mu A$  を超えると上がっていくのは、SQUID ノイズがシャント抵抗のジョンソ ンノイズで決まるのに対して、 $I_{a\Phi}$  が小さくなるからである。8INPUT2 型では  $I_{2^1} = 78.0 \ \mu A$ 、 $I_{sq} = 30.8 \ \mu A$  の ときノイズレベルは最も低く、 $I_{in,n} = 22.4 \ pA/\sqrt{Hz}$ 、8INPUT3 型では  $I_{db1} = 66.8 \ \mu A$ 、 $I_{sq} = 29.0 \ \mu A$  のとき  $I_{in,n} = 14.4 \ pA/\sqrt{Hz}$ であった。TES のノイズは 50  $pA/\sqrt{Hz}$  程度であるから、それぞれ TES のノイズの 0.4、0.3 倍程度である。最終的なノイズは TES ノイズと SQUID ノイズの自乗和で表されるから、エネルギー分解能への寄 与は 10–15% 程度である。



図 5.4 左:前段バイアス電流  $I_{b1}$ に対する伝達電流  $I_{a}$ 。右: $I_{b1}$ に対する 8 入力 SQUID 電流  $I_{sq}$ 。; 実線が 8INPUT2 型、点線が 8INPUT3 型、+が $\Phi = 0$ の場合、 が動作点の場合。



図 5.5 左: $I_{sq}$ に対する SQUID 電圧  $V_{sq}$ 。右: $I_{sq}$ に対する SQUID 抵抗  $R_{sq}$ 。



図 5.6 左: $I_{
m sq}$ に対する SQUID 動抵抗  $R_{
m dyn}$ 。右: $I_{
m sq}$ に対する  $I_{
m a\Phi}$ 。



## 5.2 入力間相互インダクタンスの測定

入力コイルと SQUID ワッシャーの相互インダクタンスから予測される入力間相互インダクタンスは数百 pH と小 さいために、入力信号が 10<sup>-10</sup> 台まで減衰され測定は非常に困難である。このオーダーでは配線による浮遊インダク タンスも無視できなくなってくるため、環境による影響を正しく測定しなければならない。したがってまずは § 5.2.1 で 8 入力 SQUID の等価回路より入力間相互インダクタンスの見積もりを行ない、§ 5.2.2 で測定方法を示す。その 後、§ 5.2.3 で測定環境を整え、§ 5.2.4 で測定を行なった結果を示す。測定は 8INPUT2 型、8INPUT3 型について 行なった。この二つのタイプは 4 種類製作した 8 入力 SQUID の内、ノイズ対策、入力間相互インダクタンス削減 という観点から性能がよいと期待されるためである。

#### 5.2.1 入力間相互インダクタンスの見積もり

8INPUT2 型





図 5.8 に 8INPUT2 型の等価回路図を示す。入力コイルは 1 ターン  $L_{in,k} = 100 \text{ pH}$ のコイルが 8 ターン巻かれて おり、自己インダクタンスは  $L_{in} = 6.4 \text{ nH}$  である。ただし k = 1, 2, ..., 8 は各ワッシャーを表す。フィードバックコ イル、SQUID ワッシャーは各入力部がそれぞれ  $L_{fb,k} = 100 \text{ pH}$ 、 $L_{sq,k} = 100 \text{ pH}$  のインダクタンスを持つ。前者 は直列、後者は並列に 8 つのワッシャーが接続しているため、フィードバックコイル全体の自己インダクタンスは  $L_{fb} = 800 \text{ pH}$ 、SQUID ワッシャーの自己インダクタンスは  $L_{sq} = 12.5 \text{ pH}$  となっている。入力コイル、フィードバッ クコイル、SQUID ワッシャーの各入力部はコイル平面が縦に重なるように配置されているため、カップリング係数 は 1 である。そこで、各入力コイルと SQUID ワッシャーの相互インダクタンスは  $M_{fb,k} = \sqrt{L_{in,k}L_{sq,k}} = 800 \text{ pH}$ 、Aフィードバックコイルと SQUID ワッシャーの相互インダクタンスは  $M_{fb,k} = \sqrt{L_{in,k}L_{sq,k}} = 800 \text{ pH}$ 、各フィードバックコイルと SQUID ワッシャーの相互インダクタンスは  $M_{fb,k} = \sqrt{L_{in,k}L_{sq,k}} = 100 \text{ pH}$  と計算され る。入力コイルは SQUID ワッシャーを介して磁気的に結合しているので、入力コイルに流れる電流が SQUID ワッシャーに電流を誘起し、その電流が他の入力コイルに磁束を誘起する。このプロセスは他の入力コイルに磁束を誘起する。このプロセスは他の入力コイルと 2 に流れる 磁束を  $\Phi_{in,2}$  とおくと、入力コイル 1-2 間の相互インダクタンス  $M_{in,1-2}$  は  $\Phi_{in,2} = M_{in,1-2}I_{sq,1}$  と書ける。

まずはフィードバックを返さない (FLL を動作させない) 場合を考える。入力コイル 1 に各周波数  $\omega$  の  $I_{\mathrm{in},1}$  の電

流を流す場合、SQUID ワッシャー 1 に誘起される磁束  $\Phi_{
m sq,1}$  とそれによる誘導電圧  $V_{
m sq,1}$  は、

$$\Phi_{\rm sq,1} = M_{\rm in,1} I_{\rm in,1} \tag{5.20}$$

$$V_{\rm sq,1} = -i\omega \ M_{\rm in,1}I_{\rm in,1}$$
 (5.21)

と書ける。図 5.9 のように SQUID ワッシャー 1 とインピーダンス Z の他の要素からなる閉回路を考えると、ワッ



図 5.9 8INPUT2 型の等価回路 2。

シャー 1 を流れる電流  $I_{sq,1}$  は

$$I_{\mathrm{sq},1} = \frac{V_{\mathrm{sq},1}}{i\omega L_{\mathrm{sq},1} + Z} \tag{5.22}$$

と書ける。TES の信号を読み出す際は、SQUID のジョセフソン結合の超伝導が破れた状態で使用する。そのため、ジャンクションの抵抗値は  $R_{\rm s} = 2 \Omega$  となる。後段 420-SSA への伝達抵抗  $R_{\rm a} \sim 1-2$  は共に SQUID ワッシャーの インピーダンスよりはるかに大きい。そこで  $Z = \frac{i\omega L_{
m sq,2}}{7}$  と書ける。ただし、 8 つのワッシャーはおよそ対称に配置 されているため  $L_{
m sq,1} = L_{
m sq,2} = ... = L_{
m sq,8}$  とした。そこでワッシャー 1 に流れる電流は

$$I_{\rm sq,1} = \frac{V_{\rm sq,1}}{8i\omega L_{\rm sq,1}/7} = -\frac{7}{8} \frac{M_{\rm in,1}}{L_{\rm sq,1}} I_{\rm in,1}$$
(5.23)

ワッシャー 2-8 を流れる電流はそれぞれ

$$I_{\rm sq,2} = \dots = I_{\rm sq,8} = \frac{1}{8} \frac{M_{\rm in,1}}{L_{\rm sq,1}} I_{\rm in,1}$$
(5.24)

と計算される。入力コイル2に誘起される磁束、相互インダクタンスはそれぞれ

$$\Phi_{\text{in},2} = M_{\text{in},2}I_{\text{sq},2} = \frac{1}{8} \frac{M_{\text{in},1}M_{\text{in},2}}{L_{\text{sq},1}}I_{\text{in},1}$$
(5.25)

$$M_{\rm in,1-2} = 800 \text{ pH } \left(\frac{M_{\rm in,1}}{800 \text{ pH}}\right)^2 \left(\frac{100 \text{ pH}}{L_{\rm sq,1}}\right)$$
(5.26)

と計算される。

次に FLL を動作させ、SQUID ワッシャーにフィードバックする場合を考える。SQUID ワッシャーに誘起される 磁束は

$$\Phi_{\rm sq,1} = M_{\rm in,1}I_{\rm in,1} - M_{\rm fb,1}I_{\rm fb}$$
(5.27)

と書ける。 $I_{\rm fb}$ は SQUID ワッシャーに入っている全磁束で決まる。式 (5.20)の  $\Phi_{
m sq,1}$ はワッシャー 1 に  $I_{
m in,1}$ が作る磁束であり、ワッシャー 1 に入っている全磁束ではない。ワッシャー 1 の全磁束は式 (5.23)が作る磁束との和であるため、

$$\Phi_{\rm sq,1,total} = \frac{1}{8} M_{\rm in,1} I_{\rm in,1}$$
(5.28)

となる。一方、他のワッシャーの磁束は

$$\Phi_{\mathrm{sq},2} = L_{\mathrm{sq},2}I_{\mathrm{sq},2} = \frac{1}{8}M_{\mathrm{in},1}I_{\mathrm{in},1}$$
(5.29)

であるので、 $I_{in,1}$ が作る SQUID の全磁束は  $\Phi = M_{in,1}I_{in,1}$ となる。フィードバック回路は SQUID の全磁束  $\Phi_{sq}$ であるときに、 $-\mathcal{L}\Phi_{sq}$ の磁束をフィードバック回路を通して SQUID に返す。つまり、

$$-\mathcal{L}\Phi_{\rm sq} + \Phi = \Phi_{\rm sq} \tag{5.30}$$

となるように動作する。ここで £ は負帰還回路のループゲインである。したがって、

$$\Phi_{\rm sq} = \frac{\Phi}{1+\mathcal{L}} = \frac{M_{\rm in,1}I_{\rm in,1}}{1+\mathcal{L}} \tag{5.31}$$

と計算される。フィードバックコイルは 8 分割された SQUID ワッシャーに同等に接続しているため、フィードバッ クを返したときに SQUID ワッシャー 2 を貫通する磁束はこの 1/8 である。入力コイル 2 の感じる磁束はさらにそ の  $M_{\rm in,1}/L_{\rm sq,1}$  倍になるので、

$$\Phi_{\rm in,2} = \frac{1}{8} \frac{M_{\rm in,1} I_{\rm in,1}}{1 + \mathcal{L}} \frac{M_{\rm in,1}}{L_{\rm sq,1}}$$
(5.32)

となる。したがって

$$M_{\rm in,1-2} = \frac{800}{1+\mathcal{L}} \,\,\mathrm{pH} \,\,\left(\frac{M_{\rm in}}{800 \,\,\mathrm{pH}}\right)^2 \left(\frac{100 \,\,\mathrm{pH}}{L_{\rm sq}}\right)$$
(5.33)

となる。

8INPUT3 型



図 5.10 8INPUT3 型の等価回路。

図 5.11 に 8INPUT3 型の等価回路図を示す。8INPUT2 型との違いは、チャンネル間のクロストークを減らすた めに 8 つ直列接続された 1 ターンの入力コイルである。入力磁束が各 SQUID ワッシャーに等しく入力され、各ワッ シャーに等しい誘起電流が流れるために 8INPUT2 型で起きていたクロストークは減少すると予想されるが、入力コ イル同士の結合が強くなるためにそのクロストークの影響が現れると考えられる。以下にパラメータをまとめる。

- 1. 入力コイル
  - $L_{ink,l} = 100 \text{ pH} (k, l = 1, 2, ..., 8)$
  - $L_{\rm in} = 800 \text{ pH}$
  - $M_{\mathrm{in}k,1} = 100 \text{ pH}$
- 2. フィードバックコイル
  - $L_{\text{fb},k} = 100 \text{ pH}$
  - $L_{\rm fb} = 800 \text{ pH}$
  - $M_{\text{fb},l} = 100 \text{ pH}$
- 3. SQUID ワッシャー
  - $L_{\text{sq},l} = 100 \text{ pH}$

ここで  $L_{\text{in}k,l}$ 、 $M_{\text{in}k,1}$  はそれぞれ、k 番目の入力コイルを構成する 8 つのコイルの内の l 番目のコイルの自己インダクタンス、l 番目の SQUID ワッシャーとの相互インダクタンスである。このタイプでは入力コイル同士が直接重なっているため、コイル同士の直接的な相互インダクタンスが存在する。分割されたコイルは一回巻きの自己インダクタンス 100 pH のコイルで、完全に同じ大きさのコイルが上下に重なっている。したがって、分割されたコイル同士の相互インダクタンスは  $M_{\text{in},1-2,1} = 100$  pH である。これが 8 つ直列に接続しているので、全部で  $M_{\text{in},1-2} = 800$  pH となる。

次に SQUID ワッシャーに流れる誘導電流を通した相互インダクタンスを考える。8INPUT2 型と同様にフィード バックを返さない場合、SQUID ワッシャー 1 に誘起される磁束  $\Phi_{sq,1}$  とそれによる誘導電圧は

$$\Phi_{\rm sq,1} = M_{\rm in1,1} I_{\rm in,1} \tag{5.34}$$

$$V_{\rm sq,1} = -i\omega M_{\rm in1,1} I_{\rm in,1} \tag{5.35}$$

と書け、 $M_{in1,1} = M_{in1,2} = ... = M_{in1,8}$  であるから、 $\Phi_{sq,1} = \Phi_{sq,2} = ... = \Phi_{sq,8}$ 、 $V_{sq,1} = V_{sq,2} = ... = V_{sq,8}$ となる。図のような閉回路を考えると、



図 5.11 8INPUT3 型の等価回路 2

$$I_{\rm sq,1} = \frac{V_{\rm sq,1}}{8(Z+R_{\rm s}) + i\omega L_{\rm sq,1}}$$
(5.36)

と書ける。 $R_{\rm a} = R_{\rm s}/8$ とし、 $R_{\rm s} \gg R_{\rm a} + i\omega L_{\rm in,SSA}$   $(f \ll 3.5 \text{ MHz})$ のとき、 $Z \sim 0$ と書けるため、それぞれの SQUID ワッシャーに流れる電流  $I_{
m sq,1} = I_{
m sq,2} = ...I_{
m sq,8}$ は

$$I_{\rm sq,1} = -\frac{i\omega M_{\rm in1,1} I_{\rm in,1}}{8R_{\rm s} + i\omega L_{\rm sq,1}}$$
(5.37)

と計算される。電流  $I_{sc}$  によって入力コイル 2 に誘起される磁束、相互インダクタンスはそれぞれ

$$\Phi_{\text{in2},1} = M_{\text{in2},1}I_{\text{sq},1} = -\frac{i\omega M_{\text{in1},1}M_{\text{in2},1}I_{\text{in},1}}{8R_{\text{s}} + i\omega L_{\text{sq},1}}$$
(5.38)

$$M_{\rm in,1-2,1} = -\frac{i\omega M_{\rm in1,1}^2}{8R_{\rm s} + i\omega L_{\rm sq,1}} \sim -\frac{i\omega M_{\rm in}^2}{8R_{\rm s}}$$
(5.39)

$$\simeq -i \cdot 0.3 \text{ fH} \left(\frac{f}{100 \text{ kHz}}\right) \left(\frac{M_{\text{in}}}{100 \text{ pH}}\right)^2 \left(\frac{2 \Omega}{R_{\text{s}}}\right)$$
 (5.40)

と計算される。したがって、SQUID ワッシャーに流れる誘導電流を通した相互インダクタンスは、コイル同士の直接的な相互インダクタンスに比べて十分小さい。

次に FLL を動作させ、SQUID ワッシャーにフィードバックする場合を考える。SQUID ワッシャーに誘起される 磁束は

$$\Phi_{\rm sq,1} = M_{\rm in1,1} I_{\rm in,1} - M_{\rm fb,1} I_{\rm fb} \tag{5.41}$$

と書ける。FLL のループゲインを *L* とおくと、

$$I_{\rm fb} = \frac{\mathcal{L}}{1 + \mathcal{L}} I_{\rm sq,1} \tag{5.42}$$

となるので、 $M_{in1,1} = M_{fb,1}$ を代入すると

$$\Phi_{\rm sq,1} = \frac{1}{1+\mathcal{L}} M_{\rm in1,1} I_{\rm in,1} \tag{5.43}$$

と書ける。以降の計算はフィードバックを返さない場合と同様なので、入力間の相互インダクタンスは  $1/(1 + \mathcal{L})$  倍 になる。すなわち

$$M_{\rm in,1-2,1} \simeq -i \cdot 0.3 \frac{1}{1+\mathcal{L}} \text{ fH } \left(\frac{f}{100 \text{ kHz}}\right) \left(\frac{M_{\rm in}}{100 \text{ pH}}\right)^2 \left(\frac{2 \Omega}{R_{\rm s}}\right)$$
(5.44)

となる。したがって、最終的な入力間相互インダクタンスは $M_{\rm in,1-2} = 800/(1 + \mathcal{L})$  pH となる。

5.2.2 入力間相互インダクタンスの測定方法

§5.2.1 では入力コイル間インダクタンスの見積もりを行なった。この節では実際に相互インダクタンスを測定する ためのセットアップを示す。一番単純な測定方法は入力コイル 1 にサイン波等の信号を入れ入力コイル 2 に誘起さ れる信号の振幅をオシロスコープで測定することである。しかし後に示すように、入力コイル間相互インダンクタン スは数 100 pH と小さく、出力信号がオシロスコープの分解能より小さいため正確に読み出すことができない。した がって 420-SSA を用いて液体ヘリウム温度で信号の増幅を行ない、常温部ではロックインアンプを用いることによ り測定の感度を高めた。微小な信号を測定し入力間相互インダクタンスを算出する。図 5.12 に入力間相互インダク タンス測定のためのセットアップを示す。

8 入力 SQUID の入力の一つ(たとえば入力 2)を 420-SSA の入力につなぎ、液体ヘリウム中で 8 入力 SQUID、 420-SSA の両方を駆動する。8 入力 SQUID の入力コイル 1 にファンクションジェネレータからサイン波を入力し、 入力コイル 2 に起こる信号を 420-SSA で増幅して常温まで読み出し、ヘッドアンプによって更に増幅を行なう。増 幅された信号の振幅をロックインアンプによって計測する。8 入力 SQUID の入力コイル 1 に流す電流を  $I_{in,1}$  とす ると、8 入力 SQUID の入力コイル 2 と 420-SSA からなる閉回路に誘起される電圧  $V_{in,2}$  は

$$V_{\rm in,2} = -\frac{d\Phi_{\rm in,2}}{dt} = -M_{\rm in,1-2}\frac{dI_{\rm in,1}}{dt}$$
(5.45)

である。ここで  $\Phi_{in,2}$  は入力コイル 2 内に入る磁束、 $M_{in,1-2}$  は入力コイル 1 と入力コイル 2 の相互インダクタンス である。一方、キルヒホッフの法則により

$$V_{\rm in,2} = I_{\rm in,2}Z + L_{\rm in,2}\frac{dI_{\rm in,2}}{dt} + L_{\rm in,SSA}\frac{dI_{\rm in,2}}{dt}$$
(5.46)



図 5.12 420-SSA を用いた 8 入力 SQUID の入力間相互インダクタンス測定の回路図

とも書ける。ここで  $I_{in,2}$  は閉回路内に流れる電流、Z は配線の寄生インピーダンス、 $L_{in,2}$  は入力コイル 2 の自己 インダクタンス、 $L_{in,SSA}$  は 420-SSA の入力コイルの自己インダクタンスである。 $I_{in,1} = I_0 e^{i\omega t}$  に、式 (5.45)、式 (5.46) を連立させると

$$-i\omega M_{\text{in},1-2}I_{\text{in},1} = (Z + i\omega L_{\text{in},2} + i\omega L_{\text{in},\text{SSA}})I_{\text{in},2}$$

$$(5.47)$$

Iin,2 について解くと

$$I_{\rm in,2} = \frac{-i\omega M_{\rm in,1-2}}{Z + i\omega L_{\rm in,2} + i\omega L_{\rm in,SSA}} I_{\rm in,1}$$
(5.48)

$$|I_{\text{in},2}|^2 = \frac{(\omega M_{\text{in},1-2})^2}{|Z|^2 + (\omega L_{\text{in},2} + \omega L_{\text{in},\text{SSA}})^2} I_{\text{in},1}^2$$
(5.49)

したがって、電流  $I_{in,2}$  を検出することが出来れば、 $M_{in,1-2}$  を算出することが出来る。

 $M_{\text{in},1-2}$ は§ 5.2.1 で求めたように数百 pH のオーダーであり、また SQUID に入力する電流  $I_{\text{in},1}$ は数百  $\mu$ A の オーダーである。従って  $I_{\text{in},2}$ は非常に小さな値となると予測され、 $iw(L_{\text{in},2} + L_{\text{in},\text{SSA}}) \gg Z$ の場合数百  $\mu$ A、Z が 抵抗成分で数 mΩ であると仮定すると  $\sim 10^{-13} \times f$ (周波数 f = 100 kHz とすると数百 nA)オーダーになると考 えられる。したがって入力間相互インダクタンス測定のセットアップの検出限界値を前もって測定しておかなくては ならない。次の項ではその検出限界値を測定した。

#### 5.2.3 測定環境の構築

§5.2.2 で求めたように、考案した相互インダクタンス算出のためのセットアップでは少なくとも~数百 nA のごく 微小な信号を検出しなければならない。したがって相互インダクタンス測定の前に、以上で述べたセットアップでの 微小信号の検出限界値を調べた。

使用した測定機器は SII 社製 SQUID 駆動装置 #2、セイコー・イージーアンドジー社製 モデル 7280 2 位相 DSP ロックインアンプ、Agilent Technologies 社製 355 C、D VHF Attenuator、同社製 33120A Function Generator、 nF 回路設計ブロック社製 Function Synthesizer 1915、Tektronix 社製 TDS 510A 型 デジタル・オシロスコープと、

63

hp / Agilent Technologies 製 35670A FFT ダイナミック・シグナル・アナライザ、液体ヘリウム中測定用プローブ である。

#### SQUID 駆動装置#2 とロックインアンプの検出限界

最初にロックインアンプ単体での場合と、駆動装置 #2 + ロックインアンプの場合の検出限界を調べた。ロックイ ンアンプの入力を 50 Ω ターミネータで端末した状態と、駆動装置 #2 のヘッドアンプの入力の D-sub 部分をグラ ウンドに落した場合の 2 通りのノイズを測定周波数 1k Hz で測定した。測定のセットアップを図 5.13 に示す。横



図 5.13 駆動装置#2 とロックインアンプのノイズ測定のセットアップ。左が 50 Ω 終端した場合。右がヘッド アンプの入力部をグラウンドに落した場合。

軸をロックインアンプの AC Gain、Time Constant、縦軸を 1k Hz でのノイズ電圧にしたグラフを図 5.14 に示す。 ここで AC Gain とは、ロックインアンプの入力からの信号を増幅する AC オペアンプのゲイン<sup>\*3</sup>、Time Constant (時定数)とは、Phase Sensitive Detector 後のローパスフィルタのカットオフ周波数の逆数であり、SN 比を決める パラメータである<sup>\*4</sup>。AC Gain が大きくなるほど、また Time Constant が大きくなるほど感度が向上していること が分かる。ロックインアンプ単体では 50  $\Omega$  のジョンソンノイズ (~0.9 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ )が見えてくるはずだが、20 nV 付近で下げ止まっている。ロックインアンプ入力部でのノイズであれば、Time Constant を上げていくと感度は向上 するであろうから、これはロックインアンプ入力部でのノイズであれば、Time Constant を上げていくと感度は向上 するであろうから、これはロックインアンプ入力部でのノイズであれば、Time Constant を上げていくと感度は向上 するであろうから、これはロックインアンプの内の AC アンプ後に発生したノイズによるものと考えられる。駆動装置 #2 の入力部をグラウンドへショートした場合ではノイズが高くなっているが、これは駆動装置の出力部のノイズに よるものか、グラウンドのノイズがヘッドアンプの増幅器のゲイン分(300 倍)大きくなっているかのどちらかであ る。8 入力 SQUID の相互インダクタンスを測定する場合は、駆動装置を通った後の信号がこの値よりも大きければ 良いので、たとえば AC Gain = 10 dB、Time Constant = 1 s であれば駆動装置 #2 入力換算で約 20 nV 以上で あれば良い。実際測定する場合はよほどノイズが大きくない限り AC Gain はもっと大きくとれるので、更に感度は 上がると考えられる。

次に駆動装置#2 とロックインアンプを用いて、微小信号の検出を行なった。微小信号はファンクションジェネレータから発生させた 1k Hz のサイン波を、アッテネータによって減衰することでつくり出した。実験のセットアップを図 5.15 に示す。駆動装置#2 の入力部に入力される電圧を入力電圧とし、入力電圧  $V_{\rm in} = 100 \text{ pV}_{\rm pp} - 1 \mu \text{V}_{\rm pp}$ の範囲での検出電圧値を測定した。その際アッテネータの減衰値を 100、110、120 dB と変化させ、検出限界への影響が見られるかを調べた。ロックインアンプの AC Gain は 46 dB、Time Constant は 1 s に設定した。得られた結果を図 5.16 に示す。それぞれ入力電圧に対する検出電圧、検出電圧と入力電圧の比、参照信号と検出信号との位

$$SN$$
比  $\propto \frac{中心周波数}{帯域幅} = \frac{中心周波数}{2 \times \pi \nu h \tau 2 \pi b} = \frac{中心周波数 \times \text{Time Constant}}{2}$  (5.50)

であるから、Time Constant が大きくなるほど精度よく検出できるようになる。ただし、信号がフィルタを通過してから安定するまでに は Time Constant の 5–7 倍の時間がかかるため、測定を連続して行なう場合には 10 秒程度が限界であろう。

<sup>\*3</sup> AC Gain を小さくするほど振幅が大きい雑音の入力を許容できるようになるが、その分 Phase Sensitive Detector からの DC オフセットの影響により SN 比が悪くなってしまうため、測定の際には可能な限り大きく設定すべきパラメータである。

<sup>\*4</sup> ロックインアンプでの SN 比はノイズをホワイトノイズとしたとき、



図 5.14 駆動装置 #2 とロックインアンプのショート時のノイズ。左: AC Gain を変化させた時。Time Constant = 1 s 。右: Time Constant を変化させた時。AC Gain = 66 dB。 : ロックインアンプの入力を 50 Ω で端末した時。×: 駆動装置#2 ヘッドアンプの入力部をグラウンドに落した時



図 5.15 駆動装置#2 とロックインアンプを用いた微小信号検出のセットアップ。ロックインアンプには参照信 号を同じファンクションジェネレータから入力している。

相差のグラフである。ロックインアンプは出力値として入力電圧の  $1/\sqrt{2}$  倍を返し、測定時には並列に 50  $\Omega$  を入力 していたため、左上図の検出電圧値は  $2\sqrt{2}$  倍して、#2 ヘッドアンプのゲイン G = 300 で割った値を縦軸とした。 200 nVpp までは 1 割程度の精度で検出できていることが分かる。これは回路を GND に落した場合の 10 倍ほど高 い検出限度である。また、120 dB の減衰率の場合に検出電圧値/入力電圧値が 1 でないのは 120 dB ではアッテネー タが正しく減衰できていないことが考えられる。ロックインアンプのノイズが加わっている可能性もあるが、ロック インアンプ内のノイズは 20 nVpp 程度であるのに対し、入力電圧 1  $\mu$ Vpp で検出されている電圧は 1.1  $\mu$ Vpp である ので、100 nVpp 程度のノイズがのっていることになるからである。

位相差をみると、減衰率 110 dB と 120 dB のデータではファンクションジェネレータの電圧が 200 mV<sub>pp</sub> 程度の ときに位相がまわり始めていることが分かる。したがってファンクションジェネレータが小さい電圧を出す場合に、 出力信号と参照信号の位相差が出来てしまっていることが考えられる。相互インダクタンスの測定では式 (5.40) を 見る通り位相も重要なパラメータであるので、この位相の回りがファンクションジェネレータによるものか、アッテ ネータによるものかどうかを調べた。オシロスコープでファンクションジェレータから信号と参照信号を直接オシロ スコープに入力した場合と、アッテネータを通した場合の位相差を測定した。セットアップの模式図を図 5.18 に示 す。測定周波数は 1kHz、入力電圧  $V_{in} = 20 V_{pp}$  で行なった。ファンクションジェネレータから直接入力した場合は 電圧が 200 mV<sub>pp</sub> より小さくなっても位相差は変わらなかった。またアッテネータを通した場合には 80 dB 付近か ら位相が回っていることが分かる。したがって、80 dB 以上の減衰率のアッテネータを通した信号は、10 度程度参照 信号より位相が回ってもおかしくないと考えられる。図 5.16 下の結果から、アッテネータが 200 mV<sub>pp</sub> 以下で位相

65



図 5.16 駆動装置#2 とロックインアンプを用いた微小信号の検出結果。左上:入力電圧に対する検出値のヘッ ドアンプ入力換算電圧。右上:入力電圧に対する検出電圧と入力電圧の比。下:参照信号との位相差。 がアッテ ネータ減衰率 100 dB、×が 110 dB、 が 120 dB である。



図 5.17 位相回りの測定のセットアップ

が回り始めたから、ファンクションジェネレータから小さな信号をアッテネータに入力すると、位相が回るということが考えられる。

図 5.15 と同様のセットアップで、検出限界の周波数特性も測定した。横軸を周波数、縦軸を図 5.16 右上同様に入 力電圧と検出電圧の比でとったものと、位相差でとったものを図 5.19 に示す。入力電圧はアッテネータによる減衰 後で 0.6-1.0 µVpp である。#2 ヘッドアンプの折れ曲がりのポールが見えており、50 kHz 以上では検出感度は半 分以下になってしまうことが分かる。

#### 測定に用いたプローブのクロストークの評価

8 入力 SQUID の相互インダクタンス測定時において 8 入力 SQUID 以外のクロストークは排除する、または考慮 しておかなければならない。相互インダクタンス測定に用いるプローブには、コンスタンタンのツイストペアルーム 線が這わせてあり、これがクロストークの原因になる可能性がある。したがってこのプローブ配線のクロストークの

66


図 5.18 位相回りの測定結果。左:ファンクションジェネレータによる位相回り。右:アッテネータの減衰率による位相回り。 $V_{\rm in}=20~V_{\rm pp}$ 



図 5.19 サイン波を入力した時の周波数特性。上:入力電圧と検出電圧との比。下:参照信号との位相差

測定を行なった。

プローブの入力配線、アンプ用配線をショートして、ファンクションジェネレータから入力にサイン波を入力し、 アンプ用配線をロックインアンプに入力した。セットアップを図 5.20 に示す。入力電圧を $V_{in} = V_0 e^{i\omega t}$ とすると、



図 5.20 配線間クロストーク測定のセットアップ

配線のクロストークを相互インダクタンスによるものと仮定すると

$$V_{\rm h} = -M \frac{dI_{\rm in}}{dt} = -\frac{i\omega M V_0 e^{i\omega t}}{R}$$
(5.51)

$$M = -\frac{iRV_{\rm h}}{\omega V_0 e^{i\omega t}} \tag{5.52}$$

と書ける。ここで  $V_{\rm h}$  はヘッドアンプに入力される電圧、M は配線間の相互インダクタンス、 $I_{\rm in}$  は入力電流、  $R = 10 \text{ k}\Omega$  は入力に直列に入れた抵抗値である。したがって、 $V_{\rm h}$  を測定からすることで M が求まる。周波数 1k Hz のサイン波の入力電圧を  $V_{\rm in} = 0.1 - 10V_{\rm pp}$ の範囲で入力し、ロックインアンプの出力電圧  $V_{\rm out}$  を測定した結果を 図 5.21 に示す。 $V_{\rm h}$  はヘッドアンプのゲイン G = 300 を用いて  $V_{\rm h} = V_{\rm out} \times 2\sqrt{2}/G$  と書けるから、一番クロストー



図 5.21 配線間クロストークの測定。入力電圧に対する検出電圧。

クが大きいと考えられる  $V_{\rm in} = 10 V_{\rm pp}$ 入力した場合には

$$|M| = \frac{2\sqrt{2RV_{\text{out}}}}{G\omega V_0} \tag{5.53}$$

$$\sim 750 \text{ pH} \tag{5.54}$$

となり、インダクタンスとしての配線間のクロストークはこの値以下となる。§ 5.2.1 での 8 入力 SQUID の入力間 相互インダクタンスの見積もり値は 8INPUT2 型、8INPUT3 型共に M = 800 pH であるから、800 pH 以下の入力 間相互インダクタンスで説明できないようなインダクタンスが現れた場合は、抵抗 R の値を下げて測定し厳しい制限 をつける必要がある。

#### 420-SSA を用いた測定系の検出限界

次は更に測定感度を上げるために、§ 5.2.3 の測定系に 420-SSA を加える。この測定系に入力できる最大電流値は、 420-SSA の入力磁束を  $\Phi_0/2$  以下にしなければならないという制限によって決まる。420-SSA の測定モードは入力 コイルにフィードバックを返すため、入力磁束が  $1/(1 + \mathcal{L}(f))$  されるため、最大入力電流を  $I_{\text{in,max}}$  とすると

$$\frac{M_{\rm in}I_{\rm in,max}}{1+\mathcal{L}(f)} \le \Phi_0 \tag{5.55}$$

$$I_{\rm in,max} \le \frac{\Phi_0(1 + \mathcal{L}(f))}{M_{\rm in}} \simeq 20 \ (1 + \mathcal{L}(f)) \ \mu A$$
 (5.56)

となる。ここで  $M_{in} = 54$  pH は入力コイルと SQUID ワッシャーの相互インダクタンスである。したがって、 $\mathcal{L}(f)$ が小さくなる高周波側では  $I_{in,max}$  は小さくなると考えられる。図 5.22 に測定のセットアップの模式図を示す。ファ

ンクションジェネレータからサイン波を FLL で駆動した 420-SSA に入力し、出力の振幅を横河オシロで読みとった。横軸を入力電流  $I_{\rm in}$  または周波数、縦軸を出力電圧を FLL の電流電圧変換係数  $\Xi$  で割った入力換算電流にした



図 5.22 420-SSA + 駆動装置#2 の最大入力電流測定のセットアップ

グラフを図 5.23 に示す。図 5.23 左では低周波 (~ 1k Hz) では入力換算電流が入力電流に比例していることが分か



図 5.23 420-SSA + 駆動装置#2 の最大入力電流。左:入力電流に対する検出値の 420-SSA 入力換算電流。右:周波数特性。

る。入力電流が 300  $\mu$ A 以上では式 (5.56)の効果ではなく、回路の出力電圧による制限が見えている。高周波では 式 (5.56)による制限が効き、比例関係から外れていることが分かる。図 5.23 右は横軸を周波数にしてとったもので ある。1k Hz までは回路の出力電圧の制限で  $I_{in,max}$  (~420  $\mu$ A)が決まっているが、それ以上の高周波では  $\mathcal{L}(f)$  が 減少するのにしたがって  $I_{in,max}$  が減少していることが分かる。

最大入力電流が分かったところで、§ 5.2.3 と同様に 420-SSA + 駆動装置#2 + ロックインアンプを用いた測定系の検出限界を測定した。セットアップを図 5.22 に示す。まずは 420-SSA の入力部を 50 Ω 終端した場合のノイズを 測定した。参照信号はロックインアンプ内部の発信機を用いた。図 5.25 にノイズの周波数特性を示す。それぞれ は SQUID バイアス電流ゼロ、×は調整モード、フィードバックオン、 は測定モード、フィードバックオンである。

は 420-SSA は超伝導状態であるから 420-SSA 以降のノイズが見えており、(図 5.14 参照)×、 では入力に直列 に入っている抵抗  $R = 10 \text{ k}\Omega$  のジョンソンノイズ (それぞれ 200 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ 、630 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ) 420-SSA 以降のノイズ



図 5.24 420-SSA + 駆動装置#2 + ロックインアンプを用いた微小信号検出のセットアップ



図 5.25 420-SSA 入力部を 50  $\Omega$  終端した場合のノイズの周波数特性。AC Gain = 54 dB、Time Constant = 1 s で取得した。 は SQUID バイアス電流ゼロ、×は調整モード、フィードバックオン、 は測定モード、フィードバックオン

の足し合わせが見えている。100 kHz でノイズが高いのはラインノイズの影響である。信号検出を行なう 1 kHz の ノイズは約 3  $\mu$ V $\sqrt{\text{Hz}}$  であるから、ロックインアンプに入力される直前の電圧がこれ以上の値であるか、もしくは 420-SSA 入力換算電圧で 600 nV<sub>pp</sub>、420-SSA 入力換算電流で 60 pA<sub>pp</sub> であれば良い。

次に微小信号の検出を行なった。420-SSA 入力部にファンクションジェネレータとアッテネータをつなぎ、周波数 1 k、100 kHz のサイン波を検出した。図 5.26 に結果を示す。 $I_{\rm in} = 2 \text{ nA}_{\rm pp}$ まではどの周波数でもノイズに負けずに検出できていることが分かる。したがって 420-SSA 入力換算電流で  $I_{\rm in} = 2 \text{ nA}_{\rm pp}$ 、420-SSA 入力換算電圧で  $V_{\rm in} = 20 \ \mu V_{\rm pp}$ がこの測定系の検出限界値である。

5.2.4 入力間相互インダクタンスの測定

8入力 SQUID 未駆動時の相互インダクタンス

測定系の検出限界が  $I_{in} = 2 nA_{pp}$  と求まったので、まずは 8 入力 SQUID (8INPUT2 型)の入力間相互インダク タンスの測定を行なった。この 8 入力 SQUID は金パッドを用いている。プローブに 8 入力 SQUID、420-SSA を



図 5.26 420-SSA + 駆動装置#2 + ロックインアンプを用いた微小信号検出。左;入力電流に対する検出信号の 420-SSA 入力換算電流。右:参照信号との位相差。

マウントし、二つの SQUID の入力間の配線は NbTi 銅被膜線をツイストして用いた。8 入力 SQUID の駆動系は 全てオープンの状態にし、8 入力 SQUID の入力 2 を常温に引出し、入力 1 を 420-SSA の入力につないだ。この 際、入力 1 に流れる電流を大きくするために抵抗を入れず直接入力同士をつないだ(§ 5.2.2 参照)。二つの SQUID をプロープにマウントした写真を図 5.27 に示す。また測定時の回路図を図 5.28 に示す。420-SSA は駆動装置#2 で駆動し、 -V は横河オシロスコープ、ノイズは FFT アナライザで取得した。まずは 8 入力 SQUID の入力 2



図 5.27 プローブに 8 入力 SQUID と 420-SSA をマウントした様子。 8 入力 SQUID の駆動系はオープンにしている。

を 50  $\Omega$  終端した状態で、420-SSA を動作させ  $\Phi - -V$ 、ノイズを取得した。図 5.29 に示す。 $\Phi - V$  の大きさは  $V_{\Phi} = 16 \text{ mV}/\Phi_0$  であり、設計値 24 mV/ $\Phi_0$  の 3 分の 2 程度であった。また 3 kHz までの低周波側のフラットな ノイズ (~10  $\mu$ V/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ) は寄生抵抗のジョンソンノイズによるもの、3 kHz より高周波側では 420-SSA と 8 入力 SQUID の自己インダクタンスによるポールが見えていると考えられる。8 入力 SQUID と 420-SSA の入力コイル でつくる閉回路のインピーダンスを  $Z_{\text{loop}}(f) \equiv R_{\text{para}} + i\omega L_{\text{loop}}$ とすると、出力ノイズ  $V_{n,\text{out}}$  と寄生抵抗によるジョ ンソンノイズ  $V_{n,\text{para}}$  との関係式は

$$V_{\rm n,out} = \frac{V_{\rm n,para}}{Z_{\rm loop}(f)} \Xi(f)$$
(5.57)



図 5.28 8 入力 SQUID 未駆動時の相互インダクタンス測定時の回路図。



図 5.29 左:420-SSA 調整モード・フィードバックオフのときの  $\Phi = V$ 、右:測定モード・フィードバックオン のときのノイズ。寄生抵抗によるジョンソンノイズが見えている。

となる。ここで、 $\Xi(f)$ は電流電圧換算係数である。 $f \le 1$  kHz のときは $\Xi(f)$ が周波数によらず、かつ寄生抵抗によるジョンソンノイズが見えていると仮定すると、

$$V_{\rm n,out} = \frac{V_{\rm n,para}}{R_{\rm para}} \Xi = \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T}{R_{\rm para}}} \Xi$$
(5.58)

$$R_{\text{para}} = \frac{4k_B T \Xi^2}{V_{n,\text{out}}^2} = 3.1 \text{ m}\Omega \pm 18\%$$
(5.59)

ここで  $k_{\rm B} = 1.38 \times 10^{-23}$  J/K、T = 4.2 K、 $\Xi = 50$  kV/A である。またノイズスペクトルのポールから閉回路の インダクタンス  $L_{\rm loop}$  を求めた。1 kHz 以上の高周波でも Z(f) が一定であると仮定すると、低周波と高周波を直線 フィットすることで、ポールの位置は

$$1.36 \times 10^{-5} = 1.03 \times 10^{-1} f^{-1} \tag{5.60}$$

$$f = 7.6 \text{ kHz}$$
 (5.61)

と求まり、L<sub>loop</sub>は

$$i\omega L_{\rm loop} = R_{\rm para}$$
 (5.62)

$$L_{\text{loop}} = 65 \text{ nH} \tag{5.63}$$

と計算される。 $L_{
m loop}\equiv L_{
m in,1}+L_{
m in,SSA}$ とすると $L_{
m in,1}=6.4~
m nH,~L_{
m in,SSA}=80~
m nH$ であることから、2割程度の設計値よりも小さい値であることが分かる。

次にファンクションジェネレータからサイン波を発生させ 8 入力 SQUID の入力 2 に入力し、入力 1 に誘起され る電流を駆動装置#2 で駆動した 420-SSA で読みだし、ロックインアンプを用いて検出した。図 5.30 に入力したサ イン波 (1 kHz)の大きさ  $I_{\rm in,pp}$  と検出電圧  $V_{\rm out}$  との関係、また入力サイン波と検出サイン波との位相遅れの関係 を示す。(ロックインアンプの入力に 50  $\Omega$  を並列につないでいるのと、ロックインアンプの検出電圧  $V_{\rm out}$  が入力電 圧の  $1/\sqrt{2}$  倍になることを考慮して縦軸を補正している)5.31 に入力電流 100  $\mu$ A の時の周波数と検出電圧との関 係、位相差の関係を示す。図 5.30 を見ると入力電流の大きさが 1.0  $\mu$ A<sub>pp</sub> までは誤差が少ない状態で 8 入力 SQUID の入力 1 に流れる誘起電流を検出しており、相互インダクタンスの影響が見えている事が分かる。また図 5.31 をみ ると低周波側では相互インダクタンスが周波数に比例する影響が見えている。高周波側では  $\Xi(f)$ の周波数特性によ る減衰か寄生抵抗  $R_{\rm para}$  と 420-SSA、 8 入力 SQUID の自己インダクタンスの折れ曲りによる減衰、またはその両 方の影響が見えていると考えられる。電圧電圧変換係数  $G(f) \equiv \frac{\Xi(f)}{Z_{\rm loop}(f)}$  と定義したときの G(f)の周波数特性を 図 5.32 左に示す。ただし  $\Xi(f) = \Xi = 50$ kV/A と仮定した。サイン波入力による入力間閉回路に起こる起電力  $V_{\rm loop}$ は、G(f)を用いて

$$V_{\text{loop}} = \frac{V_{\text{out}}}{G(f)} \tag{5.64}$$

と書ける。図 5.30 を G(f) で割った  $V_{\text{loop}}$  のグラフを図 5.32 右に示す。(5.48) 式より  $R_{\text{para}} \gg i\omega L_{\text{loop}}$  のとき出 力は周波数に比例するが、30 kHz まではその影響が現れていることが分かる。図 5.32 右を直線フィットすると  $V_{\text{loop}} = 7.5 \times 10^{-13} f$  であり、

$$V_{\text{loop}} = -i\omega M_{\text{in},1-2}I_{\text{in},2} \tag{5.65}$$

であるから、

$$M_{\rm in,1-2} = 1.1 \quad \rm nH \pm 27\% \left(\frac{V_{\rm loop}}{750 \text{ fV}}\right) \left(\frac{100 \ \mu \rm A}{I_{\rm in,2}}\right)$$
(5.66)

同様にして、入力 2,6 間について測定を行なうと(入力 6 を 420-SSA につないだ)、

$$R_{\text{para}} = 1.6 \text{ m}\Omega \pm 24\%$$
 (5.67)

$$M_{26,8in} = 500 \text{ pH} \pm 35\% \tag{5.68}$$







図 5.31 左:周波数に対する検出電圧。右:参照信号との位相差。100 kHz で信号が小さく検出されているのは、 ロックインアンプ内のノッチフィルタの影響である。



図 5.32 左:電圧電圧換算係数 Gの周波数特性。右:検出値の入力換算電圧の周波数特性。

74

8 入力 SQUID 駆動時の相互インダクタンス

次に 8 入力 SQUID を駆動した状態での入力間相互インダクタンスの測定を行なった。前節ではオープンだった 8 入力 SQUID の駆動系を常温まで引出した。8 入力 SQUID は 8INPUT2 型、8INPUT3 型は駆動装置#5 によって 駆動し、読みだしには前節同様 420-SSA を駆動装置#2 を用いた。図 5.33 にプローブにマウントした写真を示す。 図 5.12 に測定時の回路図を示す。前節と同様の測定を 8 入力 SQUID の調整(Monitor)モード・フィードバックオ



図 5.33 He プローブに 8 入力 SQUID と 420-SSA をマウントした様子。8 入力 SQUID 、420-SSA ともに駆 動系は常温に引き出した。

フ、調整モード、フィードバックオン、測定(Measure)モード、フィードバックオンの三つのモードについて行なっ た。表 5.5 に測定結果とそのときの 8 入力 SQUID のループゲイン *L* を示す。二つ測定値がある場合は同じ測定を 2 回行なったことを示す。またタイプの欄に<sup>\*1</sup> と書いてある行は、寄生抵抗を求める際にそれぞれのモードの時のノ イズスペクトルを用いるのではなく、8 入力 SQUID を駆動していない時のノイズスペクトルを用いた。(8INPUT2 型;データなし、8INPUT3 型;ノイズレベルが駆動状態で非常に高かったため、参考に計算した。)

まず 8INPUT2 型に注目する。§ 5.2.1 で計算したように入力間相互インダクタンスは 800 pH であり、フィード バックを返すとそれは 1/(1 +  $\mathcal{L}$ ) になると考えられる。従って測定モード (Measure)、フィードバックオンのときの 値は配線などの浮遊インダクタンスによるもので、実際の入力間相互インダクタンスは 0 pH であると予測できる。 するとこの浮遊インダクタンスを調整 (Monitor) モード、フィードバックオフから引いた値が入力間相互インダクタ ンスであり、800 pH に近い値であることが分かる。また入力 1、2 間と入力 1、8 間では全てのモードで 400 pH 程 度の差が見られる。入力 1、2 間と入力 1、8 間は SQUID ワッシャーが隣り合うように設計されているから、SQUID ワッシャーの構造の違いによる影響ではないと考えられる。しかし配線のパターンは異なっている。入力 1、2 間は 配線パターンが隣り合っていて、その間隔は数百  $\mu$ m であるため浮遊インダクタンスがのる可能性がある。入力 1、 8 間は配線パターンは 180 度離れており、その差は 2cm もあるため配線パターンによる影響は少ないと考えられる。

次に 8INPUT3 型について考える。8INPUT3 型も § 5.2.1 で計算したように入力間相互インダクタンスは 800 pH である。8INPUT2 型とは異なり浮遊インダクタンスを調整モード、フィードバックオフのときの値から引いて も 800 pH とはならない。しかし調整モード、フィードバックオフ値にマイナスをつけると、-800 pH に近い値にな ることが分かる。表 5.6 に周波数 1 kHz のサイン波を入力したときの検出値と位相遅れを示す。8INPUT2 型ではど のモードでも位相遅れが一定であるのに対し、8INPUT3 型では調整モード、フィードバックオンが全てマイナスで ある。このことから以下のことが予測される。入力間相互インダクタンスとは逆向きに結合している浮遊インダクタ ンスが存在し、入力間相互インダクタンスが大きいとき (調整モード、フィードバックオフ)には浮遊インダクタン スの影響は少ないが、入力間相互インダクタンスが  $1/(1 + \mathcal{L})$  倍されると (測定モード、フィードバックオン)浮遊

インダクタンスのみが見えているという状態である。従って浮遊インダクタンスを加えた測定系の回路図を考え、このことが説明できるかを試みる。

タイプ	入力間	Monitor	, FB off	Monitor	, FB on	Measure,	$FB \text{ on}^{*2}$
		$R_{\rm para} \left[\Omega\right]$	Mutual [H]	$R_{\rm para} \left[\Omega\right]$	Mutual [H]	$R_{\rm para} \left[\Omega\right]$	Mutual [H]
8INPUT2	$1, 2^{*3}$	$2.4~\mathrm{m}\pm13\%$	$1.4~\mathrm{n}\pm22\%$	$2.4~\mathrm{m}\pm16\%$	$1.3~\mathrm{n}\pm25\%$	$2.3~\mathrm{m}\pm16\%$	$680~\mathrm{p}\pm21\%$
				$\mathcal{L}$ =	= 9	$\mathcal{L} = 135$ (Pole	e f = 13  kHz)
*1	$1, 8^{*3}$	$2.4~\mathrm{m}\pm17\%$	$1.0~\mathrm{n}\pm21\%$	$2.4~\mathrm{m}\pm17\%$	830 p $\pm21\%$	$2.4~\mathrm{m}\pm17\%$	$220~\mathrm{p}\pm21\%$
				$\mathcal{L} =$	= 11	$\mathcal{L} = 165 \text{ (Pole})$	e f = 11  kHz)
8INPUT3	$1, 2^{*3}$	$480~\mu\pm15\%$	$200~\mathrm{p}\pm21\%$	$410~\mu\pm15\%$	$85~\mathrm{p}\pm17\%$	$410~\mu\pm16\%$	$190~\mathrm{p}\pm20\%$
				$\mathcal{L} =$	= 14	$\mathcal{L} = 200 \text{ (Pole})$	e f = 11  kHz)
*1		$1.6~\mathrm{m}\pm26\%$	$650~\mathrm{p}\pm39\%$	$1.6~\mathrm{m}\pm26\%$	$240~\mathrm{p}\pm39\%$	$1.6~\mathrm{m}\pm26\%$	$660~\mathrm{p}\pm39\%$
				$\mathcal{L} =$	= 14	$\mathcal{L} = 200 \text{ (Pole})$	e f = 11  kHz)
		$1.9~\mathrm{m}\pm16\%$	$300~\mathrm{p}\pm33\%$	$1.9~\mathrm{m}\pm16\%$	$260~\mathrm{p}\pm34\%$	$1.9~\mathrm{m}\pm20\%$	$470~\mathrm{p}\pm37\%$
				$\mathcal{L} =$	= 21	$\mathcal{L} = 315$ (Pole	e f = 7.5  kHz
	$1, 5^{*3}$	$2.9~\mathrm{m}\pm24\%$	$460~\mathrm{p}\pm28\%$	$2.8~\mathrm{m}\pm26\%$	$330~\mathrm{p}\pm29\%$	$3.0~\mathrm{m}\pm20\%$	$260~\mathrm{p}\pm24\%$
				$\mathcal{L} =$	= 20	$\mathcal{L} = 300 \text{ (Pole}$	e f = 7.5  kHz
		$3.0~\mathrm{m}\pm17\%$	$610~\mathrm{p}\pm24\%$	$3.2~\mathrm{m}\pm16\%$	$270~\mathrm{p}\pm23\%$	$3.3~\mathrm{m}\pm15\%$	$180~\mathrm{p}\pm22\%$
				$\mathcal{L} =$	= 22	$\mathcal{L} = 330$ (Pole	e f = 7.5  kHz
	$1, 8^{*3}$	$2.2~\mathrm{m}\pm16\%$	750 p $\pm24\%$	$2.4~\mathrm{m}\pm22\%$	510 p $\pm  30\%$		
				$\mathcal{L} =$	= 21	$\mathcal{L} = 315$ (Pole	e f = 1.7  kHz
		$2.4~\mathrm{m}\pm18\%$	560 p $\pm22\%$	$2.4~\mathrm{m}\pm18\%$	$300~\mathrm{p}\pm28\%$	$2.4~\mathrm{m}\pm20\%$	$200~\mathrm{p}\pm28\%$
				$\mathcal{L}$ =	= 20	$\mathcal{L} = 300 \text{ (Pole}$	e f = 7.5  kHz

表 5.5 各タイプごとの 8 入力 SQUID 駆動時の入力間相互インダクタンス

\*1:寄生抵抗を求める際に8入力 SQUID を駆動していない時のノイズを用いた。

\*2: 測定モードのループゲインは 周波数 0 の時の値を示した。

\*<sup>3</sup>: 420-SSA の入力につないだ 8 入力 SQUID の入力

#### 表 5.6 各タイプごとの周波数 1 kHz のサイン波の検出値

タイプ(名前)	入力間	Moni	tor, FB off	, FB off Monitor, FB on		FB on Measure, FB on	
		Iout [nA]	Phase [degree]	Iout [nA]	Phase [degree]	Iout [nA]	Phase [degree]
8INPUT2	1, 2	452	78	418	68	212	79
	1, 8	282	79	220	66	67	83
8INPUT3	1, 2	260	-110	160	150	312	73
		109	-106	98	169	175	78
	1, 5	110	-100	78	-137	58	86
		131	-99	63	-141	36	89
	1, 8	163	-102	91	175		
		164	-100	82	-154	57	84

 $I_{\rm in} = 100 \ \mu {
m A}$  であり、誤差は出力、位相遅れ共に全て数%である。



図 5.34 浮遊インダクタンスが入った場合の測定系の回路図。点線は入力コイルが逆向きになっている場合 (8INPUT3 型)。

浮遊インダクタンスが測定系の回路に入った場合の影響を以下で考察する。図 5.34 のように入力 1 と入力 2 それ ぞれ浮遊インダクタンス  $L_{st,1}$ 、 $L_{st,2}$ を生じ、入力間の相互インダクタンス  $M_{1-2}$ とは別に、浮遊相互インダクタン ス  $M_{st}$ で磁気結合している場合を考える。入力 2 と 420-SSA の入力コイルからなる閉回路を考えると

$$i\omega \left( \mp \frac{M_{1-2}}{1 + \mathcal{L}_{\#5}} - M_{\rm st} \right) I_{\rm in,1} + \left( R_{\rm para} + i\omega \frac{L_{\rm in,2}}{1 + \mathcal{L}_{\#5}} + i\omega L_{\rm st,2} + i\omega \frac{L_{\rm in,SSA}}{1 + \mathcal{L}_{\#2}} \right) I_{\rm in,2} = 0 \tag{5.69}$$

が成り立つ。ここで  $L_{in,1}$ 、  $L_{in,2}$ 、  $M_{1-2}$  はそれぞれ 8 入力 SQUID の入力コイル 1 と 入力コイル 2 の自己インダ クタンス、相互インダクタンス、 $L_{st,1}$ 、  $L_{st,2}$ 、  $M_{st}$  はそれぞれ浮遊自己インダクタンス、浮遊相互インダクタンス、 $L_{in,SSA}$ は 420-SSA の入力コイルの自己インダクタンス、 $\mathcal{L}_{\#2}$ 、  $\mathcal{L}_{\#5}$  は駆動装置 #2、#5 のループゲインである。また  $M_{1-2}$  の符合は入力コイル 1 と入力コイル 2 の結合の正負によるものである。 $h \equiv \frac{I_{in,2}}{I_{in,1}}$  と定義すると

$$\frac{I_{\text{in},2}}{I_{\text{in},1}} = \frac{i\omega(\pm \frac{M_{1-2}}{1+\mathcal{L}_{\#5}} + M_{\text{st}})}{R_{\text{para}} + i\omega\left(\frac{L_{\text{in},2}}{1+\mathcal{L}_{\#5}} + L_{\text{st},2} + \frac{L_{\text{in},\text{SSA}}}{1+\mathcal{L}_{\#2}}\right)}$$
(5.70)

となる。8INPUT2 型について考えると  $L_{in,2} = 6.4 \text{ nH}$  であり、 $L_{in,SSA} = 80 \text{ nH}$  であるが、測定時は  $\mathcal{L}_{\#2} \gg 1$ となるため (f = 30 kHz で 100 程度。1/f でゲインは下がる。) もっとも大きいインダクタンスは  $L_{in,2}$  となる。  $L_{st,2} = 200 \text{ pH}$ 、 $R_{para} \sim 2 \text{ m}\Omega$  と仮定すると、 $f \ll 50 \text{ kHz}$  のとき

$$\frac{I_{\text{in},2}}{I_{\text{in},1}} = \frac{i\omega(\pm \frac{M_{1-2}}{1+\mathcal{L}_{\#5}} + M_{\text{st}})}{R_{\text{para}}}$$
(5.71)

となる。これは 8INPUT3 型の場合にも成り立つ。

8INPUT2 型、8INPUT3 型それぞれについて、横軸を  $1 + \mathcal{L}_{\#5}$ 、縦軸を  $\frac{I_{in,2}}{I_{in,1}}$  にとったグラフを図 5.35、図 5.36 に示す。2 分割されているグラフの内、上側が絶対値、下側が位相である。また左列は表 5.6 の値を用いた実測値、右 列は  $M_{1-2} = 800 \text{ pH}$  と仮定し、表 5.5 の測定モードのときに現れている Mutual、 $R_{para}$  の値ががそれぞれ式 (5.71) の  $M_{st}$ 、 $R_{para}$  であると仮定したときに計算される理論値である。 $1 + \mathcal{L}_{\#5}$  が 1 程度の小さい場合と 100 程度の大き な場合については測定結果を再現していることが分かるが、10-30 付近のデータには合っていない。従って仮定した モデルが完全ではなく、補正項などを加えたモデルを考える必要がある。



図 5.35 8INPUT2 型のループゲイン  $\mathcal{L}_{\#5}$  と  $I_{out}/I_{in}$  の関係。2 分割されているグラフの内、上側が絶対値、下 側が位相。左:入力 1、2 間。右:入力 1、8 間。プロットのみ(赤)が実測値で、ラインでつながれているもの (黒)が理論値。



図 5.36 8INPUT3 型のループゲイン  $\mathcal{L}_{\#5}$  と  $I_{out}/I_{in}$  の関係。2 分割されているグラフの内、上側が絶対値、下 側が位相。左上:入力 1、2 間。右上:入力 1、5 間。下:入力 1、8 間。プロットのみ(赤)が実測値で、ライン でつながれているもの(黒)が理論値。記号の違いは計測 1 回目と 2 回目の違い。

## 5.2.5 寄生抵抗、浮遊インダクタンス原因の考察

前項 (§ 5.2.4) で 8 入力 SQUID の入力コイルと 420-SSA の入力コイルでつくられる閉回路に寄生抵抗と浮遊イ ンダクタンスがのってしまっていることが分かった。この項ではその原因と考えられる SQUID 基板のパッド配線に よる影響を考察した。

#### 寄生抵抗の見積もり



図 5.37 8 入力 SQUID 用マウント基板の図

寄生抵抗の原因には SQUID をマウントしている基板の Au パッド、Au パッドと 8 入力 SQUID をつなぐ Al (Al:Si) ボンディングワイヤの 2 点が考えられる。それぞれについて寄生抵抗の値を以下のように見積った。図 5.37 に 8 入力 SQUID のマウント基板の配線図を示す。パッドは図の左上が入力コイル 7、右上が入力コイル 8 であり、以降上から順に 入力コイル 5、6、入力コイル 3、4、入力コイル 1、2 である。なお、Au パッドの太さ、間隔の正確な 値は調べていないが、目視ではそれぞれ 0.4 mm、0.2 mm 程度である (誤差 0.1 mm 程度)。なお、 8 入力 SQUID マウント部近辺 (間隔が細いところ) では、入力コイルの hot (+) と return (-) (たとえば入力コイル 2 の +/-) 間 の間隔と、となりあった入力コイル (たとえば入力コイル 1 と入力コイル 2) の間隔は同じ値に見える。

まず Au パッドによる寄生抵抗を見積もる。寄生抵抗  $R_{\text{para}}$  は抵抗率とパッドの長さ l、パッドの幅 w、パッドの 厚さ d を用いて

$$R_{\text{para}} = \rho \frac{l}{wd} \tag{5.72}$$

と書ける。Au の 4 K での抵抗率  $\rho$  は 5N の場合  $\rho = 1 \times 10^{-8} \Omega$  cm 程度である。一方、ボンディングワイヤで用いら れている Au は 25  $\mu$ m $\phi$  のワイヤで 18 m $\Omega$  cm<sup>-1</sup> (実測値)の抵抗値であるので、この抵抗率は  $\rho = 8.8 \times 10^{-8} \Omega$  cm と計算される。Au の抵抗率は純度等に依存するため、正確にマウント基板上の Au パッドの抵抗を知るには実測が 必要である。この抵抗値は未測定であるため、上記の値を参考に計算する。Au パッドの厚さ *d* は他のプリント基 板を参考に *d* = 30  $\mu$ m を仮定した。図 5.37 より見積もったパッドの長さ *l* と幅 w = 0.4 mm で計算した  $R_{\text{para}}$  を 表 5.7 に示す。

次に Al ボンディングワイヤによる寄生抵抗を見積もる。25  $\mu m \phi$  の Al ボンディングワイヤの単位長さ辺りの抵抗値は 47 m $\Omega$  cm<sup>-1</sup> (実測値) であった。SII のボンディングワイヤは 50  $\mu m \phi$  であるため、Al ボンディングワイヤ による寄生抵抗は

$$R_{\text{para}} = 2.4 \text{ m}\Omega\left(\frac{l}{2 \text{ mm}}\right) \left(\frac{\text{number of leads}}{1 \text{ \bigstar}}\right)^{-1}$$
(5.73)

と計算される。ただし、*l* はボンディングワイヤの長さ (往復)、number of leads はボンディングワイヤの本数であ る。図 5.37 よりボンディングワイヤの長さは往復 2 mm 程度だと推測される。ワイヤは 2 本以上ボンディングして いるため、Al ボンディングワイヤの寄生抵抗は一声 1.2 mΩ 程度であろう。

以上の見積もりから、各測定の寄生抵抗は 8 入力 SQUID 基板の Au パッド、および Al ボンディングワイヤの抵 抗値で十分説明できることが分かる。

入力	長さ $l$ [mm]	$R_{\rm para} \ [{\rm m}\Omega]$
1	36	2.6
2	17	1.2
5	18	1.3
6	6	0.4
8	22	1.6

表 5.7 寄生抵抗 R<sub>para</sub> の見積もり

#### 浮遊相互インダクタンスの見積もり



図 5.38 相互インダクタンス計算時の変数の定義。左:配線の太さを考慮した場合。右:配線の太さを無視した場合。

浮遊相互インダクタンスは電流を流す配線と 420-SSA の入力につないである測定した配線の距離が近いほど大きい。図 5.37 から、最も大きな浮遊相互インダクタンスは入力 1、2 間の配線が密着している部分(図の 8 入力マウント部の下部)で生じ、それ以外は無視できると考えられる。Au パッドの太さは配線の間隔に対して無視できないため、正確に計算するには図 5.38 左のように配線の太さ (w = 0.4 mm)、配線のホットとリターンの間隔 ( $d_1 = 0.2 \text{ mm}$ )、二つの入力コイルの間隔 ( $d_2 = 0.2 \text{ mm}$ )を考慮して計算しなければならない。しかし、計算が繁雑になるためまずは配線の太さを無視し、測定側の配線間では磁場は一様(つまり、入力コイルとの距離の違いを無視する)として大雑把な見積もりを行なった。測定側のループに生じる磁束 Φ は配線の長さを L、磁束密度を B として  $\Phi = BLd_1$ と計算される。磁束密度 B は図 5.38 右の簡単なモデルから

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$
(5.74)

と計算される。各距離や長さの値を  $R_1 = 0.9$  mm、 $R_2 = 1.5$  mm、L = 4.5 mm と代入すると、相互インダクタン ス  $M = \Phi/I$  は

$$M = 80 \text{ pH}$$
 (5.75)

と計算される。

次に配線の太さを考慮した場合を考える。 $\Phi$  は電流密度j = I/wを用いて

$$\Phi = \frac{\mu_0 jL}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-d_1/2}^{d_1/2} dx_r \left( \frac{1}{R_1 + x_r - x_l} - \frac{1}{R_2 + x_r - x_l} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 jL}{2\pi} \left( -f \left( R_1 + \frac{d_1}{2} - \frac{w}{2} \right) + f \left( R_1 + \frac{d_1}{2} + \frac{w}{2} \right) + f \left( R_2 + \frac{d_1}{2} - \frac{w}{2} \right) - f \left( R_2 + \frac{d_1}{2} + \frac{w}{2} \right) \right)$$

$$+ f \left( R_1 - \frac{d_1}{2} - \frac{w}{2} \right) - f \left( R_1 - \frac{d_1}{2} + \frac{w}{2} \right) - f \left( R_2 - \frac{d_1}{2} - \frac{w}{2} \right) + f \left( R_2 - \frac{d_1}{2} + \frac{w}{2} \right) \right)$$
(5.76)

と計算される。ただし  $f(x) \equiv x \log(x)$  と定義した。 $R_1 = 0.9 \text{ mm}, R_2 = 1.5 \text{ mm}, d_1 = 0.2 \text{ mm}, w = 0.4 \text{ mm}$  を 代入すると、M = 83.4 pH と求められる。従って 200 pH 程度をプローブによる浮遊インダクタンスと考えたときの 残りの浮遊インダクタンスは、SQUID 基板の配線によるものだけでは説明できない。一方、基板の配線で約 80 pH もの浮遊インダクタンスが存在することは問題であり、この配線のパターンを新たに設計し直す必要があるだろう。

もう一つの候補として考えられるのが、8 入力 SQUID 入力につながれている配線と 420-SSA の入力につながれている配線との磁気結合である。図 5.39 に図 5.33 の入力用配線部分の拡大図を示す。入力同士が非常に近い距離にあり(近い配線同士で ~2 mm)、またホットとリターンの間にすき間(7-8 mm)が出来ているため、大きなループを作ってしまっている。この配線について図 5.38 と同様のモデルを立て、相互インダクタンスを計算すると $M \sim 400 \text{ pH}$ と計算され、浮遊インダクタンスの主な原因はこの入力用配線であると考えられる。



図 5.39 図 5.33 の入力配線部分の拡大図。8 入力 SQUID と 420-SSA の入力用配線同士で磁気結合が起こって いると考えられる。

## 5.3 まとめ

8入力 SQUID の特性と入力間相互インダクタンスの測定により以下のことが明らかになった。

前段 8 入力 SQUID の臨界電流  $I_c$ 、磁束電流変換係数  $I_{\Phi}$  は設計値通りの性能である。ノイズレベルは設計値より も 1.5-2 倍程度高いが、TES のエネルギー分解能への寄与は 10-15 % であるため、TES からの信号読み出しに十 分使用できるレベルである。

入力間相互インダクタンスは見積もりでは 800 pH である。測定では 800 pH ということと、ある浮遊インダクタ ンスを仮定すると結果を大体理解することができ、測定モードでは入力間相互インダクタンスが 1/(1 + *L*) になるこ とを確認できた。結果を完全に理解するには新たなモデルを考える必要がある。測定時に検出された寄生抵抗値は SQUID 基板の Au パッド配線と、ボンディングワイヤの抵抗値で十分説明できる。浮遊インダクタンスは入力用の 配線間にできたループが主な原因であると考えられ、これは次の測定時には容易に取り除くことが出来る。一方で SQUID マウント基板の配線による浮遊インダクタンスも存在するため、新たなマウント基板の設計が必要であるこ とが分かった。

## 第6章

# 断熱消磁冷凍機環境下での性能評価

将来 8入力 SQUID を用いて TES カロリメータからの信号を宇宙空間で読み出す際には、衛星搭載用の大型冷凍 機内にてエネルギー分解能を劣化させることなく信号の多重化を行なわなければならない。宇宙航空研究開発機構 では次世代 X 線天文衛星用の冷凍機という位置付けとして、断熱消磁冷凍機 (ADR: Adiabatic Demagnetization Refrigerator)を住友重機械工業 (SHI) と共同で開発した。この冷凍機において冷却の際に超伝導マグネットが作る 磁場や、また予冷系に用いている機械式冷凍機が作る振動が、磁場に敏感な TES カロリメータや SQUID の性能に 影響を及ぼすことが予想される。本章の目的は実際に SQUID と TES カロリメータを動作させて冷凍機内での8入 力 SQUID の性能評価を行なうと共に、その問題点を明らかにすることである。

## 6.1 測定装置·素子

#### 6.1.1 本研究で用いた断熱消磁冷凍機

本研究で用いた断熱消磁冷凍機の模式図を図 6.1 に示す。この冷凍機は真空引き、GM 冷凍機を用いて予冷、ヘリ ウムタンクへの液体ヘリウム注液・超流動化での予冷を行ない、励磁・断熱消磁によって極低温まで冷却される。

予冷には到達温度 4 K、40 K の 2 段式 GM 冷凍機及び、超流動ヘリウムによる伝導冷却を用いる。常温クライオ スタットの中に輻射熱を防ぐためのシールド板が 3 つ入っており、それぞれの温度は 40 K、4 K、1.3 K となる。40 K、4 K シールド板は 2 段式 GM 冷凍器によって、1.3 K シールド板とアンプ搭載ステージは超流動ヘリウムによっ て冷却される。GM 冷凍機は寒剤より寿命がはるかに長いため、メンテナンスの出来ない宇宙空間での長時間測定を 可能にする。

検出器ステージは、ガスギャップ式ヒートスイッチがオンの状態で超伝導マグネットに大電流を流し、発生する強磁場によってソルトピルを励磁しエントロピーを下げ、ヒートスイッチをオフにして断熱状態で消磁することで極低温をつくり出す。図 6.2 左にソルトピル温度とエントロピーの関係を示す。TES カロリメータは超伝導体を利用しており読みだし系には SQUID を使用するが、どちらも磁場には敏感であり特に断熱消磁に必要なほどの強磁場は悪影響を及ぼす可能性がある。また ADR の温度制御時には磁場を変化させるため、それによっても影響を受ける可能性がある。したがって外部への洩れ磁場を低減するために、メインコイルの外周と両端側にそれぞれメインコイルとは逆巻き方向のアクティブシールドが取り付けられており、検出器搭載ステージにかかる磁場を設計上は約 10<sup>-4</sup> にまで低減できるようになっている。8 A (マグネット中心で約 2 T) 通電時の超伝導磁石の磁場分布を図 6.2 右に示す。検出器搭載ステージでは少なくとも 1 mT にまで磁場が低減できていることが分かる。またステージを広く使えるように円盤型の無酸素銅を真鍮ねじによって固定してあり、TES カロリメータを載せた同じ無酸素銅を用いたホルダはこの銅版に固定される。

最低到達温度は約 40 mK で、液体ヘリウムを 10ℓ使用することにより 60 mK では 8 時間、100 mK では約 18 時間連続運転が可能である。温度計測は 100 mK 程度の温度で感度が高く、磁場にも強い酸化ルテニウム (RuO) 温 度計検出器ステージに載せ、抵抗値を交流ブリッジを利用した抵抗測定器 LR-750 (Linear Research 社)を用いて 4 端子測定を行なった。温度制御は検出器ステージの温度をモニターし、実温度と設定温度の差を考慮した PID 制御 を用いている。また最大 8 A の大電流を必要とする超伝導磁石励磁用の電源として Cryomagnetics 社の CS-4 を、 電流は小さくて良いが高い精度を必要とする温度制御用電源として KEITHLEY 社のソースメータ 2400 を採用し、



図 6.1 断熱消磁冷凍機の模式図

84



図 6.2 左:ソルトピルの温度とエントロピーの関係右:8A 通電時の超伝導磁石の磁場分布。

二つの電源を並列に使用することで高精度の制御を実現させる。この方法は NASA ゴダード宇宙飛行センターの Scott Porter 博士が考案したもので、NASA においても実績のある方法である。ソフトについても提供して頂いた ものを利用した。温度安定度は GM 冷凍機がオンの場合とオフの場合で異なり、オフの場合の方が良い。過去の結 果であるが、図 6.3 実際に検出器ステージに TES カロリメータを搭載して動作させているときの温度安定度を示す。 横軸は時間、縦軸は設定温度と実温度のずれである。19.68 時間より前が GM オン、後が GM オフであり、GM オ



図 6.3 設定時間 180 mK のときの時間と設定温度と実温度のずれの関係。19.68 時間より前が GM オン、後が GM オフ。

ンの状態では温度揺らぎは 38.4  $\mu$ Krms、GM オフの状態では 5.7  $\mu$ Krms (目標 20  $\mu$ Krms) であった。温度安定度 の観点からは TES カロリメータを動作させる場合は GM 冷凍機をオフすることが望ましい。しかし時間と共に 40 K、4 K シールド板の温度が上昇し、その熱が配線を通して TES に流入するため、長時間電源をオフすると TES の 性能に影響を及ぼす可能性がある。

### 6.1.2 測定に使用した TES カロリメータ

測定に使用した TES カロリメータはエスアイアイナノテクノロジー社と、我々(JAXA 宇宙研と首都大学東京のカロリメータグループ)が共同で開発し、製作した SII-179 と SII-157 である。この二つの TES は首都大学東京で希釈冷凍機を用いて X 線照射実験が行なわれており、SII-179 は 8 入力 SQUID での読みだしを通した 8 入力 SQUID 評価用、SII-157 は 420-SSA での読みだしを通した首都大学東京との冷凍機環境の違いの評価用として組み込んだ。首都大で測定されたこれら二つの TES のパラメータと X 線照射実験時のパラメータを表 6.1、表 6.2 に示

す。ここで $T_{
m c}$ は超伝導転移温度、 $R_{
m n}$ は常伝導抵抗、 ${
m PH}$ は ${
m X}$ 線パルスの高さ、カットオフ周波数 $f_{
m c}$ は最適フィル

表 6.1 TES カロリメータの各パラメータ

名前	$T_{\rm c} [{\rm mK}]$	$G \; [\mathrm{nW/K}]$	$R_{\rm n} \ [{\rm m}\Omega]$	α
SII-179	116	0.75	100	300
SII-157	116	0.58	112	200

表 6.2 TES カロリメータの X 線照射実験時の各パラメータ

名前	SQUID	$T_{\rm bath}[{\rm mK}]$	動作抵抗 $[m\Omega]$	PH [mV]	$f_{\rm c} \; [\rm kHz]$	$\Delta E_0^{*1} \; [eV]$	分解能 $\Delta E_{\text{offset}}^{*2}$ [eV		
							Gaussian	Lorenzian	
SII-179	420-SSA	75	49	667	なし	6.1	16.9	9.1	
SII-157	420-SSA	86	44	284	200	8.1	17.9	9.4	
*1: リニアリティ補正前									
*2									

\*<sup>2</sup>: リニアリティ補正後

タテンプレートの周波数上限値、ベースライン  $\Delta E_0$  はノイズに対する分解能、 $\Delta E_{\text{offset}}$  は 5.9 keV の X 線に対する オフセット補正 (熱浴温度に対するパルスハイトの揺らぎの補正)後のエネルギー分解能、Gaussian、Lorenzian は フィッティング関数である。また各素子には 200  $\mu$ m × 200  $\mu$ m の Si のコリメータがついており、X 線が吸収体以 外に当たるのを抑えている。

## 6.2 動作環境

#### 6.2.1 SQUID 周りの環境

SQUID の磁気遮蔽については 8 入力 SQUID、420-SSA 共にこれまでの方法を踏襲し、ニオブ製の台座に SQUID をマウントし、その上からニオブシールド、クライオパームシールドをかぶせて磁気遮蔽を行なった。これまではバ イアス配線は MDM コネクタから直接 SQUID につなげていた。しかし、交流駆動の際には SQUID の抵抗とバイ アス配線のインダクターによって帯域が制限されてしまう問題があり、配線の長さを短くするために冷凍機上部の観 測窓から配線を通す必要がある。その場合配線を着脱可能な状態にしておくと非常に便利であるため、IC ソケット を用いてモジュール化を行なった。SQUID を載せた台座よりも大きなアルミの台座に、シール基板を張り付けその 上に IC ソケットを並べ、そのソケットに接触するように NbTi キプロニッケル被膜線を半田づけした。アルミ台座 にニオブ台座をネジ止めし、NbTi 線をニオブ台座に這わせた。これにより駆動系の配線は IC ソケットに変換され、 バイアス配線を変更する、読み出す TES を交換するなどの測定要求にフレキシブルに対応できるようになった。ま た入力配線についても同じことを行なった。図 6.4 にモジュール化の模式図と SQUID をニオブ台座にマウントした 写真を示す。これを冷凍機の 1.3 K のアンプ搭載ステージに真鍮ネジによって固定し、熱接触をとった。

#### 6.2.2 TES カロリメータホルダ

TES は熱伝導の良い無酸素銅のホルダにマウントし、磁気遮蔽のためにその上からシールドをかぶせる。シールド の底面が空いているためホルダの上部に配置する必要があるが、これまでのホルダは線源を取り付けるネジ穴が散在 しており、TES を自由に配置出来なかった。従ってこのホルダを自由に配置できること、複数載せても線源用のネジ 穴が邪魔にならないことを念頭に新しく製作し直した。TES のマウント後、ホルダを検出器ステージの銅板に真鍮ネ



6.2. 動作環境

Al seat

87



図 6.4 SQUID 配線のモジュール化の様子。上:模式図。下:SQUID をニオブ台座にマウントした様子。駆動 系に半田づけされた配線は IC ソケットに変換される。

ジによって固定した。図 6.5 に TES のマウント写真を示す。TES バイアス配線と酸化ルテニウム温度計配線には NbTi キプロニッケル被膜の 2 ペアツイストルームワイヤーを用いた。

#### 6.2.3 TES カロリメータ磁気遮蔽シールド

TES の磁気遮蔽にはクライオパーム、鉛シールドを用いる。このクライオパームシールドには X 線照射用の直径 10 mm の穴が空いており、そこから磁場が入り込むことによって TES の性能に影響を及ぼすことが予想されるた め、高透磁率のパーマロイの板を張り付けてこの穴を塞いた。またこの二つのシールドの他に新たに鉛シールドを製 作し、鉛、クライオパーム、鉛と三重に重ねることによって磁場環境の改善を試みた。図 6.6 に TES ホルダにシー ルドをかぶせた写真を示す。

#### 6.2.4 シャント抵抗基板

シャント抵抗はこれまで方法を踏襲し、マンガニン線を短く切って IC ソケットに半田づけしたものを用い、それ を基板上に半田づけした IC ソケットに接続するという方式を用いた。表 6.3 に液体ヘリウム温度で測定したシャン ト抵抗の値を示す。測定は Linear Research 社の LR-700 を用いて 4 端子法で行なった。

シャント抵抗は電流が流れると発熱を起こすので、TESから十分離れた検出器ステージに熱接触させ、抵抗値を一



図 6.5 左:ホルダに TES をマウントしたところ。左上が SII-179、中下が SII-157。右上が酸化ルテニウム温 度計。右:検出器ステージにホルダをマウントしたところ。



図 6.6 左: Pb シールド(内側)をかぶせたところ。右: その上からクライオパーム、Pb シールド(外側)をかぶせたところ

名前	SII-157 (420-SSA) 用	SII-179 (8入力 SQUID) 用
シャント抵抗 $R_{ m s}$	$3.63~\mathrm{m}\Omega$	$3.17~\mathrm{m}\Omega$
TES バイアス配線	$8 \ \mu\Omega$	$37 \ \mu\Omega$
SQUID 入力配線	618 $\mu\Omega$	$261~\mu\Omega$
シャント基板	517 $\mu\Omega$	$1.27 \ \mathrm{m}\Omega$
上記3つ合わせたとき	534 $\mu\Omega$	$1.36~\mathrm{m}\Omega$
全て 4.2 K での値。		

表 6.3 シャント抵抗と各配線の寄生抵抗

88

定に保つ必要がある。これまではこのシャント抵抗用基板を、検出器ステージの銅板にスタイキャストによって接着 するという方法を用いていたが、取り外すのが非常に困難であるため別の方法を考案した。カラスエポキシの両面に 銅を塗布したプリント基板を用いて、シャント抵抗面には TES とシャント抵抗が並列接続になるようにパターンを 作り、銅板側に表面の凹凸を無くすためにグリースであるアピエゾンを薄く塗って真鍮ネジでネジ止めした。ガラス エポキシは熱伝導度がスタイキャストとほとんど変わらないため、熱接触は十分に取れるはずである。表 6.4 にガラ スエポキシとスタイキャストの 100 mK での熱伝導度を示す。また、図 6.7 に銅板にネジ止めした写真を示す。

名前	熱伝導度 κ [W/m K]	
ガラスエポキシ	$1 \times 10^{-4}$	
Stycast 1266	$5  imes 10^{-4}$	
Stycast 2850FT	$6  imes 10^{-4}$ *1	
	$9 \times 10^{-5}$ *2	

表 6.4 ガラスエポキシとスタイキャストの 100 mK での熱伝導度

\*1 A.Siri, G.Sitta, Proceedings ICEC 7, (1978), pp 499-504

\*2 C.L Tsai, H.Weinstock, W.C.Overton Jr, in Cryogenics, 18, September 1978 pp.562-563



図 6.7 420-SSA 側のシャント抵抗基板

#### 6.2.5 配線

MDM コネクタからの SQUID バイアス配線、SQUID 入力配線、 TES バイアス配線にはいずれも NbTi キプロ ニッケル被膜ルームワイヤーを用いた。SQUID バイアス配線には 12 ペア、その他の配線は 2 ペアである。TES のバイアスラインに寄生抵抗が生じると ETF の効果を弱めてしまうため、TES バイアス配線、SQUID 入力配線、 シャント抵抗基板について液体ヘリウム中で抵抗値を測定した。測定方法はシャント抵抗の測定と同じく 4 端子法を 用いた。表 6.3 に測定結果を示す。

また、アンプ搭載ステージからの熱が配線を通して TES に流入しないように、無酸素銅の治具で検出器ステージ の銅板に強く押しつけた。配線にはカプトンテープを巻き電気的に接触しないようにしてある。図 6.8 に配線の写真 を示す。



図 6.8 TES ホルダから配線が出ている様子。左が SII-179、中が SII-157、右から TES ホルダの後ろに回り込んでいるのが酸化ルテニウム温度計用配線。

## 6.3 TES カロリメータの特性測定

TES マイクロカロリメータの性質を知るために調べるべき特性には主に RT 特性、IV 特性、パルス特性、ノイズ 特性、臨界電流特性の 5 種類があり、本節では臨界電流以外の 4 つの特性を測定した。SII-179 の測定時の回路図を 図 6.9 に示す。



図 6.9 SII-179 の特性測定の回路図。SII-157 の場合は 8 入力 SQUID が 420-SSA のみに変わる。

#### 6.3.1 RT 特性

TES の温度  $T_{\text{TES}}$  と抵抗値  $R_{\text{TES}}$  の関係を RT 特性という。RT 特性を調べることで転移温度  $T_c$  が分かり、温度 計の感度  $\alpha$  を計算できる。本論文では抵抗値が常伝導抵抗の 50 % となる温度を転移温度と定義する。測定は一定 のバイアス電流  $I_{\text{b}} = 1 \ \mu A_{\text{pp}} (1 \ \text{kHz})$  を流して TES に定電圧 V をかけ、TES に流れる電流  $I_{\text{TES}}$  の振幅の変化を SQUID で測定した。

SII-179 + 8 入力 SQUID、SII-157 + 420-SSA それぞれの RT カーブ測定を GM 冷凍機オンの状態で行なった。



結果を図 6.10上段に、そこから求めた各点での $\alpha$ を下段に示す。転移温度は SII-179、SII-157 ともに首都大の結果

図 6.10 上段: RT 特性。下段: R<sub>TES</sub> と α の関係。左列: SII-179。右列: SII-157。

(表 6.1) と数 mK ほどの違いがあるが、これは温度計の校正の違いによるものと考えられる。

常伝導抵抗は大きく異なっていることが分かる。首都大の測定では R<sub>TES</sub> を直接 4 端子測定しているため、測定値の信頼度は高いと考えられる。一方、この測定での R<sub>TES</sub> は

$$R_{\rm TES} = \left(\frac{I_{\rm b}}{I_{\rm TES}} - 1\right) R_{\rm s} \tag{6.1}$$

として求めている。 $I_{\rm b}$ 、 $I_{\rm TES}$ 、 $R_{\rm s}$  に 30% 程度の測定誤差があると考えられるが、特に $R_{\rm s}$  側の配線に $R_{\rm s}$  の 30% 割 程度、つまり 1 m  $\Omega$  の寄生抵抗がのっていれば抵抗値の違いを説明できる。次の節で述べるように、TES 側の配線 にも 0.3 から 3 m  $\Omega$  の寄生抵抗がのっていると考えられるので、これは十分にあり得る。SII-157 の 116 mK 以降 の温度で抵抗値が低くなっているのは、信号に対して測定レンジを大きくとり過ぎて  $I_{\rm TES}$  が正確に測定できていな かったためである。

また、 $\alpha$ については首都大の測定値の 3 分の 2 程度の値となった。これは RT カーブを SQUID で読み出す場合 には TES を流れる電流密度が大きいため、RT カーブが緩やかになって  $\alpha$  が小さくなるためである (竹井修論)。

6.3.2 IV 特性

IV 特性とは熱浴温度  $T_{\text{bath}}$  一定のもとでの、TES 両端の電圧 V と TES を流れる電流  $I_{\text{TES}}$  の関係である。測定 は GM 冷凍機オンの状態で、 $T_{\text{bath}} = 80 \text{ mK}$  に保ちバイアス電流  $I_{\text{b}}$  (直流) を変化させて、 $I_{\text{TES}}$  を SQUID で測定 した。

横軸を  $I_{\rm b}$ 、縦軸を  $I_{\rm TES}$  にとったグラフを図 6.11 に示す。バイアス電流が大きくなると超伝導状態が破れ、抵抗値 が大きくなるため TES 電流が小さくなることが分かる。超伝導状態ではバイアス電流は全て TES に流れ傾き 1 の



92

直線になるはずであるが、SII-179、SII-157 ともに傾きは 1 より小さい。これは TES に直列に寄生抵抗が入ってしまったのが原因と考えられる。図のように寄生抵抗  $R_{\rm p}$  を仮定すると、



図 6.12 寄生抵抗 R<sub>p</sub> を仮定したとき。

$$I_{\rm TES} = \frac{R_{\rm s}}{R_{\rm s} + R_{\rm p} + R_{\rm TES}} I_{\rm b} \equiv A I_{\rm b}$$

$$(6.2)$$

と書ける。超伝導状態のときの傾き A を直線フィットにより求め、 $R_{\text{TES}} = 0$  を用いると  $R_{\text{p}}$  が求まる。また、常伝 導状態のときの傾きを直線フィットにより求め、先ほど求めた  $R_{\text{p}}$  を用いると  $R_{\text{n}}$  が求まる。このようにして求めた 傾き A と  $R_{\text{p}}$ 、 $R_{\text{n}}$  の結果を表 6.5 に示す。RT 測定の常伝導抵抗値とは 10% 程度異なるが、これはフィッティング

名前	傾き A		$R_{\rm p} \ [{\rm m}\Omega]$	$R_{\rm n} \ [{ m m}\Omega]$
	超伝導	常伝導		
SII-179	0.436	0.0220	3.77	137
SII-157	0.933	0.0264	0.26	133

表 6.5 超伝導、常伝導時の傾きと寄生抵抗、常伝導抵抗

誤差範囲内である。図 6.13 に横軸を  $I_{
m b}$ 、縦軸を  $R_{
m TES}$  に取ったグラフを示す。この図では  $R_{
m TES}$  は寄生抵抗を含んでいる。また、横軸を  $R_{
m TES}$ 、縦軸を  $I_{
m TES}$  にとったグラフも一緒に示す。

#### 6.3.3 パルス特性

パルス特性は、 TES に X 線光子や電気的なパルス ( ヒートパルスと呼ぶ ) を入射したときの応答である。この測定では、 $Mn K\alpha \ge Mn K\beta$  (それぞれ 5.9 keV、6.5 keV)の X 線光子に対する応答を調べた。



測定は  $T_{\text{bath}} = 80 \text{ mK}$  に保ちバイアス電流を変化させ、SQUID で読み出してパルスの高さを測定した。横軸を Ib、または  $R_{\text{TES}}$ 、縦軸をパルスハイトにとったグラフを図 6.17 に示す。

## 6.3.4 ノイズ特性

ノイズ特性は信号入力がないときの TES の応答である。ノイズの発生源が異なると大きさや周波数特性も異なるので、その特性を調べることによってノイズの発生源を特定することが出来る。

測定は T<sub>bath</sub> = 80 mK に保ちバイアス電流を変化させ、SQUID で読み出し FFT アナライザを用いて測定した。 図 6.15 にノイズ特性を示す。またパルスハイトとノイズの比をとったものを図 6.16 に示す。この比がより高いもの を動作点として選ぶと、エネルギー分解能が高くなると予測される。





図 6.15 上段: *I*<sub>b</sub> とノイズの関係。下段: *R*<sub>TES</sub> とノイズの関係。左列: SII-179。右列: SII-157。ノイズは全 て周波数 8.192 kHz のものである。



図 6.16 R<sub>TES</sub> と S/N 比の関係。左列: SII-179。右列: SII-157。ノイズは全て周波数 8.192 kHz のものである。

## 6.4 デジタルフィルター処理による解析

パルス特性 (§ 6.3.3) とノイズ特性 (§ 6.3.4) から得られた結果をもとに SII-179、SII-157 のバイアス電流をそれ ぞれ  $I_b = 320, 200 \ \mu$ A とし、GM 冷凍機をオフの状態で、それぞれパルスを 2000、6000 個程度を横河製オシロス コープで取得した。パルス取得時のパラメータを表 6.6 に示す。なおこの修士論文実験で 8 入力 SQUID を断熱消磁 冷凍機環境で動作させ、TES からの信号の取得に初めて成功した。これらのパルスをデジタルフィルタ処理を用い

表 6.6 TES カロリメータの X 線照射実験時の各パラメータ

名前	SQUID	$T_{\rm bath}[{\rm mK}]$	動作抵抗 $[m\Omega]$	PH [mV]
SII-179	8INPUT2	80	35	590
SII-157	420-SSA	80	27	410

て解析を行なった。平均パルス、パルススペクトル、ノイズスペクトル、SN スペクトルを図 6.17 に示す。SII-179 のパルススペクトル、ノイズスペクトルに見られる周期的な減衰はオシロスコープのノッチフィルタの影響である。 カットオフ周波数  $f_c$  は SII-179、SII-157 でそれぞれ 30 kHz、20 kHz である。

図 6.18 上段にパルスハイトスペクトルを示す。SII-179 では 5.9 keV、6.5 keV と思われるピークがそれぞれ二つ ずつ現れている。これは首都大の 5.9 keV の X 線照射の結果でも現れているもので、大きい方のメインピークが吸 収体によるイベント、小さい方のサブピークが TES イベントと考えられる。また同じく首都大の結果でも現れてい る PHA = 0.4 (3.6 keV) あたりのピークは、TES のメンプレン構造、アルミ配線イベントだと考えられる。これは Si コリメータのサイズ (200  $\mu$ m × 200  $\mu$ m) が吸収体サイズ (100  $\mu$ m × 100  $\mu$ m) が小さいために、コリメート仕切 れなかったイベントが TES やメンプレン構造、配線に当たっているのが原因と考えられる。SII-157 の 5.9 keV の 少し下にあるピークは首都大の結果で現れており、これはメンプレンに含まれる Nb に吸収されたイベントによる ものと考えられる。図 6.17 中段に 5.9 keV、6.5 keV のピークを使って求めたパルスハイトとエネルギーの関係を、 下段にこれを使ってパルスハイトをエネルギーに変換した(リニアリティ補正した)エネルギースペクトルを示す。 ベースラインと 5.9 keV のピークをフィッティングにより求めたエネルギー分解能(FWHM)を表 6.7 に示す。な お SII-179 はピークの高い方を K $\alpha$  線とみなした。 ベースラインは SII-157 では首都大の結果(表 6.1 参照)とほぼ

名前	状態	$f_{\rm c} \; [\rm kHz]$	$\Delta E_0  [\mathrm{eV}]$	$\Delta E  [\mathrm{eV}]$	
				Gaussian	Lorenzian
SII-179	オフセット補正前	30	3.0	46	
SII-179	オフセット補正後	30	3.0	32	27
SII-157	オフセット補正前	20	7.2	69	
SII-157	オフセット補正後	20	7.1	24	19

表 6.7 SII-179、SII-157 のエネルギー分解能

同程度の値が得られているが、SII-179 では首都大よりも 3 eV 近くも良い。この原因はリニアリティ補正によるも のと考えられる。パルスハイトとエネルギーの関係は  $E = a PHA^2 + b PHA$  と近似している。パルスハイトの広 がりを  $\Delta PHA$  とおくと、エネルギーの広がり  $\Delta E$  は  $\Delta E = 2a PHA\Delta PHA + b$  となるので 2a PHA < 1 のとき に  $\Delta E$  はより小さくなる。ベースラインは  $PHA \sim 0$  のところでの広がりであるので、結果、リニアリティ補正を行 なっていない首都大のベースラインよりも小さくなったと考えられる。またエネルギー分解能に関しては首都大の結 果と 30-50 eV 程度も異なるが、首都大の結果はオフセット補正を行なった後の結果であることが一つの原因である。

オフセット補正とは熱浴温度の揺らぎによるパルスハイトの揺らぎ  $\Delta PHA(T_{\text{bath}})$ を補正することである。パル スの立上り前の 0 点からの高さをオフセットとすると、オフセットも  $\Delta OFFSET(T_{\text{bath}})$  となるため、オフセット



図 6.17 1 段目:平均パルス。2 段目:パルススペクトル。3 段目:ノイズスペクトル。4 段目:SN スペクトル。 左列:SII-179。右列:SII-157。SII-179 の高周波側の周期的な減衰は、ノッチフィルタの影響である。カットオ フ周波数は SII-179、SII-157 でそれぞれ 30 kHz、20 kHz である。



図 6.18 上段:パルスハイトスペクトル。中段:パルスハイトとエネルギーの関係。下段:エネルギースペクト ル。左列:SII-179。右列:SII-157。ガウシアンによるフィッティングを行ない、SII-179、SII-157 でそれぞれ 46 eV、69 eV であった。

とパルスハイトは相関をもつ。図 6.19 に時間に対する熱浴温度、オフセット、パルスハイトの関係を示す。本当な らばパルスハイト、オフセットの揺らぎを熱浴温度に対して解き、熱浴温度の揺らぎを補正したパルスハイトの揺ら ぎをエネルギー分解能としなければならないが、ここではオフセットとパルスハイトの関係から補正を行なう。また 図 6.20 1 段目にオフセットとパルスハイトの関係を示す。この傾きをフィッティングによって求め、補正を行なっ たものを図 6.20 2 段目に示す。パルスハイトがオフセットによらなくなっていることが分かる。またオフセット補 正後にリニアリティ補正を行なったエネルギースペクトルを図 6.20 3 段目、4 段目に、エネルギー分解能を表 6.7 に 示す。エネルギー分解能は SII-179、SII-157 ともに改善されたことがわかる。

8 入力 SQUID からのノイズの寄与を考察するために、パルススペクトルとノイズスペクトルについて解析を行なった。それを図 6.21 左に示す。黒がパルススペクトル (pulse)、赤がノイズスペクトル ( $\Delta E_{total}$ 、以下 ベースラ



図 6.19 上段:熱浴温度の時間変化。中段;オフセットの時間変化。下段:パルスハイトの時間変化。左列: SII-179。右列:SII-157。

インノイズとよぶ)、水色は TES のフォノンノイズ、オレンジが TES のジョンソンノイズ、ピンクがフォノンノイ ズとジョンソンノイズを足しあわせた固有ノイズ ( $\Delta E_{\text{intrinsic}}$ )、固有ノイズを計算した際のパラメータを表 6.8 に示す。なお熱容量 *C* は吸収体サイズから見積もった。

また  $T_{\text{bath}} = 170 \text{ mK}$  で TES にかけるバイアス  $I_{\text{b}} = 0$  のときに取得したノイズ(赤)と、TES のジョンソンノイズ 9.40 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$  を引いたもの(緑)を図 6.21 右に示す。このノイズは 8 入力 SQUID のノイズを表している(以下 8 入力ノイズと呼ぶ)。TES が動作点にある場合には、ベースラインノイズは固有ノイズ、読みだし(SQUID) ノイズ、超過ノイズという 3 つの成分に分けられる。超過ノイズとは起源不明のノイズである。TES のノイズスペクトル(赤)と固有ノイズ(ピンク)をみると、固有ノイズよりも大きい読みだしノイズが固有ノイズ、もしくはそ

99



図 6.20 1 段目:オフセットとパルスハイトの関係。2 段目:補正後。3 段目:エネルギースペクトルをガウシ アンフィットしたもの。SII-179、SII-157 でそれぞれ 32 eV、24 eV と改善された。4 段目:ローレンツィアン フィットしたもの。左列:SII-179。右列:SII-157。

の足しあわせがベースラインノイズを支配し、ベースライン分解能を決めていることが分かる。ここで8入力ノイズ とベースラインノイズを比較すると、TESの分解能に主に効いてくる100kHz以下の8入力ノイズは、固有ノイズ と同程度20-30pA/√Hzであることが分かる。

表 6.8 SII-179 の固有ノイズ計算の際に使用したパラメータ

データ元	動作抵抗 $[m\Omega]$	<b>転移温度</b> [mK]	$T_{\rm bath}  [{\rm mK}]$	$\alpha$	$C \; [pJ/K]$
ISAS	35.4	114.5	80	200	0.59
データ元	$G \; [\mathrm{nW}/K]$	$ au_{ m eff}[\mu { m s}]$	指数 n		
MPU	0.75	55	2.0		



図 6.21 左: SII-179 のノイズの解析。黒がパルススペクトル (pulse)、赤がノイズスペクトル ( $\Delta E_{\text{total}}$ )、水色 は TES のフォノンノイズ、オレンジが TES のジョンソンノイズ、ピンクがフォノンノイズとジョンソンノイズ を足しあわせた固有ノイズ ( $\Delta E_{\text{intrinsic}}$ )である。右:  $T_{\text{bath}} = 170 \text{ mK}$ で TES にバイアスをかけていないとき の SQUID ノイズ。緑が TES のジョンソンノイズを引く前で青が引いた後。8 入力 SQUID のノイズが固有ノ イズと同程度にまで低く、エネルギー分解能には寄与していないことがわかる。

## 6.5 考察

首都大との測定環境の違いを見るための 420-SSA を用いた SII-157 の結果ではベースラインは首都大と同程度、 エネルギー分解能もガウシアンフィットでは数 eV 程度しか変わらなかった。これにより ADR を用いた TES マイ クロカロリメータの測定環境、つまりノイズレベルが首都大と同程度にまで低くなっているということが分かる。

また 8 入力 SQUID を用いた SII-179 のベースラインは首都大の結果よりも有意に良いが、これはパルスハイトと エネルギーの非線形性が大きいために不確定性が残り、首都大よりも測定環境が良くなっているとは言い切れない。 この原因として動作点の設定が悪かった可能性が考えられ、他の動作点でのパルスを取得し議論する必要がある。エ ネルギー分解能は首都大の結果よりも悪かった。しかし、液体ヘリウム中での 8 入力 SQUID 単体でのノイズレベル と同程度であるため、ADR 内での TES 測定時でも、ノイズレベルの観点からは性能は変わっていないということが 分かる。このノイズレベルからエネルギー分解能を決めているのは 8 入力 SQUID のノイズではない。したがって、 TES の熱拡散過程や動作点の抵抗値のイベント後とのばらつきなど、測定環境や測定パラメータなどによってエネル ギー分解能が悪くなっていることが考えられる。

## 6.6 まとめ

本章では以下のようなことが明らかになったといえる。

102

ADR 環境内で 8 入力 SQUID を用いて、初めてパルスを取得することが出来た。TES の基本的特性 (RT、IV、 パルス特性、ノイズ測定)の結果は首都大による結果とコンシステントであり、420-SSA を用いた SII-157 のベース ライン、エネルギー分解能はほぼ首都大と同程度で、十分低いノイズ環境になっていることを確認した。

8 入力 SQUID を用いた SII-179 の測定ではベースラインが SII-157 の結果とコンシステントであることが分かった。またノイズの解析から、8 入力 SQUID ノイズは ADR 中でも劣化せずに固有ノイズ程度に小さいため、エネル ギー分解能劣化の原因は 8 入力 SQUID ではないとの結論を得た。
### 第7章

# まとめと今後

本修士論文では、次世代 X 線天文衛星へ搭載する TES 型マイクロカロリメータの、信号多重化読みだしを実現す る素子である 8 入力 SQUID の性能評価を目的として、基本的性能や入力間相互インダクタンスの測定を行ない、 ADR 環境中での TES からの信号読み出しを通して、読みだし素子としての性能は十分であることが明らかになっ た。以下にそれらをまとめる。

#### 7.1 本修士論文の成果

#### 7.1.1 基本的特性の評価

極低温での信号多重化を目的として新たに開発した 8 入力 SQUID の基本的特性を、液体ヘリウム中プローブを用いて確認した。測定した項目を以下に上げる。

- 臨界電流
- 磁束電流変換係数
- ノイズレベル
- 動抵抗

とくにノイズレベルは入力電流換算で 20 – 30  $pA/\sqrt{Hz}$  を達成しており、TES マイクロカロリメータの読みだしに は十分低いレベルである。

#### 7.1.2 入力間相互インダクタンスの実測

8 入力 SQUID による信号多重化では、交流信号のクロストークがノイズとなり、エネルギー分解能を劣化させる 原因となり得る。8 入力 SQUID では原理的には SQUID のフィードバックによりクロストークは 1/(1 + *L*) 倍(こ こで *L* はフィードバックのループゲイン)に低減されることが予測されるが、実際に実験的に確認されたことはな かった。本修士論文では、入力間の相互インダクタンス見積もりを行ない、クロストークにより発生する信号検出の ための測定環境を構築し、このクロストーク電流を実測することに成功した。クロストーク電流の大きさと位相は フィードバックのループゲインによって変化することが確認できた。実験結果は、SQUID の設計から予想される大 きさの相互インダクタンスにより発生したクロストーク電流が、ループゲインにより減少される一方、SQUID 以外 に存在する相互インダクタンスによるクロストーク電流が存在すると考えると、ほぼコンシステントに理解出来た。 この浮遊インダクタンスの原因は十分に理解できていない。

#### 7.1.3 ADR 環境内での性能評価

8 入力 SQUID を TES マイクロカロリメータに接続して X 線照射を行ない、ADR 環境で初めて TES からの信 号を取得した。この環境でも SQUID ノイズはヘリウム中プローブを用いたノイズと同程度であることが確認でき た。このノイズは固有ノイズと同程度に小さいため、X 線光子のエネルギー分解能の劣化の原因は 8 入力 SQUID 以 外のところにあると考えられる。 以上のことから、8 入力 SQUID の動作を実験的に理解すると共に、これを TES マイクロカロリメータの読みだ し装置として使用可能である事を確認した。

#### 7.2 今後の課題

我々の開発目標はエネルギー分解能 3 eV 以下の約 1000 素子からなる TES マイクロカロリメータのアレイ化を おこない、高エネルギー分解能による分光と撮像を同時に行なえる検出器を開発し、X 線天文衛星に搭載することで ある。特にアレイ化された TES 信号の多重化読みだしに関し、以下の課題が残っている。

今後の課題の一つは複数のマイクロカロリメータを 8 入力 SQUID に接続し、信号読み出しを行なうことである。 2 素子であれば、本修士論文で行なったモジュール化された SQUID の低温基板間の配線接続を変更することで、比 較的容易に行なうことが出来る。

もう一つはマイクロカロリメータを 100 kHz 程度の交流で駆動し、信号の周波数分割多重化を行なうことである。 このためには冷凍機内配線の短縮による配線インピーダンスの低減が必要であることが明らかになっており、加えて 高周波駆動に対応した SQUID フィードバック回路の開発を行なわなくてはならない。本研究では触れなかったが、 現在どちらも準備を進めている。

## 付録 A

# 首都大による TES カロリメータの測定

ここでは首都大にて行なわれた SII-179、SII-157 の RT、ETF 測定の結果を示す。

#### A.1 SII-179



図 A.1 SII-179 の RT 測定。





図 A.2 SII-179 の ETF 測定。

A.2 SII-157



図 A.3 SII-157 の RT 測定。





図 A.4 SII-157 の ETF 測定。SII-157 の他に SII-123 も同時にプロットしてある。

## 参考文献

- Clarke, J., & A.Braginski. 2004, The SQUID Handbook, 1st edn. (WILEY-VCH)
- Irwin, K. D. 1995a, APL, 66, 1998
- —. 1995b, PhD thesis, Stanford University
- —. 2002, Physica C, 368, 203
- Irwin, K. D., Nam, S. W., Cabrera, B., Chugg, B., Park, G. S., Welty, R. P., & Martinis, J. M. 1995, IEEE Trans. Appl. Supercond., 5, 2690
- Iyomoto, N., Ichitsubo, T., Oshima, T., Mitsuda, K., Fujimoto, R., Futamoto, K., Takei, Y., Fujimori, T., Miyazaki, T., Ishisaki, Y., Hiroike, T., Morita, U., Yamasaki, N. Y., Koga, T., Sato, K., Ohashi, T., Shoji, S., Kudo, H., Nakamura, T., Arakawa, T., Sato, H., Kobayashi, H., Homma, T., Osaka, T., Nakayama, S., Morooka, T., Chinone, K., Tanaka, K., Kuroda, Y., Onishi, M., & Goto, M. 2003, in 2002 SPIE Astronomical Telescopes and Instrumentation
- Lee, A. T., Richards, P. L., Nam, S. W., Cabrera, B., & Irwin, K. D. 1996, APL, 69, 1801
- Mather, J. C. 1982, Appl. Opt., 21, 1125
- Mewe, R., Gronenschild, E. H. B. M., & van den Oord, G. H. J. 1985, A&AS, 62, 197
- Mitsuda, K.and Fujimoto, R., Miyazaki, T., Maegami, K., Aruga, Y.and Oshima, T., Nakayama, S., Shoji, S.and Kudo, H., Yokoyama, Y., Mihara, T., & Shimizu, H. M. 1999, NIMA, 436, 252
- Miyazaki, T. 2001, PhD thesis, Univ. of Tokyo
- Moseley, S. H., Mather, J. C., & McCammon, D. 1984, J. Appl. Phys., 56, 1257
- Szymkowiak, A. E., Kelley, R. L., Mosely, S. H., & Stahle, C. K. 1993, Journ. Low Temp. Phys., 93, 281
- Ullom, J. N., Beall, J. A., Doriese, W. B., Ferreira, L., Hilton, G. C., Irwin, K. D., Reintsema, C. D., & Vale, L. R. 2005, Applied Physics Letters, 87, 194
- Weinstock, H. 1996, SQUID Sensors:Fundamentals,Fabrication and Applications, 1st edn. (Kluwer Academic Publishers)
- 益居, 健介. 2006, Master's thesis, 東京大学
- 原, 宏編. 1991, 量子電磁気計測, 1st edn. (電子情報通信学会)
- 市坪,太郎. 2004, Master's thesis, 東京大学
- 竹井, 洋. 2003, Master's thesis, 東京大学

謝辞

本修士論文を書き上げるにあたり、さまざまな方々の御指導、御協力を頂きました。ここに感謝の気持ちを述べさ せて頂きます。

指導教官の満田和久先生には、まず自分を指導院生として選んで頂き、X 線天文学を学ぶ機会を頂いたことに感謝 致します。物理学、天文学という学問の考え方や、面白さを先生の助言や何気ない会話から学ばせて頂きました。勉 強の足りない私との未熟な会話にも最後まで付き合って頂いて、本論文の隅から隅までについてご指導戴きました。 また報告の遅れがちな私の研究状況なども気遣って頂きましたし、奨学金のための推薦文なども書いて頂いて、研究 生活全般で大変お世話になりました。

もう一人の指導教官である山崎典子先生には、ミーティングなどを通して本論文の大きな方向性や実験の内容、解 析手法から、実験装置の購入やツールについての細かな点に至るまで大きな助言を頂きました。これらの助言もさる ことながら、会話の中で理解力の足りない私がきちんと分かるまで、丁寧に説明して頂いたことに大変感謝しており ます。先生の明るく楽しい会話が、実験で落ち込んだ私の励みになりました。

学術振興研究員の江副祐一郎さんには実験内容についての鋭いコメントや質問を頂き、自分の未熟さに気づき、研 究についての再考察をする機会を頂きました。江副さんの研究に対する姿勢を見て驚きと尊敬の念を感じると同時 に、研究者としての姿勢を学びました。

学術振興研究員の竹井洋さんにはコンピュータの扱い方から、実験の心得、手法、考え方、解析の仕方、プレゼン の仕方、文章の書き方までさまざまなことで大変お世話になり、非常に感謝しております。研究者としての一歩が踏 み出せるようになったのは他ならぬ竹井さんの御指導によるものです。私が間違った測定をして落ち込んでも、そこ から意味のある答を導き出そうとする姿勢や、結果が出るまで辛抱強く、さまざまなアプローチの仕方で実験を行な う姿はお手本として強く心に残りました。また、どんなにご自身が忙しいときでも、嫌な顔一つせず私の実験や議論 につきあって戴いたことは忘れません。私に取って非の打ち所のない先輩です。

プロジェクト研究員の篠崎慶亮さんには冷凍機についての幅広い知識とカロリメータ測定について、多くの助言を 頂きました。また夜遅くにも関わらず実験の解析を手伝って頂いたり、結果の考察についての議論にも大変長い時間 付き合って頂きました。毎日様子を見に来て食事に誘って頂いた事が、修士論文を書くに当たってどれだけ励ましに なったか分かりません。

同研究室の先輩である益居健介さんには実験のパートナーとして、多くの事を教えて頂き、また共に学ばせて頂き ました。朝から晩まで冷凍機を動かす方法を教えて頂いたり、回路についての議論をさせて頂いたことが私の研究の 大きな支えになりました。共にハンダ付けをしながら、研究生活についての話をする事が私の大きな楽しみでありま した。褒めるだけでなく叱ることで、私の未熟な部分を直そうとしてくださった事にとても感謝しております。修士 論文や発表についても細かなところまで指導して頂き、本研究のもう一人の著者と申させて頂いても過言ではありま せん。

先輩である吉野友崇さんには TES についての詳しい知識や情報を戴き、パルス測定の実験の際には非常に助けて 頂きました。またそのセンスから生み出される笑いで、何回もささくれ立った私の気持ちを和らげてくれました。

先輩である土屋彰広さんは、冷凍機についての知識を丁寧に教えて頂きました。普段はクールな土屋さんに一生懸 命指導して戴いたことにとても感動した事を鮮明に覚えております。

同期である萩原利士成さんには、TESの動作原理について共に学び、議論して戴きました。また冷凍機の蓋の開け 閉めという非常に重要な仕事を、何回も快く引き受けて戴きました。萩原さんの協力が無ければ、私の実験は前に進 まなかったでしょう。また物理を深くまで理解しようとする姿は、大変見習うべきところだと感じております。密か にプレゼンテーションのやり方も盗ませて頂きました。

同期である輿石真樹さんには、実験に取り組む真剣さに於いてとても刺激を受けました。毎回レポートを作り、土 日も休まず実験を行うその姿勢に尊敬の念を抱いております。私のくだらない話にもつきあって頂き、同じ外部から 来た者として心の支えになったことは言うまでもありません。

秘書である伊藤彩知子さんには、ミーティングで美味しい紅茶を入れて頂いたり、実験機器購入の書類、学会の手 続きにおいて大変お世話になりました。期限ギリギリの書類を何回も処理して頂き、伊藤さんがいなければ本論文も 無事に書き上げる事は出来なかったでしょう。包まれる様なその温かい雰囲気で緊張感を和らげて頂けるので、私た ち学生のお姉さんの様な存在であると感じております。

首都大学東京の大橋研究室の方々には冷凍機環境の整備などの際に助言を戴いたり、パルス読み出しに用いた TES をご用意して戴きました。特に石崎欣尚さんには夜遅い時間にも関わらず助言をして頂いたり、素子を運んで頂いた りして大変お世話になりました。

母親である木村久美子さんには、定期的に連絡を戴いて日々の生活の心配をして頂きました。たまに送られてくる 仕送りに母親の心が詰まっており感動致しました。本当にありがとうございます。

その他、様々な方達の数えきれない程のご協力を戴きました。誠に感謝しております。短文になりますが、御礼を 申し上げます。本当にありがとうございました。