修士論文
超伝導遷移端 (TES 型) X 線マイクロカロリメータの熱的、電気的応答とノイズ原因の物理的考察

東京大学 理学系研究科 物理学専攻
満田研究室
竹井 洋

2003/03/19

Abstract

X 線マイクロカロリメータとは、1 つ 1 つの X 線光子が入射した際の素子の温度上昇から入射 X 線のエネルギーを求める検出器であり、~ 100 mK の極低温で使用することにより高いエネルギー分解能と高い検出効率を両立する検出器である。X 線マイクロカロリメータでは、X 線入射時の温度上昇を読みとる温度計の感度が大きいほど高いエネルギー分解能が得られる。そこで注目されるのが、超伝導薄膜の超伝導–常伝導遷移にともなうの急激な抵抗変化を利用した超伝導遷移端温度計 (TES: Transition Edge Sensor) である。TES を温度計として用いたものを超伝導遷移端 (TES 型) X 線マイクロカロリメータと呼ぶ。

私が所属する宇宙科学研究所では、次世代 X 線天文衛星に搭載する X 線分光器として、Ti/Au の二重薄膜を温度計とした超伝導遷移端 X 線マイクロカロリメータの開発を行なっている。現在の開発目的は、エネルギー分解能の追究、開口面積の大きなカロリメータの製作、交流駆動によるマルチプレクス読み出しの確立、と多岐に渡っている。これらの実現のためには、超伝導遷移端 X 線マイクロカロリメータの応答を理解すること、エネルギー分解能を制限しているノイズの原因を突き止めることが全ての鍵となっている。

私は、様々なパラメタで製作した超伝導遷移端 X 線マイクロカロリメータの性能評価を行ない、その「電気的応答」、「熱的応答」、「ノイズ原因」の 3 つの側面から超伝導遷移端 X 線マイクロカロリメータの物理的性質を理解することを目指して研究を進めてきた。本修士論文はその成果をまとめたものである。

まず、電気的応答として TES の抵抗値が TES を流れる電流に依存することが TES の性能に大きな影響を与えていることを明らかにした。TES を流れる電流が大きい場合には TES の温度計感度が抑制されることを実証し、その度合が TES の臨界電流に依存すること、臨界電流の大きさと S/N 比に強い相関が見られることを示した。また、TES を交流駆動した際に観測された搬送波の 3 倍の周波数の出力を TES の抵抗値が TES を流れる電流に依存することで理解することに成功した。熱的応答に関しては、カロリメータの X 線吸収体が TES 自身の場合、常伝導吸収体の場合、超伝導吸収体の場合のそれぞれのパルスを比較することで、吸収体による熱化、熱拡散過程の違いを明らかにした。

以上の結果から、エネルギー分解能を向上させる一つの有効な方法は、常伝導体を吸収体として使用して入射 X 線のエネルギーを素早く熱化、拡散させること、臨界電流を大きくして可能な限り S/N 比を高めることだと理解することができた。本研究で評価を行なったカロリメータのうち、これらの条件を満たしたカロリメータ SII14B では、6 keV の X 線に対して半値全幅で 6.6 eV という非常に優れたエネルギー分解能を達成することに成功した。

また、SII14B のエネルギー分解能を制限している原因を詳しく調べたところ、カロリメータ固有のノイズや読み出し系のノイズでは説明できないノイズ (超過ノイズ) が存在することが原因であることがわかった。このノイズの特性を調べることで、エネルギー分解能への寄与が特に大きい 1 kHz から 10 kHz の周波数帯域のノイズは、X 線照射時の動作条件では TES の抵抗値に反比例し TES を流れる電流にはよらないこと、その一方で TES を流れる電流が微小な時にはこのノイズが観測されないことを明らかにした。また、このノイズレベルは素子の常伝導抵抗と相関があることも示した。今後、このノイズの発生原因を解明し、抑制していくことが性能改善の上で重要である。

以上の実験的研究と並行して、TES の応答を、TES 内部の温度、抵抗分布まで含めて考察するために、数値シミュレーションコードの開発を行ない、X 線パルスや固有ノイズのシミュレーション計算を行なってその妥当性を確認した。そして、この数値シミュレーションを用いて TES 内部の熱揺らぎに起因するノイズの特性を調べ、測定された超過ノイズを説明できるほどではないという結論を得た。

目 次

第1章　X線天文学と分光観測

1.1　X線分光による宇宙の進化の解明

天体物理学は様々な天体の起源と進化を物理法則を使って明らかにする天文学、物理学の一分野である。20世紀に入って人類は、宇宙は決して定常的なものではなく、およそ150億年前にビッグバン (big bang) と呼ばれる大爆発によって始まったこと、その後も進化を続け、現在の複雑な階層構造を持った宇宙に至っていることを知るようになった。それではビッグバンの後、いつ頃、どのようにして星が生まれ、銀河が形成され、銀河団のような巨大な構造が作られたのだろうか? 宇宙は今後どのようになっていくのだろうか?

恒星は人の一生と同じように、ライフサイクルを持っている。すなわち星間物質の重力収縮によって原始星が生まれ、原始星がさらに重力収縮を続けることでやがて中心部で核融合反応が起こり、主系列星となる。核融合反応のための燃料を使い果たすと、あるものは周辺部が惑星状星雲として星間空間に還元されて白色矮星が残り、あるものは超新星爆発を起こして自分自身を吹き飛ばし、中性子星やブラックホールを残す。銀河とは恒星の集まりであり、無数の恒星が、あるいは独立に、あるいは影響しあってサイクルを繰り返している。長期的に見ると、恒星によって作られた重元素を含んだ星間物質 (ISM; Interstellar medium) が、銀河風 (galactic wind) という形で銀河系外に放出される。銀河はさらに銀河団という集団を形成している。銀河団の重力ポテンシャルは実は電磁波では見ることのできない暗黒物質 (dark matter) によって作られており、銀河はそのポテンシャルに束縛されている。また、銀河団内の空間は銀河団の重力ポテンシャルに束縛された1億度程度の高温ガスで満たされており、その総質量は個々の銀河の質量和よりも大きい。このような高温ガス内にも重元素が存在しており、個々の恒星で作られ、銀河風として放出された星間物質が大きく寄与している。銀河団同士もまた衝突合体を繰り返しており、より大きな銀河団へと成長している。ビッグバン直後の宇宙は極めて一様であり、現在の宇宙に見られるような構造は、その後の進化の過程で互いに密接に関係しながら作られたものである。したがって、宇宙の進化を理解するためには、各種の天体の進化とお互いの関連を観測的に見究めていくことが重要である。

近年になって観測技術が飛躍的に進歩し、光・赤外線では、地球大気の影響を受けないハッブル宇宙望遠鏡 (Hubble Space Telescope) や、すばる望遠鏡をはじめとする 8 〜 10 m クラスの望遠鏡が、電波では「はるか」衛星を使ったスペース VLBI が実現され、人類はこれらの諸問題に対して観測的な回答を得はじめようとしている。X線においても、1999年にNASAのChandra衛星、2000年にはESAのXMM-Newton衛星が軌道に投入され、結像性能や有効面積において過去の衛星をはるかに上回る性能を達成している。さらに、2005年にはAstro-E2衛星が軌道に投入される予定であり、エネルギー分解能においても新たな時代を向かえようとしている。

X線は高エネルギー電子によるシンクロトロン放射や逆コンプトン散乱によって、あるいは高温物質からの熱制動放射や黒体放射によって生み出される。したがって、宇宙における高エネルギー現象をとらえるのにもっとも適した電磁波である。また、エネルギー100 eVから10 keVの間には、炭素、窒素、酸素、ネオン、マグネシウム、シリコン、イオウ、アルゴン、カルシウム、鉄等の、宇宙に存在する主要な重元素のK輝線、K吸収端が存在することから、これらの重元素の量や物理状態を知る上でもX線による観測が有効である。さらに、これらの輝線のエネルギーシフト、あるいは幅は、これらの元素を含むガスの運動状態を知る上で有効である。したがって、X線による分光観測は宇宙の進化を解明する上での重要な手段の一つであるといえる。

1.2 次世代の X 線分光器に要求される性能

次に、次世代検出器に必要なエネルギー分解能と撮像能力について考える。たとえば銀河団の高温ガスの熱運動の速度は数 100 km/s から 1000 km/s である。乱流や銀河団の合体による高温ガスの内部運動の速度も同程度であると考えられ、これらの内部構造を知るためには 100 km/s の速度が分離できるエネルギー分解能が必要十分である。また、精密なプラズマ診断を行なうためには、各輝線の微細構造を十分に分離できる分解能が必要である。微細構造が分離できないと、プラズマの状態によって輝線構造の中心エネルギーが変わってしまうため、統計に関わらずエネルギーの決定精度が制限されてしまうからである。したがって微細構造の分離は不可欠である。

宇宙にもっとも多く存在する元素の 1 つで、X 線分光でもっとも興味のある鉄の Kα 線について考える。ヘリウム様に電離された鉄の Kα 線のエネルギーは 6.7 keV であるが、この鉄イオンが一階励起された状態は LS カップリングによって、1s2s ^{1}S$_0$、1s2s ^{3}S$_1$、1s2p ^{1}P$_1$、1s2p ^{3}P の 4 つの状態に分裂する。このうち 1s2p ^{1}P$_1$ $\rightarrow$ 1s^2 ^{1}S$_0$ は双極子遷移によって 6698 eV の共鳴 X 線を放射する (たとえば Mewe et al., 1985)。一方、1s2s ^{3}S$_1$ $\rightarrow$ 1s^2 ^{1}S$_0$ と 1s2p ^{3}P $\rightarrow$ 1s^2 ^{1}S$_0$ は双極子遷移が禁止されており、プラズマの物理状態によって 6637 eV の禁制線と 6673 eV の intercombination 線として観測される。さらに、これらの輝線の近くにはリチウム様イオンやベリリウム様イオンから出る衛星線が現れる。したがってこれらの微細構造を分離するためには、ΔE <10 eV のエネルギー分解能が必要である。X 線 CCD カメラなどの半導体検出器では原理的にこれよりも 1 桁以上悪く、この条件を満たせない。図 1.1 は、温度 kT=2 keV の光学的に薄いプラズマから放射される 6.7 keV の鉄輝線を、エネルギー分解能が 120 eV、10 eV、2 eV の検出器で観測した場合に得られるスペクトル (シミュレーション) である。エネルギー分解能が 120 eV の検出器 (X 線 CCD カメラ) では、微細構造を分離できていない。それに対して、分解能 10 eV の検出器では共鳴線を分離でき、さらに 2 eV の検出器では複雑な微細構造をしっかり分離できているのがわかる。

100 km s^{-1} の運動によって起こるドップラーシフトは、6.7 keV の鉄輝線に対して 2.2 eV である。これは運動の状態によって、エネルギーのシフトもしくは輝線の広がりとして検出される。したがって、天体の運動を正確に知るためには、エネルギー分解能 $\sim$ 数 eV が必要となる。

撮像能力としては、角度分解能 30 秒程度は欲しい。そこで 1 ピクセルの大きさを $20'' \times 20''$ とし、受光面積を $10' \times 10'$ とすると、ピクセル数は 30×30 になる。望遠鏡の焦点距離を 8 m とすると、1 ピクセルの大きさは 0.78 mm×0.78 mm、全体では 23 mm × 23 mm になり、CCD チップ 1 枚分に相当する。角度分解能としては X 線 CCD カメラより 1/30 程度悪いが、撮像検出器として CCD カメラを併用することを考えれば妥当な大きさである。

まとめると、次世代 X 線検出器に求められる性能は、6 keV の X 線に対して 1–2 eV (FWHM) のエネルギー分解能 ($E/\Delta E \sim 3000 - 6000$) を有し、30× 30 ピクセルで 2 cm× 2 cm 程度の面積をカバーすることである。

1.2.1 回折格子

回折格子 (grating) は、X 線領域で数 eV の分解能を達成する方法としてもっとも一般的である。例えば、Chandra 衛星には transmission grating (LETG、HETG) が、XMM-Newton 衛星には reflection grating (RGS) が搭載されている。これらの回折格子は $E < 1$ keV のエネルギーで $E/\Delta E \sim 500$ のエネルギー分解能を実現している。

図 1.2 は回折格子を用いた星間物質の解析の一つの例である。星間物質中の酸素原子と酸化物の吸収構造を区別して観測することができ、それぞれの組成比を求めることができている。このように、原子状態と化合物状態の構造を区別できるのは $\Delta\lambda = 0.05$ Å ($\lambda = 23$ Å において $\lambda/\Delta\lambda = 460$) という高いエネルギー分解能のおかげである。

しかし、回折格子を用いた分散型分光器は非分散型分光器に比べていくつかの点で劣る。まず、分散型分光器は波長の情報を位置情報として読み出すため、高いエネルギー分解能は点源の場合にしか得ることができない。X 線天体には銀河団の高温ガスをはじめ広がったものも多く、これらの天体の運動を解析するには回折格子は不適当である。次に、grating の分散角は入射 X 線の波長に比例するため、波長の短い、すなわちエネルギーの高い X 線に対してはエネルギー分解能が悪いことである。図 1.3 左に、エネルギーに対するエネルギー分解能を示した。Chandra 衛星と XMM-Newton 衛星に搭載されている grating 分光器は、1 keV 以下では非常に高いエネルギー分解能を持つが、2 keV 以上では急激にエネルギー分解能が悪くなっていることがわかる。6 keV 付近の鉄の Kα 線に対しては十

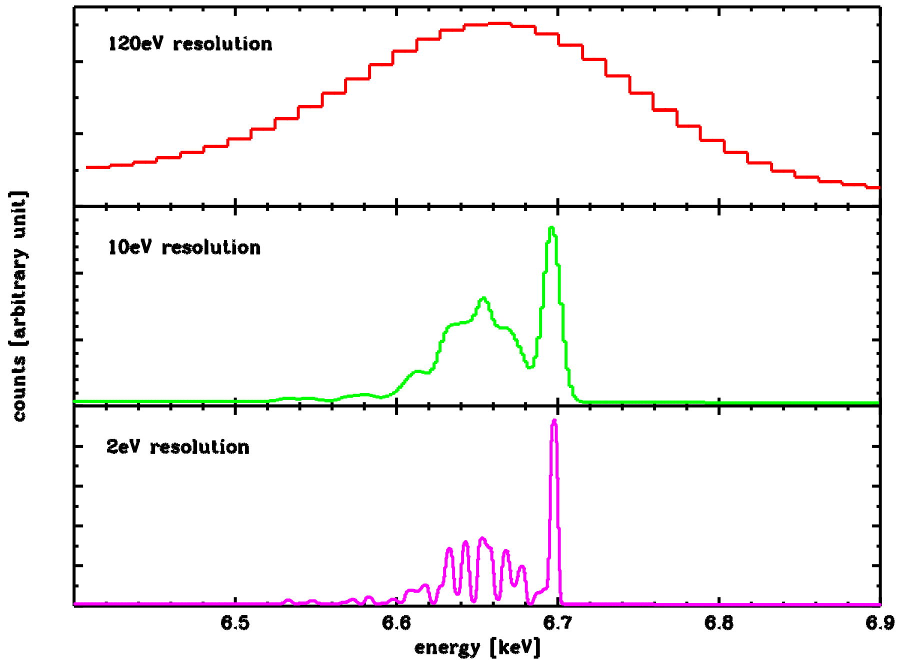


図 1.1: 温度 kT =2 keV の光学的に薄いプラズマから放射される 6.7 keV の鉄輝線を、エネルギー分解能が 120 eV、10 eV、2 eV の検出器で観測した場合に得られるスペクトル (シミュレーション)

分なエネルギー分解能ではない。もう一つの欠点は検出効率が低いことである。grating 分光器では分散された光だけがエネルギー情報を持つため、非分散型分光器に比べて非常に検出効率が低くなる。図 1.3 右は、Chandra 衛星と XMM-Newton 衛星の grating 分光器の有効面積をエネルギーに対してプロットしたものである。XMM-Newton 衛星は大きな X 線望遠鏡を搭載しているが、望遠鏡と grating 分光器とを合わせた有効面積は 100 cm^2 程度しかない。以上のことから、grating 分光器で観測できる天体は軟 X 線で明るい点源に限られ、広がった天体や硬 X 線の分光には適していない。

1.2.2 X 線マイクロカロリメータ

半導体検出器はエネルギー分解能の点で性能不足であり、分散型分光器は広がった天体の観測には向かず、また低いエネルギー領域でしか十分なエネルギー分解能を達成できない。現時点では、鉄の Kα 線領域に対して十分なエネルギー分解能を持つ検出器は、X 線マイクロカロリメータをおいて他に存在しない。X 線マイクロカロリメータは、入射エネルギーを素子の温度上昇として測る検出器であり、極低温 ($\sim$100 mK) において高いエネルギー分解能を達成できる (第 2 章)。超伝導トンネル接合 (STJ) 検出器も低温で動作する検出器として開発が進められているが、硬 X 線に対する検出効率の点で X 線マイクロカロリメータの方が優れている。

2000 年 2 月に打ち上げられた Astro-E 衛星に搭載されていた XRS は、初めて軌道上に投入される X 線マイクロカロリメータとして大きく期待されていた (たとえば Mitsuda & Kelley, 1999; Kelley et al., 1999)。XRS は 2$\times$16 のピクセルで 2.5 mm$\times$5.3 mm (視野 $1.9' \times 4.1'$) の面積を持ち、個々のピクセルの大きさは 1.2 mm$\times$0.3 mm、エネルギー分解能は地上試験で平均 12 eV (FWHM) を達成していた。図 1.3 には、Astro-E に搭載されていた XRS と X 線 CCD カメラ XIS のエネルギー分解能と有効面積も示してある。2 keV 以上のエネルギー帯で、XRS はエネルギー分解能と有効面積のどちらも他の検出器と比べて高い性能を持っていることがわかる。さらに、XRS は適度な撮像能力も持っている。このように、XRS は X 線天文学において新たな時代を切り開くことが期待されていた。

上で述べた次世代 X 線検出器は、エネルギー分解能で XRS よりも数倍良く、ピクセル数は 2 桁近く多い。エネルギー分解能のさらなる改善には、XRS で用いた半導体温度計の代わりに超伝導遷移端を利用した温度計 (TES) を用

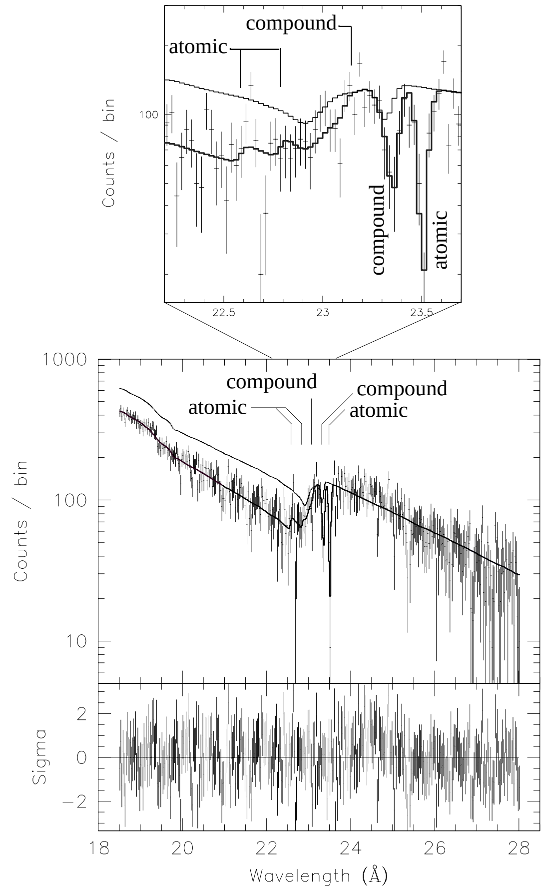


図 1.2: Chandra 衛星の回折格子 LETG で観測した Cyg X-2 のスペクトル (Takei et al., 2002)。星間物質中の酸素原子、酸化物による吸収構造がそれぞれ見えている。これらの吸収構造を分離できる高いエネルギー分解能により、星間物質の酸素原子、酸化物の組成比を区別して求めることに成功した。

いた新しいマイクロカロリメータが提案されている (たとえば Irwin, 1995a,b; Irwin et al., 1995)。TES 型マイクロカロリメータの読み出し系としては超伝導量子干渉素子 (SQUID) を用いれば、intrinsic なノイズと読み出し系のノ

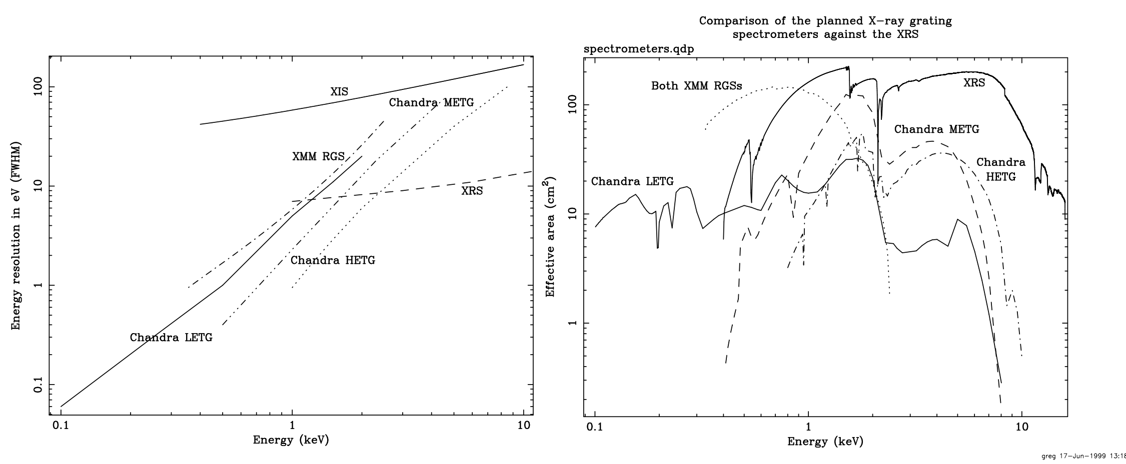


図 1.3: X 線分光器の性能比較。左: エネルギー分解能のエネルギー依存性 右: 有効面積のエネルギー依存性

イズを抑えることができる。すでに、5.9 keV の X 線に対して 4 eV (FWHM) 程度のエネルギー分解能が報告されている (Irwin et al., 2000; Tiest et al., 2001)。

このように、エネルギー分解能については要求される性能を達成しつつある。一方、1000 ピクセルの読み出し系はまだ開発段階である。XRS では 32 ピクセルを独立に読み出していたが、これと同じように 1000 ピクセルを独立に読み出すのは配線による熱流入の影響などを考えると現実的でない。何らかのマルチプレクスを行うことによって、配線数を減らすことが必須である。既にいくつかの方法が提案されているが (たとえば Chervenak et al., 1999, 2000; Miyazaki, 2001; Yoon et al., 2001; Cunningham et al., 2002) いずれも確立されるには至っていない。

1.3　本修士論文の目的

我々は、次世代 X 線天文衛星への搭載を念頭において TES 型 X 線マイクロカロリメータの開発を行なってきた (昆野, 1998; 前神, 1999; 大島, 2000; Miyazaki, 2001; 山崎, 2001; 影井, 2001; 広池, 2002)。現在の開発目的は、エネルギー分解能の追究、開口面積の大きなカロリメータの製作、マルチプレクス読み出しの確立、と多岐に渡っている。これらの実現に際して、TES 型 X 線マイクロカロリメータの応答を理解すること、エネルギー分解能を制限しているノイズの原因を突き止めることが全ての鍵となっている。本研究ではカロリメータの測定結果を「電気的応答」、「熱的応答」、「ノイズ原因」の 3 つの側面から考察し、TES 型カロリメータの性質を明らかにすることを目的とした。一方、TES の応答を解析的に考察することは、TES 内部の非一様性を考慮する際などには限界がある。そこで、TES の内部構造を含めてカロリメータの応答やノイズ原因を考察することを可能にする計算機シミュレーションコードの開発も行なった。本論文ではこれらの研究成果をまとめる。

第2章　X線マイクロカロリメータの動作原理

2.1　X線マイクロカロリメータとは

X 線マイクロカロリメータは、入射した X 線光子 1 個 1 個のエネルギーを、素子の温度上昇により測定する検出器である。そのため、極低温 (~ 0.1 K) で高いエネルギー分解能を達成することができる。

X 線マイクロカロリメータは、図 2.1 に示すような吸収体、ピクセル、温度計、サーマルリンク、熱浴から成る。吸収体に入射した X 線光子は光電効果によって吸収され、そのエネルギーが熱に変わる。入射エネルギー E に対する素子の温度変化は、カロリメータピクセルの熱容量を C として、

$$\Delta T = \frac{E}{C} \tag{2.1}$$

と書ける。この微小な温度変化を、温度計の抵抗値の変化として測定する。カロリメータピクセルは、熱浴と弱いサーマルリンクによってつながっているため、吸収体で生じた熱はサーマルリンクを通して熱浴に逃げて行き、ゆっくりと元の定常状態に戻る。これは、

$$C\frac{d\Delta T}{dt} = -G\Delta T \tag{2.2}$$

のように表される。ただし、G はサーマルリンクの熱伝導度である。したがって、素子の温度上昇は時定数

$$\tau_0 = \frac{C}{G} \tag{2.3}$$

で指数関数的に減衰していく。

X 線マイクロカロリメータのエネルギー分解能は素子の熱揺らぎによって制限される。カロリメータピクセル中のフォノン数は $N \sim CT/k_{\mathrm{B}}T = C/k_{\mathrm{B}}$ と書けるので、素子の熱揺らぎは、

$$\Delta U \sim \sqrt{N}k_{\mathrm{B}}T = \sqrt{k_{\mathrm{B}}T^2C}. \tag{2.4}$$

となる。§ 2.6 で導くように、より一般的には、X 線マイクロカロリメータの intrinsic なエネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 2.35\xi\sqrt{k_{\mathrm{B}}T^2C} \tag{2.5}$$

と書ける (Moseley et al. 1984)。ただし、ξ は温度計の感度や動作条件などによって決まるパラメータである。付録 B.1 に示したように、熱容量は電子比熱により決定される場合 T の依存性を、格子比熱により決定される場合 T^3 の依存性を持つ。熱容量の温度依存性を考慮すると、エネルギー分解能は温度に強く依存し、極低温 (~ 0.1 K) で非常に高いエネルギー分解能が達成されることがわかる。

2.1.1　吸収体

X 線光子は光電効果によって吸収体に吸収される。エネルギー分解能を向上させるには、式 (2.5) からわかるように熱容量 C を小さく、つまり、吸収体を小さくすればよい。一方、検出効率を高くするためには、吸収体は大きい方がよい。吸収体の大きさはこれらのトレードオフで決まる。

これとは別に、吸収体を選ぶ際に考慮しなければならない性質として、熱化 (thermalization)、熱拡散 (diffusion) の速さがある。熱化、熱拡散が遅いと熱が逃げてしまい、エネルギー分解能が悪くなる。また、吸収位置により熱化、

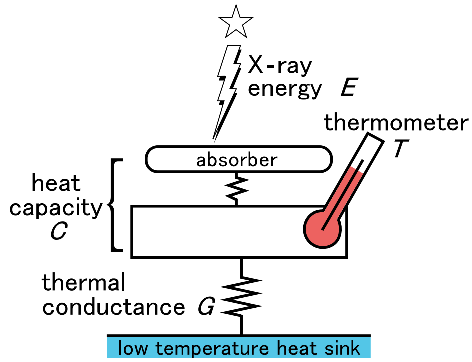


図 2.1: X 線マイクロカロリメータの構造

熱拡散過程がばらついてしまうと、イベントごとの波形のばらつきが生じ、S/N 比とは別にエネルギー分解能を悪化させてしまう。熱化、熱拡散過程を一様にするには、TES にエネルギーが移動する前に吸収体内で熱化、熱拡散が一様に起こる必要がある。そのためには、やはり吸収体内での熱化、熱拡散が速いことが重要となる。

このように、吸収体として用いる物質は高い吸収効率、小さい熱容量、熱化、熱拡散の速さ、という条件を同時に満たすものが適している。以下に物質の種類に応じた特徴をあげる。

- 絶縁体と半導体
  一般的に、絶縁体と半導体は、バンドギャップの不純物準位に電子が捕捉されて準安定な状態を作ってしまう。そのため、熱化が不完全であったり、ばらつくことが多い。

- 常伝導金属
  常伝導金属は X 線のエネルギーは伝導電子の電子–電子相互作用によって熱化されるため、熱化が非常に速く、経験的に ns のオーダーである。また、熱拡散も伝導電子が担うため、非常に早い。そのため、熱化、熱拡散という点においては有利である。しかし、電子比熱が大きいために高いエネルギー分解能を得るには吸収体のサイズは限られる。

- 超伝導体
  超伝導体は超伝導遷移温度よりも十分低温では電子比熱が指数関数的に小さくなる。そこで、原子番号の大きくデバイ温度が高い超伝導体を用いれば、比熱を抑えつつ高い検出効率を達成できる。しかし、超伝導遷移温度よりも十分な低温では準粒子の寿命が長くなり、一般的には熱化が非常に遅くなる。準粒子の寿命は格子の一様性に依存すると言われている。

- 半金属
  ビスマスなどの半金属は、電子比熱が小さいため熱容量を抑えつつ吸収体のサイズを大きくすることができる。一方、熱化が比較的速いことも知られている。

これらの特徴を考慮して、吸収体としてはスズ、ビスマス、金、銅、水銀テルル (ギャップエネルギーの小さい化合物半導体) などが用いられている。この研究ではスズ、および金を吸収体として用いた。

2.1.2　温度計

温度計は、半導体や金属の抵抗値が温度に依存して変化することを利用したものである。温度計の感度 α (無次元) を、

$$\alpha \equiv \frac{d\ln R}{d\ln T} = \frac{T}{R}\frac{dR}{dT} \tag{2.6}$$

と定義する。ただし、T は温度計の温度、R はその抵抗値である。

温度計の感度 α を大きくすれば、カロリメータのエネルギー分解能を改善することができる。半導体温度計を用いた XRS では $|\alpha| \sim 6$ であるが、次に述べる超伝導遷移端を利用した温度計 TES を用いれば、感度 α を非常に大きくすることができる。

2.2 トランジションエッジセンサ TES

トランジションエッジセンサ (Transition Edge Sensor) とは、超伝導–常伝導遷移端の急激な抵抗変化を利用した温度計である。超伝導遷移は典型的には数 mK という非常に狭い温度範囲で起こり (図 2.2)、式 (2.6) で定義される温度計の感度 α は 1000 にも達する。そのため、TES を用いたカロリメータは、従来の半導体温度計のカロリメータに比べて原理的には 1 桁以上もエネルギー分解能を改善することが可能である。それゆえに、TES カロリメータでは吸収体の熱容量の大きさに対するマージンが大きくなり、熱化の速い常伝導金属を使用したり、大きな吸収体を用いて受光面積を増やすといったことも可能になる。

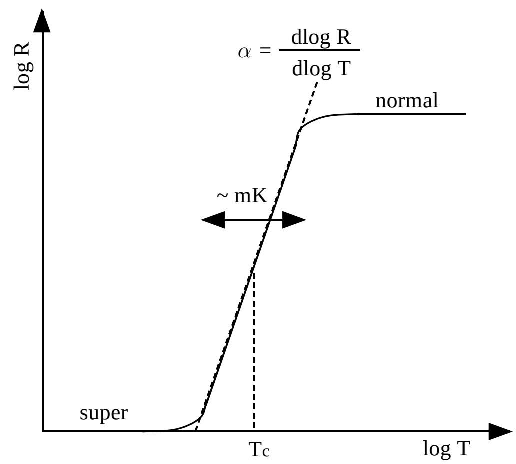


図 2.2: 超伝導遷移端

TES を用いる場合、カロリメータの動作温度は TES の遷移温度に保たなければならない。そのため、動作温度は TES の遷移温度によって決まってしまう。しかし、TES を二層薄膜にすることで近接効果 (proximity effect) によって臨界温度をコントロールすることが可能である。近接効果とは、超伝導体に常伝導体を接触させるとクーパー対が常伝導体に漏れ出し、膜厚の比に依存して超伝導体の臨界温度が下がる効果である。

2.3 電熱フィードバック (ETF: Electro-thermal feedback)

TES は温度計として非常に高い感度を持っているが、感度を持つ温度域が非常に狭い (∼ mK) ため、動作点を吸収端中に保つ必要がある。これは TES を定電圧バイアスで動作させ、強いフィードバックをかけることで実現する。これを電熱フィードバック (ETF: Electro-Thernal Feedback) と呼ぶ (Irwin, 1995b; Irwin et al., 1995; Lee et al., 1996)。

この節では電熱フィードバック中でのカロリメータの動作について述べる。

2.3.1　電熱フィードバックのもとでの温度変化に対する応答

図 2.3 左に示すような定電圧バイアスで TES を動作させた場合を考える。熱入力によって温度が上昇すると、TES の抵抗値は急激に増加する。定電圧なので電流は減少し、ジュール発熱も減少する。このように、熱入力を打ち消す方向にジュール発熱量が急激に変化して負のフィードバックが働くので、素子の温度も安定に保たれる。実際には TES

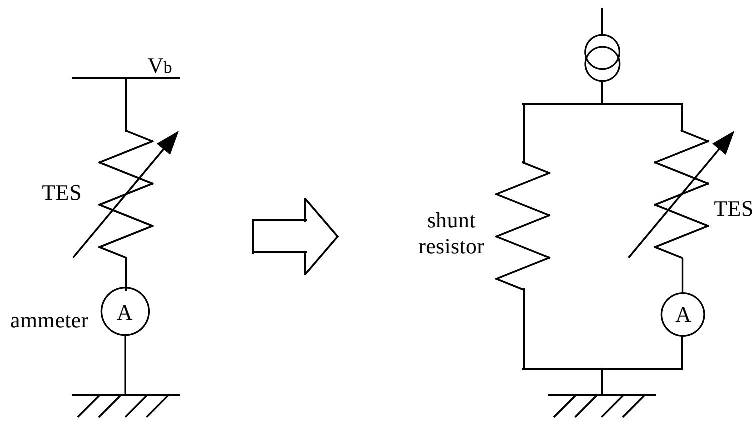


図 2.3: 左図: 定電圧バイアス 右図: シャント抵抗を使って疑似的に作る定電圧バイアス

と並列にシャント抵抗をつないで、疑似的に定電圧バイアスを実現する (図 2.3 右)。以下では理想的な定電圧バイアスで動作しているものとする。

熱伝導度は

$$G \equiv dP/dT \tag{2.7}$$

で定義される。付録 B.2 に示すように、一般的に熱伝導度は温度依存性を持ち、

$$G = G_0 T^{n-1} \tag{2.8}$$

と温度に対するべき n を用いて表される。電子が熱伝導度を担う場合 $n = 2$、格子振動が熱伝導度を担う場合 $n = 4$ となる (付録 B.2 参照)。熱浴と TES との間の熱伝導度を考える。一般に $T \gg T_{\rm bath}$ であるので、熱浴との熱伝導度による熱の流れは

$$P = \int_{T_{\rm bath}}^{T} G dT = \frac{G_0}{n}\left(T^n - T_{\rm bath}^n\right) \tag{2.9}$$

と式 (2.7) を積分して計算できる。

平衡状態では、TES の温度を T_0 として、TES におけるジュール発熱 $P_{\rm b} \equiv V_{\rm b}^2/R_0$ とカロリメータピクセルから熱浴へ流れる熱量とがつり合っているので、

$$P_{\rm b} = \frac{G_0}{n}\left(T_0^n - T_{\rm bath}^n\right) \tag{2.10}$$

と書ける。ただし、$V_{\rm b}$ はバイアス電圧、G_0 は $G = G_0 T^{n-1}$ を満たす定数 (G は熱伝導度)、R_0 は動作点での TES の抵抗値、$T_{\rm bath}$ は熱浴の温度である。

微小な温度上昇 $\Delta T \equiv T - T_0$ によって素子の温度が T になった場合、内部エネルギーの変化は熱の収支に等しいので、

$$C\frac{dT}{dt} = \frac{V_{\rm b}^2}{R(T)} - \frac{G_0}{n}\left(T^n - T_{\rm bath}^n\right) \tag{2.11}$$

が成り立つ。温度上昇 ΔT は 1 次の近似で、

$$C\frac{d\Delta T}{dt} \simeq -\frac{V_{\rm b}^2}{R_0^2}\Delta R - G_0 T^{n-1}\Delta T \tag{2.12}$$

$$= \frac{P_{\rm b}\alpha}{T}\Delta T - G\Delta T \tag{2.13}$$

となる。最後の項の G は TES の温度 T での熱伝導度 $G(T)$ を表す。以後単に G と書いた場合は TES の温度 T での熱伝導度を表すこととする。式 (2.12) の解は、

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm eff}}\right) \tag{2.14}$$

と書ける。ただし、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{C/G}{1+\frac{P_{\rm b}\alpha}{GT}} \tag{2.15}$$

$$= \frac{\tau_0}{1+\frac{P_{\rm b}\alpha}{GT}} \tag{2.16}$$

は有効時定数である。式 (2.10)、(2.16) より、$\tau_{\rm eff}$ は

$$\tau_{\rm eff} = \frac{\tau_0}{1+\frac{\alpha}{n}\left(1-\left(\frac{T_{\rm bath}}{T}\right)^n\right)} \tag{2.17}$$

のように書ける。さらに、熱浴の温度が TES の温度よりも十分に低い場合 ($T_{\rm bath}^n \ll T^n$) は、

$$\tau_{\rm eff} = \frac{\tau_0}{1+\frac{\alpha}{n}} \tag{2.18}$$

$$\approx \frac{n}{\alpha}\tau_0 \tag{2.19}$$

と近似できる。ただし、式 (2.19) は $\alpha/n \gg 1$ の場合である。このように、α が大きい場合は、電熱フィードバックによって応答速度が非常に速くなることがわかる。また、X 線のエネルギーは電流値の変化として読み出され、

$$\Delta I = \frac{V_{\rm b}}{R(T_0+\Delta T)} - \frac{V_{\rm b}}{R(T_0)} \tag{2.20}$$

$$\simeq -\frac{\Delta R}{R} I \tag{2.21}$$

$$\simeq -\alpha\frac{E}{CT} I \tag{2.22}$$

となる。

2.3.2 電熱フィードバックの一般論と電流応答性

定電圧バイアスで動作するカロリメータに、時間に依存する微小なパワー $\delta P{\rm e}^{i\omega t}$ が入射したときの応答について考える。系の応答は線型であり、入射 $\delta P{\rm e}^{i\omega t}$ に対する温度変化は $\delta T{\rm e}^{i\omega t}$ で表されるとする。フィードバックがかかっていないときは、

$$P_{\rm bgd} + \delta P{\rm e}^{i\omega t} = \bar{G}(T-T_{\rm bath}) + G\delta T{\rm e}^{i\omega t} + i\omega C\delta T{\rm e}^{i\omega t} \tag{2.23}$$

が成り立つ。ただし、 $P_{\rm bgd}$ はバックグラウンドパワー、$\bar{G}$ は平均の熱伝導度である。定常状態では、

$$P_{\rm bgd} = \bar{G}(T-T_{\rm bath}) \tag{2.24}$$

である。式 (2.23) と (2.24) から、δT は δP を用いて

$$\delta T = \frac{1}{G}\frac{1}{1+i\omega\tau_0}\delta P \tag{2.25}$$

と表される。ここで、$\tau_0 \equiv C/G$ は系の固有時定数である。

電熱フィードバックがかかった状態では、エネルギー保存の式は、

$$P_{\rm bgd} + \delta P e^{i\omega t} + P_{\rm b} + \delta P_{\rm b} e^{i\omega t} = \bar{G}(T-T_{\rm bath}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \tag{2.26}$$

となる。また、定電圧バイアスでは以下の関係が成り立つ。

$$\delta P_{\rm b} e^{i\omega t} = \frac{dP_{\rm b}}{dI}\delta I e^{i\omega t} = V_{\rm b}\delta I e^{i\omega t} \tag{2.27}$$

$$\delta I{\rm e}^{i\omega t} = \frac{dI}{dR}\delta R{\rm e}^{i\omega t} = \frac{d}{dR}\left(\frac{V_{\rm b}}{R}\right)\delta R{\rm e}^{i\omega t} = -\frac{V_{\rm b}}{R^2}\delta R{\rm e}^{i\omega t} \tag{2.28}$$

$$\delta R{\rm e}^{i\omega t} = \frac{dR}{dT}\delta T{\rm e}^{i\omega t} = \alpha\frac{R}{T}\delta T{\rm e}^{i\omega t} \tag{2.29}$$

これらを使うと式 (2.26) は、

$$P_{\rm bgd} + \delta P e^{i\omega t} + \frac{V_b^2}{R} - \frac{V_b^2}{R^2}\frac{dR}{dT}\delta T e^{i\omega t} = \bar{G}(T - T_{\rm bath}) + G\delta T e^{i\omega t} + i\omega C\delta T e^{i\omega t} \tag{2.30}$$

と書き換えられる。式 (2.30) の解は、

$$\delta T{\rm e}^{i\omega t} = \frac{1}{\alpha\frac{P_{\rm b}}{T} + G + i\omega C}\delta P{\rm e}^{i\omega t} \tag{2.31}$$

$$= \frac{1}{G}\frac{1}{1+\frac{\alpha P_{\rm b}}{GT}}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}\delta P{\rm e}^{i\omega t} \tag{2.32}$$

ここで、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{1}{1+\frac{\alpha P_{\rm b}}{GT}}\frac{C}{G} \tag{2.33}$$

は、電熱フィードバックがかかった状態での実効的な時定数である。

一般的なフィードバックの理論に当てはめると、電熱フィードバックの系は図 2.4 のように表すことができる。フィードバック量 b と系のループゲイン $\mathcal{L}(\omega)$ はそれぞれ

$$b = -V_{\rm b} \tag{2.34}$$

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{G(1+i\omega\tau_0)} \times \alpha\frac{R}{T} \times \left(-\frac{I}{R}\right) \times (-V_{\rm b}) = \frac{\alpha P_{\rm b}}{GT}\frac{1}{1+i\omega\tau_0} \equiv \frac{\mathcal{L}_0}{1+i\omega\tau_0} \tag{2.35}$$

と書ける。ただし、

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{\alpha P_{\rm b}}{GT} \tag{2.36}$$

は、周波数 0 でのループゲインである。ループを閉じた場合の伝達関数

$$S_I(\omega) \equiv \frac{\delta I}{\delta P} \tag{2.37}$$

は $\mathcal{L}(\omega)$ を使って、

$$S_I(\omega) = \frac{1}{b}\frac{\mathcal{L}(\omega)}{1+\mathcal{L}(\omega)} \tag{2.38}$$

$$= -\frac{1}{V_{\rm b}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1 + i\omega\tau_0} \tag{2.39}$$

$$= -\frac{1}{V_{\rm b}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\rm eff}} \tag{2.40}$$

と書ける (付録 C 参照)。ただし、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{\tau}{\mathcal{L}_0 + 1} \tag{2.41}$$

である。ループゲインが十分に大きい場合 ($\mathcal{L}_0 \gg 1$) は、

$$S_I(\omega) = -\frac{1}{V_{\rm b}}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\rm eff}} \tag{2.42}$$

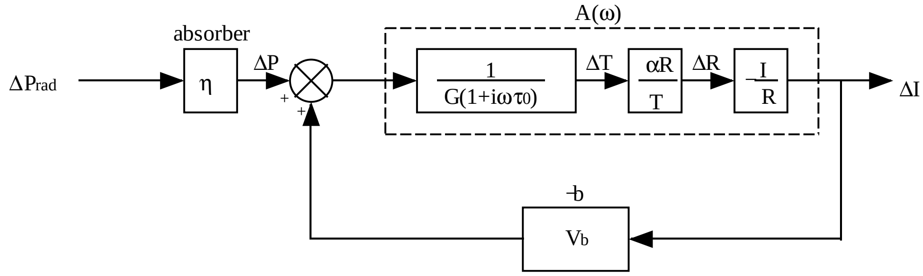


図 2.4: 電熱フィードバックのダイアグラム

となる。さらに $\omega \ll 1/\tau_{\rm eff}$ を満たす周波数範囲では、

$$S_I = -\frac{1}{V_{\rm b}} \tag{2.43}$$

と表され、電圧 $V_{\rm b}$ の逆数になる。$S_I(\omega)$ のことを特に電流応答性 (current responsivity) と呼ぶことがある。

入力 $P(t) = E\delta(t)$ に対する応答は、以下のように計算される。角周波数空間 $(-\infty < \omega < +\infty)$ での入力は、

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} E\delta(t){\rm e}^{i\omega t}dt \tag{2.44}$$

$$= \frac{E}{2\pi} \tag{2.45}$$

であるので、出力はそれに電流応答性をかけて、

$$I(\omega) = S_I(\omega)P(\omega) \tag{2.46}$$

$$= -\frac{E}{2\pi V_{\rm b}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\rm eff}} \tag{2.47}$$

と表される。これを逆フーリエ変換して時間軸に戻すと

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega){\rm e}^{-i\omega t}d\omega \tag{2.48}$$

$$= -\frac{1}{2\pi}\frac{E}{V_{\rm b}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{{\rm e}^{-i\omega t}}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}d\omega \tag{2.49}$$

$$= -\frac{E}{V_{\rm b}\tau_{\rm eff}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm eff}}\right) \tag{2.50}$$

$$= -\frac{\alpha E}{CT}I_0\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm eff}}\right) \tag{2.51}$$

となり、式 (2.22) と一致する。ただし、I_0 は平衡状態で TES を流れる電流である。一方、入力 $P(t) = E\delta(t)$ による温度上昇は周波数空間で

$$\Delta T(\omega) = \frac{1}{G(1+i\omega\tau_0)}\frac{1}{1+\mathcal{L}(\omega)}P(\omega) \tag{2.52}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{E}{G}\frac{1}{1+\mathcal{L}_0}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\rm eff}} \tag{2.53}$$

と書けるので、時間軸に直すと

$$\begin{aligned}\Delta T(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(\omega)\mathrm{e}^{-i\omega t}d\omega &(2.54)\\ &= \frac{1}{2\pi}\frac{E}{G}\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-i\omega t}}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}}d\omega &(2.55)\\ &= \frac{E}{G\tau_{\mathrm{eff}}}\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right) &(2.56)\\ &= \frac{E}{C}\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right) &(2.57)\end{aligned}$$

である。

ループゲイン $\mathcal{L}_0$ が一定とみなせる時、式 (2.50) より

$$\int V_{\mathrm{b}} I(t)dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}E \tag{2.58}$$

したがって、X 線入射に伴うジュール発熱の積分量は入射エネルギー E に比例する。入射エネルギーのうち $\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}$ はジュール発熱の変化で補償され、$\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}$ が熱浴に逃げていくことになる。特に $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は X 線入射に伴うジュール発熱の変化の積分量は入射エネルギーに一致する。

2.4　実際の回路における補正

前節で行なってきた電熱フィードバックの定式化は理想的な定電圧バイアスを仮定していた。しかし、実際の回路はシャント抵抗を用いた疑似的定電圧バイアスであり、また、配線にインダクタンス L が含まれる。さらに、TES の抵抗値は温度だけでなく、電流の関数でもある。この節ではそれらの影響を考慮した場合の補正を考慮する。

2.4.1　疑似的定電圧バイアスの補正

実際のカロリメータの駆動時には図 2.5 のような疑似的定電圧バイアス回路を用いる。シャント抵抗値を TES の

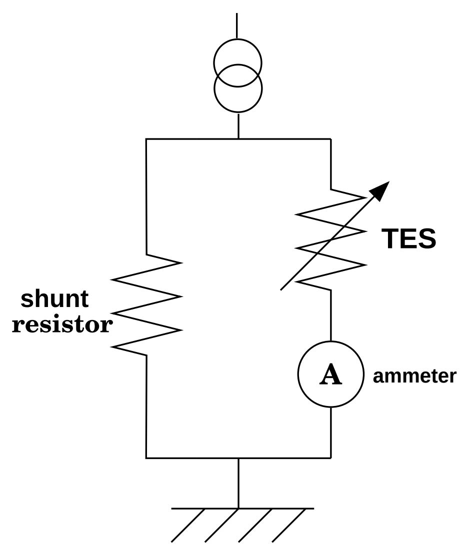


図 2.5: 疑似的定電圧バイアス回路

抵抗値より十分に小さくとれば、疑似的に定電圧バイアスが実現できるが、正確には定電圧ではない。

この場合、カロリメータに流れる電流とジュール発熱はバイアス電流 I_b を用いて、

$$I = \frac{R_\mathrm{s}}{R+R_\mathrm{s}} I_\mathrm{b} \tag{2.59}$$

$$P = I^2 R(I) \tag{2.60}$$

と書ける。

したがって、式 (2.28)、(2.28) は

$$\frac{\delta I}{\delta R} = -\frac{I}{R\left(1+\frac{R_\mathrm{s}}{R}\right)} \tag{2.61}$$

$$\frac{\delta P}{\delta I} = V_\mathrm{b}\left(1-\frac{R_\mathrm{s}}{R}\right) \tag{2.62}$$

となる。また、電熱フィードバックのダイアグラムは図 2.6 のように書き変えられる。この図から、周波数 0 でのループゲインとフィードバック量は

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\alpha P_\mathrm{b}}{GT}\frac{1-\frac{R_\mathrm{s}}{R}}{1+\frac{R_\mathrm{s}}{R}} = \mathcal{L}_0\frac{1-\frac{R_\mathrm{s}}{R}}{1+\frac{R_\mathrm{s}}{R}} \tag{2.63}$$

$$b_1 = -V_\mathrm{b}\left(1-\frac{R_\mathrm{s}}{R}\right) = b\left(1-\frac{R_\mathrm{s}}{R}\right) \tag{2.64}$$

のように書き変えられる。さらに電流応答性は、

$$S_I = -\frac{1}{V_\mathrm{b}\left(1-\frac{R_\mathrm{s}}{R}\right)}\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_1+1}\frac{1}{1+i\omega\tau'_\mathrm{eff}} \tag{2.65}$$

実効的な時定数は

$$\tau'_\mathrm{eff} \equiv \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_1+1} \tag{2.66}$$

となる。

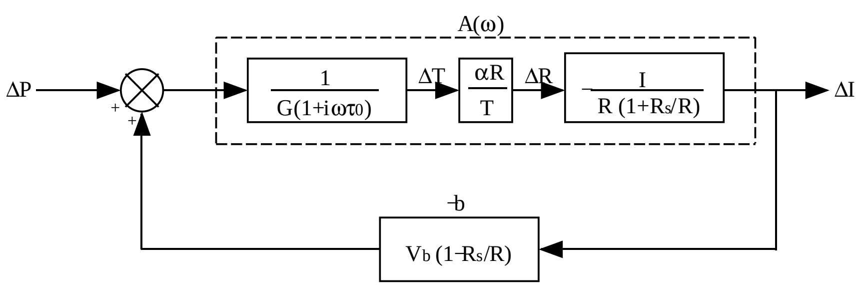


図 2.6: 疑似的な定電圧バイアスを考慮した電熱フィードバックのダイアグラム

2.4.2　インダクタンスの補正

上の疑似的定電圧バイアスの補正では、シャント抵抗の存在のみを考えた。実際の回路には $L \sim 100$ nH 程度のインダクタンスが存在する。インダクタンスの存在は $f=0$ においては影響がないが、$2\pi f \sim R/L$ の周波数でカロリメータの応答に影響が生じる。

より一般的に、疑似的定電圧バイアス回路は図 2.7 のように周波数特性をもつインピーダンス Z_1、Z_2 を用いて表せる。このとき、$Z_1 + Z_2 = Z_\mathrm{other}$ とおくと、式 (2.28)、(2.28) は

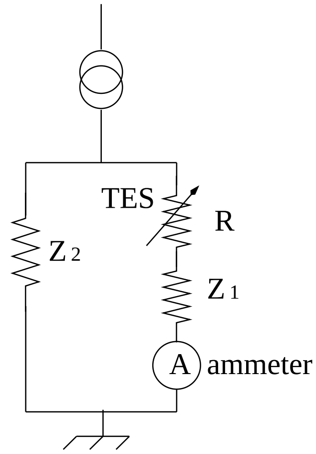


図 2.7: 周波数依存性を持つインピーダンス Z_1、Z_2 を含む疑似的定電圧バイアス回路

$$\frac{\delta I}{\delta R} = -\frac{I}{R\left(1+\frac{Z_{\rm other}}{R}\right)} \tag{2.67}$$

$$\frac{\delta P}{\delta I} = V_{\rm b}\left(1-\frac{Z_{\rm other}}{R}\right) \tag{2.68}$$

となる。そこで、角振動数 ω のループゲイン、フィードバック量は

$$\mathcal{L}(\omega) = \mathcal{L}_0\frac{1-\frac{Z_{\rm other}}{R}}{1+\frac{Z_{\rm other}}{R}} \tag{2.69}$$

$$b(\omega) = b\left(1-\frac{Z_{\rm other}}{R}\right) \tag{2.70}$$

のように書きかえられる。電流応答性は

$$S_I = \frac{1}{b(\omega)}\frac{\mathcal{L}(\omega)}{1+\mathcal{L}(\omega)} \tag{2.71}$$

とあらわせる。

この形式は、周波数に依存する部分と依存する部分が切りわけられていないため、周波数特性がわかいづらい。そこで、キャパシタンスのない、$Z_{\rm other} = R_{\rm other} + i\omega L$ と表せる場合をさらに変形する。抵抗とインダクタンスで決まる二つの時定数 $\tau_{\rm el1}$、$\tau_{\rm el2}$ を

$$\tau_{\rm el1} = \frac{L}{R+R_{\rm other}} \tag{2.72}$$

$$\tau_{\rm el2} = \frac{L}{R-R_{\rm other}} \tag{2.73}$$

$$\tag{2.74}$$

で定義する。すると、$\mathcal{L}(\omega)$、$b(\omega)$ は

$$\mathcal{L}(\omega) = \mathcal{L}_1\frac{1}{1+i\omega\tau_0}\frac{1-i\omega\tau_{\rm el2}}{1+i\omega\tau_{\rm el1}} \tag{2.75}$$

$$b(\omega) = b_1\left(1-i\omega\tau_{\rm el2}\right) \tag{2.76}$$

となる。ここで、$\mathcal{L}_1$、b_1 は疑似的定電圧バイアスの補正で用いたものを拡張した

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0\frac{R-R_{\rm other}}{R+R_{\rm other}} \tag{2.77}$$

$$b_1 = b\left(\frac{R-R_{\rm other}}{R}\right) \tag{2.78}$$

である。

これらを用いると、電流応答性 $S_I(\omega)$ は

$$S_I(\omega) = \frac{\mathcal{L}_1}{b_1}\frac{1}{L_1(1-i\omega\tau_{\mathrm{el2}})+(1+i\omega\tau_0)(1+i\omega\tau_{\mathrm{el1}})} \tag{2.79}$$

$$= \frac{\mathcal{L}_1}{b_1}\frac{1}{(\mathcal{L}_1+1-\omega^2\tau_0\tau_{\mathrm{el1}})+i\omega(-L_1\tau_{\mathrm{el2}}+\tau_0+\tau_{\mathrm{el1}})} \tag{2.80}$$

$$= \frac{\mathcal{L}_1}{b_1}\frac{1}{(\mathcal{L}_1+1-\omega^2\tau_0\tau_{\mathrm{el1}})+i\omega(\tau_0-(\mathcal{L}_0-1)\tau_{\mathrm{el1}})} \tag{2.81}$$

となる。ここで、最後の変形には

$$\mathcal{L}_1\tau_{\mathrm{el2}} = \mathcal{L}_0\frac{L}{R+R_{\mathrm{other}}} = \mathcal{L}_0\tau_{\mathrm{el1}} \tag{2.82}$$

を用いた。さらに、この式は

$$\tau_{\mathrm{eff}} \equiv \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_1+1} \tag{2.83}$$

を用いて

$$S_I = \frac{1}{b_1}\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_1+1}\frac{1}{(1-\omega^2\tau_{\mathrm{eff}}\tau_{\mathrm{el1}})+i\omega(\tau_{\mathrm{eff}}-\frac{\mathcal{L}_0-1}{\mathcal{L}_1+1}\tau_{\mathrm{el1}})} \tag{2.84}$$

と書ける。$\tau_{\mathrm{eff}} \gg \tau_{\mathrm{el1}}$ の場合には、この式の右辺は出力全体が τ_{el1} の時定数に対応する周波数でロールオフすると考えた場合

$$\frac{1}{b_1}\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_1+1}\frac{1}{(1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}})(1+i\omega\tau_{\mathrm{el1}})} = \frac{1}{b_1}\frac{\mathcal{L}_1}{\mathcal{L}_1+1}\frac{1}{(1-\omega^2\tau_{\mathrm{eff}}\tau_{\mathrm{el1}})+i\omega(\tau_{\mathrm{eff}}+\tau_{\mathrm{el1}})} \tag{2.85}$$

と一致する。

一方、$\tau_{\mathrm{eff}} \sim \tau_{\mathrm{el1}}$ の場合は、$\omega \sim \sqrt{\tau_{\mathrm{eff}}\tau_{\mathrm{el1}}}$ で式 (2.84) は式 (2.85) より大きくなり、その比は最大で

$$\frac{\tau_{\mathrm{eff}}+\tau_{\mathrm{el1}}}{\tau_{\mathrm{eff}}-\frac{\mathcal{L}_0-1}{\mathcal{L}_1+1}\tau_{\mathrm{el1}}} \tag{2.86}$$

となる。なお、$\tau_{\mathrm{eff}} < \tau_{\mathrm{el1}}$ のときは、系は不安定となる。

2.4.3 抵抗値の電流依存性による補正

超伝導は表面磁場により抑制される。TES に電流が流れると、その電流により表面磁場が生まれるので TES の超伝導は抑制される。そこで、遷移端中では、温度一定のもと電流を増やすと抵抗値が大きくなる。このように、TES の抵抗値が電流に依存する影響を考慮した場合の TES が満たす式は

$$L\frac{dI}{dt} = R_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{bias}} - I(R(T,I)+R_{\mathrm{s}}) \tag{2.87}$$

$$C\frac{dT}{dt} = I^2R(T,I) - \overline{G}(T-T_{\mathrm{bath}}) + P_{\mathrm{ext}} \tag{2.88}$$

となり、R、は温度 T、電流 I の関数となる。ここで P_{ext} は X 線入射などの外部からのエネルギー入力である。TES の抵抗値の電流依存性を考慮した場合の計算の詳細は Lindeman (2000) に載っているので、ここでは簡潔に示す。なお、Lindeman (2000) では超伝導遷移にともなう熱容量の変化も考慮されているが、ここではそれは含めない。

式 (2.87)、式 (2.88) で、定常状態で $R=R_0$、$I=I_0$、$T=T_0$ であるとおく。ここで、温度、電流の微小変化 δT、δI を考え、式 (2.87)、式 (2.88) を δT、δI の一次の項のみを考慮すると、それらの式は

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\delta I\\ \delta T\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\tau_{\mathrm{el}}{}^{-1} & -I_0R_0\alpha/LT_0\\ I_0R_0(2+\beta)/C & \tau_{\mathrm{eff}}'{}^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta I\\ \delta T\end{pmatrix} \tag{2.89}$$

と書ける。ここで、

$$\tau'_{\rm eff} = \frac{C/G}{\mathcal{L}_0 - 1} \tag{2.90}$$

$$\tau_{\rm el} = \frac{L}{R_{\rm s} + R_0(1+\beta)} \tag{2.91}$$

であり、

$$\beta = \frac{\partial \ln R}{\partial \ln I} \tag{2.92}$$

は TES の抵抗値の電流感度である。

ここで、通常のカロリメータで見られるような、立ち上がり時間が立ち下がり時間より十分短い場合 (立ち上がりと立ち下がりのカップリングが無視できる場合) には、時刻 $t = 0$ でエネルギー E の X 線が入射した際の出力電流は

$$\Delta I(t) = -\frac{E}{b_1 \tau_{\rm eff}} \frac{\mathcal{L}_2}{\mathcal{L}_2 + 1} \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm eff}}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm el}}\right) \right) \tag{2.93}$$

となる。ただし、

$$b_1 = -\,\mathrm{V}_b \left(1 - \frac{R_{\rm s}}{R}\right) \tag{2.94}$$

$$\mathcal{L}_2 = \frac{P_{\rm b}\alpha}{GT} \frac{R - R_{\rm s}}{R + R_{\rm s}} \frac{1}{1 + \frac{R_0\beta}{R_0 + R_{\rm s}}} \tag{2.95}$$

$$\tau_{\rm eff} = \frac{C/G}{\mathcal{L}_2 + 1} = \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_2 + 1} \tag{2.96}$$

である。これは、式 (2.56) の $\mathcal{L}_1$ を $\mathcal{L}_2$ に置き換えたものに相当し、抵抗値の電流依存性の影響で、ループゲインが $(1 + R_0\beta/(R_0 + R_{\rm s}))^{-1}$ 倍になっていることを意味する。特に、$R_0 \gg R_{\rm s}$ の場合、ループゲインは $1 + \beta$ だけ抑制されることがわかる。

2.5　固有ノイズ

エネルギー分解能を見積もるためにはノイズレベルを評価しなければならない。ノイズには、バックグラウンドの放射、熱浴の温度揺らぎ、外部磁場、$1/f$ ノイズ、rf ノイズなど様々な起源のものが存在する。その中でも、ジョンソンノイズとフォノンノイズは X 線マイクロカロリメータを使う限り避けることができず、原理的なエネルギー分解能はこれらで制限される。また、前置アンプなどの読み出し系ノイズも大きく寄与することが多い。ここではジョンソンノイズとフォノンノイズについて述べ、読み出し系のノイズについては § 2.8.4 で述べる。なお、ここでは理想的な定電圧バイアスの場合を定式化する。§ 2.4 で行なった補正を反映させるには、フィードバック量 b、ループゲイン $\mathcal{L}_0$ を補正すればよい。

マイクロカロリメータには 2 種類の固有ノイズ源がある。1 つは、温度計の抵抗で発生するジョンソンノイズ、もう 1 つは熱浴との熱伝導度が有限であるために発生する熱揺らぎ (フォノンノイズ) である。図 2.8 は、これらのノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラムである。フォノンノイズは熱起源であるので、信号と同じ部分に入力される。これに対して、ジョンソンノイズはカロリメータの抵抗に起因するため、フォノンノイズとは伝達の仕方が異なる。微小な熱揺らぎ $\delta P_{\rm ph}$ がもたらす電流の揺らぎは、

$$\delta I_{\rm ph} = -\frac{1}{V_{\rm b}} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} \delta P_{\rm ph} \tag{2.97}$$

$$= S_I \delta P_{\rm ph} \tag{2.98}$$

である。これより、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\rm ph}^2 = |S_I|^2 \delta P_{\rm ph}^2 \tag{2.99}$$

$$= \frac{1}{V_{\rm b}^2} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_{\rm eff}^2} \delta P_{\rm ph}^2 \tag{2.100}$$

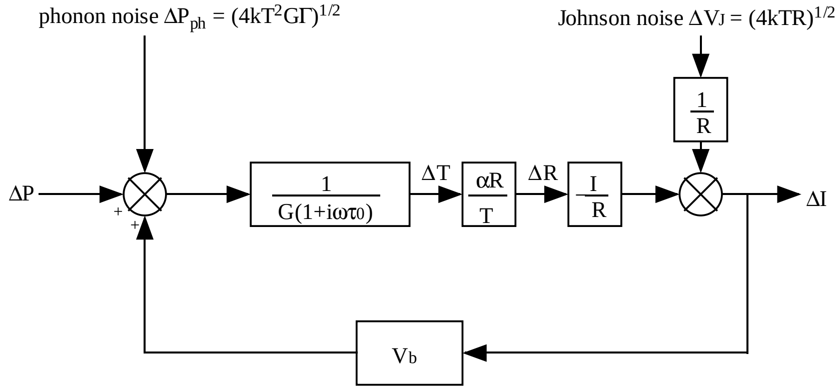


図 2.8: ノイズの寄与も含めた電熱フィードバックのダイアグラム

となる。Mather (1982) によると、フォノンノイズのパワースペクトル密度は $0 \le f < \infty$ 空間で

$$\delta P_n^2 = 4k_B G T^2 \frac{\int_{T_{\rm bath}}^{T} \left(\frac{t\kappa(t)}{T\kappa(T)}\right)^2 dt}{\int_{T_{\rm bath}}^{T} \left(\frac{\kappa(t)}{\kappa(T)}\right) dt} \tag{2.101}$$

$$\equiv 4k_B G T^2 \Gamma \tag{2.102}$$

と表される (付録 D.1 参照)。ただし、$\kappa(T)$ はサーマルリンクを構成する物質の熱伝導率である。$\theta \equiv T_{\rm bath}/T$ とし、$\kappa(T)$ は $\kappa(T) = \kappa(T_{\rm bath})\theta^{-(n-1)}$ と表されると仮定すると、Γ は、

$$\Gamma = \frac{n}{2n+1}\frac{1-\theta^{(2n+1)}}{1-\theta^n} \tag{2.103}$$

となる。式 (2.102) を (2.100) に代入すると、フォノンノイズの電流密度は、

$$\delta I_{\rm ph}^2 = 4k_{\rm B} G T^2 \Gamma |S_I|^2 \tag{2.104}$$

$$= \frac{4k_{\rm B} G T^2 \Gamma}{b^2}\left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2 \frac{1}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{2.105}$$

$$= \frac{4k_{\rm B} G T^2 \Gamma}{V_{\rm b}^2}\left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2 \frac{1}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{2.106}$$

と表される。

一方、ジョンソンノイズ $\delta V_{\rm J}$ による電流の揺らぎ $\delta I_{\rm J}^0$ は、

$$\delta I_{\rm J}^0 = \frac{\delta V_{\rm J}}{R} \tag{2.107}$$

であり、この揺らぎが系に入力されると、出力の揺らぎは、

$$\delta I_{\rm J} = \frac{1}{1+\mathcal{L}(\omega)}\delta I_{\rm J}^0 \tag{2.108}$$

$$= \frac{\frac{1}{\mathcal{L}_0+1} + i\omega\tau_{\rm eff}}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}\frac{\delta V_{\rm J}}{R} \tag{2.109}$$

$$= \frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\frac{1+i\omega\tau_0}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}\frac{\delta V_{\rm J}}{R} \tag{2.110}$$

となる (付録 C 参照)。ジョンソンノイズの電圧密度は $0 \le f < \infty$ 空間では $\delta V_{\rm J}^2 = 4k_{\rm B}TR$ と与えられるので (付

録 D.2 参照)、出力電流密度は

$$\delta I_{\rm J}^2 = \frac{4k_{\rm B}T}{R}\left(\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2\left|\frac{1+i\omega\tau_0}{1+i\omega\tau_{\rm eff}}\right|^2 \tag{2.111}$$

$$= \frac{4k_{\rm B}T}{R}\left(\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2\frac{1+\omega^2\tau_0^2}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{2.112}$$

$$= \begin{cases} \frac{4k_{\rm B}T}{R}\left(\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2 & \text{if } \omega \ll \tau_0^{-1} \\ \frac{4k_{\rm B}T}{R} & \text{if } \omega \gg \tau_{\rm eff}^{-1} \end{cases} \tag{2.113}$$

となる。これより、$\omega \ll \tau_0^{-1}$ の周波数範囲では、ジョンソンノイズは電熱フィードバックによって抑制され、$\omega \gg \tau_{\rm eff}^{-1}$ の周波数範囲では元の値に戻ることがわかる。

これら全ての電流密度は自乗和によって与えられ、$0 \le f < \infty$ 空間で

$$\delta I^2 = \delta I_{\rm J}^2 + \delta I_{\rm ph}^2 \tag{2.114}$$

$$= \frac{4k_{\rm B}T}{R}\left(\frac{1}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2\frac{1+\omega^2\tau_0^2}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} + 4k_{\rm B}GT^2\Gamma\frac{1}{V_{\rm b}^2}\left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2\frac{1}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{2.115}$$

$$= \frac{4k_{\rm B}T}{R}\frac{\frac{1+\Gamma\alpha\mathcal{L}_0}{(\mathcal{L}_0+1)^2}+\omega^2\tau_{\rm eff}^2}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{2.116}$$

となる。これは、強い電熱フィードバックの極限では、

$$\delta I^2 = \frac{4k_{\rm B}T}{R}\frac{n/2+\omega^2\tau_{\rm eff}^2}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{2.117}$$

となる。図 2.9 にノイズ電流密度と信号の周波数特性を示す。フォノンノイズとジョンソンノイズの関係を見るために両者の比をとると、

$$\frac{\delta I_{\rm ph}^2}{\delta I_{\rm J}^2} = \frac{\alpha\mathcal{L}_0\Gamma}{1+\omega^2\tau_0^2} \tag{2.118}$$

したがって、低い周波数ではジョンソンノイズが抑制され、フォノンノイズが $\alpha\mathcal{L}_0\Gamma$ 倍大きいが、$\omega > \tau_0^{-1}$ ではジョンソンノイズの寄与が大きくなりはじめ、$\omega \gg \tau_{\rm eff}^{-1}$ ではジョンソンノイズが支配的になる。一方、パルスとフォノンノイズの比は

$$\frac{\delta P_{\rm signal}^2}{\delta P_{\rm n}} = \frac{2E^2}{4k_BGT^2\Gamma} \tag{2.119}$$

となり、周波数に依存しない。これは両者がまったく同じ周波数依存性を持つためである。

式 (2.40) と式 (2.113) より、ジョンソンノイズは電流応答性 S_I を用いて

$$\delta I_{\rm J}^2 = \frac{4k_{\rm B}T}{R}\frac{b^2(1+\omega^2\tau_0^2)}{\mathcal{L}_0^2}|S_I|^2 \tag{2.120}$$

とかける。式 (2.105) と式 (2.113) から、固有ノイズは

$$\delta I^2 = \frac{4k_BT}{R}\frac{1+\omega^2\tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2}b^2|S_I|^2 + 4k_BGT^2\Gamma|S_I|^2 \tag{2.121}$$

となる。雑音等価パワー (noise equivalent power) NEP(f) は、信号のパワーと NEP(f) の比が S/N 比となる値として定義され、

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left|\frac{\delta I}{S_I}\right|^2 \tag{2.122}$$

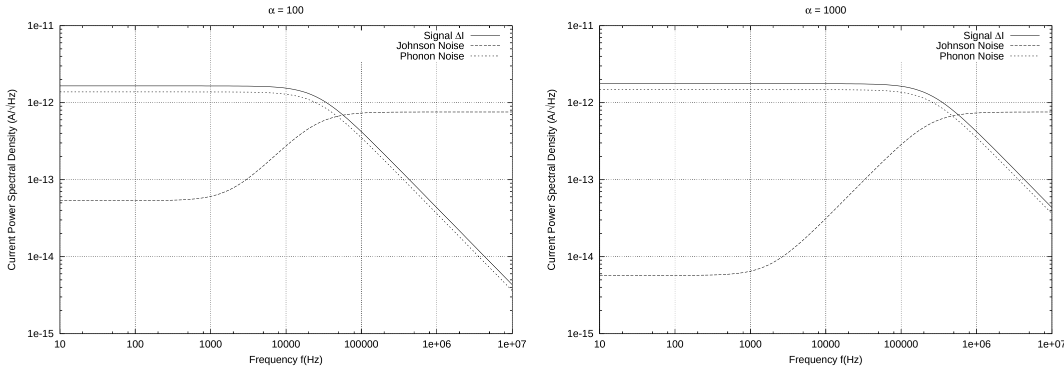


図 2.9: ノイズ電流密度。左は $\alpha = 100$　右は $\alpha = 1000$ の場合。実線が信号、破線がジョンソンノイズ、点線がフォノンノイズを表す。低い周波数では電熱フィードバックによってジョンソンノイズが抑制される。

と計算される。固有ノイズに対する $\mathrm{NEP}(f)$ は

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left|\frac{\delta I}{S_I}\right|^2 \tag{2.123}$$

$$= \frac{4k_BT}{R}\frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2}\left(1+(2\pi f)^2\tau_0^2+\frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2}RGT\Gamma\right) \tag{2.124}$$

$$= 4k_BTP_\mathrm{b}\left(\frac{1+(2\pi f)^2\tau_0^2}{\mathcal{L}_0^2}+\frac{\alpha\Gamma}{\mathcal{L}_0}\right) \tag{2.125}$$

となる。

2.6　最適フィルタとエネルギー分解能

X 線マイクロカロリメータは、原理的には非常に高いエネルギー分解能を達成することができる。しかし、実際にはパルス波形がノイズによって変形され、単純にパルスのピーク値を取っただけではよい分解能が得られない。そこで、最適フィルタ処理を行うことにより、その誤差を小さくすることを考える (例えば Szymkowiak et al. 1993; Irwin 1995a)。

測定により得られたパルスを $D(t)$ とし、周波数空間では

$$D(f) = A\times M(f) + N(f) \tag{2.126}$$

のように表されるとする。ただし、$M(f)$ と $N(f)$ はそれぞれ理想的なパルス (電流応答性 S_I と同等のもので、ここではモデルパルスと呼ぶ) とノイズのスペクトルであり、A は振幅を表す。実際に得られたパルスとモデルパルスの差が小さくなるように、振幅 A の値を最小自乗法によって決定する。実際に得られたパルスとモデルパルスの差を、

$$\chi^2 \equiv \int\frac{|D(f)-A\times M(f)|^2}{|N(f)|^2} \tag{2.127}$$

と定義すると、χ^2 を最小にする A は、

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{DM^*+D^*M}{2|N|^2}df}{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|M|^2}{|N|^2}df} \tag{2.128}$$

で与えられる。$D(f)$ と $M(f)$ は実関数のフーリエ成分であるから、$D(-f) = D(f)^*$、$M(-f) = M(f)^*$ を満たす。したがって、

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{D(f)M(f)^*}{2|N|^2}df = -\int_{\infty}^{-\infty}\frac{D(-f)M(-f)^*}{2|N|^2}df = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{M(f)D(f)^*}{2|N|^2}df \tag{2.129}$$

が成り立つので、A は

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{DM^*}{|N|^2} df}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|M|^2}{|N|^2} df} \tag{2.130}$$

あるいは

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{M} \left|\frac{M}{N}\right|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{M}{N}\right|^2 df} \tag{2.131}$$

となる。式 (2.131) から、A は S/N 比 $[M(f)/N(f)]^2$ を重みとした場合の $D(f)/M(f)$ の平均値になっていることがわかる。式 (2.131) はさらに

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} D(t)\mathcal{F}^{-1}\left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2}\right) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{M}{N}\right|^2 df} \tag{2.132}$$

と変形できる。ただし、$\mathcal{F}^{-1}$ は逆フーリエ変換を表し、$T(t) \equiv \mathcal{F}^{-1}\left(\frac{M(f)}{|N(f)|^2}\right)$ を最適フィルタのテンプレートと呼ぶことにする。したがって、最適フィルタテンプレートを用いると、パルスハイト H は

$$H = N \int_{-\infty}^{\infty} D(t)T(t)dt \tag{2.133}$$

あるいは離散的なデータ点に対して

$$H = N \sum_i D_i(t)T_i(t) \tag{2.134}$$

となる。ただし、N は最適な規格化定数、$D_i(t)$ と $T_i(t)$ はそれぞれディジタイズされたパルスデータとテンプレートである。モデルパルスとしては、実際に得られた X 線パルスの平均 (平均パルスと呼ぶ) を用いればよい[1]。

最適フィルタ処理を施した場合のエネルギー分解能の限界 (1σ エラー) は式 (2.127) の χ^2 が最適値より 1 だけ増える A の変化分で計算でき、これは雑音等価パワー NEP(f) を用いて

$$\Delta E_{\mathrm{rms}} = \left(\int_0^{\infty} \frac{4df}{\mathrm{NEP}^2(f)}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{2.135}$$

と表される (Moseley et al., 1984)。

固有ノイズによるエネルギー分解能を計算する。式 (2.125) を式 (2.135) に代入すると、エネルギー分解能は、

$$\Delta E_{\mathrm{rms}} = \left(\int_0^{\infty} \frac{4df}{\frac{4k_BT}{R}\frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2}\left((1+(2\pi f)^2\tau_0^2) + \frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2}RGT\Gamma\right)}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{2.136}$$

$$= \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T}{R}\frac{b^2}{\mathcal{L}_0^2}\tau_0\sqrt{1+\frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2}RGT\Gamma}} \tag{2.137}$$

$$= \sqrt{4k_{\mathrm{B}}T^2C\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}\sqrt{1+\frac{\mathcal{L}_0^2}{b^2}RGT\Gamma}} \tag{2.138}$$

となる。ξ を

$$\xi \equiv 2\sqrt{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}\sqrt{1+\frac{\Gamma}{\frac{b^2}{RGT\mathcal{L}_0^2}}}} \tag{2.139}$$

と定義すると、エネルギー分解能は半値全幅 (FWHM) で、

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 2.35\xi\sqrt{k_{\mathrm{B}}T^2C} \tag{2.140}$$

[1]平均パルスを $M(f)$ として式 (2.132) を計算すると、$D(f)=M(f)$ の時に $A=1$ となる。また、responsivity を $M(f)$ として式 (2.132) を計算すると、$D(f)=M(f)$ の時に $A=$ 入射エネルギーとなる。

となる。式 (2.139) に式 (2.34) と (2.36) を代入すると、

$$\xi = 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\mathcal{L}_0}\sqrt{1+\alpha\mathcal{L}_0\Gamma}} \tag{2.141}$$

のように書ける。$T_{\mathrm{bath}} \ll T$ の場合は、$\Gamma \sim 1/2$、$P_{\mathrm{b}} \sim GT/n$、$\mathcal{L}_0 \sim \alpha/n$ であり、$\xi \simeq 2\sqrt{\sqrt{n/2}/\alpha}$ となる。α が大きい場合は、固有ノイズによるなエネルギー分解能は $\alpha^{-1/2}$ に比例して良くなることがわかる。例えば、$\alpha \sim 1000$ では ξ が 0.1 以下にもなる。

実際は読み出し系ノイズ、熱浴の温度揺らぎ、これらとは別の原因のわからないノイズなどによりエネルギー分解能が制限されることがあり、一般的にはエネルギー分解能は式 (2.140) とは異なる依存性を持つ。また、パルス波形がイベントごとにばらつく場合は、S/N 比から計算されるエネルギー分解能より実際のエネルギー分解能は悪化する。

2.7　吸収体と TES が有限の熱伝導度でつながれている場合

吸収体と TES の間の熱伝導度が有限の場合を考える。この場合、TES と吸収体は図 2.10 のようなモデルで表される。このような場合、吸収体で吸収されたエネルギーが TES に伝わるまでに有限の時間がかかり、それまでの時間は

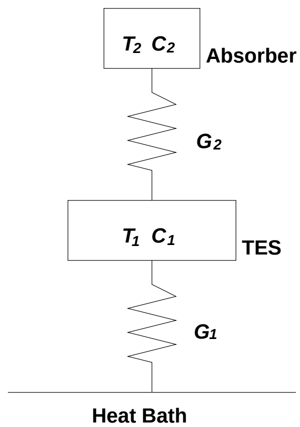


図 2.10: TES と吸収体の間に有限の熱伝導度が存在する場合のモデル

TES と吸収体に温度差が生じる。また、TES と吸収体の熱伝導度 G_2 に伴い D.4 に示す熱揺らぎノイズが発生する。

2.7.1　温度変化を表す方程式

この系での熱の流れを表す微分方程式は、

$$\frac{d\Delta T_2}{dt} = -\frac{G_2}{C_2}(\Delta T_2 - \Delta T) \tag{2.142}$$

$$\frac{d\Delta T_1}{dt} = -\frac{G_1}{C_1}\Delta T_1 + \frac{G_2}{C_1}(\Delta T_2 - \Delta T_1) - \frac{P_{\mathrm{b}}\alpha}{C_1 T_1}\Delta T_1 \tag{2.143}$$

のようになる。ただし、G_1 は TES と熱浴間の熱伝導度、G_2 は TES と吸収体間の熱伝導度、C_1、T_1 は TES の熱容量と温度、C_2、T_2 は吸収体の熱容量と温度である。ここで、式 (2.143) の最後の項は電熱フィードバックによるジュール発熱の変化を表す。

これらの式を変形すると、

$$\frac{d}{dt}(\Delta T_2 - \Delta T_1) = -\left(\frac{G_2}{C_2} + \frac{G_2}{C_1}\right)(\Delta T_2 - \Delta T_1) + \frac{G_1}{C_1}(1+\mathcal{L}_0)\Delta T \quad (2.144)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\Delta T_1 + \frac{C_2}{C_1}\Delta T_2\right) = -\frac{G_1}{C_1}\Delta T_1 \quad (2.145)$$

となる。ここで、系全体の温度が変化する時間に比べて、ΔT_2 は短い時間で ΔT_1 に一致すると仮定する。すなわち $G_2 \gg G_1(1+\mathcal{L}_0)$ が成り立つとする。すると、式 (2.144) の右辺第二項は無視することができ、

$$\frac{d}{dt}(\Delta T_2 - \Delta T_1) = -\left(\frac{G_2}{C_2} + \frac{G_2}{C_1}\right)(\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (2.146)$$

となる。この式は簡単に解くことができ、

$$\Delta T_2 - \Delta T_1 \propto \exp\left[-\left(\frac{G_2}{C_{\mathrm{internal}}}\right)t\right] \quad (2.147)$$

となる。ここで、C_{internal} は

$$\frac{1}{C_{\mathrm{internal}}} \equiv \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1} \quad (2.148)$$

で定義した。したがって時定数 τ_2 は

$$\tau_2 = \frac{C_{\mathrm{internal}}}{G_2} = \frac{CC_2}{(C+C_2)G_2} \quad (2.149)$$

となる。τ_2 経過後は $\Delta T_2 \to \Delta T_1$ となるので、式 (2.145) より

$$\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)\frac{d}{dt}\Delta T_1 = -\frac{G_1}{C_1}(1+\mathcal{L}_0)\Delta T_1 \quad (2.150)$$

$$\frac{d}{dt}\Delta T_1 = -\frac{G_1}{C_1+C_2}(1+\mathcal{L}_0)\Delta T_1 \quad (2.151)$$

$$\Delta T_1 \propto \exp\left(-\frac{G_1}{C_1+C_2}(1+\mathcal{L}_0)t\right) \quad (2.152)$$

と計算できる。したがって時定数 τ_1 は

$$\tau_1 = \frac{C_1+C_2}{G}\frac{1}{1+\mathcal{L}_0} \quad (2.153)$$

となる。以上より、TES と吸収体の温度は時定数 $\tau_2 = \frac{C_{\mathrm{internal}}}{G_2}$ の後に一致し、その後は時定数 $\tau_1 = \frac{C+C_2}{G(1+\mathcal{L}_0)}$ で定常状態の温度に戻っていくことになる。この τ_1 はカロリメータの有効時定数に対応する。

2.7.2　X 線入射後の波形

X 線が吸収体で吸収された場合、TES で吸収された場合の温度変化をそれぞれ考える。温度変化は出力電流の変化に対応するのでこれは出力波形を考える相当する。

X 線が吸収体に入射すると、吸収体の温度は $\Delta T_2 = E/C_2$ だけ上昇する。その熱は、時定数 τ_2 で吸収体から TES に流入する。その後、時定数 τ_1 で TES、吸収体の温度は定常状態の温度に戻る。このことから、TES の温度は、まず時定数 τ_2 の指数関数で立ち上がり、時定数 τ_1 で定常状態に戻る。そこで、TES の温度は

$$\Delta T_1 \propto \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\right) \quad (2.154)$$

となる。

一方、X 線が TES に入射した場合、TES の温度がまず $\Delta T_1 = E/C_1$ だけ上昇する。その熱は時定数 τ_2 で吸収体に移動し、TES と吸収体の温度が等しくなった後に時定数 τ_1 で両者の温度は定常状態の温度に戻る。そこで、TES の温度はまず時定数 τ_2 で減衰し、吸収体と温度が等しくなった後に時定数 τ_1 で減衰すると考えられる。TES の温度は

$$\Delta T_1 \propto \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\right) \tag{2.155}$$

となる。

次に微分方程式を数値的に解いた。$C_2/C_1 = 4$、$\tau_1/\tau_2 = 20$ としたときの、吸収体に X 線が入射した場合 ($t = 0$ で $\Delta T_1 = 0$、$\Delta T_2 = E/C_2$) の TES の温度変化を図 2.11 左に、TES に入射した場合 ($t = 0$ で $\Delta T_1 = E/C_1$、$\Delta T_2 = 0$) を図 2.11 右に示す。この波形は上の考察とよくあっている。

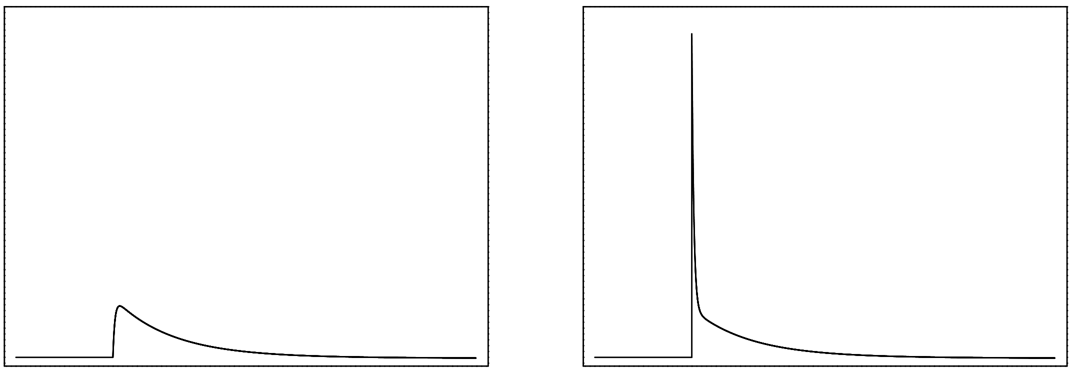


図 2.11: モデルから計算される TES の温度。横軸は時間。吸収体に X 線が入射した場合 (左) と、TES に X 線が入射した場合 (右)。

2.7.3 周波数応答を用いた定式化

次に、TES の周波数応答を用いて、吸収体に X 線が入射した際の波形を考える。

§ 2.3.2 では、TES への熱入力は入射 X 線エネルギー E がデルタ関数的に入射するとして $P(t) = E\delta(t)$ とした。吸収体と TES との間に有限の熱伝導度が存在する場合には、熱入力は

$$P(t) = \frac{E}{\tau_2}\exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \qquad (t \geq 0) \tag{2.156}$$

だと考えればよい。ただし、吸収体に X 線が入射した時刻を $t = 0$ とする。

§ 2.3.2 と同様に計算を行なうと、周波数空間での熱入力 $P(\omega)$ は、

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty \frac{E}{\tau_2}\exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\mathrm{e}^{-i\omega t}\mathrm{d}t = \frac{E}{2\pi}\frac{1}{1+i\omega\tau_2} \tag{2.157}$$

(2.158)

となり、周波数空間での出力電流 $I(\omega)$ は、

$$I(\omega) = P(\omega)S_{\mathrm{I}}(\omega) \tag{2.159}$$

$$= -\frac{E}{2\pi}\frac{1}{V_{\mathrm{b}}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\frac{1}{1+i\omega\tau_2}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}} \tag{2.160}$$

と表される。これを逆フーリエ変換をして実空間に戻すと、

$$
\begin{aligned}
I(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}\mathrm{d}\omega &(2.161)\\
&= -\frac{E}{2\pi}\frac{1}{V_{\mathrm{b}}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+i\omega\tau_2}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}}\mathrm{e}^{i\omega t}\mathrm{d}\omega &(2.162)\\
&= \frac{E}{V_{\mathrm{b}}}\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}-\tau_2}\left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right)-\exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\right) &(2.163)
\end{aligned}
$$

と表させる。これは、時刻 $t=0$ では最大値をとらず、

$$t_{\mathrm{peak}} = \ln\frac{\tau_{\mathrm{eff}}}{\tau_2}\left(\frac{1}{\tau_2}-\frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right)^{-1} \tag{2.164}$$

となる t_{peak} で最大値をとる。また、式 (2.163) を積分すると

$$\int V_{\mathrm{b}}I(t)dt = -\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}E \tag{2.165}$$

となり、式 (2.58) と同様 $\mathcal{L}_0 \gg 1$ では X 線のエネルギーに一致することがわかる。

2.8　SQUID を用いた読み出し系

TES の電流変化を読み出すには、低インピーダンスの電流計が必要である。その点で、SQUID は最良の電流計である。SQUID を用いたカロリメータの読み出し系の摸式図を図 2.12 に示す。

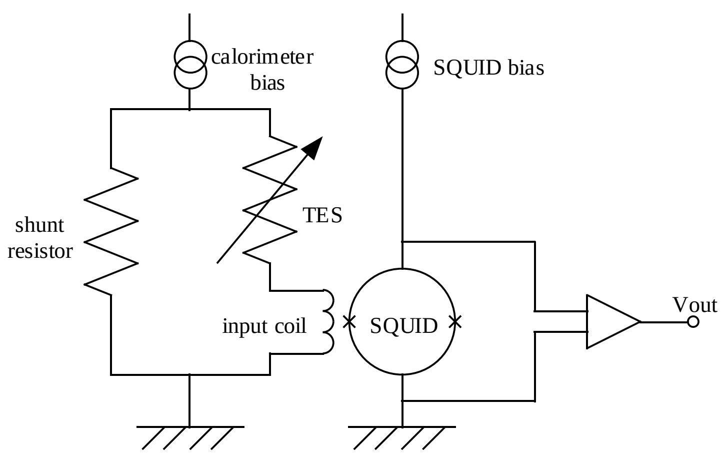


図 2.12: SQUID を用いたカロリメータの読み出し系

2.8.1　dc-SQUID

SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) とはジョセフソン効果を利用した素子で、図 2.13 のように 2 つのジョセフソン接合を並列に持つリングである (たとえば 大塚, 1996)。2 つの接合の位相差とリングを貫く磁束との間には

$$\theta_2-\theta_1 = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} \tag{2.166}$$

という関係がある。ただし、θ_1 と θ_2 はそれぞれのジョセフソン接合での位相差、Φ はリングを貫く磁束、Φ_0 は磁束量子で、

$$\Phi_0 \equiv h/2e = 2.06 \times 10^{-15} \text{ Wb} \tag{2.167}$$

という定数である。ジョセフソン接合が超伝導状態のとき、バイアス電流 I_B は

$$I_\mathrm{B} = I_0 \cos\left(\pi \frac{\Phi_\mathrm{exp}}{\Phi_0}\right) \sin\left(\theta_1 - \pi \frac{\Phi_\mathrm{exp}}{\Phi_0}\right) \tag{2.168}$$

となる。ただし、 I_0 は接合の臨界電流、$\Phi_\mathrm{ext} \equiv \Phi - LJ$ は外部磁束、L と J はリングの自己インダクタンスとリングを循環する電流である。したがって、SQUID が超伝導でいられる最大の電流、すなわち SQUID の臨界電流は

$$I_\mathrm{max} = 2I_0 \left|\cos\left(\pi \frac{\Phi_\mathrm{ext}}{\Phi_0}\right)\right| \tag{2.169}$$

となる。このように、SQUID の臨界電流は外部磁束によって変化する。$2I_0$ より大きなバイアス電流で SQUID を動作させると、臨界電流が変化することにより、外部磁束の変化に対して出力電圧が変化するようになる。したがって、SQUID の隣にコイルを置くことによって、SQUID を非常に感度の高い電流計として扱うことが可能になる。カロリメータの読み出し系として SQUID を用いた場合の摸式図を図 2.12 に示す。

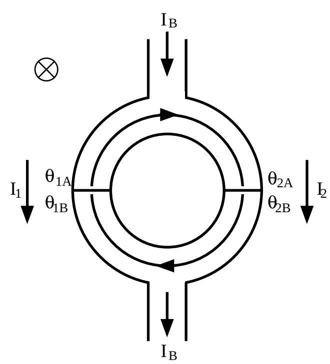


図 2.13: dc-SQUID の摸式図

2.8.2 磁束固定ループ (flux-locked loop)

SQUID は外部磁束に対して周期的な応答をするため、動作点が少しずれただけでも増幅率が大きく変動してしまい、応答は非線形である。さらに、大きな入力に対しては出力の折り返しが起きてしまう。そのため、一般的にはフィードバックをかけて動作させる。これは、SQUID を貫く磁束が一定に保たれるようにフィードバックをかけることから、磁束固定ループ (FLL: Flux-Locked Loop) と呼ばれる。SQUID の出力は、図 2.14 に示すように、フィードバック抵抗を介して SQUID に磁気的に結合されたフィードバックコイルに戻される

このとき、フィードバック量 b は

$$b = \frac{\Phi_\mathrm{FB}}{V_\mathrm{out}} = \frac{M_\mathrm{FB}}{R_\mathrm{FB}} \tag{2.170}$$

で与えられ、FLL 回路のゲインは $\frac{1}{b} = \frac{R_\mathrm{FB}}{M_\mathrm{FB}}$ となる。ただし、R_FB はフィードバック抵抗、M_FB はフィードバックコイルと SQUID との相互インダクタンスである。入力コイルを流れる電流 I が SQUID に作る磁束は、入力コイルと SQUID の相互インダクタンスを M_IS として

$$\Phi = M_\mathrm{IS} I \tag{2.171}$$

したがって、磁束固定ループを用いた場合の電流電圧変換係数 Ξ は

$$\Xi = \frac{M_\mathrm{IS}}{M_\mathrm{FB}} R_\mathrm{FB} \tag{2.172}$$

で与えられる。一般的には FLL 回路はロックイン増幅とともに使用されることが多いが、これは SQUID の周波数帯域を狭めてしまう。そこで、カロリメータの読み出し系としては、次に述べる SQUID アンプを用いる方がよい。

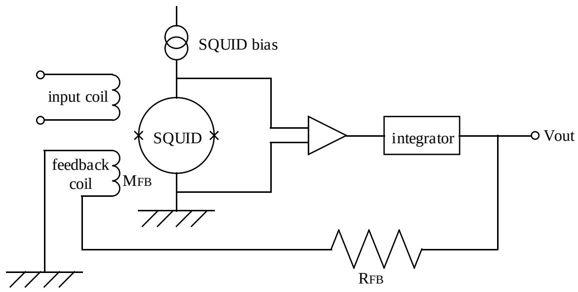


図 2.14: 磁束固定ループ (FLL) 回路の摸式図

2.8.3　SQUID アンプ

SQUID アンプは、直列に並んだ多数の入力コイルと、それぞれに結合された多数の dc-SQUID から構成されている。その数は数十　数百にも及ぶ。これらを同位相で動作させることで信号を増幅する。SQUID アンプの利点は、低温で信号を増幅できるために読み出しノイズを抑えられることと、SQUID に比べてインピーダンスが数十　数百倍大きいために、インピーダンス整合が取り易いことである。また、ロックイン増幅を用いた場合に比べて広帯域 (~ MHz) が実現される。本研究では図 2.15 左のような 2 段式の SQUID アンプと図 2.15 右のような 1 段式の SQUID アンプを使用した。前者を TSS (Two Stage SQUID) アンプ、後者を SSA (Serial SQUID Array) アンプと呼ぶ。

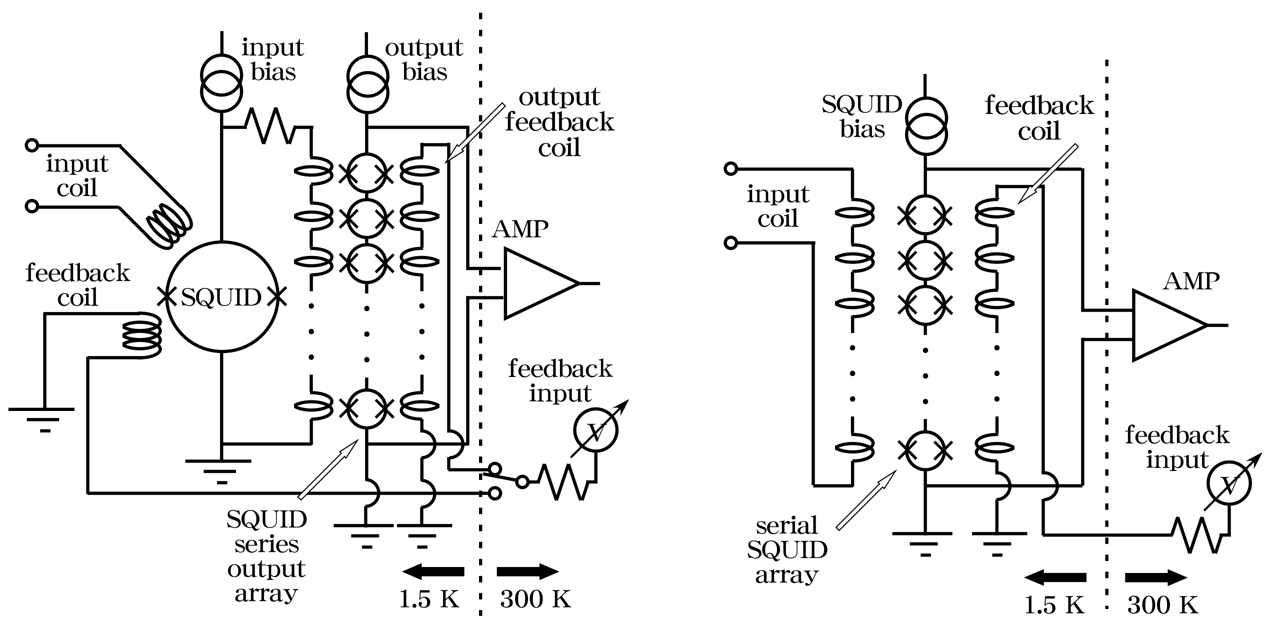


図 2.15: SQUID アンプを用いたカロリメータの読み出し系左: 2 段式 SQUID アンプ (Two Stage SQUID)、右: 1 段式 SQUID アンプ (Serial SQUID array)。

2.8.4 SQUID ノイズ

SQUID ノイズには、SQUID のシャント抵抗で発生するジョンソンノイズと、トンネル接合のショットノイズがある。そのスペクトルは、読み出し回路のカットオフ周波数より低い範囲ではほぼ一定で、ノイズ等価電流は典型的に数 pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ である。SQUID ノイズのノイズ等価パワーは

$$\mathrm{NEP}^2_{\mathrm{readout}} = \frac{i_n^2}{S_I^2} \tag{2.173}$$

で与えられる。ただし、i_n は SQUID のノイズ電流密度である。SQUID ノイズのエネルギー分解能への寄与は、式 (2.135) を用いて

$$\begin{aligned} \Delta E_{\mathrm{FWHM}} &= 2.35\left(\int_0^\infty \frac{4df}{\mathrm{NEP}^2_{\mathrm{readout}}(f)}\right)^{-\frac{1}{2}} && (2.174)\\ &= 2.35\frac{\mathcal{L}_0+1}{\mathcal{L}_0}|b| i_n\sqrt{\tau_{\mathrm{eff}}} && (2.175)\\ &= 2.35\frac{\mathcal{L}_0+1}{\mathcal{L}_0}V_{\mathrm{b}} i_n\sqrt{\tau_{\mathrm{eff}}} && (2.176)\end{aligned}$$

したがって $\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合は

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} \sim 2.35 V_{\mathrm{b}} i_n\sqrt{\tau_{\mathrm{eff}}} \tag{2.177}$$

となる。

第3章　実験装置と測定環境

TES 型マイクロカロリメータの特性評価は東京都立大学宇宙実験大橋研究室、および宇宙科学研究所満田研究室の冷凍機で行なった。この章ではそれらの実験装置について述べる。

3.1　東京都立大学における実験装置

§ 5.3 で述べるカロリメータの交流特性評価の実験以外は、すべて東京都立大学理学部物理学科宇宙実験研究室のにおける希釈冷凍機を用いて測定を行なった。

3.1.1　希釈冷凍機

SII62B 以外の素子の測定に用いた冷凍機は OXFORD 社の Kelvinox25 希釈冷凍機である。模式図を図 3.1 に示す。図 3.1 左は冷凍機全体の、図 3.1 右はカロリメータを組み込む Inner Vacuum Chamber の図である。

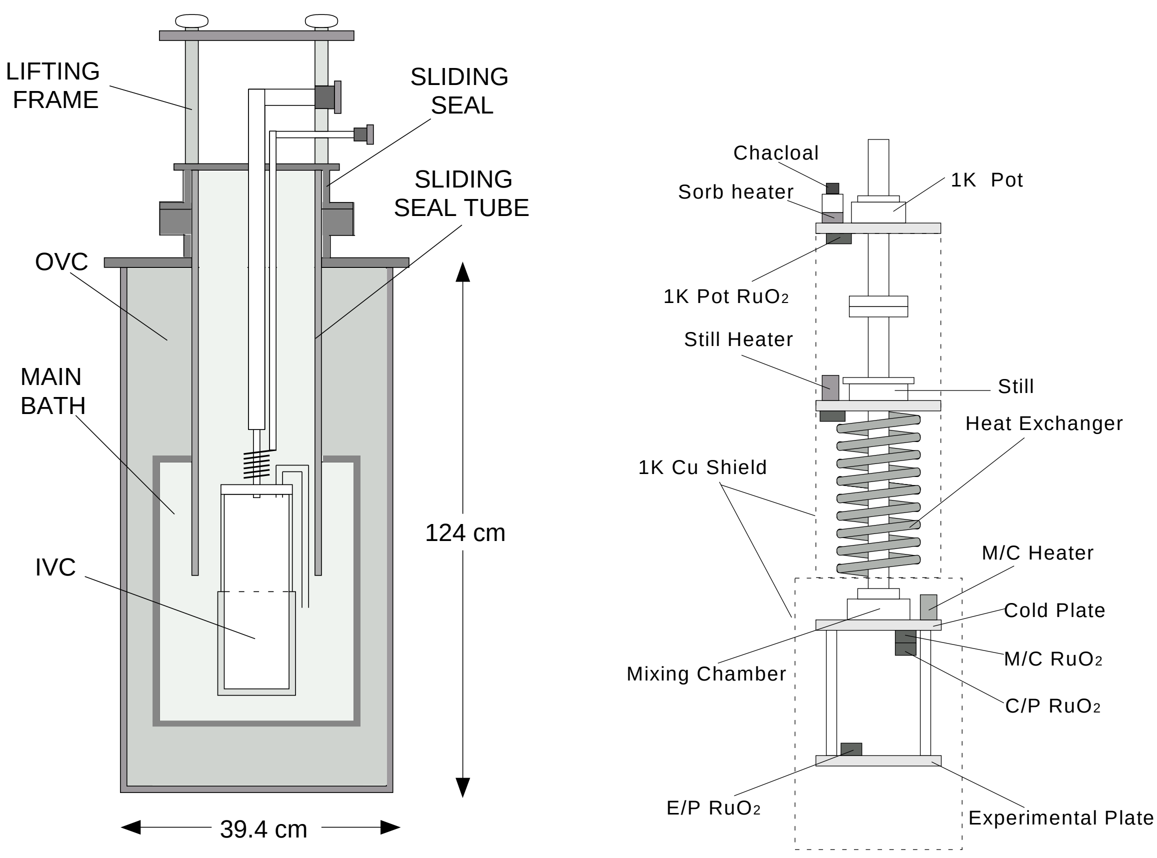


図 3.1: 希釈冷凍機の構造。左: 希釈冷凍機内部の模式図。右: Inner Vacuum Chamber(IVC) 内部の模式図。

この冷凍機は、高さ 124 cm、直径 39.4 cm の円柱形をしており、冷却は液体 ^{3}He と液体 ^{4}He との混合希釈によってなされる。最低到達温度は ∼ 50 mK であり、液体 He を 50 ℓ 使用することにより約 50 時間連続で循環運転が可能である。IVC 内部は ∼ 10^{-5} Torr まで真空引きされ、カロリメータと SQUID はこの中に組み込まれる。SQUID は 1 K pot と呼ばれる ∼ 1.5 K のステージに接着させている。カロリメータを載せたホルダは、最低温度となる E/P (Experimental Plate) に台座として渡した真鍮の板にねじ止めされる。E/P の温度ゆらぎがカロリメータに直接伝わるのを防ぐため、台座には熱伝導度が銅より悪い真鍮を用いている。M/C (Mixing Chamber) と 1K pot、 E/P には、酸化ルテニウム (RuO_2) 温度計が取り付けられており、Picowatto 社の AVS47/TS-530 を用いて E/P の温度を制御することができる。温度制御は M/C のヒーターに流す電流を制御することで行っており、∼ 0.1 mK の精度を得ることができる。

カロリメータを希釈冷凍機に組み込んだ際の写真を図 3.2 に示す。ホルダ上の温度が一様になるよう、ホルダーの

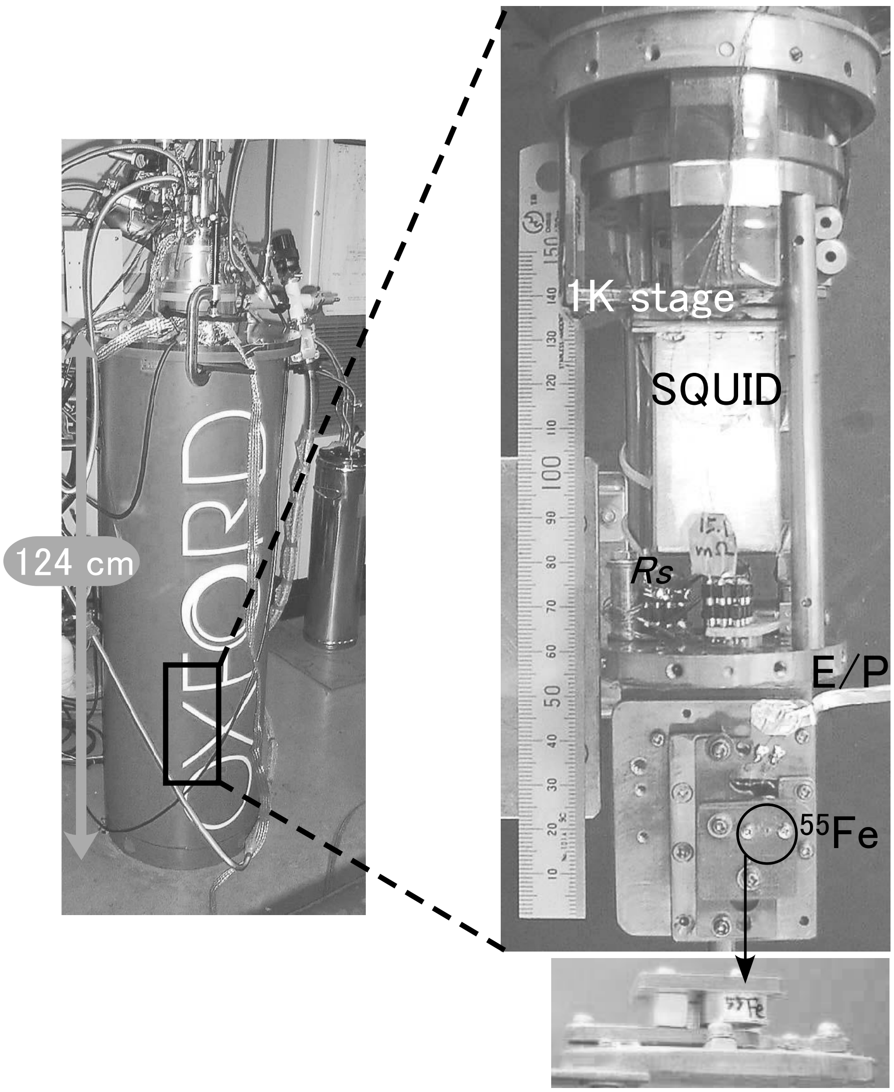


図 3.2: 希釈冷凍器と組み込み写真右上の写真の下に見える銅板がカロリメータホルダである。

材質には熱伝導度の良い OFC(無酸素銅) を使用している。また、APIEZON N を薄くぬることで、ホルダとカロリメータの間の熱接触を大きくしている。

ホルダの温度 ($T_{\rm bath}$) の測定には RuO_2 温度計を用いており、温度計測には Neocera 社の LTC21 を使用している。

3.1.2 SQUID

都立大にて使用した SQUID アンプ 素子は、液体 He を使用した低温度環境下での使用を前提として開発された、セイコーインスツルメンツ株式会社 (SII: Seiko Instruments Inc.) の SSA (400-Serial SQUID Array) アンプであり、400 個の dc-SQUID が直列に並んでいる構造をしている。SQUID 基板は FRP でできており、SQUID アンプ 素子及び主要な配線は基板上の 0.5 mm×0.5 mm の Si ウェハ上に蒸着されている。一つ一つの SQUID 素子は、SQUID ワッシャー、フィードバックコイル、インプットコイルからなっておりコイルを含めた配線は全て 0.1 mmϕ NbTi 配線となっている。SQUID ワッシャーは 2 つのジョセフソン接合を持つリングであり、そのシャント抵抗として Al を使用している。そのため、SQUID の動作温度は Nb が超伝導であり Al が常伝導という 1.2 ~ 9.23 K の温度の下で用いる必要がある。SQUID アンプの仕様を表 3.1 に示し、図 3.3 に模式図を示す。

表 3.1: 測定に使用した 4 入力 SQUID アンプの性能

電流電圧変換係数	5.0×10^4 V/A
カットオフ周波数	~ 150 kHz
入力コイルの自己インダクタンス L_{in}	190 nH (測定値)
初段 SQUID と入力コイルの相互インダクタンス M_{in}	58 nH
初段 SQUID とフィードバックコイルの相互インダクタンス M_{f}	58 pH
ノイズレベル	18 pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (4 K)

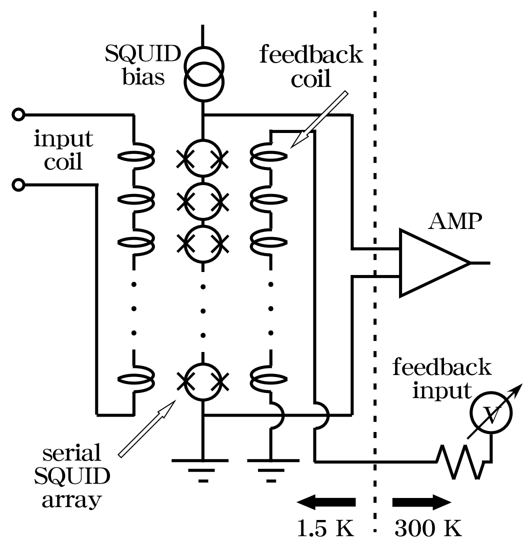


図 3.3: 400-serial SQUID array アンプの模式図。

3.1.3 配線

カロリメータを疑似的定電圧バイアスで動作させる際の配線図を図 3.4 に示す。SII14B 以降はコンデンサを回路に加え、高周波のノイズを低減した。コンデンサの容量と抵抗値で決まるカットオフ周波数は ~ 20 Hz である。

カロリメータへの配線は Au のボンディングパッドから Al のボンディングワイヤでとっている。ボンディングパッドからの配線は、超伝導配線である銅被膜付き ϕ 10μm の NbTi のツイスト線を用いている。このツイスト線は、アルミテープを巻くことで、振動によって生じるノイズを軽減し環境磁場によるノイズを抑えている。なお、ホルダとボンディングパッドは、熱膨張率の低い特殊シリコン系の瞬間弾性接着材ペグ α を用いて接着している。

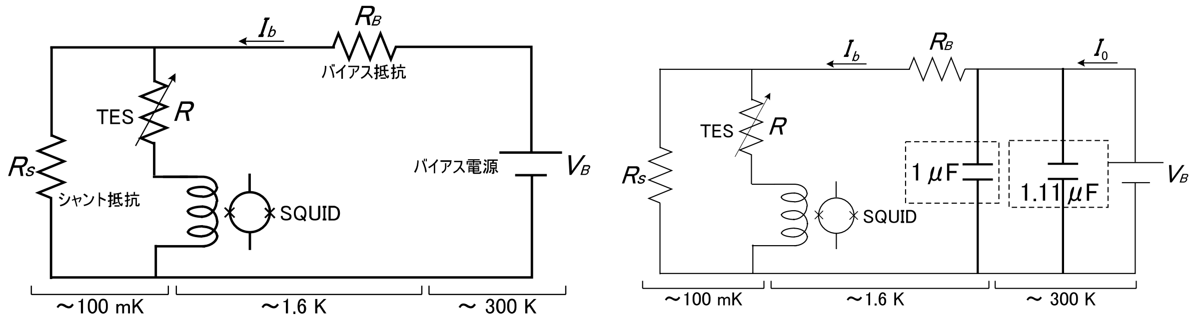


図 3.4: 動作時のバイアス電源回路。左: SII13B 以前の測定に用いた回路。右: SII14B 以降の測定に用いた回路。

ボンディングパッドからの NbTi 配線は、E/P に設置した IC ソケットによるシャント抵抗との並列回路につながる。このため、シャント抵抗の温度 T_{bath} は、E/P の温度となる。並列回路の入力はバイアス電源につながっている。並列回路に流れる電流を適度に抑えるために、バイアスの配線の途中にバイアス抵抗 R_{bias} として 10 kΩ の金属被膜抵抗を入れている。バイアス電流を流した際の発熱による温度上昇がカロリメータに影響を及ぼさないように、バイアス抵抗は 1 K pot に配置してある。バイアス抵抗と並列回路までの間の配線には熱伝導度の悪い銅被膜無しのホルマル被膜のみの ϕ 0.1 mm の NbTi 線を用いており、この配線は 1 K pot に於いてもしっかりとサーマルアンカをとっている。

TES からの出力は 1 K pot に置かれている SQUID アンプへと繋がっている。SQUID アンプは Nb とパーマロイの 2 重シールドの中に入れ磁気遮蔽を行なった。SQUID の入力端子と TES との配線にも上記の理由からホルマル被膜のみの NbTi 線を使用している。SQUID からの出力は、 横河電機社のデジタルオシロスコープ DL708E で読みとっている。

希釈冷凍機内部の配線は外部との熱接触を抑えるために、熱伝導度が悪く径の小さいマンガニン線を用いている。これらの配線はノイズ対策として信号往復のペア同士 2 本をそれぞれツイストしており、4 ポート各 12 対の配線が使用可能である。それぞれの配線の往復での抵抗値は、希釈冷凍器の大きさの都合上配線を長く取らなければならないために、常温で $\sim 230\ \Omega$ 、冷却実験中においては温度 ≤ 4 K で $\sim 180\ \Omega$ と大きいものである。

3.1.3.1 Pb 超伝導磁気シールド

SII14B の測定以降は、環境磁場の影響を防ぐため磁気シールドを導入した。シールドは厚さ 1 mm の鉛を筒状に巻いて作成したもので、上部は冷凍機への接続のために開いているが、底面と側面を完全に覆っている。これを希釈冷凍器の IVC 筒にとりつけた。鉛は転移温度が $T_{\mathrm{c}} = 7.20$ K の超伝導金属であるので、静磁場を完全に遮断することができる。磁気シールドの写真を図 3.5 に示す。

3.2 宇宙科学研究所における実験装置

§ 5.3 で述べるカロリメータの交流特性評価の測定は宇宙科学研究所にて ^{3}He クライオスタットを用いて行なった。以下に実験装置について簡単に示す。

3.2.1 ^{3}He クライオスタット

冷却は Infrared 社製の ^{3}He クライオスタットを用いて行なった。その概略図および、カロリメータ、SQUID を組み込んだ際のクライオスタット内部の図を図 3.6 に示す。

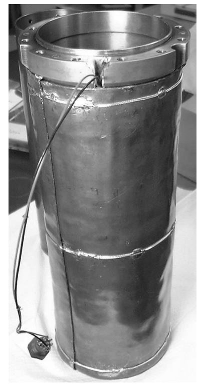
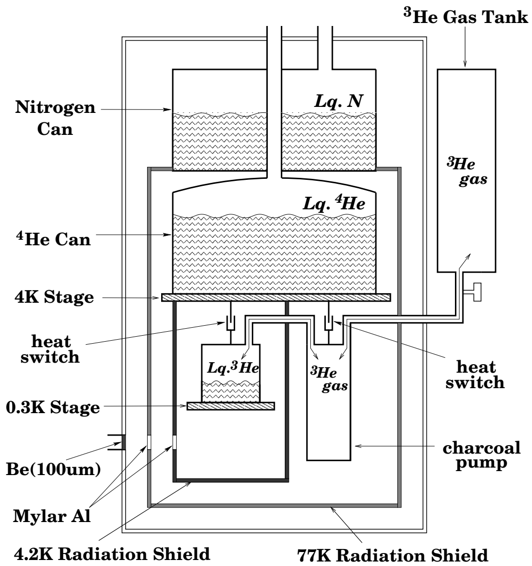


図 3.5: IVC 筒のまわりに巻いた鉛の超伝導磁気シールド



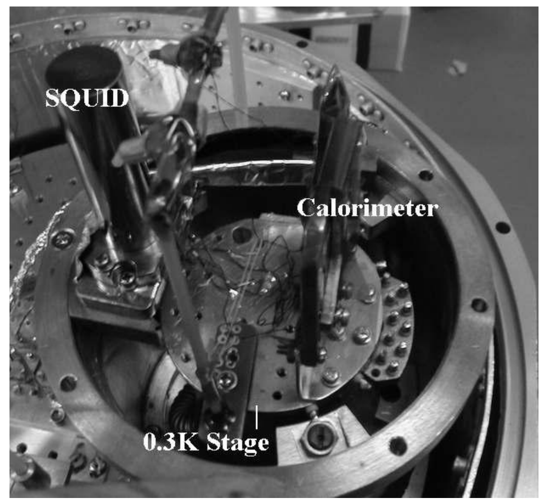


図 3.6: ^{3}He クライオスタットの構造。左:クライオスタットの模式図。右:カロリメータ、SQUID を組み込んだ際の内部の画像。

このクライオスタットはカロリメータをおよそ 0.3 K まで冷却することができる。0.3 K になる台 (0.3 K ステージ) の周りは 4 K 放射シールドで覆われており、さらにその周りが 77 K 放射シールドで覆われた構造になっている。4 K 放射シールドは ^{4}He タンクの底面と接触しており、液体 ^{4}He を入れた状態では 4.2 K になる。この ^{4}He タンクの底面は 4 K ステージと呼ばれ、治具の取り付けなどができるようになっている。77 K 放射シールドは液体窒素タンクと接触していて、液体窒素を入れた状態では 77 K になる。^{4}He を減圧することによって、4 K ステージと 0.3 K ステージは 1.5 K 程度まで冷却される。この温度では ^{3}He が液化される。次にチャコールポンプを使って ^{3}He を減圧することにより、0.3 K ステージの温度が 0.3 K にまで冷却される。

4 K ステージとチャコールにはシリコンダイオード温度計がついている。また、0.3 K ステージ上のサンプルにはゲルマニウム温度計を取り付けられるようになっている。これらの温度計とチャコールのヒータは CONDUCTUS 社 LTC-20 を用いて計測し、制御する。

クライオスタットの外側から 4 K ステージまでは、ツイストされたマンガニン線が予め配線されている。マンガニン線の抵抗は往復で約 200 Ω である。

3.2.2 SQUID

^{3}He クライオスタットにおける信号の読み出しにはセイコーインスツルメンツ社の 4 入力 SQUID アンプを用いた。4 入力 SQUID アンプは 4 つのカロリメータからの出力を同時に読み出すことができるよう設計されたものである (Mitsuda & Kelley, 1999)。ただし、測定では 4 入力のうちの 1 つだけを使用している。表 3.2 に 4 入力 SQUID アンプの仕様を示し、図 3.7 に模式図を示す。

表 3.2: 測定に使用した 4 入力 SQUID アンプの性能

電流電圧変換係数	6.0×10^5 V/A
カットオフ周波数	~ 760 kHz
初段 SQUID と入力コイルの相互インダクタンス $M_{\rm IS}$	3.18 nH
初段 SQUID とフィードバックコイルの相互インダクタンス M_1	256 pH
後段 SQUID アレイと調整用コイルの相互インダクタンス M_2	76.3 pH
ノイズレベル	3.6 pA/$\sqrt{\rm Hz}$ (4 K)
スルーレート	$\sim$300 nA/μs

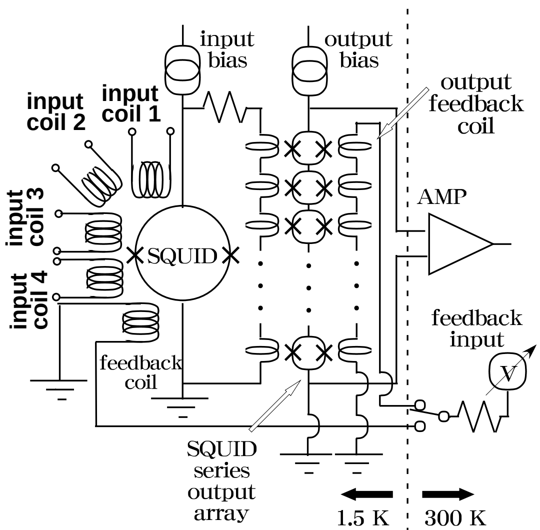


図 3.7: 4 入力 SQUID アンプの模式図。

3.2.3 ブリッジ回路

通常の交流駆動では、定常的に大振幅の交流が出力されてしまうが、図 3.8 に示したようなブリッジ回路を組むことで、この定常出力を消去することができる。このような読みだし方法を CABBAGE (CAlorimeter Biased By AC GEnerator) という (Miyazaki, 2001; Iyomoto et al., 2003)。§ 5.3 では図 3.8 に示したブリッジ回路で測定を行なった。

3.3 線源

カロリメータへの X 線照射は、全て ^{55}Fe 線源を用いて行なった。^{55}Fe 線源からは Mn Kα 線、Kβ 線の特性 X 線が放射される。この論文でのパルスハイト、エネルギー分解能の値は全て、5.9 keV の Mn Kα 線に対するものである。

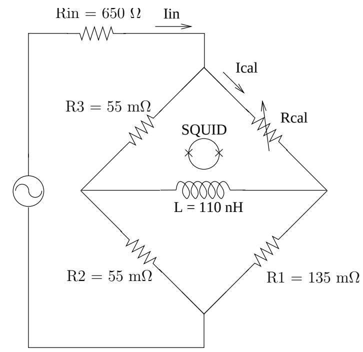


図 3.8: § 5.3 の実験で使用したブリッジ回路。

Mn Kα 線には Kα_1、Kα_2 の微細構造があり、-Kα_1 のエネルギーは 5.89875 keV 、Kα_2 線のエネルギーは 5.88765 keV と求められている。なお、Kβ 線のエネルギーは 6.486 keV である。これらの特性 X 線の強度比は、Kα_1 : Kα_2 : Kβ = 20 : 10 : 3 である。これらの特性 X 線の自然幅は $\lesssim$ 4.5 eV であり、検出器のエネルギー分解能が $\lesssim$ 10 eV になると無視できない。そこで、カロリメータのエネルギー分解能を精度良く求めるには、自然幅を考慮する必要がある。Hölzer et al. (1997) によると、Mn Kα_1 線は 5 本の、Mn Kα_2 線は 2 本の Lorenzian の重ね合わせで表される。それらのエネルギー、自然幅、強度比を表 3.3 に示す。

表 3.3: Mn Kα 輝線の微細構造

Peak	エネルギー (keV)	自然幅 (FWHM, eV)
α_{11}	5.8989	1.715
α_{12}	5.8979	2.043
α_{13}	5.8948	4.499
α_{14}	5.8965	2.663
α_{15}	5.8994	0.969
α_{21}	5.8877	2.361
α_{22}	5.8865	4.216

測定に用いた線源は低温用の特殊パッケージに入った密封放射線源であり、半減期は 2.73 年である。線源はカロリメータ上のおよそ 1cm 離れた位置に銅の治具を用いてとりつけ、カロリメータと共に冷凍機に組み込んだ。

第4章　測定に使用したカロリメータ

この章では、カロリメータの基本的な特性とその評価方法、実際に測定を行なった素子の特徴とそれらの特性について記す。

4.1　カロリメータの基本的な特性とその測定方法

TES 型 X 線マイクロカロリメータの性質を知るために調べるべき特性には、主に RT 特性、IV 特性、臨界電流、パルス特性、ノイズ特性、の 5 種類がある。以下にそれらの特性とその測定方法を示す。

4.1.1　RT 特性

TES の温度 T と抵抗値 R の関係を RT 特性と呼ぶ。RT 特性を調べることで転移温度 $T_{\rm c}$ がわかり、温度計の感度 α を計算できる。本論文では抵抗値が常伝導抵抗の 50 %となる温度を転移温度と定義する。ただし、測定できる温度は熱浴の温度であるため、ジュール発熱により熱浴と TES の間に温度勾配が生じないよう、TES に流す電流 (TES にかかる電圧) は小さくする必要がある。

測定方法には 2 種類ある。1 つは、TES にある電流を流してその両端に生じる電圧を測定する、いわゆる 4 端子測定である。この方法は、TES に正のフィードバックがかかることとなるので熱浴の温度の揺らぎに対して TES の温度が不安定になるが、R の絶対値を求めることができるという長所がある。測定の精度を上げるため、本研究では Linear Research 社の LR-700 を用いて交流電流で励起する方法 (交流抵抗ブリッジ方式) で測定を行なっている。

もう 1 つの方法は、TES に定電圧をかけて電流の変化を SQUID 電流計で測定する方法である。実際には、X 線照射時と同様に TES に並列にシャント抵抗 $R_{\rm s}$ を入れ、一定のバイアス電流 $I_{\rm bias}$ を流して測定を行なうので、R はシャント抵抗 $R_{\rm s}$ に対する相対的な値としてしか求まらないが、TES には負のフィードバックがかかるために熱浴の温度揺らぎに対して安定であるという長所を持つ。

これら 2 つの測定の際の回路図を図 4.1 に示す。各素子の RT 曲線は図 4.6 にまとめてある。多くの素子について、上の二つの方法で矛盾しない結果が得られている。

4.1.2　IV 特性

IV 特性とは、熱浴温度 $T_{\rm bath}$ 一定のもとでの、TES 両端の電圧 V と TES を流れる電流 I の関係である。測定は熱浴温度 $T_{\rm bath}$ を一定に保ち、バイアス電流 $I_{\rm bias}$ を変化させたときの出力 I を調べることで行なう。測定回路は図 4.1 右と同じである。この時、

$$R = \left(\frac{I_{\rm bias}}{I} - 1\right) R_{\rm s} \tag{4.1}$$

の関係があるため、既知である $R_{\rm s}$ を代入することで各測定点での R が求まる。TES 両端の電圧は

$$V = RI \tag{4.2}$$

と表されることから、この結果より TES の V と I の関係が求まる。各素子の IV 特性は図 4.7 にまとめてある。

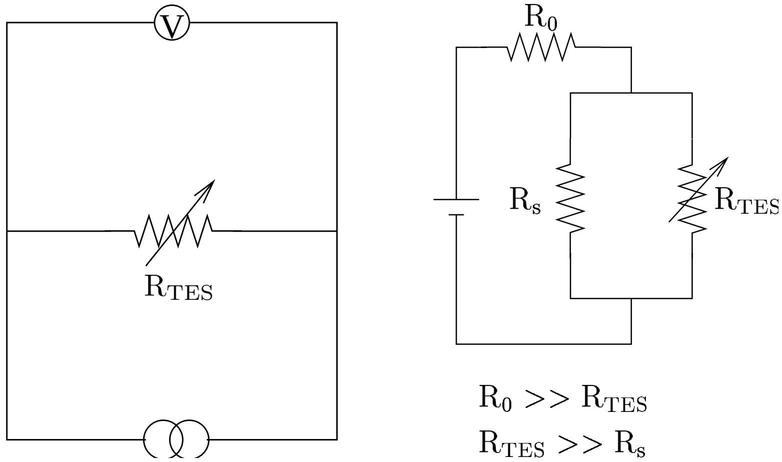


図 4.1: RT 測定時の回路図。左:4 端子測定の回路図。右:疑似的定電圧バイアスの回路図。

IV 特性から以下のように熱伝導度 G、熱伝導度の温度依存性のべき n、ループゲイン $\mathcal{L}_0$、温度計感度 α を求めることができる。特に断らない限り、G は TES の転移端中では一定だとみなせるとし、転移温度での熱伝導度 $G(T_\mathrm{c})$ で代表させることとする。

IV 特性から求めた α は一般に RT 特性から求めた α より小さい (図 4.9 参照)。これは、IV 測定時には TES を流れている電流が大きいためであり、X 線照射時の α は IV 測定時の α に近い。これらの性質は SII6A と SII13B の測定結果の比較により明らかになったことである。SII6A と SII13B の測定結果の比較とその考察については § 5.1 で詳しく述べる。

4.1.2.1　熱伝導度 G とその温度依存性のべき n の決定

熱伝導度は異なる複数の熱浴温度 T_bath において IV 特性を求めることで計算できる。TES の温度を T とすると、ジュール発熱と熱浴との熱伝導のつりあいの式は

$$P_\mathrm{b} = \frac{GT}{n}\left(1-\left(\frac{T_\mathrm{bath}}{T}\right)^n\right) \tag{4.3}$$

と表せる。以上より、2 つ以上の異なる T_bath に対して P_b を求めれば G、n をフィットにより求めることができる。

$(T - T_\mathrm{bath})$ が TES の転移幅 ($\sim$ 数 mK より十分大きければ T は TES の抵抗値によらず一定だとみなせるので、

$$P_\mathrm{b} \simeq \frac{GT_\mathrm{c}}{n}\left(1-\left(\frac{T_\mathrm{bath}}{T_\mathrm{c}}\right)^n\right) \tag{4.4}$$

と近似できる。したがって、T_bath が一定ならば TES の抵抗値によらず P_b はほぼ一定となる。

4.1.2.2　ループゲイン $\mathcal{L}_0$、温度計感度 α の決定

TES の周波数 0 におけるインピーダンスを $Z = dV/dI$ で定義する。すると、

$$\frac{d\ln P_\mathrm{b}}{d\ln R} = \frac{d\ln V + d\ln I}{d\ln V - d\ln I} = \frac{dV/V + dI/I}{dV/V - dI/I} = \frac{Z+R}{Z-R} \tag{4.5}$$

が成り立つ。一方、IV 測定時の I、V、R の関係においては、

$$\frac{d\ln P_\mathrm{b}}{d\ln R} = \frac{R}{P_\mathrm{b}}\frac{dT}{dR}\frac{dP_\mathrm{b}}{dT} = \frac{GT}{P_\mathrm{b}\alpha} = \frac{1}{\mathcal{L}_0} \tag{4.6}$$

も成立する。ここで、IV 測定時では定常状態の I、R、V の関係を測定しているので

$$\frac{dP_\mathrm{b}}{dT} = G \tag{4.7}$$

が成り立つことを用いた。このように TES のループゲイン $\mathcal{L}_0$ は IV 特性から得られる R、Z を用いて

$$\mathcal{L}_0 = \frac{Z - R}{Z + R} \tag{4.8}$$

と書ける。そこで、Z と R から各測定点での $\mathcal{L}_0$ を求めることができる。さらに、

$$\mathcal{L}_0 = \frac{P_\mathrm{b}\alpha}{GT} \simeq \frac{P_\mathrm{b}\alpha}{GT_\mathrm{c}} \tag{4.9}$$

であるから、$\mathcal{L}_0$、P_b、G、T_c を用いて、IV 測定時の α を求めることができる。この方法の欠点は、α が大きい時には $Z + R$ が 0 に近付くため、誤差が大きくなることである。

4.1.2.3 IV 測定時の RT 特性と温度計感度 α の決定

式 (2.10) で見たように、平衡状態では TES のジュール発熱 P_b と熱伝導による熱浴への熱の逃げは

$$P_\mathrm{b} = \frac{G_0}{n}\left(T^n - T_\mathrm{bath}^n\right) \tag{4.10}$$

とつりあっている。これは、

$$T = \left(T_\mathrm{bath}^n + \frac{nP_\mathrm{b}}{G_0}\right)^{1/n} \tag{4.11}$$

と書き直せるので、IV 曲線上の各点のジュール発熱 P_b を用いてそれぞれの点での TES の温度 T を計算することができる。以上のようにして得られた (R, T) のデータから α を求めることができる。この方法で求めた各素子の RT 特性、α を図 4.8、図 4.9 にそれぞれ示す。

式 (4.11) で求めた温度 T は G、n に強く依存するため、$\lesssim 10$ mK の精度を得るのは難しい。ただし、α の導出では T の絶対値ではなく各点での温度差のみを用いるため、比較的精度良く (~ 10 %) α を決定することができる。

4.1.3 臨界電流

超伝導体は一般的に、ある量以上の電流を流すと超伝導状態が壊れ常伝導になるという性質を持つ。この臨界値となる電流値を臨界電流 I_c と呼ぶ。臨界電流は TES の温度 T と外部磁場 B の関数であり、TES のサイズや膜質にも依存する。TES の応答の電流依存性は I_c でスケールされるため、臨界電流は TES の性能に深く関係する物理量である。

測定は、熱浴温度 T_bath を転移温度 T_c より低く設定し TES を超伝導状態にしておき、電流を徐々に大きくしていくことで行う。超伝導が壊れたときの電流値が温度 $T = T_\mathrm{bath}$ での臨界電流 I_c である。ただし、本研究では B を直接測定しておらず、磁気シールドをとりつけたり、意図的に磁場を加えない限り地磁気レベルで一定であると仮定している。各素子の転移温度で規格化した温度 $T_\mathrm{TES}/T_\mathrm{c}$ と I_c の関係を図 4.11 に示している。

4.1.4 パルス特性

パルス特性は、カロリメータに X 線光子や電気的なパルス (ヒートパルスと呼ぶ) を入射した時の応答であり、これによってカロリメータの応答関数 (responsivity) S_I とそのゆらぎ、すなわちエネルギー分解能 ΔE を知ることができる。また、エネルギー E のパルスが入射した時の電流変化 ΔI は

$$\Delta I = \frac{\alpha E}{CT} I \tag{4.12}$$

出力信号の立ち下がり時定数 $\tau_{\rm eff}$ は

$$\tau_{\rm eff} = \frac{C/G}{\mathcal{L}_0 + 1} \simeq \frac{nC}{\alpha G} \tag{4.13}$$

と書けるので、C/α を求めることができる。IV 特性から求めた α と合わせて C を計算することも原理的には可能だが、本論文では熱容量は § B.1 に示した方法で計算した。

熱浴温度が一定ならジュール発熱は動作抵抗によらずほぼ一定であるので、

$$\Delta I \propto \alpha I \propto \frac{\alpha}{\sqrt{R}} \tag{4.14}$$

となり、TES の抵抗が小さいほどパルスハイトが大きくなることが期待される。

しかしながら、実際には様々な効果によりカロリメータの応答関数は理想的な場合からずれる。さらに、入射位置依存性や熱化、熱拡散過程に由来するゆらぎのためにパルスごとにもばらつく。これらのずれやばらつきを調べることで、実際の熱的、電気的応答を詳しく知ることが可能になる。これは第 5 章、第 6 章で詳しく論じる。

4.1.5　ノイズ特性

ノイズ特性は、信号入力がない時のカロリメータの応答である。ノイズの発生源が異なると大きさや周波数特性も異なるので、その特性を調べることによってノイズの発生源を特定することが可能になる。

ノイズデータに対して最適フィルタ処理を適用することでノイズデータのパルスハイトの分布を計算できる (この分布は 0 にピークを持つ)。この分布の半値全幅 $\Delta I_{\rm baseline}$ をベースライン幅と呼ぶ。エネルギー E の X 線のパルスハイトが I の時、

$$\Delta E_{\rm baseline} = \frac{E}{I} \Delta I_{\rm baseline} \tag{4.15}$$

によりベースライン幅を eV 単位に変換することができる。本論文では特に断らない限り、eV 単位で示したもの ($\Delta E_{\rm baseline}$) を使用する。ベースライン幅は、実際のエネルギー分解能に占めるノイズの寄与を表している。これに対して、

$$\Delta E_{\rm thermalization} = \sqrt{\Delta E^2 - \Delta E_{\rm baseline}^2} \tag{4.16}$$

はエネルギー分解能に対するノイズ以外の寄与を表し、具体的には、熱化、熱拡散過程や TES の抵抗値のイベントごとのばらつきなどによる影響を表す[1]。

カロリメータに固有なノイズ (フォノンノイズとジョンソンノイズ) や、SQUID ノイズなどの読み出しノイズの寄与は個別に推定することができる。もしもベースライン幅がこれらの原因がわかっているノイズの寄与よりも大きい場合、起源が明らかでないノイズが支配的であるということになる。このような起源不明のノイズを一般に超過ノイズ (excess noise) と呼ぶ。本研究で測定した素子にも超過ノイズが見られた。ノイズ特性の評価と発生源の特定は第 7 章で詳しく論じる。

4.2　測定に使用した TES カロリメータ

製作、性能評価を行なった X 線マイクロカロリメータは全て Ti/Au の二重薄膜を TES として用いているが、セイコーインスツルメンツ社 (SII) との共同開発で行なっているもの (SII タイプ) と、早稲田大学、三菱重工業 (MHI) と共同開発しているもの (MHI タイプ) に大きくわけられる。SII タイプ、および MHI タイプの構造を図 4.2 に、それぞれのタイプのカロリメータの写真を図 4.3 に示す。また、§4.2.1.1 から §4.2.2.1 にそれぞれのカロリメータの特徴を示す。また § 4.2.3 に測定結果をまとめる。

[1]熱化によるエネルギー分解能の悪化という意味で、thermalization noise と呼ぶこともあるが「ノイズ」ではない

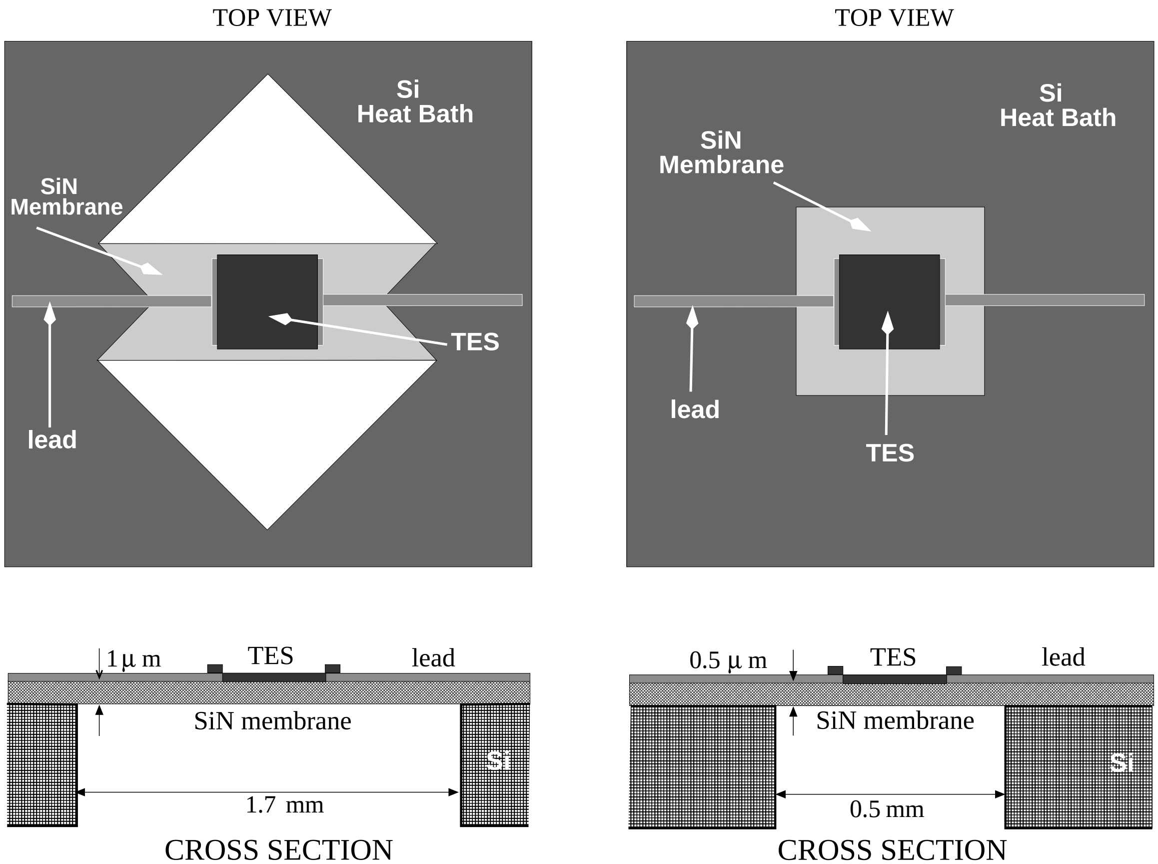


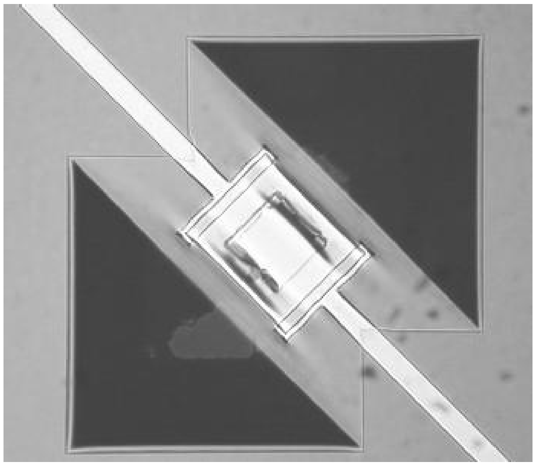
図 4.2: 測定を行なった素子の構造。左: SII カロリメータ。右: MHI カロリメータ。左図の白い部分はエッチングによりシリコンを完全に取り除いた部分。なお、吸収体はここには示していない MHI カロリメータの吸収体は図 4.5 参照。

4.2.1 SII タイプカロリメータ

SII タイプのカロリメータは、Ti/Au の二重薄膜を S_iN メンブレン上にスパッタにより成膜し、メンブレンをエッチングすることでカロリメータ構造を作っている。メンブレンは図 4.2 左に示すようにブリッジ構造をとっている。カロリメータ製作のプロセスは全てセイコーインスツルメンツ社で行なっている。

4.2.1.1 SII6A

SII6A は $T_c = 160$ mK であり、$T_c \sim 100$ mK の TES を用いて作製した初めてのカロリメータである。SII6A は TES 自身が X 線を吸収する構造となっていた。転移温度は $T_c = 160$ mK、温度計感度は $\alpha \sim 200$ であった。ただし、SOI 基板のエッチングが不完全でメンブレンの下に Si が残留していたため、パルスのばらつきが大きかった。適当な波形のものを選別すると、ベースライン幅は 50 eV、エネルギー分解能は 126 eV であった。パルスのばらつきを抑えるために、吸収体として Sn 箔をエポキシ接着剤 (スタイキャスト 2850FT) で接着し測定したが、エネルギー分解能は 125 eV 程度であり、それまでの素子と同程度の性能であった。



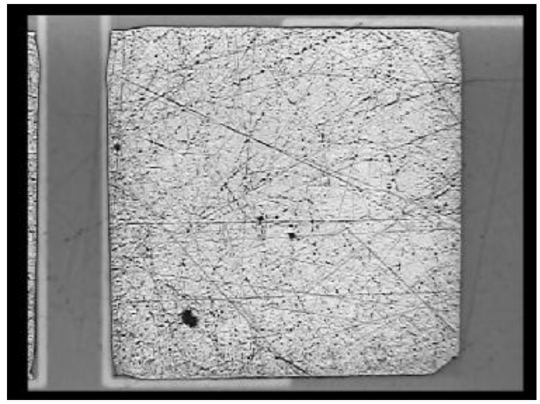


図 4.3: 測定を行なった素子の写真。左: SII カロリメータ。右: MHI カロリメータ。MHI カロリメータには TES より大きな Sn の吸収体がついているため、TES の構造は見えない。

4.2.1.2　SII10A

SII10A も SII6A と同様、TES 自身が吸収体となっているカロリメータである。転移温度は $T_{\mathrm{c}} = 330$ mK と高かったものの、$\alpha > 1000$ と非常に温度計感度が高い素子であった。すぐれた温度計感度のためベースライン幅は 20 eV と良好であったが、エネルギー分解能はパルスのばらつきにより制限されていた。パルス波形による弁別を行なった場合で、エネルギー分解能は 38 eV であった。

4.2.1.3　SII13B

SII13B は常伝導金属 Au を吸収体として用いた初めてのカロリメータである。常伝導吸収体により、熱化、熱拡散を吸収体内で素早く行なうことを目的とした。転移温度は $T_{\mathrm{c}} = 141$ mK で RT 測定時の温度計感度 α は 200 程度であった。ただし、配線に常伝導部分があり、熱伝導度が $G \sim 6$ nW/K と大きかった。ベースライン幅 20 eV、エネルギー分解能 30 eV という結果を得た。

4.2.1.4　SII14B

SII14B は、SII13B の問題点であった配線の常伝導部分を取り除いたものであり、現在もっともすぐれたエネルギー分解能を記録している素子である。転移温度は $T_{\mathrm{c}} = 150$ mK、温度計感度 $\alpha \sim 150$ であり、熱伝導度が $G \sim 1$ nW/K と低く抑えられており、パルスのばらつきも小さい。この素子ではベースライン幅は 6.4 eV、5.9 keV の X 線に対するエネルギー分解能は 6.6 eV であった。図 4.2.1.4 に SII14B のエネルギースペクトルを示す。なお、SII14B 以降の素子の測定時は § 3.1.3.1 に示した磁気シールドを取り付けた。

4.2.1.5　SII15A

SII15A は基本的に SII14B と同じカロリメータである。転移温度は 110 mK と低く、温度計感度は $\alpha \sim 300$ と大きかったが、性能は SII14B におよばずベースライン幅は 6.8 eV、エネルギー分解能は 9.8 eV であった。

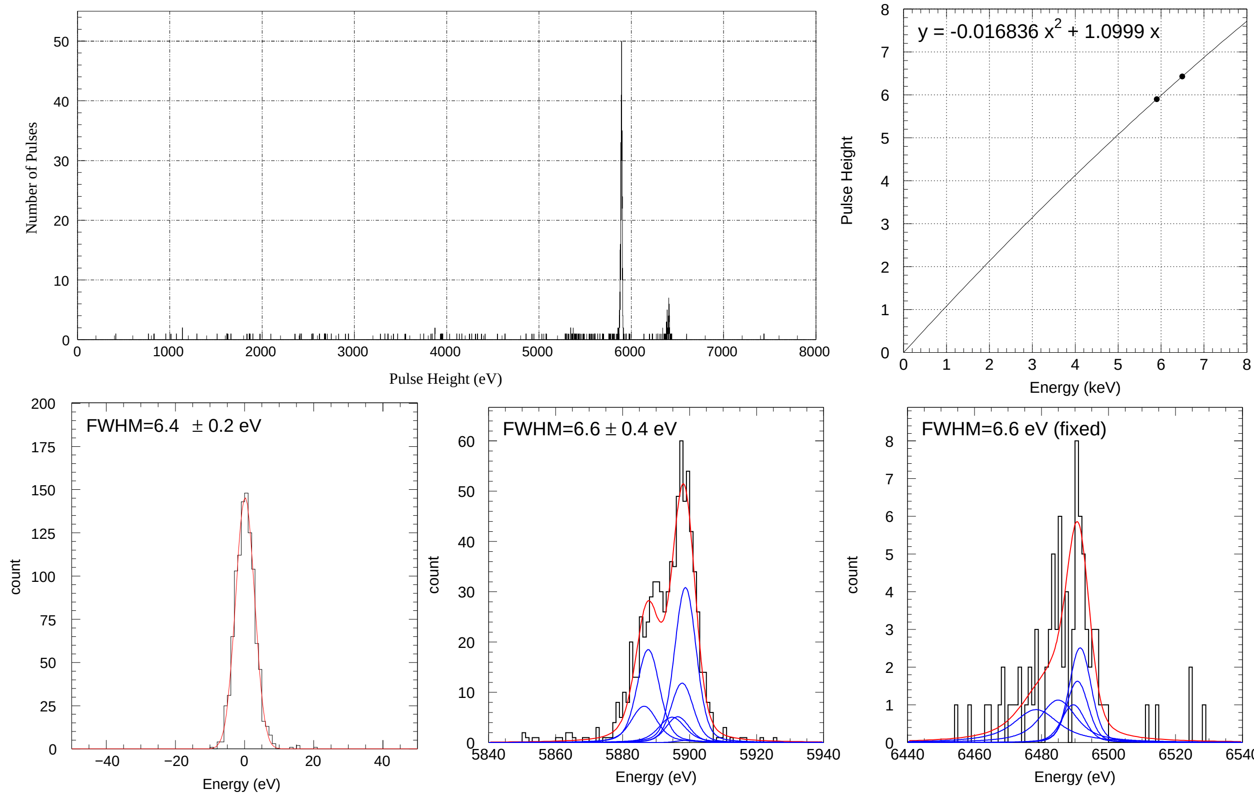


図 4.4: SII14B による ^{55}Fe55 線源のエネルギースペクトル。エネルギーの計算過程で線形性の補正をしている。左上: 0 eV–8000 eV のエネルギースペクトル。右上: パルスハイトとエネルギーの関係。左下: ベースラインのエネルギースペクトル。中下: Mn Kα 線のピークの拡大図。右下: Mn Kβ 線のピークの拡大図。ベースライン幅は 6.4 eV、MnKα 線のエネルギー分解能は 6.6 eV であった。

4.2.1.6 SII17A–SII21B

SII17A、SII18B、SII19B、SII20B、SII21B は全て同じロットで TES を成膜したものである。TES の形状を変えることで、吸収体の大きさ、形状による電流の流れ方の違いがエネルギー分解能にどのように影響するかを調べることを目的として製作した。

SII17A、SII18B、SII19B、SII20B は TES をそれまでの 500 μm × 500 μm から 300 μm × 300 μm へと小さくした。TES を小さくすると熱容量が小さくなるのでエネルギー分解能の改善につながると考えたからである。これらの素子は吸収体の形状が異なる。SII17A には 100 μm × 100 μm、SII18B には 200 μm × 200 μm、SII19B には 200 μm × 300 μm、SII20B には 200 μm × 350 μm の長方形の吸収体がついている。

TES の端部で超伝導金属がはみだしていると、その部分はより高い温度で超伝導に転移してしまうため、性能が著しく劣化することが知られている。SII タイプカロリメータの TES 形成はウェットプロセスで行なっているため、エッチングが進行しやすい Ti の方が内側に引っ込んでいると考えられるが、SII20B ではさらに、TES の端部に幅 25 μm、長さ 350 μm の Au をスパッタし、TES の端部が積極的に常伝導になるようにした。このような端の構造をバンク (土手) と呼んでいる。なお、バンクの厚みは吸収体と同じ 300 μm である。

SII20B にはさらに TES の端部に 25 μm × 350 μm のバンクがついている。しかし、いずれの素子も、ベースライン幅は 10 eV を越え、エネルギー分解能はもっともよい SII20B で 21 eV であった。

一方、SII21B は TES は SII14B と同じ 500 μm × 500 μm であるが、吸収体を 400 μm × 400 μm と大きくした素子である。この素子もベースライン幅が 19 eV、エネルギー分解能が 27 eV であり、性能は今一つだった。

4.2.1.7　SII22A

SII22A は吸収体を厚くすることで X 線パルスのばらつきを抑えることを目的とした素子である。TES、吸収体の形状は SII14B と同じで、他の素子では吸収体の厚さが 300 nm であるのに対し、この素子は 750 nm である。また、TES の端には 50 μm × 500 μm のバンク構造がついている。しかし、TES の RT 特性がなだらかで、温度計感度が $\alpha < 100$ と小さく、ベースライン幅は 22 eV であった。測定時にゲインがばらついたこともあり、エネルギー分解能は 70 eV であった。

4.2.1.8　SII24B

SII24B は、これまでで性能がもっとも良かった SII14B と同じロットで成膜した TES を用いており、TES の形状も完全に SII14B と同じである。ただし、メンブレン構造にしていないという点が異なっている。この素子はメンブレン構造の有無がノイズ特性に与える影響を調べるために製作したもので、ノイズ測定のみを行なった。その結果は § 7.4 で考察する。

4.2.1.9　SII62B

SII62B は ^{3}He クライオスタットで動作させられることを目指して作られた素子で、$T_\mathrm{c} \sim 400$ mK である。セイコーインスツルメンツ社内の測定では、エネルギー分解能 65 eV を達成している。この素子は交流駆動における TES の応答を調べるために使用した。ブリッジ回路で動作させた場合のエネルギー分解能は直流駆動で 169 eV、80 kHz の交流駆動で 92 eV であった。エネルギー分解能を制限しているもっとも大きな原因は SQUID 駆動回路のスルーレートが小さいために、熱浴温度を転移温度ぎりぎりまで近付けて ($T_\mathrm{c} - T_\mathrm{bath} \lesssim 1$ mK) 動作させる必要があったことだと考えられる。交流特性については § 5.3 で詳細に考察する。

4.2.2　MHI タイプカロリメータ

X 線検出器として用いるためには広い有効面積は必須である。そこで、早稲田大学、三菱重工業と共同で TES より広い開口面積を持つマッシュルーム構造の吸収体を持つカロリメータの開発を行なっている。

SII タイプのカロリメータでは熱化、熱拡散の一様性を重視して常伝導金属を吸収体として用いているが、高い吸収効率と広い有効面積を得るためには比熱の小さい物質を吸収体として用いる必要がある。そこで、MHI タイプのカロリメータでは比熱の小さい超伝導金属である Sn を吸収体に用いている。

MHI タイプカロリメータは三菱重工業/九州松下電機で成膜した TES に、早稲田大学で Sn 吸収体を電析でとりつけ、Deep RIE でメンブレン構造にしたものである。メンブレンは SII タイプと違い、ブリッジ構造はしていない。

Sn 吸収体電析の際にはシード層が必要であり、300 nm 程度の Au をシード層として用いている。

カロリメータの断面図の模式図を図 4.5 に示す。

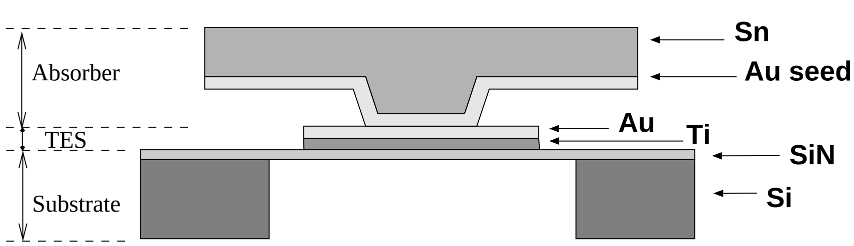


図 4.5: MHI カロリメータの断面図

4.2.2.1 MHI-020425-1-A1

MHI-020425-1-A1 の TES のサイズは 300 μm × 300 μm である。吸収体は TES より広い 500 μm × 500 μm の開口面積を持つマッシュルーム構造としている。この素子は $T_c = 193$ mK であり、温度計感度は $\alpha \sim 200$ と良好な感度を得ていたが、パルスのばらつきが非常に大きくエネルギー分解能は数 100 eV であった。これは電析 Sn を吸収体として用いたことが原因だと考えられる。これは § 6.3 で詳しく述べる。

4.2.3 各素子のパラメタと特性のまとめ

測定を行なった素子の構造を表 4.1 に、測定で求めた各パラメタを表 4.2 に、エネルギー分解能を得た際の動作点を表 4.3 に示す。また、各素子ごとの RT 特性、IV 特性、R と α の関係、R とパルスハイトの関係を図 4.6 から図 4.10 に示す。図 4.11 には温度と臨界電流の関係を示す。

表 4.1: 測定を行なった素子の構造

素子	TES		吸収体			配線	備考
	大きさ	厚さ	材質	大きさ	厚さ	材質	
	μm × μm	nm		μm × μm	μm		
SII6A	750 × 500	40/120	Sn	650 × 650	15	Nb	メンブレンの下に残留物
SII10A	650 × 500	50/60	—	—	—	Nb	
SII13B	500 × 500	40/110	Au	300 × 300	0.3	Nb/Ti/Au/Ti	
SII14B	500 × 500	40/110	Au	300 × 300	0.3	Nb/Ti	
SII15A	500 × 500	40/110	Au	300 × 300	0.3	Nb/Ti	
SII17A	350 × 350	40/110	Au	100 × 100	0.3	Nb/Ti	
SII18B	350 × 350	40/110	Au	200 × 200	0.3	Nb/Ti	
SII19B	350 × 350	40/110	Au	200 × 300	0.3	Nb/Ti	
SII20B	350 × 350	40/110	Au	200 × 350	0.3	Nb/Ti	バンクあり
SII21B	500 × 500	40/110	Au	400 × 400	0.3	Nb/Ti	
SII22A	500 × 500	40/110	Au	300 × 300	0.75	Nb/Ti	バンクあり
SII24B	500 × 500	40/110	Au	300 × 300	0.3	Nb/Ti	メンブレン構造なし
SII62B	500 × 500	70/70	Au	300 × 300	0.3	Nb/Ti	
MHI-020425-1-A1	300 × 300	100/200	Sn/Au	500 × 500	8/0.3	Al	マッシュルーム状吸収体

表 4.2: 測定で求めたパラメタ

	T_c	R_n	G	n	baseline	ΔE	α^a	α^b	α^c	C^d	C^e
	mK	mΩ	nW/K		eV	eV				pJ/K	pJ/K
SII6A	160	120	9.0	4	44	125	200	150	200	1.3	2.3
SII10A	330	230	2.2	3.6	20	38	2000	–	–	2.2	4.6
SII13B	141	100	5.0	3	20	30	200	30	30	1.0	1.6
SII14B	151	80	1.2	3.2	6.4	6.6	150	130	130	1.0	1.7
SII15A	110	90	0.6	4	6.8	9.8	300	200	200	0.8	1.3
SII17A	192	130	1.2	3	17	52	150	60	60	0.5	0.9
SII18B	174	105	0.7	3	12	100	100	–	–	0.6	1.0
SII19B	121	70	0.25	3	22	40	130	40	30	0.4	0.7
SII20B	180	60	0.98	3.5	14	21	200	100	120	0.7	1.1
SII21B	195	65	2.3	3.9	19	27	70	30	30	1.6	2.5
SII22A	170	65	1.5	3.8	22	70	50	80	150	1.6	2.4
SII24B	134	88	300	–	–	–	300	–	–	0.9	1.5
SII62B	392	220	15	–	50	65	78	–	–	3.5	6.5
MHI-020425-1-A1	193	32	0.57	3	60	数 100	200	200	200	2.1	2.9

^{a}: RT 測定から計算した α
^{b}: IV 特性から RT 曲線を計算して求めた α
^{c}: IV 特性から $\mathcal{L}_0$ を計算して求めた α
^{d}: TES が全て常伝導の場合の C の計算値
^{e}: TES の Ti が超伝導の場合の C の計算値

表 4.3: エネルギー分解能を測定した動作点と測定結果

素子	T_{bath}	R	I_{TES}	パルスハイト	noise @ 4 kHz	τ_{eff}	baseline	ΔE
	mK	mΩ	mA	μA	pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$	μs	eV	eV
SII6A	125	21.9	84.5	1.8	100	266	44	125
SII10A	175	44.7	62.6	8.4	87	59	20	38
SII13B	105	51.9	54.2	5.1	32	74	20	30
SII14B	63	37.9	32.2	9.6	46	74	6.4	6.6
SII15A	69	30.0	19.6	8.0	47	350	6.8	9.8
SII17A	131	31.0	37.7	6.4	68	180	17	52
SII18B	124	32.3	27.0	5.7	43	348	12	100
SII19B	66	17.6	29.3	4.0	59	790	22	40
SII20B	99	37.0	33.3	3.2	34	378	14	21
SII21B	95	24.8	59.0	2.2	37	412	19	27
SII22A	69	16.8	50.7	2.8	42	763	22	70
SII62[a]	335	120	76	2.5	–	42.3	50	65
MHI-020425-1-A1[b]	157	20.6	38.1	3.0	86.2	60	60	数 100

[a]: DC 測定による

[b]: パルスハイト、時定数 τ_{eff} は短い時定数成分のもの

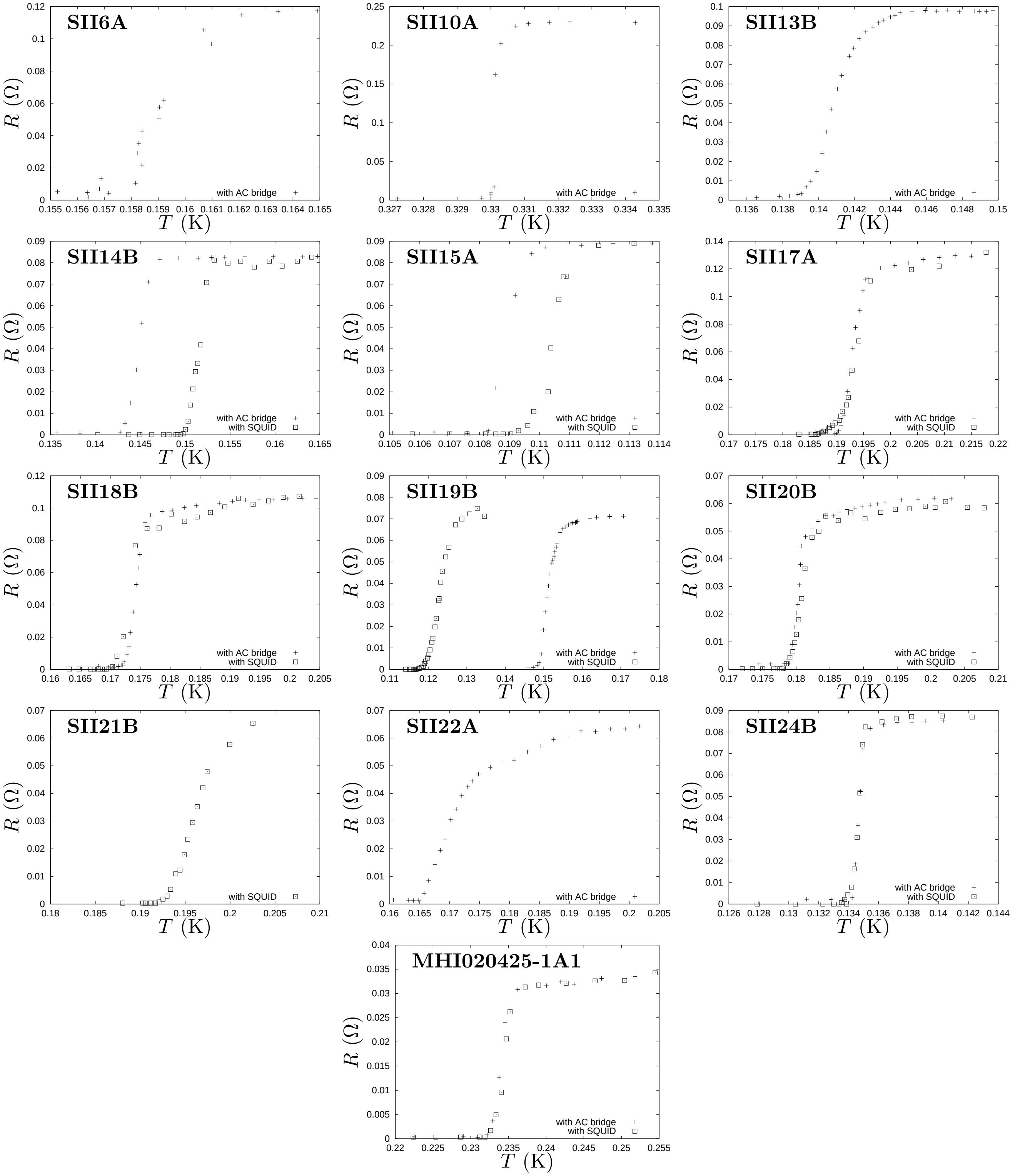


図 4.6: 各素子の RT 測定。+ は 1 μA 定電流バイアスのもと交流抵抗ブリッジによる 4 端子測定で得た結果、□ は SQUID 電流計を用いて ~ 4 nV の定電圧バイアスで測定した結果。SII14B と SII15A では交流抵抗ブリッジによる 4 端子測定は磁気シールドなしで、SQUID 電流計を用いた低電圧バイアスによる測定は磁気シールドをつけて測定したものであり、転移温度のずれはそのためだと考えられる。

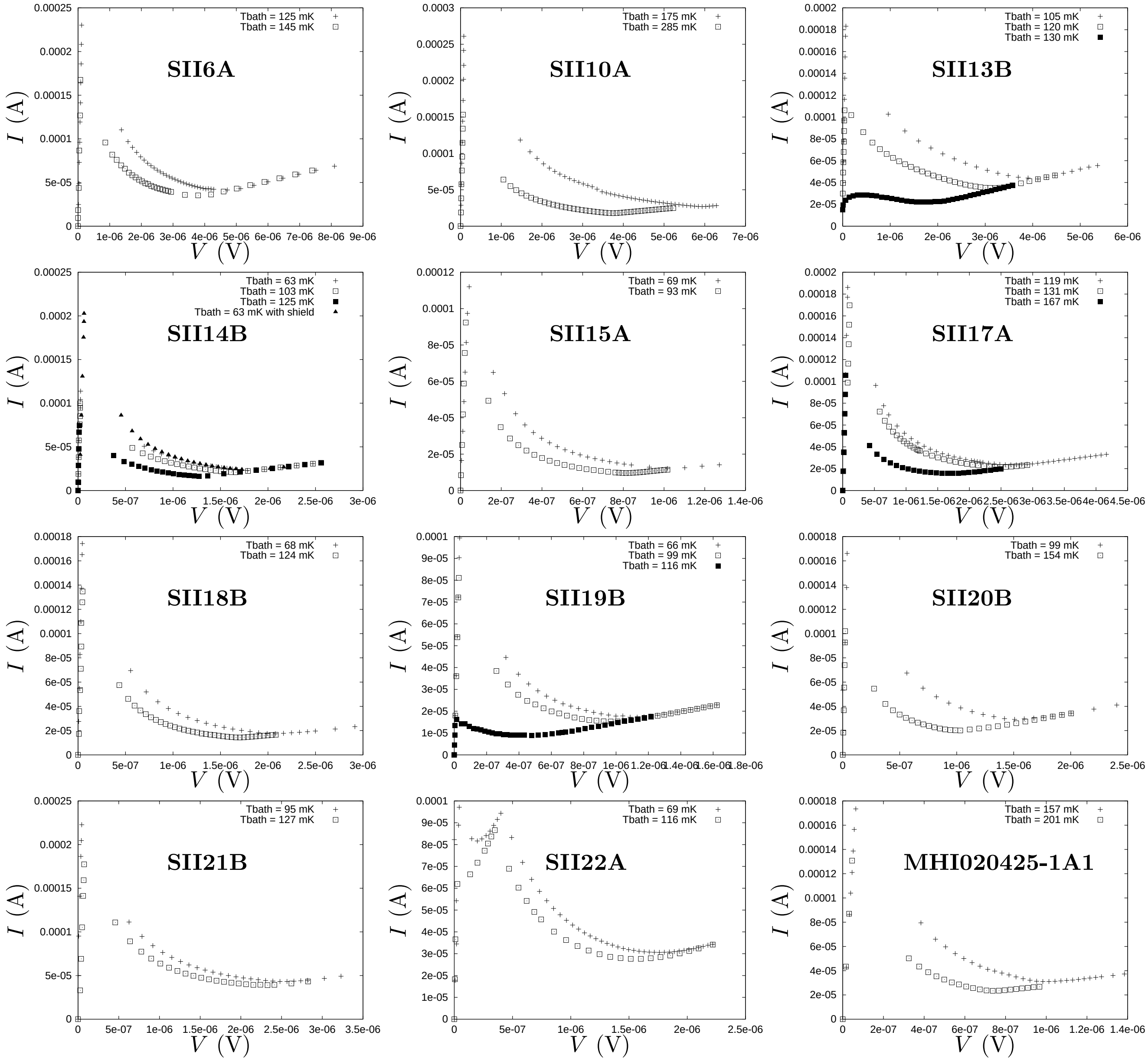


図 4.7: 各素子の IV 特性。図中の記号の違いは熱浴温度 T_{bath} の違いを表す。

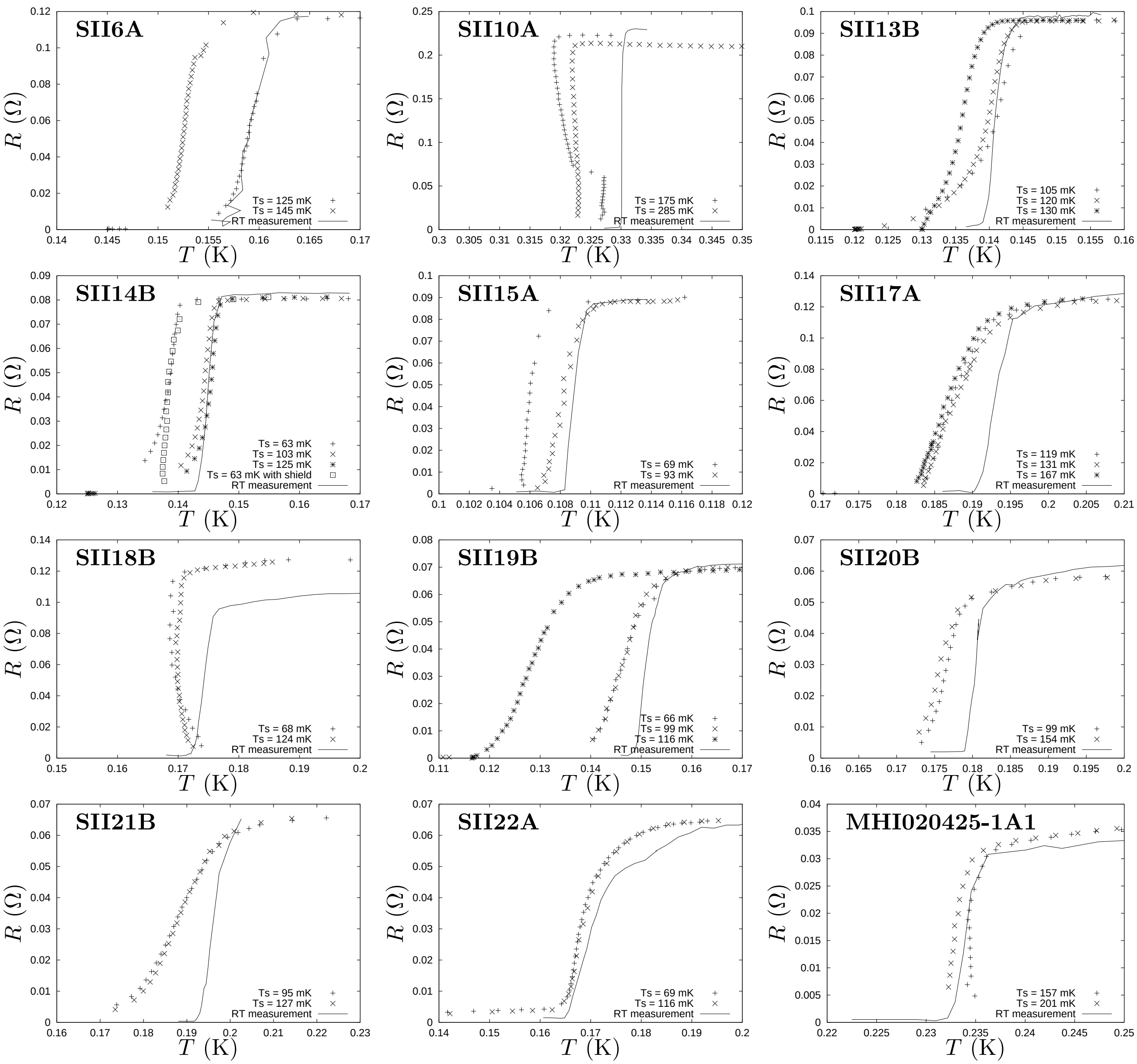


図 4.8: 各素子における RT 特性 (実線) と、IV 特性から求めた R と T の関係の比較。図中の記号の違いは IV 測定時の熱浴温度の違いを表す。

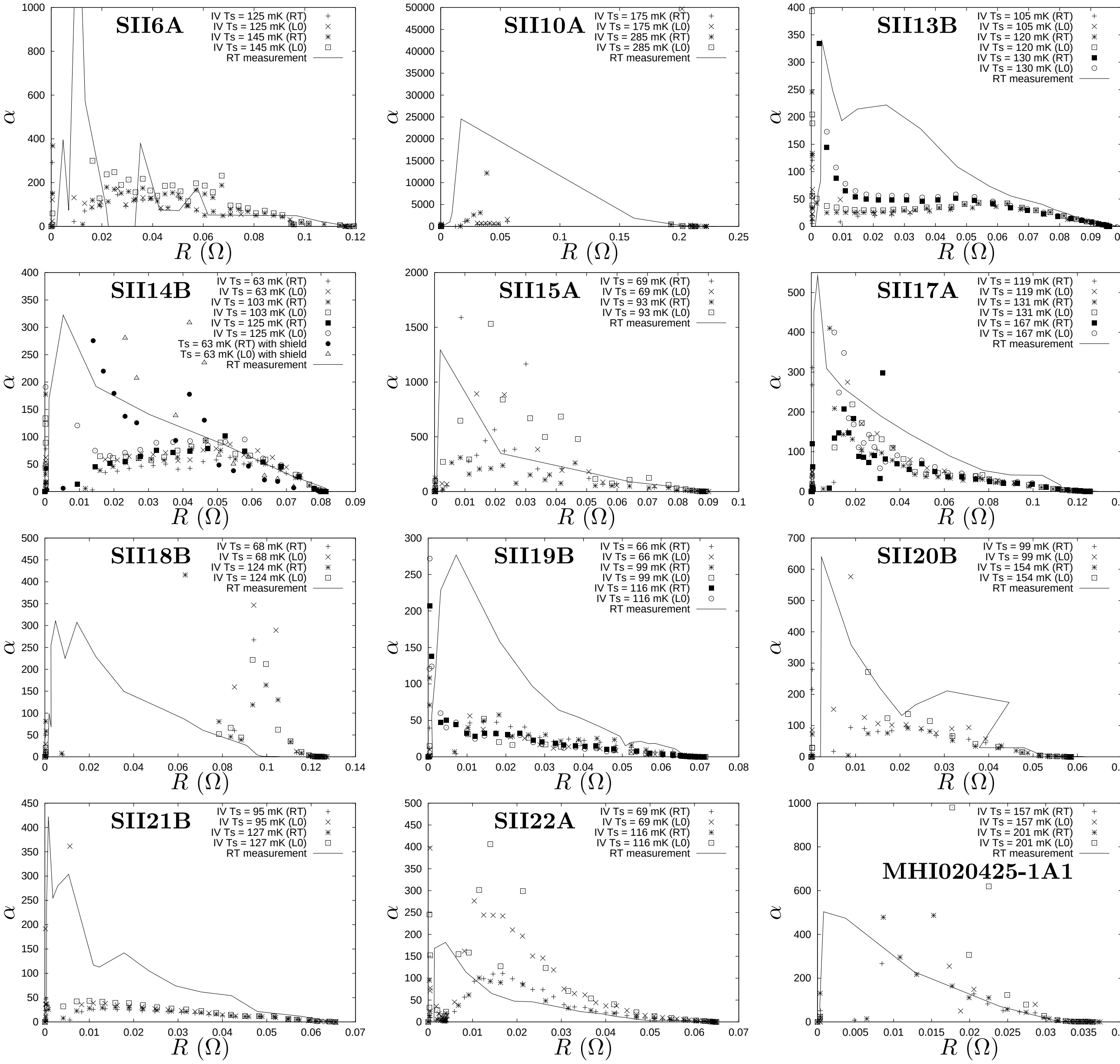


図 4.9: 各素子の温度計感度 α。実線は RT 特性から求めた結果。記号は IV 特性から求めた結果で、(RT) とあるものは IV 特性から R と T の関係を計算して求めたもの、(L0) とあるものはループゲインを計算して求めたもの。

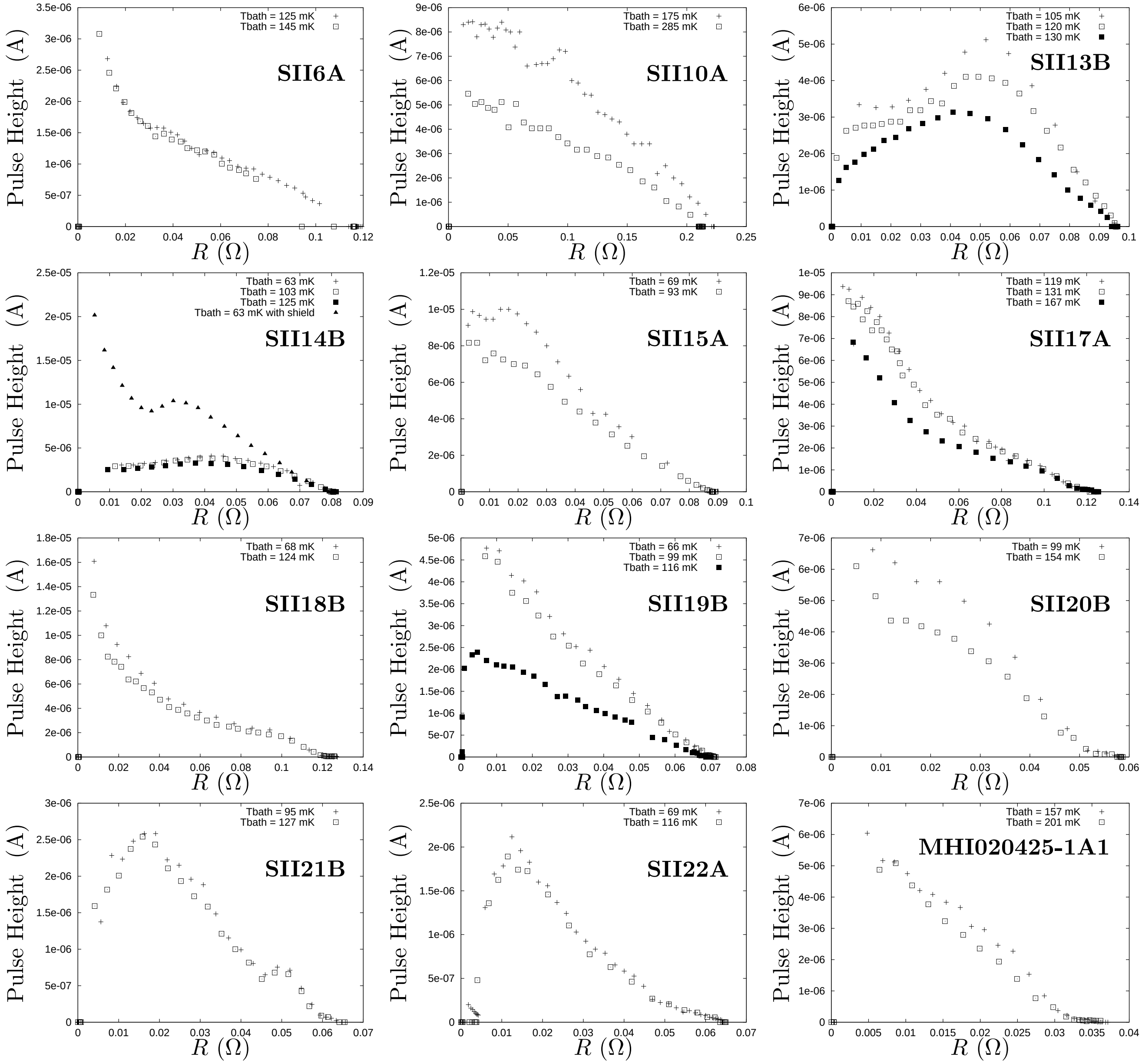


図 4.10: 各素子における TES の抵抗 R とパルスハイトの関係。記号の違いは X 線照射時の熱浴温度 $T_{\rm bath}$ の違いを表す。

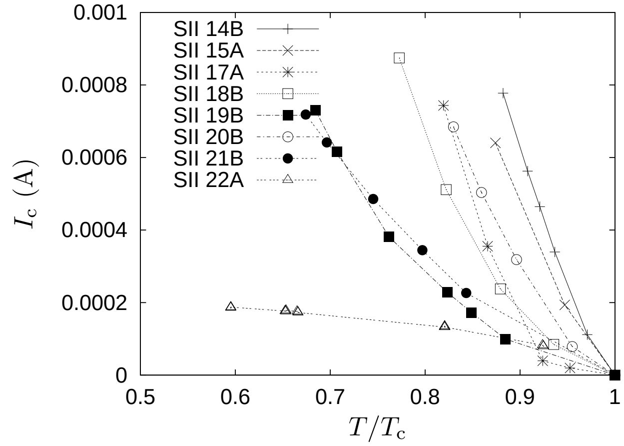


図 4.11: 転移温度で規格化した TES の温度 $T_{\rm TES}/T_{\rm c}$ と $I_{\rm c}(T_{\rm TES})$ の関係、

第5章　TESカロリメータの電気的応答

TES カロリメータの性能の指標として重要な、RT 特性や温度計感度 α は TES を流れる電流に依存し、一般に TES を流れる電流が大きいと温度計の実効的な感度 $\alpha_{\rm eff}$ は小さくなる。RT 特性を取得する際に TES に流れる電流は $\sim 1\ \mu$A であるのに対し、X 線照射時は TES に 10 μA–100 μA の電流が流れるので TES の性能の電流依存性を知ることは重要である。測定結果より、電流が大きい際の TES の感度はカロリメータのサイズや構造、環境磁場により変化することが判明した。また臨界電流が TES の性能を決める重要なパラメタであることもわかった。

5.1　電流による RT 特性の変化

一部のカロリメータでは、抵抗値が小さいところでパルスハイトが大きくならないという現象が見られた。このようにパルスハイトが抑制されると、S/N 比を損ねてしまうためカロリメータのエネルギー分解能にも影響する。この原因として、TES を流れる電流によって RT 特性が変化するということを考えた。そして、IV 特性を用いて TES を流れる電流が大きい場合の RT 曲線を計算し、電流が大きい場合に TES の感度 α が抑制されていることを実証した。

5.1.1　TES の抵抗値とパルスハイトの関係

図 5.1 は、図 4.10 に示したカロリメータ SII6A と SII13B の TES の抵抗値とパルスハイトの関係を改めて示したものである。SII6A では抵抗値が小さいほどパルスハイトが大きくなっているのに対して、SII13B では $R_{\rm TES} \simeq 50\ {\rm m}\Omega$ でパルスハイトが極大値を持ち、$R_{\rm TES} < 50\ {\rm m}\Omega$ では徐々にパルスハイトが小さくなっていることがわかる。 4.1.4

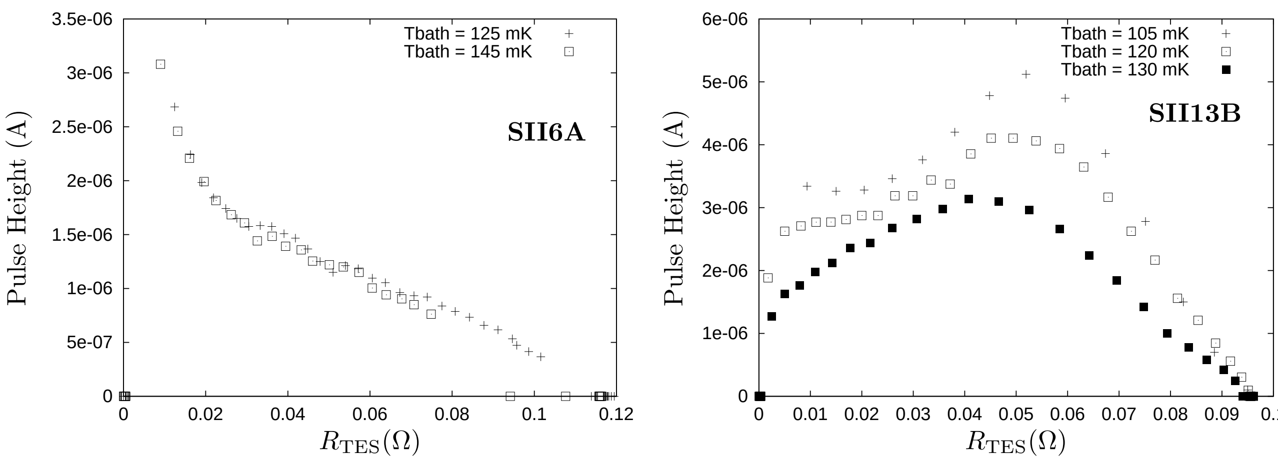


図 5.1: カロリメータ SII6A、SII13B の $R_{\rm TES}$ とパルスハイトの関係。左: SII6A、右: SII13B。SII6A では抵抗値が小さいほどパルスハイトが大きくなっているが、SII13B ではパルスハイトは $R_{\rm TES} \sim 50\ {\rm m}\Omega$ 程度で極大値を持っている。

でも述べたが、カロリメータに X 線を照射して得られるパルスハイトは $\alpha E I_{\rm TES}/CT$ に比例する。ここで、E, T は定数だとみなすことができ、$I_{\rm TES}$ は抵抗値が小さいほど大きいので、もし α/C が動作点によらないか抵抗値が小さ

いほど大きいならば、パルスハイトは SII6A のように抵抗値が小さいほど大きくなることが期待される。

5.1.2　SII6A と SII13B の構造の違い

SII6A と SII13B のもっとも大きな違いは、SII13B には TES の中心部に 300 μm の厚さの Au が吸収体としてスパッタされているという点である。近接効果を考えると、吸収体の下の TES は遷移端中でも常伝導状態だと考えられる。すると、$R_{\rm TES}$ が大きい時には TES の端の抵抗値は吸収体の下よりも大きいため電流は吸収体の下を通り、$R_{\rm TES}$ が小さい時には TES の端の抵抗値の方が小さくなるため電流は吸収体を避け TES の端を通ることとなる。この様子を図 5.2 に示す。表 4.1、表 4.2 から SII6A の抵抗値と SII13A の抵抗値を比較すると、正方形状の吸収体部分の抵抗

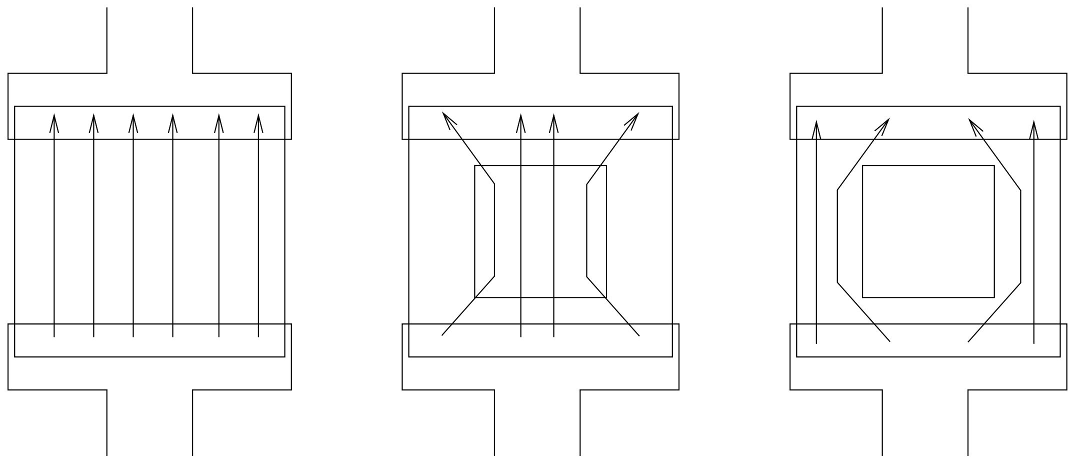


図 5.2: SII6A、SII13B の電流の流れ方の違い。左: SII6A の場合、中: SII13B で $R_{\rm TES}$ が大きい場合、右: SII13B で $R_{\rm TES}$ が小さい場合。SII6A では抵抗値によらず電流は一様に流れるが、SII13B では $R_{\rm TES}$ により TES 内の電流の流れ方が変化し、$R_{\rm TES}$ の変化によって TES を流れる電流が大きく変化する。

はおよそ 40 mΩ だと計算される。SII13B の TES も正方形であることから、TES 全体の抵抗値が $R_{\rm TES} = 40$ mΩ のときに SII13B の TES を流れる電流は一様となり、それを境に電流の流れ方が図 5.2 中から右に変化する。この抵抗値はおよそパルスハイトが極大となる抵抗値に対応している。

5.1.3　IV 曲線から計算した RT 曲線

熱容量 C は常伝導から超伝導への遷移において 2.43 倍に大きくなることが知られており (比熱異常)、抵抗値が小さいほど大きくなることが予想されるが、これは SII6A でも SII13B でも違いはない。そこで、SII13B で抵抗値が小さくなったときにパルスハイトが大きくならない原因は、電流密度が大きくなると α が小さくなるためだと推測される。

この仮説を確かめるため、§ 4.1.2.3 に述べた方法で IV 曲線上での各点での $R_{\rm TES}$ と $T_{\rm TES}$ の関係、および α を求めた。また、§ 4.1.2.2 に述べた方法でも α を求めた。R と T の関係を図 5.3 左に、R と α の関係を図 5.3 右図に示す。熱伝導度は $n = 3$、$G = 5$ nW/K とした。図より、全ての熱浴温度で抵抗値が小さいほど曲線がゆるやかになり、$T_{\rm bath} = 105$ mK、$T_{\rm bath} = 120$ mK の場合、$R \sim 20$ mΩ では転移温度が RT 測定時より 5 mK 程度低くなっていることがわかる。また、IV 特性から求めた α は $R_{\rm TES} \sim 20$ mΩ で RT 測定時の α より一桁近く小さくなっていることもわかる。このように、X 線照射時には RT 曲線がゆるやかになり、α が小さくなっていることが、パルスハイトが抑制される原因であると言える。

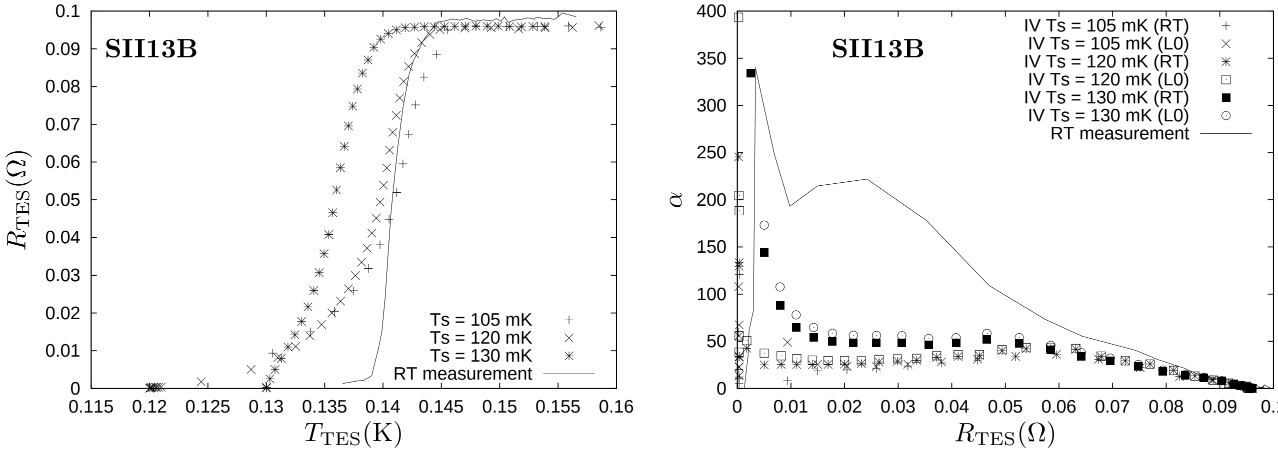


図 5.3: IV 特性から求めた T_{TES} と R_{TES} の関係 (左図) および R_{TES} と α の関係 (右図)。二つの図ともに、実線が RT 測定によるデータで点が IV 測定によるもの。抵抗値が小さいほど曲線がゆるやかになり、α が小さくなっていることがわかる。

5.1.4 束縛条件の違いによる温度計感度の変化

RT 測定時と IV 測定時、X 線照射時ではそれぞれ束縛条件が異なるために R と T の関係が異なる。それぞれの束縛条件の違いにより、実効的な温度計の感度 α_{eff}

$$\alpha_{\mathrm{eff}} = \frac{d\ln R}{d\ln T} \tag{5.1}$$

がどのように変化するかを考える。R は T および I の関数であるから、

$$d\ln R = \frac{\partial \ln R}{\partial \ln T}\, d\ln T + \frac{\partial \ln R}{\partial \ln I}\, d\ln I = \alpha\ d\ln T + \beta\ d\ln I \tag{5.2}$$

が成り立つ。ここで、

$$\alpha = \frac{\partial \ln R}{\partial \ln T}, \qquad \beta = \frac{\partial \ln R}{\partial \ln I} \tag{5.3}$$

と定義した。これを用いて、RT 測定時、IV 測定時、X 線照射時の温度計の感度を計算する。

- RT 測定時
  束縛条件は $dI = 0$ である。そこで、温度計の感度は

$$\alpha_{\mathrm{eff}} = \alpha \tag{5.4}$$

  となる。

- IV 測定時
  束縛条件は、発熱と熱伝導のつりあい

$$\frac{G_0}{n}(T^n - T_{\mathrm{bath}}^n) = I^2 R \tag{5.5}$$

  である。両辺対数をとって

$$\ln\frac{G_0}{n} + \ln(T^n - T_{\mathrm{bath}}^n) = 2\ln I + \ln R \tag{5.6}$$

  微分して、

$$\frac{n}{1-(T_{\mathrm{bath}}/T)^n}\ d\ln T = 2d\ln I + d\ln R \tag{5.7}$$

これを式 (5.2) に代入して $d\ln I$ を消去し、

$$d\ln R = \alpha\ d\ln T + \frac{\beta}{2}\left(\frac{n}{1-(T_{\mathrm{bath}}/T)^n}\ d\ln T - d\ln R\right) \tag{5.8}$$

$$\left(1+\frac{\beta}{2}\right)d\ln R = \left(\alpha + \frac{n\beta}{2}\ \frac{1}{1-(T_{\mathrm{bath}}/T)^n}\right)\ d\ln T \tag{5.9}$$

これより、温度計の感度は

$$\alpha_{\mathrm{eff}} = \frac{\alpha + \frac{n\beta/2}{1-(T_{\mathrm{bath}}/T)^n}}{1+\beta/2} \tag{5.10}$$

と求まる。$T_{\mathrm{bath}} \ll T_{\mathrm{c}}$ かつ $\alpha \gg \beta$ のときは特に

$$\alpha_{\mathrm{eff}} = \frac{\alpha}{1+\beta/2} \tag{5.11}$$

となる。

- X 線照射時
  束縛条件は $V = IR = const$ である。そこで、

$$d\ln I + d\ln R = 0 \tag{5.12}$$

が成り立つ。これを式 (5.2) に代入して $d\ln I$ を消去し、

$$(1+\beta)d\ln R = \alpha\ d\ln T \tag{5.13}$$

を得る。そこで、温度計の感度は

$$\alpha_{\mathrm{eff}} = \frac{\alpha}{1+\beta} \tag{5.14}$$

と求まる。

このように、IV 特性および X 線照射時には、α だけではなく、電流の変化による抵抗の変化 β が実効的な温度計の感度 α_{eff} に影響し、$\beta \gtrsim 1$ の場合は著しく抑制されることがわかる。また、α、β はそれら自身が電流に依存すると考えられ、RT 測定時と IV 測定時、X 線照射時では電流が異なることも α_{eff} の抑制の一因となっている。

5.1.5　温度計感度と臨界電流の関係式

TES に電流 I_{TES} が流れている時の転移温度は

$$I_{\mathrm{c}}(T_{\mathrm{c}}, B) = I_{\mathrm{TES}} \tag{5.15}$$

となる温度である。ただし、I_{c} は臨界電流、B は外部磁場である。温度 T が低いほど $I_{\mathrm{c}}(T, B)$ は大きくなるので、式 (5.15) で決まる転移温度 T_{c} は I_{TES} が大きいほど低くなる。SII13B は SII6A に比べ TES の抵抗値の変化に伴う電流の変化が大きいため、転移温度の変化が大きくなり RT 曲線がなだらかになったと考えることができる。

温度計感度 α の電流依存性を、臨界電流をパラメタとして半定量的に扱うことを考える。Ginzberg-Landau 理論によれば、$T \sim T_{\mathrm{c}}$ の場合、温度 T における臨界電流 $I_{\mathrm{c}}(T)$ は

$$I_{\mathrm{c}}(T) \propto \left(1 - \frac{T}{T_{\mathrm{c}}}\right)^{3/2} \tag{5.16}$$

の式を満たす (たとえば Tinkham, 1975)。これが $T = 0$ まで成り立つと仮定すると、$T = 0$ での臨界電流 $I_{\mathrm{c}}(0)$ を用いて

$$I_{\mathrm{c}}(T) = I_{\mathrm{c}}(0)\left(1 - \frac{T}{T_{\mathrm{c}}}\right)^{3/2} \tag{5.17}$$

と書くことができる。$T_\mathrm{c} - T = \delta T$ とおくと

$$\frac{I_\mathrm{c}(T)}{I_\mathrm{c}(0)} = \left(\frac{\delta T}{T_\mathrm{c}}\right)^{3/2} \tag{5.18}$$

と書ける。遷移端中では、TES を流れる電流は TES の温度での臨界電流になっているので、$I = I_\mathrm{c}(T)$ である。そこで、TES の微小な温度変化と臨界電流の微小変化の関係は

$$\frac{\Delta\delta T}{\Delta I_\mathrm{c}(T)} = \frac{\Delta\delta T}{\Delta I} = \frac{2}{3}\frac{T_\mathrm{c}}{I}\left(\frac{I}{I_\mathrm{c}(0)}\right)^{2/3} \tag{5.19}$$

となる。さらに、電流変化による抵抗変化は電流の微小変化により RT 曲線が $-\Delta T$ だけシフトすることで生じると仮定する (図 5.4 参照)。

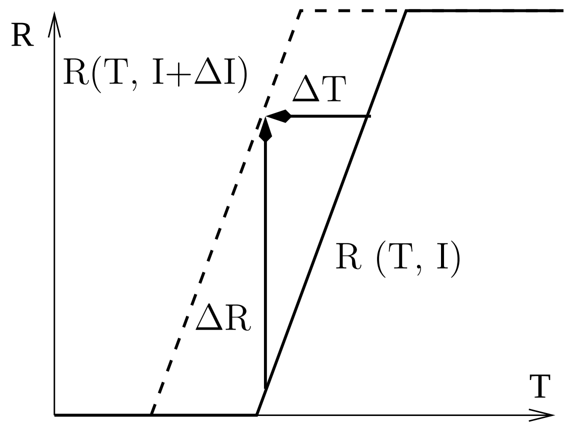


図 5.4: 電流による RT 曲線の変化。ここでは、電流が ΔT 増えると、温度 $-\Delta T$ だけ RT 曲線が平行移動すると仮定している。

つまり、

$$R(T, I + \Delta I) = R(T + \Delta T(\Delta I), I) \tag{5.20}$$

が成り立つとする。

このとき、

$$\frac{\Delta R}{\Delta I} = \frac{\Delta R}{\Delta T}\frac{\Delta T}{\Delta I} \tag{5.21}$$

となるので、$\alpha = T\Delta R/R\Delta T$ および式 (5.19) を用いて TES の電流感度 β は

$$\beta = \frac{I}{R}\frac{\Delta R}{\Delta I} = \frac{2\alpha}{3}\left(\frac{I}{I_\mathrm{c}(0)}\right)^{2/3} \tag{5.22}$$

と α、$I_\mathrm{c}(0)$ で表される。式 (5.11) に式 (5.22) を代入すると、

$$\alpha_\mathrm{eff} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha}{3}\left(\frac{I}{I_\mathrm{c}(0)}\right)^{2/3}} \tag{5.23}$$

となり、TES を流れる電流が $T = 0$ での臨界電流 $I_\mathrm{c}(0)$ に近付くと β が著しく大きくなり IV 測定時の実効的な温度計感度 α_eff が小さくなってしまうことがわかる。

$\beta \gg 1$ の場合、IV 測定時の実効的な温度計感度は

$$\alpha_\mathrm{eff} = 3\left(\frac{I}{I_\mathrm{c}(0)}\right)^{-2/3} \tag{5.24}$$

と計算される。SII13B では $R\sim 40\ \mathrm{m}\Omega$ で $I\sim 60\ \mu$A、$\alpha_{\rm eff}\sim 30$ であった。これらを式 (5.24) に代入すると、$I_{\rm c}(0)\sim 2000\ \mu$A となる。

この計算にはいくつか仮定が含まれており求めた値の評価は難しいが、$T=0$ での臨界電流 $I_{\rm c}(0)$ が小さいほど実効的な温度計感度 $\alpha_{\rm eff}$ は抑制されてしまうことは上の考察から理解できる。

5.1.6　TES の構造と α の抑制との関係

磁気シールドを装着する前は、SII13B、SII14B の RT 測定時と X 線照射 (IV 測定) 時における RT 特性の相違は、SII6A、SII10A の相違に比べてはるかに大きかった。この理由は、SII13B、SII14B では TES の中心部に比較的大きな Au(常伝導金属) 吸収体がついていたために、吸収体がない SII6A、SII10A よりも TES の抵抗変化に伴う電流の変化が大きかったためだと考えられる。カロリメータの性能をさらに上げるためには TES の形状を工夫することが有効であると考え、形状の異なる素子を測定した。

測定を行なったのは SII17A、SII18B、SII19B、SII20B、SII21B、SII22A の 6 つのカロリメータである。§4.2 に示したように、SII17A–SII21B は全て同じロットで TES を成膜したもので、TES、吸収体のサイズが異なる。それぞれの形状は § 4.2 に示した通りである。これらの RT 測定時の α、IV 測定時の α を比較することで、TES の形状と TES の性能の関係が考察できると考えた。なお、これらの素子の測定時には全て磁気シールドを装着した。

SII17A と SII18B は TES のサイズが等しく、吸収体の大きさのみが異なる。また、SII19B は TES のサイズは SII17A、SII18B と同じだが、長方形の吸収体を用いており、TES の抵抗値によらず電流が一様に流れることが期待される。これらを比較することで、TES に対する吸収体の大きさ、形状とカロリメータの性能の関係を調べることができる。これは、電流の流れ方とカロリメータの性能の関係を調べることにつながる。結果は、どれも性能がいま一つであった。SII18B の測定では IV 特性がきれいに取得できず、IV 測定から α を求めることができなかったが、SII17A、SII19B ではともに α は抑制されてしまっていた。

TES の端部は Ti、Au の厚みの揺らぎが中心部に比べて大きいため、臨界電流密度が小さい可能性が考えられる。さらに、端部の影響で RT 特性がなだらかになり、ノイズの原因となる可能性もある。それを考察するためにバンク構造をと持つ SII20B を試作した。この素子は SII17A、AII18B に対しては比較的良好な温度計感度が得られた。

SII17A – SII20B は全て TES のサイズが 350 μm $\times$ 350 μm と SII14B に比べて小さいが、SII14B と同じサイズの TES の評価も行なった。SII21B、SII22A がこれに当たる。SII21B は SII14B などに比べ吸収体を大きくした。SII22A は吸収体の大きさは SII14B と同じだが、厚みを 2.5 倍にし、バンク構造を作成した。SII21B は電流を流したときの α の抑制が顕著であった。SII22A は電流による α の抑制は大きくなかったが、もともとの RT 特性がなだらかであり、やはり性能が出なかった。

これらの素子では全て SII14B より性能が悪く、形状と温度計感度の関係についてはっきりとした結論は出せなかった。素子の形状ではなく、膜質などの別の要因で性能が制限されている可能性もある。また、これらの素子ではパルスのばらつきも大きく、エネルギー分解能が大きく制限されていた。これは § 6.2.4 で述べる。

5.2　TES の性能と臨界電流

5.2.1　外部磁場による影響

§ 5.1 で述べたように、SII13B では TES を流す電流を大きくすると TES の転移温度が低くなり、α が抑制されてしまった。§ 5.1.5 で見たように、この温度変化、α の抑制の度合は TES の臨界電流が大きいほど小さくなると考えられる。

TES の臨界電流は外部磁場が大きいほど小さくなるので、外部磁場を小さくすることで α の抑制を防ぐことが期待できる。そこで、希釈冷凍機の TES を組み込む空間を磁気シールドで覆うことで外部磁場を小さくすることを試みた。用いた磁気シールドについては § 3.1.3.1 に述べた。磁気シールドの有無に対する比較は SII14B を用いて行なっ

た。SII14B は配線の構造が SII13B と異なるものの、TES と吸収体の構造は SII13B と全く同じ素子である。

磁気シールドがある場合とない場合のそれぞれの SII14B の臨界電流、パルスハイトを図 5.5 に示す。磁気シールドを装着することで臨界電流が大きくなり、パルスハイトが約 2 倍になっている。温度計感度 α も、磁気シールドを取り付ける前は RT 測定時の半分程度であったのに対し、磁気シールドをつけることで RT 測定時とほぼ同じ値が得られるようになった。(図 4.9 参照)。磁気シールドがある場合とない場合のパルス波形を図 5.6 に共に示す。磁気シールドをつけることでパルスハイトが 2 倍になり時定数が 1/2 になっている。これは磁気シールドをつけることで温度計感度 α が 2 倍になったためである。

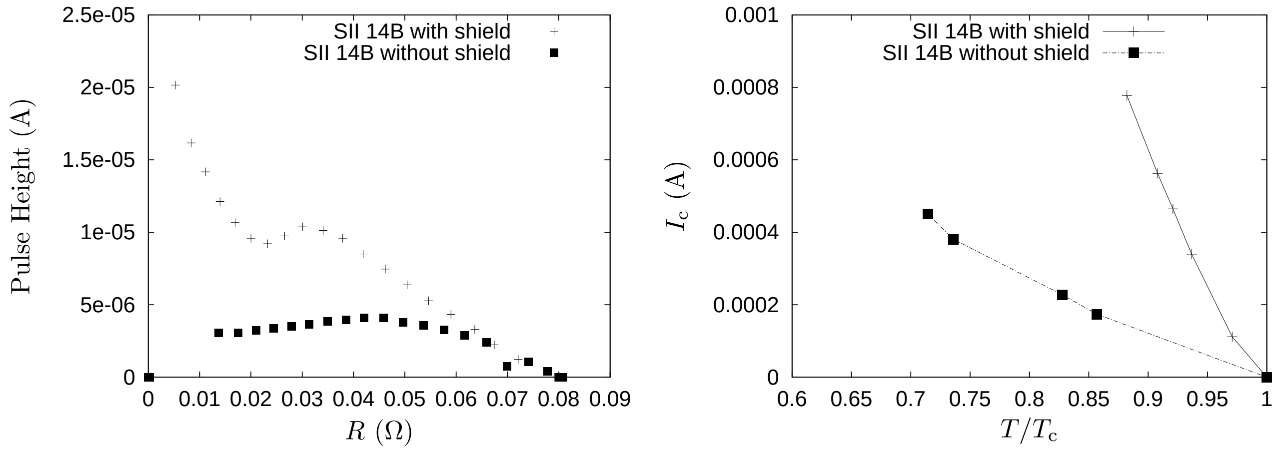


図 5.5: SII14 の磁気シールド装着前と装着後のパルスハイト、臨界電流の比較。左: 臨界電流。右:パルスハイト、磁気シールドをつけることで臨界電流、パルスハイト共に大きくなっていることがわかる。

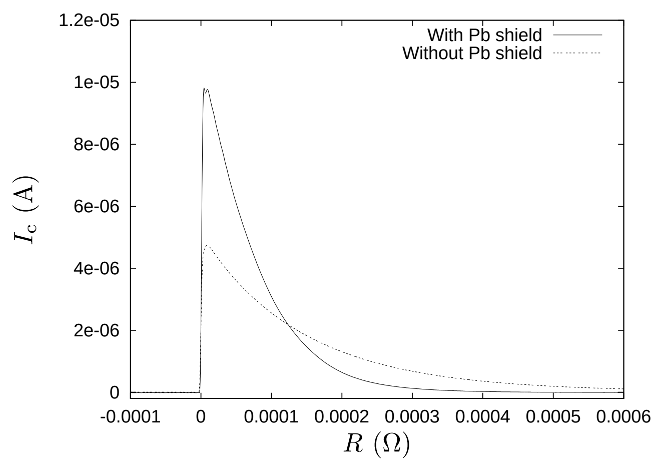


図 5.6: SII14 の磁気シールド装着前と装着後の同じ動作点抵抗値でのパルス波形。磁気シールドをつけることでパルスハイトが 2 倍になり時定数が 1/2 になっている。これは温度計感度 α が 2 倍になったことを意味する。

このように、磁気シールドを装着することで、電流による α の抑制を防ぐことに成功した。これは、TES の臨界電流が大きくなったためであり、臨界電流は TES の性能を定める重要な特性の一つであることがわかる。

磁気シールドを用いることで、パルスハイトが大きくなる一方、ノイズレベルは磁気シールドの有無でほとんどかわらなかった。このことは、磁気シールドによりベースライン幅が改善されることを示している。実際、SII14B では磁気シールドをつける前はベースライン幅が ~ 11 eV であったのに対し、磁気シールドをつけることで ~ 7 eV まで

改善した。

5.2.2　臨界電流と TES の性能の関係

TES の臨界電流は素子ごとに異なる (図 4.11 参照)。臨界電流により温度計感度の抑制が異なることを考えると、α、ベースライン幅などは臨界電流と相関があると予想される。RT 特性から求めた α、IV 特性から求めた α、ベースライン幅、エネルギー分解能のそれぞれと $I_{\mathrm{c}} = 0.4$ mA となる温度を転移温度で規格化したものとの関係を図 5.7 に示す。この温度が高いほど、臨界電流が大きいことを意味する。

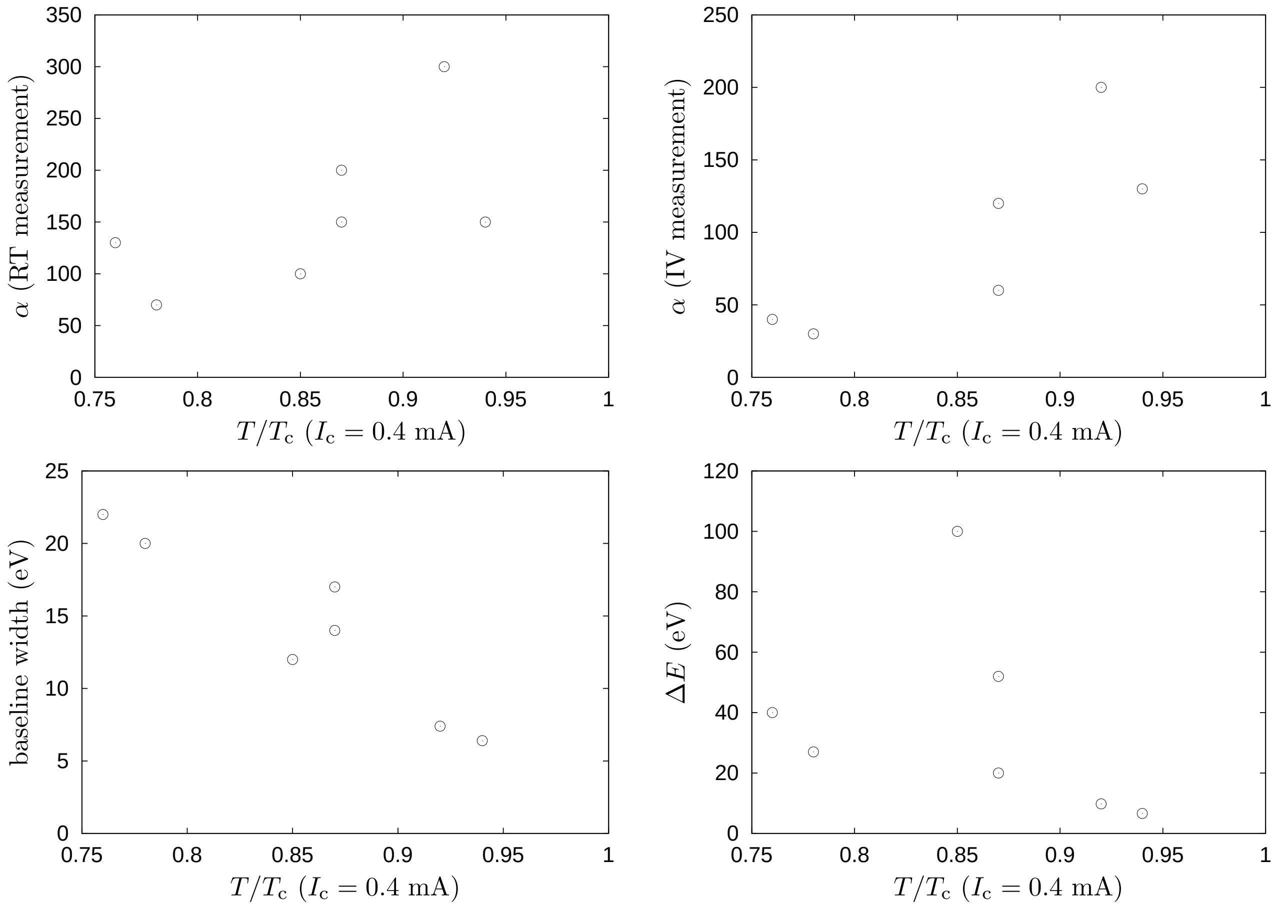


図 5.7: $I_{\mathrm{c}} = 4$ mA となる温度と TES の性能を表す各パラメタとの相関。左上: RT 測定から求めた α、右上: IV 測定から求めた α。左下: ベースライン。右下: エネルギー分解能。

図 5.7 より、α、ベースライン幅と臨界電流に強い相関があることがわかる。IV 測定時の α だけでなく、RT 測定時の α と臨界電流にも相関があることは、流す電流が小さい場合も、鋭い RT 曲線を得るためには臨界電流が大きい必要があることを示唆している。なお、エネルギー分解能と臨界電流の間の相関は弱い。パルスのばらつきと臨界電流には相関がないことが示唆される。

以上より、高いエネルギー分解能 (S/N 比) を得るには、臨界電流を大きくすることがきわめて重要であることがわかる。SII17A – SII20B は TES を小さくしたために、同じ電流に対する電流密度が大きくなり、結果として臨界電流が小さくなってしまった可能性がある。しかし、TES のサイズが大きい SII21B、SII22A でも臨界電流は小さく、サイズとは別の要因で臨界電流が決まっている可能性もある。特に、SII21B、SII22A では鋭い RT 特性が得られておらず、膜質が影響している可能性が考えられる。SII14B、SII15A と同程度の臨界電流、エネルギー分解能はその後

再現できておらず、臨界電流を制限している原因を突き止めることは重要である。

5.3 カロリメータの交流特性

§1.3 で述べたように TES カロリメータのマルチプレクス化が今後の大きな課題の一つである。マルチプレクスの方法として周波数加算方式を用いる場合、TES カロリメータを数百 kHz から MHz という交流で駆動することになるが、TES カロリメータの交流駆動時の性質についてはこれまであまり調べられていない。そこで、実際に TES カロリメータを交流で駆動してデータを取得し、交流駆動に対する応答を調べた。さらにその結果に基づいて、交流駆動時の特性の変化について考察を行なった。本節ではこれらの結果について詳細に述べる。

5.3.1 カロリメータ SII62B を用いた交流駆動実験

^{3}He クライオスタットで動作させることができるカロリメータ SII62B を用いて、交流駆動時の特性を調べる実験を行なった。素子の特性の微小変化をとらえるために、素子を図 3.8 のようなブリッジ回路に組み込んで X 線照射実験を行なった。

SQUID 電流計を流れる電流 (出力電流) I_{out} はブリッジ回路を流れる電流 (入力電流) I_{in} を用いて

$$I_{\mathrm{out}} = \frac{R_1R_3 - R_2R_{\mathrm{TES}}}{(R_1+R_2)(R_3+R_{\mathrm{TES}}) + i\omega L(R_{\mathrm{TES}}+R_1+R_2+R_3)}\, I_{\mathrm{in}} \tag{5.25}$$

と表せる。したがって、

$$R_{\mathrm{TES}} = \frac{R_1R_3}{R_2} \tag{5.26}$$

のときにはブリッジがバランスして出力電流がゼロになる。図 3.8 の場合、ブリッジがバランスする抵抗値は $R_{\mathrm{TES}} = 135$ mΩ である。X 線が入射すると TES の抵抗値が変化するためブリッジのバランスが崩れ、搬送波の周波数で変調されたパルスが出力される。30 kHz 駆動時に実際に得られた波形を図 5.8 に示す。パルスは 30 kHz で変調されているが、X 線入射のない定常時に出力が残っており、それは搬送波の 3 倍の周波数である 90 kHz で変調されている。

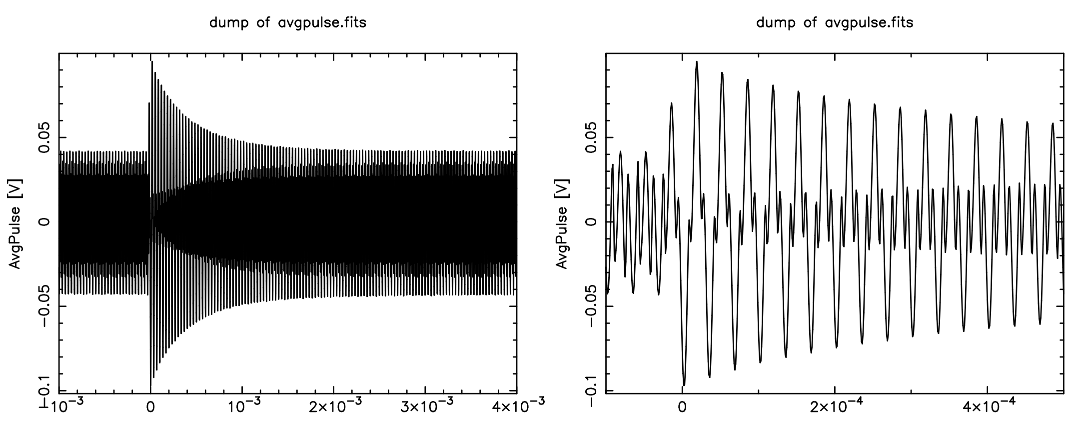


図 5.8: TES を CABBAGE 回路に組み、30 kHz で駆動したときの出力波形。左:全体図、右:パルス入射時付近の拡大図。パルスは搬送波の周波数で変調されている。また、搬送波の 3 倍の周波数の定常出力が残ってしまっている。

図 5.9 は、周波数 10 kHz と 30 kHz において、$R_{\mathrm{TES}} = 135$ mΩ となるようにバイアス電流 I_{bias} を調整した時の入力 (実線)、出力 (点線) を電圧単位で示したものである。たしかに基本波の周波数成分を打ち消すことができているが、搬送波の 3 倍の周波数成分が出力されている。また、5 倍波以上の奇数次の高調波も 3 倍波ほどではないが出力されていた。

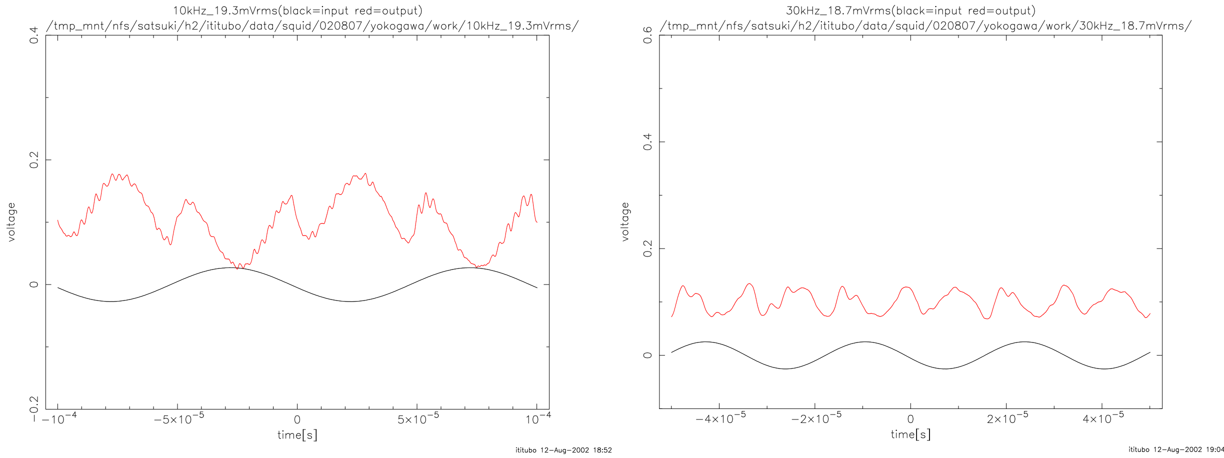


図 5.9: ブリッジがバランスするバイアス点での入力 (実線) と出力 (点線)。左は変調周波数が 10 kHz の場合、右は 30 kHz の場合。いずれの場合も搬送波の周波数成分は落とせているが、その 3 倍の周波数成分が残っていることがわかる。

5.3.2　3 倍波の原因となる抵抗値の変化

出力電流 $I_{\rm out}$ は入力電流 $I_{\rm in}$ と TES の抵抗値の積である。3 倍波が出力されることから抵抗値が搬送波の 2 倍の周波数で変化していると考えられ、測定された 3 倍波の大きさから抵抗の変化量を見積もることができる。ここでは簡単のため抵抗変化の位相は搬送波とそろっているとする。

入力電流を $I_{\rm in} = I_0 \sin \omega t$、カロリメータの抵抗値を $R_{\rm TES} = R_0 + \delta R \sin 2\omega t$ とおく。ここで ω は搬送波の周波数である。$\sin \omega t \times \sin 2\omega t = (\cos \omega t - \cos 3\omega t)/2$ より、ブリッジがバランスしている時には $R_1 R_3 - R_2 R_0 = 0$ であるから、$R_0 \gg \delta R$ のもとでは式 (5.25) より

$$I_{\rm out} = \frac{-R_2 \delta R}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_0)} I_0 \frac{\cos \omega t - \cos 3\omega t}{2} \tag{5.27}$$

が成り立つ。さらに、$R_0 = R_1 = 135$ mΩ、$R_2 = R_4 = 55$ mΩ を代入すると、3 倍波成分は、

$$\left| \frac{I_{\rm out}}{I_{\rm in}} \right| = 0.08 \frac{\delta R}{R_0} \tag{5.28}$$

となる。入力電圧が RMS 値で 19 mV であり、700 Ω の抵抗を通していることから、$I_{\rm in} \simeq 38$ μA である。一方、図 5.9 から出力電圧を読みとり、SQUID の電流電圧変換係数が $\Xi = 1.2 \times 10^5$ であることを考慮すると、$I_{\rm out} \simeq 0.3$ μA である。これらより、$I_{\rm out}/I_{\rm in} \simeq 7.5 \times 10^{-3}$、$\delta R \simeq 10$ mΩ が得られる。式 (5.27) では $I_{\rm in}$ と $I_{\rm out}$ の位相の違いを考慮していないが、3 倍波成分の大きさは位相に影響しないため式 (5.28) には影響はない。

5.3.3　抵抗値変化の原因の考察

交流駆動時に抵抗値が変化する原因としては、ジュール発熱の変化に伴う温度変化と、電流値の変化にともなう抵抗値の変化 (遷移温度の電流値依存性) が考えられる。測定された抵抗変化、波形をこれらの原因で説明できるかどうかを考察する。

5.3.3.1　ジュール発熱の変化による抵抗値の変化

$\delta R \simeq 10$ mΩ の抵抗変化を生む理由の一つとしてバイアス電流が変化することによるジュール発熱 P の変化が考えられる。電流が周波数 ω で変動する場合、TES の抵抗値が一定であるという近似のもとではジュール発熱 P は電流

の 2 乗に比例するため 2ω の周波数で変動するからである。ここではジュール発熱による温度変化の度合を見積もる。

TES は熱容量 C、温度 T を持ち、温度 $T_{\rm bath}$ の熱浴と熱伝導度 G で結ばれている。またジュール発熱 P が TES に入射している。TES が従う熱方程式は次の通りである。

$$P(t) = C\frac{dT}{dt} + \bar{G}(T(t) - T_{\rm bath}) \tag{5.29}$$

ここで、$P = P_0 + \delta P(t)$、$T = T_0 + \delta T(t)$ とおくと、時間変動しない成分はつりあうことを考慮して、方程式は

$$\delta P(t) = C\frac{d\delta T}{dt} + G\delta T \tag{5.30}$$

となる。ここで、時間依存性が全て $e^{i\omega t}$ で表せるとすると、上の方程式は

$$\delta P = i\omega C\delta T + G\delta T = i\omega C\left(1 + \frac{1}{i\omega\tau_0}\right)\delta T \tag{5.31}$$

と書き直せる。ただし、

$$\tau_0 \equiv \frac{C}{G} \tag{5.32}$$

はカロリメータの固有時定数である。この素子は $\tau_0 \sim 400\ \mu{\rm s}$ であり、今興味のある $f \sim 10$ kHz では

$$\omega\tau_0 \gg 1 \tag{5.33}$$

が成り立つ。したがって、ここでは熱伝導による項は無視でき、

$$|\delta P| = \omega C|\delta T| \tag{5.34}$$

が成り立つ。

まずは $R_{\rm TES} \simeq R_0$ と近似する。測定結果から $\delta R \sim 0.08R_0$ と求まっているのでこれは良い近似だといえる。この場合、ジュール発熱は

$$P = R_{\rm TES}I_{\rm TES}^2 \simeq R_0 I_{\rm TES}^2 \tag{5.35}$$

で計算される。

$$I_{\rm TES} = \frac{R_3}{R_3 + R_{\rm TES}}I_{\rm in} \tag{5.36}$$

を考慮すると、$I_{\rm in} = I_0\sin\omega t$ の正弦波に対して

$$P = \frac{R_0 I_{\rm TES}^2}{2}(1 + \cos 2\omega t) = 2.4\ {\rm pW}(1 + \cos 2\omega t) \tag{5.37}$$

が成り立つ。すなわち $\delta P = 2.4$ pW である。$C = 6$ pJ、$\omega = 2\pi \times 10$ kHz であるので、式 (5.34) より、ジュール発熱による温度変化は、$\delta T \sim 4\ \mu$K と求まる。さらに、$\alpha \sim 50$、$R = 135$ mΩ、$T \sim 420$ mK を用い

$$\alpha = \frac{d\ln R}{d\ln T} \sim \frac{T\delta R}{R\delta T} \tag{5.38}$$

を考慮すると、$\delta R \sim 60\ \mu\Omega$ と計算される。これは測定された δR に比べて非常に小さいものであり、測定された抵抗値の変化はジュール発熱の変化によるものではないことがわかる。

ジュール発熱による温度変化が高周波では非常に小さいのは、温度の変化量を決めるのは単位時間あたりのジュール発熱の変化 δP ではなく半周期の時間積分値 $\delta P\Delta t$ だからである。高周波では発熱変化の周期が短く時間積分値としての熱量は小さいために、温度変化が小さくなるのである。また、もし 3 倍波がジュール発熱に起因するならば、周波数の大きい搬送波を用いれば 3 倍波の出力は周波数の -1 乗で小さくなることが期待されるが、測定された 3 倍波はほぼ搬送波の周波数によらなかった。このことも 3 倍波の原因がジュール発熱によるものではないことを示唆している。

なお、ここでは $R_{\rm TES} \sim R_0$ の近似を用いたが、実際は 10 % の抵抗値の変化があるので、上の見積もりの誤差は ~ 10 % 程度であると考えられる。また、抵抗値が $0 < R < R_{\rm n}$ の範囲で大きく変動したとしても ($R_{\rm n}$ は TES の常伝導抵抗)、$R_{\rm n} = 220$ mΩ、$R_0 = 135$ mΩ では $\delta R/R < 0.5$ であるから、ジュール発熱の変化は上の見積もりの高々数倍程度である。観測にかかる程度の抵抗変化がジュール発熱により生じることはないと言える。

5.3.3.2 電流値の変化による抵抗値の変化

交流駆動では、カロリメータを流れる電流が変化することにより RT 曲線が変動することが予想される。抵抗値は電流の絶対値に相関すると考えられるので、この場合も抵抗変化の基本周波数は電流変化の周波数すなわち搬送波の周波数の 2 倍になる。温度変化、電流変化が微小の場合は電流感度 $\beta \equiv d\ln R/d\ln I$ を用いて

$$\frac{\delta R}{R} \sim \alpha\,\frac{\delta T}{T} + \beta\,\frac{\delta I}{I} \tag{5.39}$$

と表される。前節の考察より右辺第一項は左辺に比べて微小であることが示されているので、

$$\frac{\delta R}{R} \sim \beta\frac{\delta I}{I} \tag{5.40}$$

と近似できる。この実験では $\delta I/I \sim 1$ であるので、$\beta \sim 0.08$ であれば測定された抵抗変化 δR が生じる[1]。Lindeman et al. (2001) によると、彼らの素子では $\beta = 0.12$ と求められており、電流変化による抵抗値の変化は測定された 3 倍波を生じる可能性が十分にあると言える。

なお、実際は電熱フィードバックにより抵抗変化が抑制されるが、この実験のような $\omega\tau_{\rm eff} \gg 1$ のもとでは無視できる。$\tau_{\rm eff}$ はカロリメータの有効時定数であり、この測定では $\sim 100\ \mu$s 程度である。

$|\sin\omega t|$ をフーリエ変換すると 2 倍波と 4 倍波の大きさの比が 5:1 と得られる。抵抗値が電流の変化に対して線形に変化すると仮定すると、この比はそのまま測定された 3 倍波と 5 倍波の大きさの比になるはずである。この比を実測されたパワースペクトルと比較することで 3 倍波の起源が電流変化であるかを確かめられる。測定されたパワースペクトルを図 5.10 に示す。この図から、3 倍波と 5 倍波の比は 5:2 であることがわかる。この値は計算値とは異なっているが、電流変化に対する抵抗値の応答が非線形の場合には高周波の寄与がより大きくなる可能性があることを考えるとまずまずの一致であるといえる。

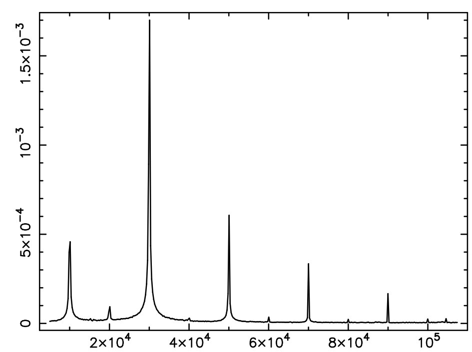


図 5.10: 10 kHz の搬送波に対するブリッジのバランス点での出力のパワースペクトル。linear スケールで示してある。3 倍波の大きさは 5 倍波の 2.5 倍程度である。

5.3.3.3 測定されたパルス波形とモデルから予想される波形の比較

出力の 3 倍波の位相は抵抗変化がジュール発熱による場合と電流変化による場合とで異なる。搬送波が $\sin\omega t$ の依存性を持つ場合、ジュール発熱と電流の絶対値は $-\cos 2\omega t$ の依存性を持つが、ジュール発熱とそれによる抵抗変化の間には $\pi/2$ の位相のずれが存在するのに対し、電流の絶対値とそれによる抵抗変化の位相は等しいためである。すなわち、ジュール発熱による抵抗変化は $-\sin 2\omega t$ の依存性を持ち、電流変化による抵抗変化は $-\cos 2\omega t$ の依存性を持つ。

抵抗変化がジュール発熱による場合の出力は

$$I_{\rm out} \propto \sin\omega t(-\sin 2\omega t) \propto \cos 3\omega t - \cos\omega t \tag{5.41}$$

[1]実際は $\delta I/I \ll 1$ の仮定が成り立たず、線形性が失われていると考えられ、β は 0.08 より大きい可能性がある

となり、電流変化による場合の出力は

$$I_{\mathrm{out}} \propto \sin\omega t(-\cos 2\omega t) \propto -\sin 3\omega t + \sin\omega t \tag{5.42}$$

となる。定常出力では基本波成分はバランスさせることでほとんど見えないのでこのうち 3 倍波成分が見えることとなる。

次に、X 線入射により抵抗値のバランスが崩れたときの出力を考える。簡単のため、3 倍波の大きさは抵抗値によらず一定とする。出力パルスの基本波成分は I_{in} で変調を受け、

$$I \propto -\sin\omega t \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right) \tag{5.43}$$

の波形となる。そこで、X 線入射時の出力は、抵抗変化がジュール発熱の変化による場合には

$$I_{\mathrm{out}} \propto p\cos 3\omega t - \sin\omega t \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right) \tag{5.44}$$

となり、抵抗変化が電流変化による場合には

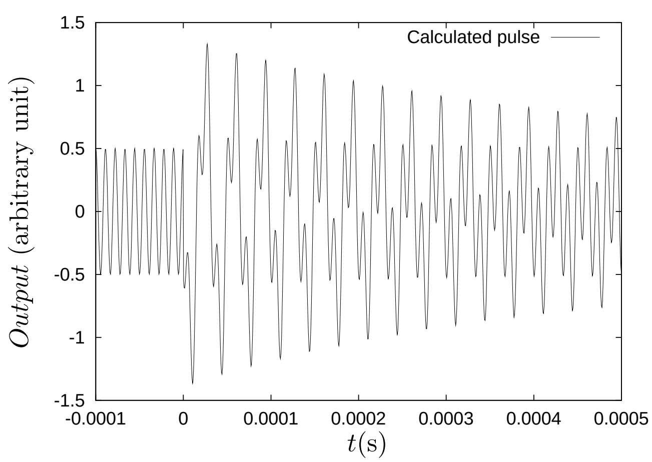
$$I_{\mathrm{out}} \propto -p\sin 3\omega t - \sin\omega t \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\mathrm{eff}}}\right) \tag{5.45}$$

となる。ただし、p は定常出力の 3 倍波成分とパルスハイトの比を表すパラメタである。

これを測定されたパルスと比較することで抵抗変化が何によるものかを調べることができる。表 5.1 のパラメタを用いてシミュレーションを行なって得た波形を図 5.11 に示す。 これらを図 5.8 と比較すると、測定されたパルス波

表 5.1: 3 倍波が定常出力に残っている場合のパルス波形を計算するのに用いたパラメタ。

f	τ_{eff}	p
kHz	μs	
30	400	0.5



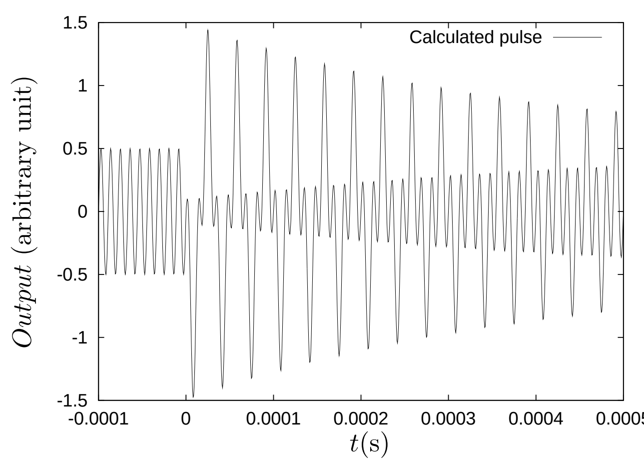


図 5.11: 3 倍波が定常出力として残っている場合のパルス波形シミュレーション。左:抵抗変化がジュール発熱による場合、右:抵抗変化が電流変化による場合。電流変化が抵抗変化を生じているとすると実測されたもの (5.8) とよく合う。

形は、電流変化が抵抗変化を生じている場合のパルス波形とよく合っていることがわかる。このことからも抵抗変化を生じているのはジュール発熱の変化ではなく電流変化によるものだと確かめられた。

5.3.4　抵抗値の電流依存性によるジュール発熱、ループゲインの抑制

以上で考察したように、カロリメータを交流駆動した場合、電流が変化することで抵抗変化が生じる。この影響により、直流駆動と交流駆動でジュール発熱やループゲインが異なる可能性がある。この節では、同じ CABBAGE 回路を同じバイアス電流 (バイアス電圧) でバランスさせたときの。直流駆動と交流駆動のジュール発熱、ループゲインを比較する。

5.3.4.1　抵抗値の電流依存性によるジュール発熱の変化

CABBAGE においては、シャント抵抗 R_s に対応する抵抗は図 3.8 の R_3 である。以下では $R_\mathrm{TES} \gg R_3$、$R_3 \gg i\omega L$ が成り立つとする。この場合、TES の両端の電圧は $V_\mathrm{bias} = R_2 I_\mathrm{bias}$(定電圧バイアス) となり、$R_\mathrm{s} = R_3$ となる。

CABBAGE では、TES の動作抵抗はブリッジがバランスする抵抗値で決まる。この抵抗値を R_0 とする。直流駆動において、バイアス電流 $I_\mathrm{bias} = I_\mathrm{DC}$ でブリッジがバランスした場合、バイアス電圧は

$$V_\mathrm{DC} = R_\mathrm{s} I_\mathrm{DC} \tag{5.46}$$

であるので、ジュール発熱は

$$P_0 = \frac{V_\mathrm{DC}^2}{R_0} \tag{5.47}$$

となる。

次に、交流駆動で電流変化における抵抗変化が完全に無視できる場合を考える。一般に AC 駆動では、カロリメータを熱的な反応速度 (有効時定数に対応する周波数) より十分に高い周波数で駆動する。バイアス電流を

$$I_\mathrm{bias} = I_\mathrm{AC} \cos \omega t \tag{5.48}$$

とした場合、バイアス電圧は

$$V_\mathrm{bias} = V_\mathrm{AC} \cos \omega t \tag{5.49}$$

となり、ジュール発熱は

$$P = \frac{V_\mathrm{AC}^2}{R_0} \cos^2 \omega t \tag{5.50}$$

となる。ジュール発熱の時間平均 $\overline{P}$ は

$$\overline{P} = \frac{1}{2} \frac{V_\mathrm{AC}^2}{R_0} \tag{5.51}$$

であるから、$V_\mathrm{AC} = \sqrt{2} V_\mathrm{DC}$、つまり $I_\mathrm{AC} = \sqrt{2} I_\mathrm{DC}$ のときに直流駆動のジュール発熱 P_0 と一致し、駆動周波数よりも十分長い時間スケールでは DC 駆動と同じ応答を示す。

実際は §5.3.2 で見たように TES を流れる電流 I_TES の絶対値に依存して R_TES は変化する。次に、この抵抗変化のジュール発熱への影響を考察する。上と同様にバイアス電流を

$$I_\mathrm{bias} = I_\mathrm{AC} \cos \omega t = \sqrt{2} I_\mathrm{DC} \cos \omega t \tag{5.52}$$

とする。TES の抵抗値 R_TES が完全に I_bias と同じ依存性を持つ場合は

$$R_\mathrm{TES} = R_\mathrm{a} + 2\delta R |\cos \omega t| \tag{5.53}$$

と書ける。一方、TES を流れる電流 I_TES は R_TES に依存するため、実際は式 (5.53) のような依存性はとっていないと考えられる。もう一つの例として

$$R_\mathrm{TES} = R_\mathrm{b} + \delta R \cos 2\omega t \tag{5.54}$$

と R_TES が完全に I_bias の 2 倍の周波数で振動する場合を考える。どちらの場合も $R \gg \delta R$ が成り立つと近似する。

- $R_{\mathrm{TES}} = R_{\mathrm{b}} + \delta R \cos 2\omega t$ の場合

  CABBAGE 回路の出力電流 I_{out} は式 (5.25) で表される。分母の R_{TES} は一定であり、$i\omega L$ の項が無視できると近似すると、出力は

$$I_{\mathrm{out}} = \frac{R_2 R_0}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_0)} \left(1 - \frac{R_0 + 2\delta R |\cos\omega t|}{R_{\mathrm{a}}}\right) I_0 \cos\omega t \tag{5.55}$$

  と書ける。ただし R_0 は直流駆動においてブリッジをバランスさせる抵抗値である。ブリッジがバランスするのは基本波成分が 0 になる場合である。$|\cos\omega t|$ のフーリエ級数展開より、これは

$$R_0 = R_{\mathrm{a}} + \frac{4}{\pi}\delta R \tag{5.56}$$

  が成り立つときであると計算される。直流駆動と交流駆動の際のジュール発熱を比較するために式 (5.53) を R_0 を用いて書き直すと

$$R_{\mathrm{TES}} = R_0 + 2\delta R \left(|\cos\omega t| - \frac{2}{\pi}\right) \tag{5.57}$$

  となる。このとき、ジュール発熱 P は

$$P = \frac{V_{\mathrm{AC}}^2 \cos^2\omega t}{R_0 + 2\delta R(|\cos\omega t| - 2/\pi)} \sim \frac{V_{\mathrm{AC}}^2}{R_0}\left(\left(1 + \frac{4}{\pi}\frac{\delta R}{R_0}\right)\cos^2\omega t - \frac{2\delta R}{R_0}|\cos\omega t|^3\right) \tag{5.58}$$

  となる。ジュール発熱の時間平均 $\overline{P}$ は

$$\overline{P} = \frac{V_{\mathrm{AC}}^2}{R_0}\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3\pi}\frac{\delta R}{R_0}\right) \sim \frac{V_{\mathrm{AC}}^2}{2R_0}\left(1 - 0.42\frac{\delta R}{R_0}\right) = P_0\left(1 - 0.42\frac{\delta R}{R_0}\right) \tag{5.59}$$

  と計算される。抵抗変化によってジュール発熱が抑制されることがわかる。

- $R_{\mathrm{TES}} = R_{\mathrm{b}} + \delta R \cos 2\omega t$ の場合

  これは、先ほどとは対照的に R_{TES} が I_{bias} の 2 倍の周波数依存性のみを持つ場合である。この場合は、ブリッジがバランスするのは

$$R_0 = R_{\mathrm{b}} + \frac{1}{2}\delta R \tag{5.60}$$

  のときであり、ジュール発熱は

$$P = \frac{V_{\mathrm{AC}}^2 \cos^2\omega t}{R_0 + \delta R(\cos 2\omega t - 1/2)} \sim \frac{V_{\mathrm{AC}}^2}{R_0}\left(\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\delta R}{R_0}\right)\cos^2\omega t - \frac{\delta R}{R_0}\cos 2\omega t \cos^2\omega t\right) \tag{5.61}$$

  となる。そこで、ジュール発熱の時間平均 $\overline{P}$ は

$$\overline{P} = \frac{V_{\mathrm{AC}}^2}{2R_0} = P_0 \tag{5.62}$$

  と計算される。つまり、この場合のジュール発熱は、基本波がバランスする抵抗値のジュール発熱と一致する。

実際の R_{TES} の振舞いは I_{TES} が完全に $\cos\omega t$ の依存性をもつわけではないのでより複雑になる。R_{TES} の振舞いによっては R_{TES} が I_{TES} に依存することでジュール発熱が抑制されることとなる。

5.3.4.2 X 線入射時のジュール発熱の変化とパルスの時定数

先ほどは定常状態のジュール発熱への影響を考察した。次に、エネルギー入力に伴う微小な温度変化に対する応答を考察することで、ループゲインやパルスの時定数への影響を調べる。

ループゲイン $\mathcal{L}_0$ は

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{G}\frac{dP}{dT} \tag{5.63}$$

と書ける。dP/dT は温度変化による抵抗変化のみで決まるという近似のもとでは

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\alpha R}{T}\frac{dP}{dR} \tag{5.64}$$

と書け、ループゲインは dP/dR に比例する。前節で見た例のように、定常状態でのジュール発熱は一般的に

$$P \sim P_0\left(1 - k\frac{\delta R}{R}\right) = \frac{V_{\mathrm{DC}}^2}{R}\left(1 - k\frac{\delta R}{R}\right) \tag{5.65}$$

と、1 つのパラメタ k を用いて書けるとする。$\delta P/dR$ の値は δR の R 依存性によって決まるので、2 つの例として、R によらず δR が一定の場合と $\delta R/R$ が一定の場合 (β が一定の場合に近い) を考える。δR が一定の場合は

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{V_{\mathrm{AC}}}{R^2}\left(1 - 2k\frac{\delta R}{R}\right) = -\frac{P_0}{R}\left(1 - 2k\frac{\delta R}{R}\right) \tag{5.66}$$

と計算され、$\delta R/R_0$ が一定の場合は、

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{V_{\mathrm{AC}}^2}{2R^2}\left(1 - k\frac{\delta R}{R}\right) = -\frac{P_0}{R}\left(1 - k\frac{\delta R}{R}\right) \tag{5.67}$$

と計算される。電流変化に伴う抵抗変化がない場合は

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{P_0}{R} \tag{5.68}$$

であるから、$k\delta R/R_0$ の値が大きい場合は、電熱フィードバックが抑制されることがわかる。特に、$2k\,dR/R_0$ が 1 より大きい場合は正のフィードバックがかかることとなる。しかし、前節の結果を考慮すると、正のフィードバックがかかるには $\delta R/R_0 > 1$ である必要がある。これは、TES の抵抗値以上の振幅で抵抗値が変動することを意味し、現実性は薄いと考えられる。

パルスの時定数は

$$\tau_{\mathrm{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}_0} \tag{5.69}$$

で与えられるので、ループゲインの抑制はパルスの時定数を長くすることにつながる。DC 駆動の場合のループゲイン

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{G}\frac{dP}{dT} = \frac{P_0\alpha}{GT} \tag{5.70}$$

を用いると有効時定数は、温度変化の際に δR が一定の場合は、

$$\tau_{\mathrm{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}_0(1 - 2k\delta R/R_0)} \tag{5.71}$$

と書け、$\delta R/R_0$ が一定の場合は

$$\tau_{\mathrm{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}_0(1 - k\delta R/R_0)} \tag{5.72}$$

と書ける。どちらの場合もパルスの時定数は長くなる。

5.3.4.3　数値計算による結果

ここまでの解析的な計算は δR が R_0 に比べて小さいという近似を用いていた。また、抵抗値が変動することでカロリメータを流れる電流が影響を受ける効果も含んでいない。そこで、数値計算を行なうことでそれらの効果を考慮し、P、dP/dR を計算した。

数値計算は以下のように行なった。TES の抵抗値 R_{TES} と TES を流れる電流 I_{TES} は次の 2 つの関係を満たすと仮定する。

$$R_{\mathrm{TES}} = R_{\mathrm{a}} + 2a|I_{\mathrm{TES}}| \tag{5.73}$$

$$I_{\mathrm{TES}} = \frac{R_{\mathrm{s}}}{R + R_{\mathrm{s}}} I_{\mathrm{bias}}(t) \tag{5.74}$$

ただし、a は $I_{\rm TES}$ と抵抗変化を関係付ける Ω/A の次元を持つ係数であり、バイアス電流 $I_{\rm bias}$ は

$$I_{\rm bias}(t) = I_{\rm AC}\cos\omega t \tag{5.75}$$

と表せるとする。$R_{\rm s}$ はシャント抵抗の抵抗値であり、CABBAGE では $R_{\rm s} = R_3$ に対応する。式 (5.73)、(5.74) を連立させると、

$$R = \frac{1}{2}\left((R_{\rm a} - R_{\rm s}) + \sqrt{(R_{\rm a} + R_{\rm s})^2 + 4aR_{\rm s}|I_{\rm bias}(t)|}\right) \tag{5.76}$$

$$I_{\rm TES} = \frac{1}{2a}\left(-(R_{\rm a} + R_{\rm s}) + \sqrt{(R_{\rm a} + R_{\rm s})^2 + 4aR_{\rm s}|I_{\rm bias}(t)|}\right) \tag{5.77}$$

(5.78)

を得る。

SII62B の測定では $R_{\rm s} = 55$ mΩ、$R_0 = 135$ mΩ、$I_{\rm AC} = 170$ μA でパルスを取得した。§5.3.2 で見たように $I_{\rm AC} = 53$ μA で $\delta R \sim 10$ mΩ だったので、$I_{\rm AC} = 170$ μA では $\delta R \sim 35$ mΩ が予想される。式 (5.56) を考慮し、この条件に合うように $R_{\rm a} = 90$ mΩ、$a = 1.6$ mΩ/μA とした。駆動周波数 80 kHz としてこのパラメタを代入して得た $I_{\rm TES}$ とジュール発熱 P を図 5.12 に示す。比較のため、$R_{\rm TES} = R_0$ で一定の場合の結果も共に示した。R の $I_{\rm TES}$ 依存性により、$I_{\rm TES}$ は rms 値で 0.92 倍に、ジュール発熱は時間平均で 0.95 倍に減少している。

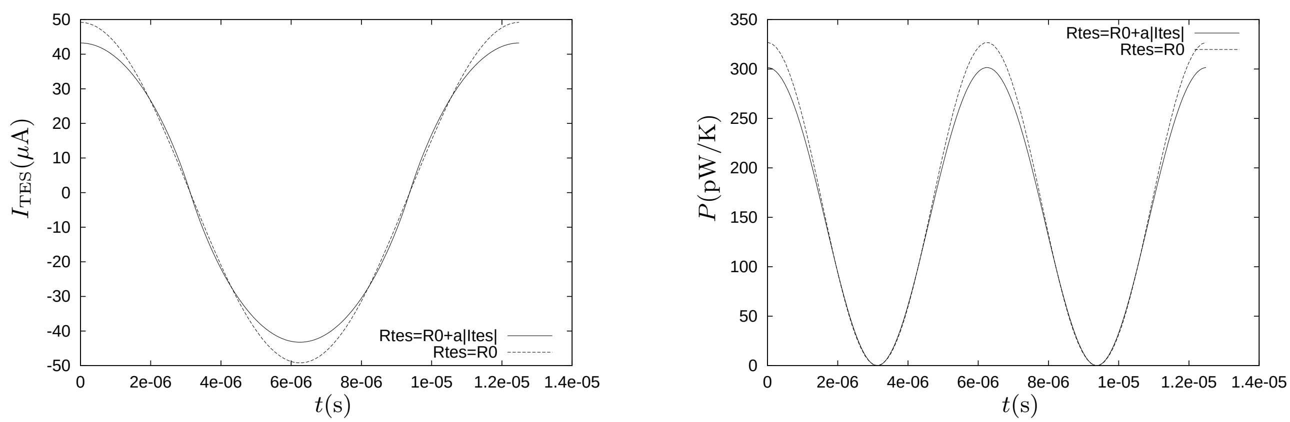


図 5.12: 数値計算により求めた交流駆動による $I_{\rm TES}$ と P。実線が抵抗値が電流に依存して変化する場合、破線が抵抗値が $R = R_0$ で一定の場合。電流値は rms 値で 0.92 倍に発熱は 0.95 倍程度になっている。

数値計算の結果を用いて dP/dR_0 を計算したところ、抵抗変化を考慮した場合は考慮しない場合の 0.86 倍になった。ループゲインは dP/dR に比例するので抵抗変化によってループゲインが 0.86 倍に減少することがわかる。また、抵抗変化が極端な場合として、$\delta R/R_0 \sim 0.5$ の場合を計算すると、$I_{\rm TES}$ が 0.86 倍、P が 0.90 倍、$\delta R/R_0$ が 0.74 倍となった。この場合はループゲインは 0.74 倍まで減少するが、正のフィードバックとなるほどの減少は見られなかった。なお、$I_{\rm TES}$ が減少することでパルスハイトも減少する。しかし、パルスハイトの減少よりループゲインの減少の方が大きいため、電流変化に伴う抵抗変化により出力の時間積分は大きくなる。

第6章　TES カロリメータの熱的応答

カロリメータのエネルギー分解能は、ノイズだけではなく各 X 線入射イベントごとのパルス波形のばらつきにも依存する。X 線のエネルギーは、熱化 (thermalization)、熱拡散 (diffusion) といった過程で熱となり TES に検出される。全てのイベントに対して同じパルス波形を得るには、TES への熱入力が個々のイベントで全て等しい必要がある。

この章では、TES 自身を X 線吸収体とした場合、常伝導金属を吸収体と用いた場合、超伝導金属を吸収体として用いた場合を比較し、カロリメータの熱的応答を考察する。

6.1　TES 自身が X 線吸収体である場合のパルスのばらつき

カロリメータ SII10A は、遷移温度が 300 mK と高いものの、温度計感度が $\alpha \sim 1000$ と大きく、ベースライン幅は 20 eV 程度と比較的良好であった。しかし、パルス波形のばらつきが極めて大きかった。その原因は、SII10A が TES 自身で X 線を吸収する構造をとっていたためであると考えられる。本節では、個々のパルス波形のばらつきについて詳しく調べ、その性質とパルスのばらつきが生じる原因について考察する。

6.1.1　SII10A のパルスハイトヒストグラム

SII10A に ^{55}Fe 線源からの X 線を照射して得られたパルスハイトの分布を図 6.1 に示す。図 6.1 左はパルスのピーク値を用いて作成したヒストグラム、図 6.1 右は 通常のデジタルフィルタ処理 (最適フィルタ) により得たパルスハイトのヒストグラムである。図から明らかなように Mn Kα 線、Kβ 線のピークが見えておらず、デジタルフィルタ

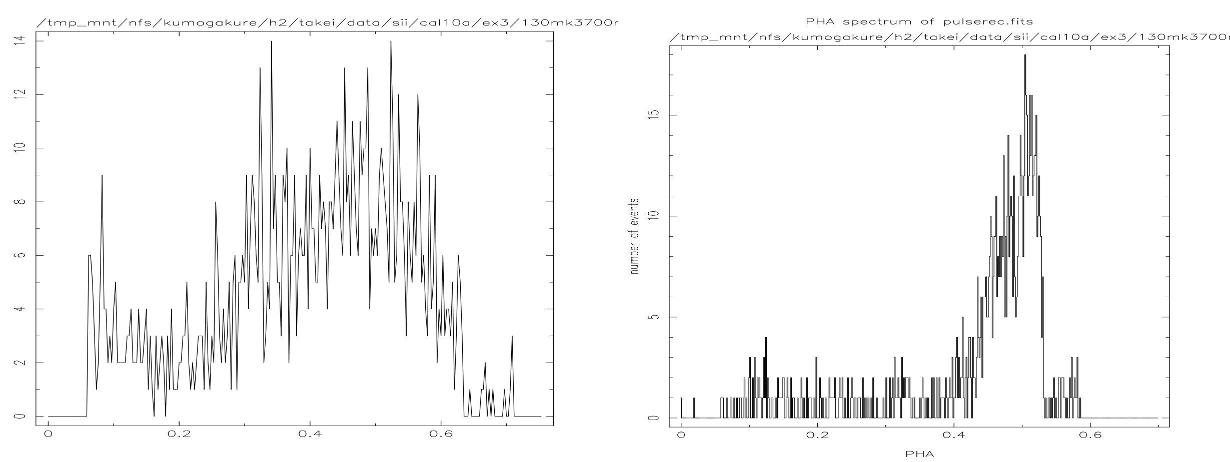


図 6.1: 左：パルスのピーク値で作成したエネルギースペクトル。特性 X 線のピークが全く見えない。右：61 kHz までの周波数でデジタルフィルタ処理を行ない得たエネルギースペクトル。分解能は非常に悪い。

処理を行なっても、エネルギー分解能は数 100 eV と非常に悪かった。一方、この素子のベースライン幅は 20 eV 程度であった。ベースライン幅が狭いにも関わらずエネルギー分解能が悪いことから、エネルギー分解能を制限しているのは個々のパルスのばらつきであることがわかる。

6.1.2　個々のパルスのモデル関数によるフィット

パルス波形のばらつきを調べるため、個々の波形データをモデル関数でフィットした。

図 6.2 の平均パルス波形からわかるように、SII10A のパルス波形では、立ち下がり初めは時定数が短く、その後立ち下がりの時定数が長くなっていた。そこで、

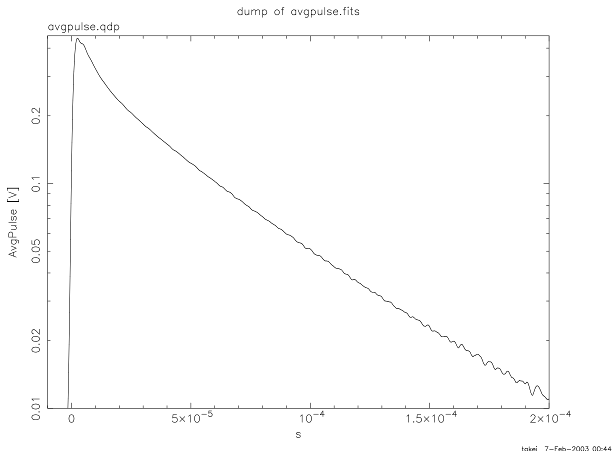


図 6.2: SII10A の平均パルス波形。縦軸は対数で示してある。立ち下がりの時定数が 2 成分あることがわかる。

$$V_{\mathrm{out}} = A\left(\exp\left(-\frac{t-t_0}{t_1}\right) + \exp\left(-\frac{t-t_0}{t_2}\right)\right) \tag{6.1}$$

の関数を用いてフィットを行なった。ここで、t_1 は立ち下がり後半の長い時定数、t_2 は立ち下がり初期の短い時定数である。なお、立ち上がりの時定数は非常に短く、立ち上がり成分を含めてフィットを行なっても精度良く求めることはできなかったのでここでは含めない。フィットにより求めた t_1、t_2 の分布、および式 (6.1) を積分した値の分布を図 6.3 に示す。図よりパルスの積分値はよくそろっており、X 線のエネルギーを逃さず検出できていることがわか

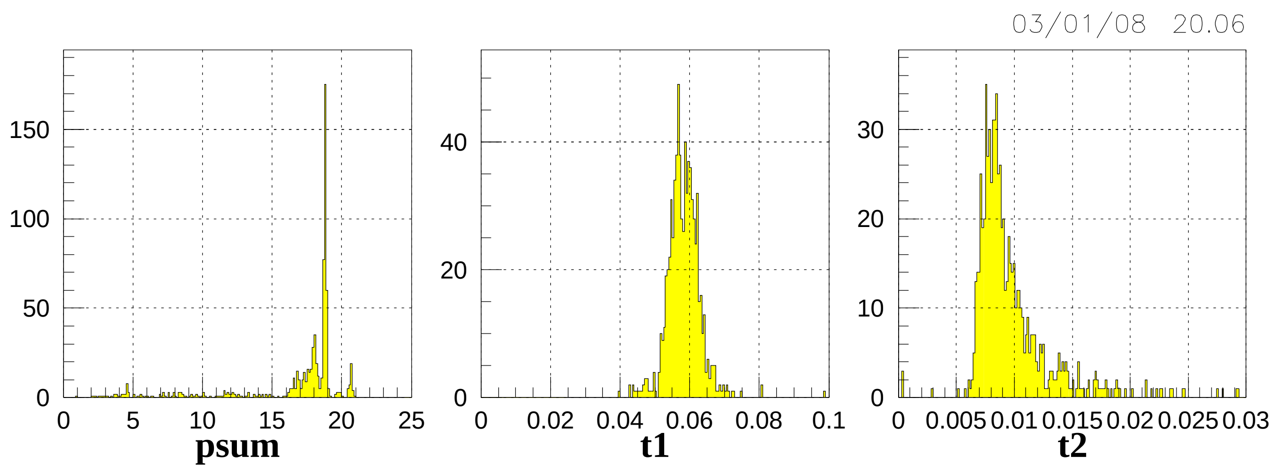


図 6.3: モデル関数によるフィット結果。左：パルスの積分値の分布。中：立ち下がり後半の長い時定数の分布。右:立ち下がり初期の短い時定数の分布パルスの積分値はよくそろっており、X 線のエネルギーを逃さず検出できていることがわかる。長い成分の時定数は 50 μs $< t_1 <$ 70 μs と比較的そろっている。一方、短い成分の時定数は 5 μs $< t_2 <$ 30 μs と非常にばらついている。

る。また、立ち下がりの長い成分は 50 μs $< t_1 <$ 70 μs と比較的そろっているのに対し、立ち下がりの短い成分は

$5\ \mu s < t_2 < 30\ \mu s$ とばらつきが大きい。このことから、波形のばらつきは X 線入射直後に特に顕著であるといえる。t_1 は電熱フィードバックによるジュール発熱の変化で決まるのに対し、t_2 は X 線入射直後の熱化、熱拡散過程で決まることから、X 線のエネルギーが熱化、熱拡散されるプロセスにばらつきがあり、波形のばらつきを生み出していると結論できる。

図 6.4 はそれぞれの時定数、および時定数とパルスハイトの相関をプロットしたものである。それぞれのパラメタに強い相関は見られないが、速い成分の時定数が短いほどパルスハイトは高く、また遅い成分の成分も短くなる傾向がある。

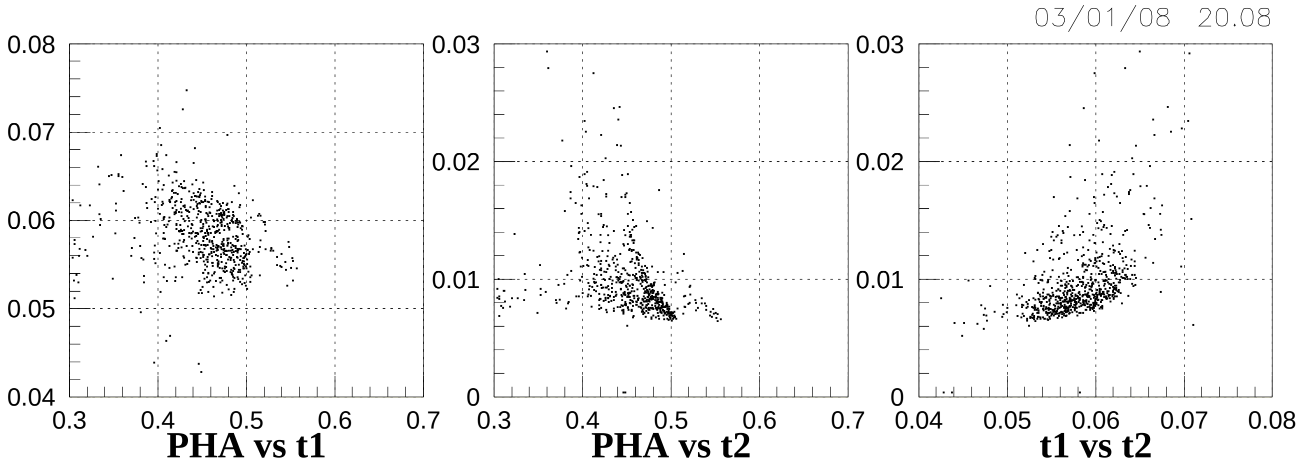


図 6.4: フィットで求めた時定数とパルスハイトの関係。左: パルスハイトと立ち下がりの速い成分の時定数との関係、中: パルスハイトと立ち下がりの遅い成分の時定数との関係、右: 二つの時定数の関係。強い相関は見られないが、速い成分の時定数が短いほどパルスハイトは高く、また遅い成分の時定数も短くなる傾向がある。

6.1.3 時定数の違いによるパルス波形の違い

次に、立ち下がりの速い成分の時定数が異なる場合に、パルス波形がどのように異なるかを調べた。図 6.5 は、時定数の速い成分が $10\ \mu s < t_2 < 20\ \mu s$ のパルス、$6\ \mu s < t_2 < 7\ \mu s$ のパルスを別々に集めてそれぞれ平均パルス、パルススペクトルを求めたものである。なお、いずれも $54\ \mu s < t_1 < 62\ \mu s$ という緩い制限をかけ、t_1 が大きくずれたものは排除した。図 6.5 左が平均パルスの拡大図、右がパルススペクトルである。平均パルスの図から、ピーク値の大きなものは最初の立ち下がりが速く (t_2 が短く)、パルスの高さが $t \sim 10\ \mu s$ で逆転すること、およびそれらは $t \sim 150\ \mu s$ で再びほとんど等しい高さになることがわかる。同じことではあるが、パルススペクトルの図からは、8 kHz 付近 (20 μs 相当) で両者が逆転することがわかる。パルスの積分値が等しいために、信号強度の低い高周波は低周波より両者の比が大きくなっている。

6.1.4 デジタルフィルタ処理に用いる周波数帯による分解能の変化

パルスの積分値はパルスごとにそろっていたことから、低周波のみを用いてデジタルフィルタ処理を行なうことでエネルギー分解能を改善できることが予想される。そこで、平均パルスのスペクトルから 6.1 kHz 以下の周波数のみを用いて遅いテンプレートを作り、これを用いてパルスハイトを計算した。その結果を図 6.6 左に示す。これにより分解能は 65 eV にまで改善した。さらに $54\ \mu s < t_1 < 62\ \mu s$、$7\ \mu s < t_2 < 8\ \mu s$ のパルスに限定してヒストグラムを作成したものを図 6.6 右に示す。この場合のエネルギー分解能は、さらに 38 eV にまで改善した。

図 6.7 に 61 kHz までの周波数を用いて作成した "通常の" テンプレート (左) と 6.1 kHz までの周波数を用いて作成

した "遅い" テンプレート (右) を示す。低い周波数しか用いていない右のテンプレートの方が長い時間帯を用いていることがわかる。デジタルフィルタはテンプレートとパルス波形の積を積分することでパルスハイトを求めるので、2 つのテンプレートでパルスを積分する時間が異なっていることになる。パルス波形がそろうのは $t > 150\ \mu$s の時間なので、それ以前の領域を全て用いるようにしないとパルスハイトはそろわない。なお、パルスの積分値がそろっていることから、$0 < t < 150\ \mu$s までを積分すれば、その大きさは等しくなることが期待され、実際 6.1 kHz までの周波数でデジタルフィルタ処理を行なったパルスハイトはそろっているというのが図 6.6 の結果である。

このように、パルスのばらつきがひどくエネルギー分解能が悪い素子に対しても、デジタルフィルタ処理の方法を工夫することで性能をひき出すことができる。しかし、遅いテンプレートを使用して波形を積分するということは、S/N 比の低い周波数帯の重みを相対的に重くするということであり、最適性を犠牲にしていることになる。これは、

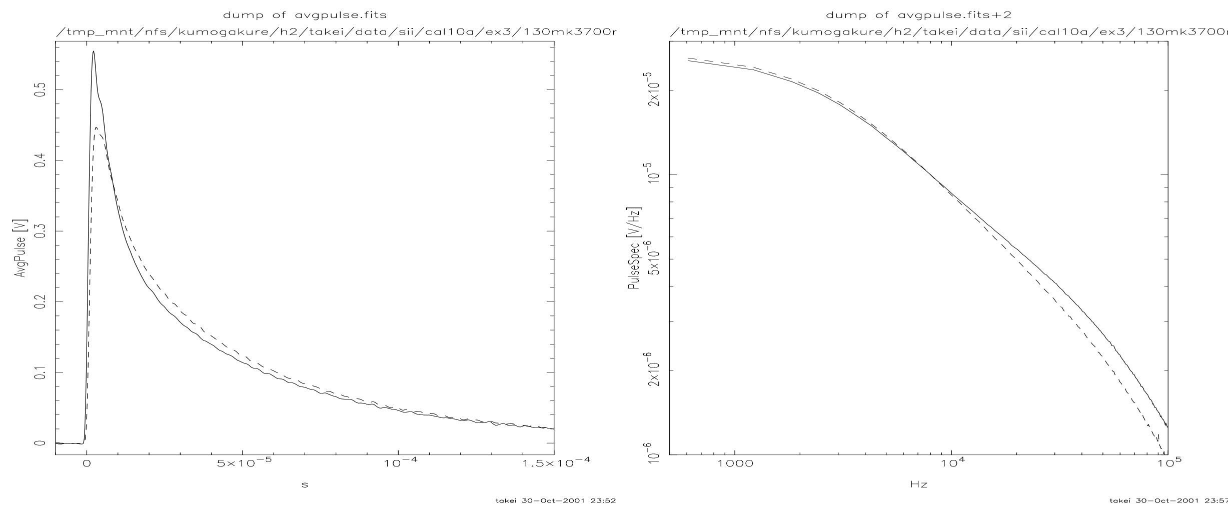


図 6.5: 立ち下がり初期の短い時定数 t_2 の違いによるパルスの違い。左：パルス波形、右：パルススペクトル。実線が $6\ \mu\text{s} < t_2 < 7\ \mu\text{s}$ の平均パルス波形、破線が $10\ \mu\text{s} < t_2 < 20\ \mu\text{s}$ の平均波形である。左図は $10\ \mu$s 程度でパルスの高さが入れ替わり、$150\ \mu$s 程度で二つのパルスの高さが揃っている。右図では 8 kHz 付近で両者が逆転し、信号強度の小さい高周波側で大きなずれが見られる。

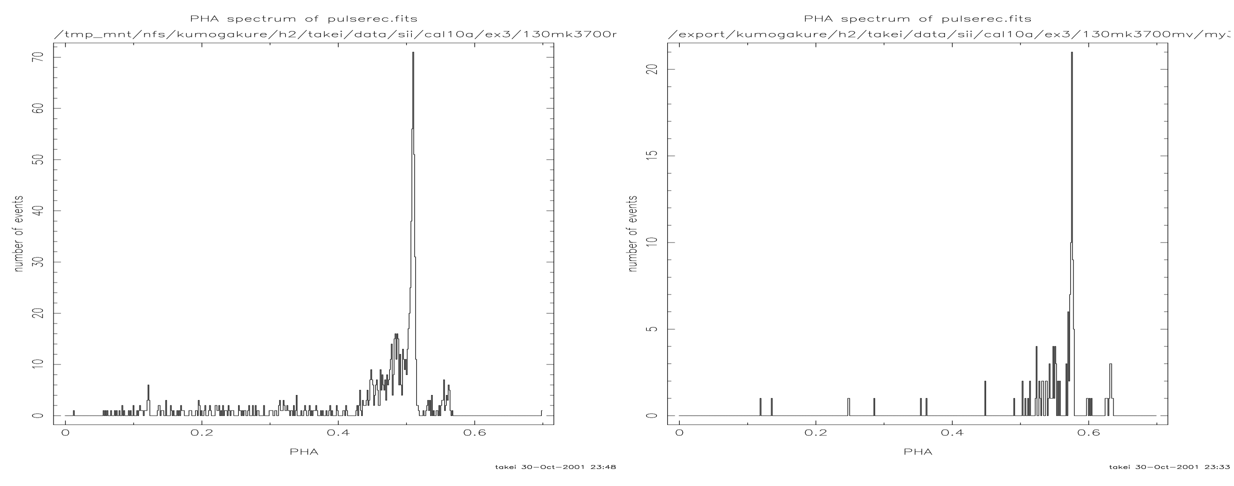


図 6.6: 6.1 kHz 以下の周波数帯域だけを用いてデジタルフィルタ処理を行った場合のエネルギースペクトル。左：時定数でパルスの選別を行なっていないもの。5.9 keV でのエネルギー分解能は 65 eV にまで改善した。右：$54\ \mu\text{s} < t_1 < 62\ \mu\text{s}$、$7\ \mu\text{s} < t_2 < 8\ \mu\text{s}$、のパルスのみを用いたもの。5.9 keV でのエネルギー分解能はさらに 38 eV まで改善した。

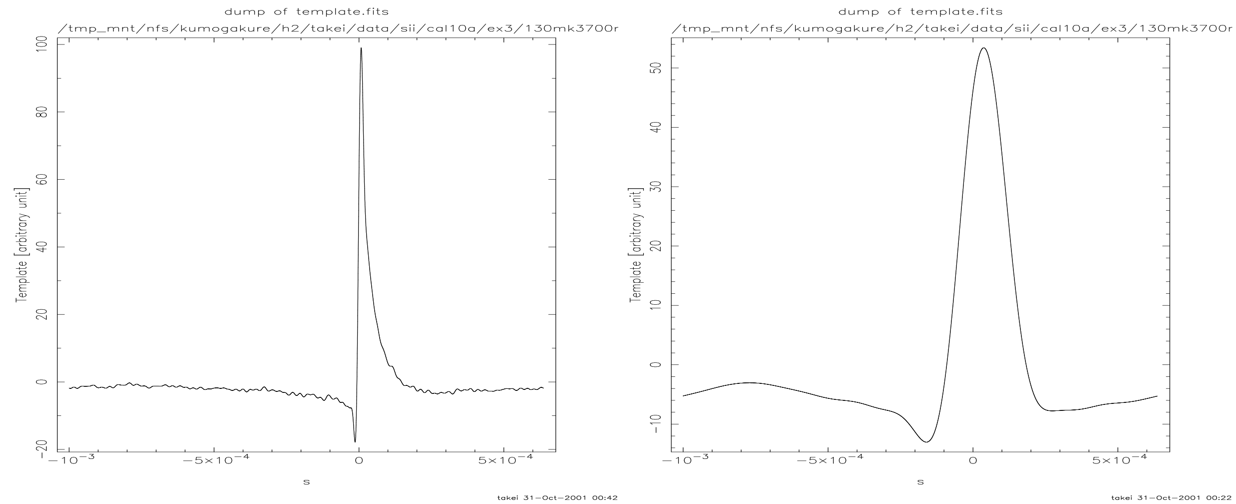


図 6.7: 用いる周波数帯によるテンプレート波形の違い。左：61 kHz までの周波数体を用いた “通常の” テンプレート。最適フィルタでは S/N 比の大きなパルスピーク付近の重みが大きいため、X 線入射直後のパルス波形のばらつきの影響を受けやすい。右：6.1 kHz までの周波数帯に限った “遅い” テンプレート。長い時間にわたって積分することになり、X 線入射直後のパルス波形のばらつきの影響は受けにくくなる。

まだ十分な信号強度を持つ高い周波数帯を捨てていると言い換えてもよい。その結果、ノイズの寄与が大きくなりエネルギー分解能 (ベースライン幅) を悪化させてしまう。この解析では用いる周波数帯を 6.1 kHz までにしぼったため、ベースライン幅はおよそ 30 eV となり、高周波まで用いた時の 20 eV よりも悪化した。高いエネルギー分解能を実現するには十分な S/N 比を持つ周波数帯を全て使う必要があり、やはりパルスのばらつきの少ないカロリメータを作成することが重要である。

6.1.5 パルスのばらつきと熱化、熱拡散過程

SII10A でパルスごとの波形のばらつきが大きかったのは TES 自身で X 線を吸収しているためだと考えられる。吸収体が存在する場合、X 線のエネルギーは吸収体で熱に変換され (熱化)、吸収体から TES に熱が伝わる (熱拡散) ことではじめて電気信号となる。ここで、吸収体内の熱化、熱拡散の時間が、吸収体から TES への熱拡散の時間に比べて十分速ければ、TES へのエネルギー入力は一様だとみなすことができる。しかし、SII10A には吸収体がないため、入射した X 線のエネルギーは TES 内部で熱化され、TES 全体に拡散される。このようなカロリメータでは、X 線の入射位置によって熱化、熱拡散の時間が異なるという現象が起きやすくなると考えられる。パルス波形のばらつきを抑えるためには、熱化、熱拡散過程が一様である必要があり、吸収体で X 線を吸収し、TES への熱入力を一様にする必要がある。そこで、SII13B 以降は TES の中央に Au の吸収体をつけることにした。

6.2 常伝導吸収体を用いたカロリメータのパルスのばらつき

常伝導金属を吸収体とした場合、吸収した X 線のエネルギーは短い時間の間に伝導電子の運動エネルギーへと変換される。すなわち熱エネルギーとなる。また、常伝導金属は伝導電子が熱伝導を担うため、非金属や $T \ll T_c$ での超伝導金属に比べて熱伝導度が大きい。そのため、常伝導金属を吸収体として用いると、熱化、熱拡散が速く、TES への熱入力は一様になることが期待される。SII13B 以降の SII カロリメータは全て常伝導金属である Au を吸収体として用いている。また、吸収体の中心部のみのイベントのみをとりだすために、ϕ 200 μm のサファイアコリメータをとりつけて測定を行なった。

6.2.1　SII14B

図 6.8 に SII14B の平均パルス波形およびパルススペクトルとノイズスペクトルを重ねたものを示す。SII14B では、

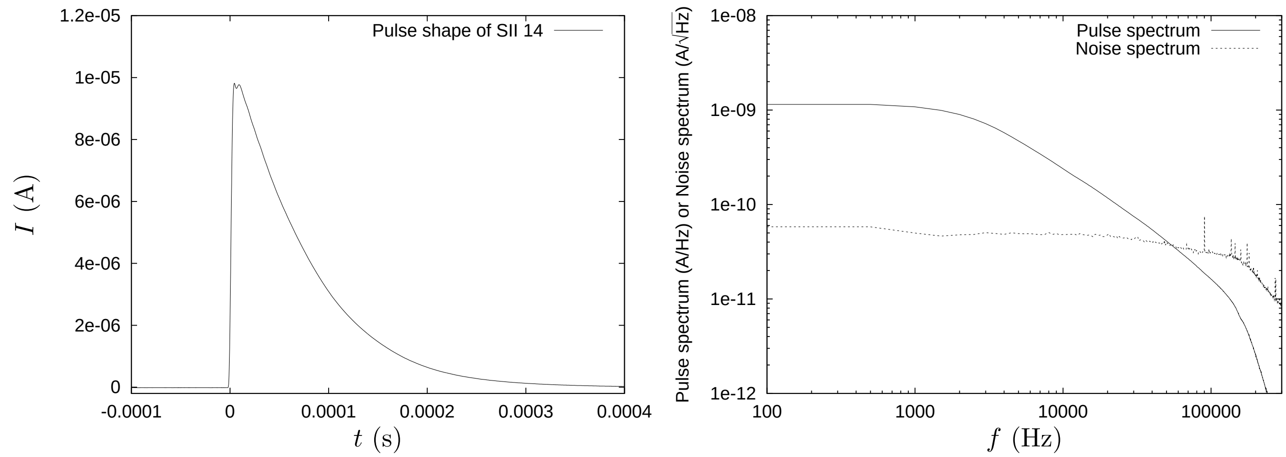


図 6.8: SII14B のパルス波形 (左) およびパルススペクトルとノイズスペクトルを重ねたもの (右)。時定数は 75 μs である。$f = 25$ kHz ではパルススペクトルのレベルが一桁以上落ちており、S/N 比は小さくなっている。

カットオフ周波数を 25 kHz としてパルススペクトル、ノイズスペクトルからテンプレートを計算し、エネルギー分解能を計算し、6.6 eV のエネルギー分解能を得た (図 4.2.1.4 参照)。図 6.8 右のパルススペクトルからわかるように、$f < 25$ kHz で S/N 比が 1 以上の周波数帯をほとんど (~ 97 %) カバーできていることがわかる。SII14B ではパルスのばらつきがほとんどなく、S/N 比の高い周波数帯をほぼ全部用いることができ、高いエネルギー分解能につながったと言える。なお、全周波数帯を用いた場合はパルスのばらつきの影響をわずかに受けるが、それでもエネルギー分解能は 7.9 eV であった。このときのベースライン幅は 6.3 eV であった。

エネルギー分解能に対するパルスのばらつきの寄与はエネルギー分解能とベースライン幅の自乗差で求められる。これを計算すると 1.6 ± 1.8 eV となり、パルスのばらつきの影響はエネルギー分解能にほとんど寄与していないことがわかる。

このように、Au 吸収体を用いコリメータをとりつけたことで、パルスのばらつきを抑えることができた。SII14B のエネルギー分解能にはパルスのばらつきはほとんど影響がなく、ベースライン幅、すなわちノイズの寄与によりエネルギー分解能が決定されているとわかる。ノイズについては第 7 章で考察する。

6.2.2　コリメータの有無によるパルスのばらつきの比較

SII14B、SII15A では、X 線が吸収体で吸収されたイベントのみを取り出すために ϕ 200 μm のサファイアコリメータをつけ、実際にパルスのばらつきが抑えられた。一方、コリメータをつけずにカロリメータ SII15A の測定を行なったところ、メインピークの他にパルスハイトの低いサブピークが存在した。この原因を考えるため、パルス波形を考察した。

パルス波形の考察はそれぞれの測定で得られた個々のパルスの立ち上がりを比較することで行なった。常伝導金属を吸収体として用いた場合、X 線入射時の熱化、熱拡散過程は非常に速く、パルス波形全体をモデル関数で表しても立ち上がり付近をきれいに表すことができない。そこで、パルスの立ち上がりを直線でフィットし、パルスのピーク値を直線の傾きで割った値を立ち上がりの時定数と考えた。この際、パルスの形が直線とみなせるデジタルオシロスコープのデータの 3–7 ビンの区間を用いた。こうして得られた立ち上がりの時定数の分布をパルスハイトと共に図 6.9、図 6.10 にそれぞれ示す。また、図にはパルスハイトと立ち上がり時定数の相関も示した。 コリメータをつけた場合はパルスハイトが一つのピークで表されるのに対し、コリメータなしの場合はパルスハイトの低い側にサブピー

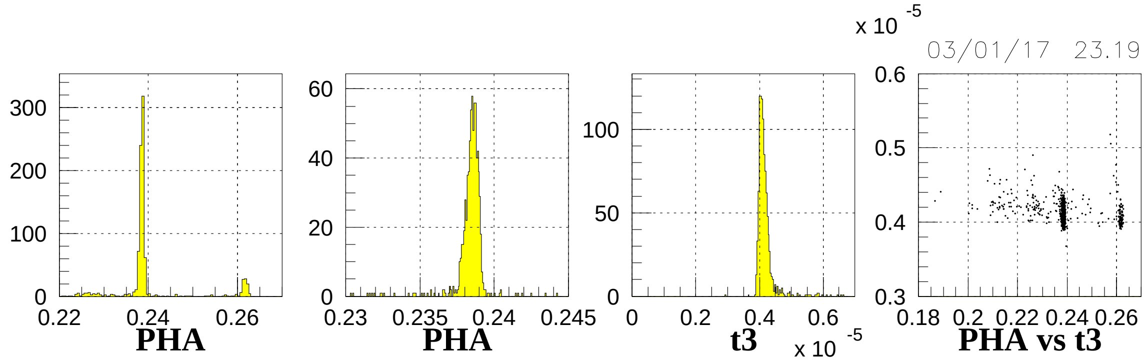


図 6.9: コリメータをつけた場合のパルスハイトと立ち上がりの傾きの分布。PHA がパルスハイト、t_3 が立ち上がり時間。パルスハイトもパルスの傾きもよくそろっている。エネルギー分解能も良い。

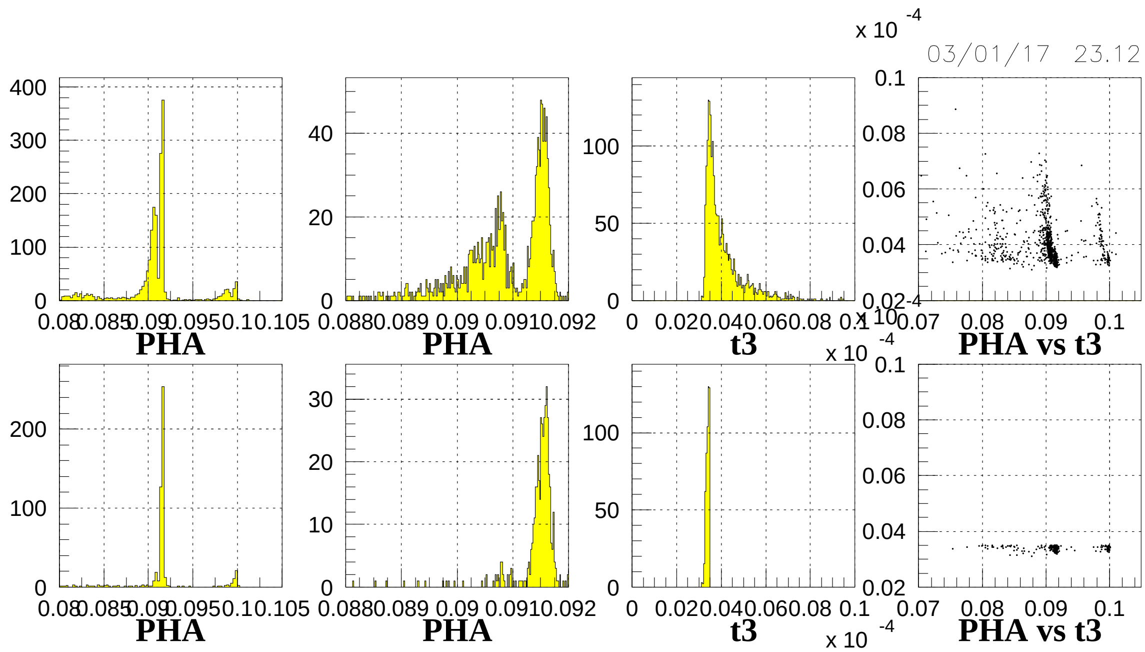


図 6.10: コリメータなしの場合のパルスハイトと立ち上がりの傾きの分布。PHA がパルスハイト、t_3 が立ち上がり時間。上:全てのイベントをプロットしたもの、下: $3\ \mu\mathrm{s} < t_3 < 3.5\ \mu\mathrm{s}$ のイベントのみをプロットしたもの。全てのパルスを用いた場合二つのピークが見えているが、立ち上がり時間で選別することでメインピークのみを取り出すことができる。サブピークは吸収体ではなく TES で X 線が吸収されたものだと考えられる。

クが存在することがわかる。また、コリメータなしの場合は立ち上がりの時定数もばらついており、立ち上がり時定数とパルスハイトに相関が見られる。図 6.10 下段は、立ち上がり時定数 t_3 が $3\ \mu\mathrm{s} < t_3 < 3.5\ \mu\mathrm{s}$ のもののみをプロット下ものである。パルスハイトのサブピークがほとんどなくなっていることがわかる。

コリメータがない場合、X 線は吸収体だけではなく TES でも吸収される。このサブピークは TES で X 線が吸収されたイベントだと考えられる。立ち上がり時間でパルスを選別するとサブピークを取り除くことができたことから、吸収体で X 線を吸収した場合の立ち上がりと TES で X 線を吸収した場合の立ち上がりは異なっていることがわかる。吸収体で X 線が吸収された場合と TES で X 線が吸収された場合は熱化、熱拡散過程が異なるために立ち上がり時定数が異なっていると考えることができる、

このように、常伝導吸収体を用いたカロリメータでも、X 線をコリメートし吸収体のみで X 線を吸収させること

が、パルスのばらつきをなくすために重要であると言える。一方、X 線天文衛星に搭載する検出器としては広い開口面積が必要でありコリメータを用いることは現実的でない。

6.2.3　SII17A のパルスのばらつきの原因

SII17B は、コリメータをつけて X 線パルスを取得した場合もパルスのばらつきが大きくエネルギー分解能が悪かった。SII17B は 100 μm $\times$ 100 μm と吸収体が小さい素子である。用いたコリメータは ϕ100 μm のものであるため、ばらつきの原因は X 線を TES で吸収したイベントが存在したためであると考えた。そこで、SII17B についても、SII15A と同様の解析を行なった。

図 6.11 に SII17B のパルスハイト、立ち上がり時定数、およびそれらの相関を示す。パルスハイトの分布は 52 eV

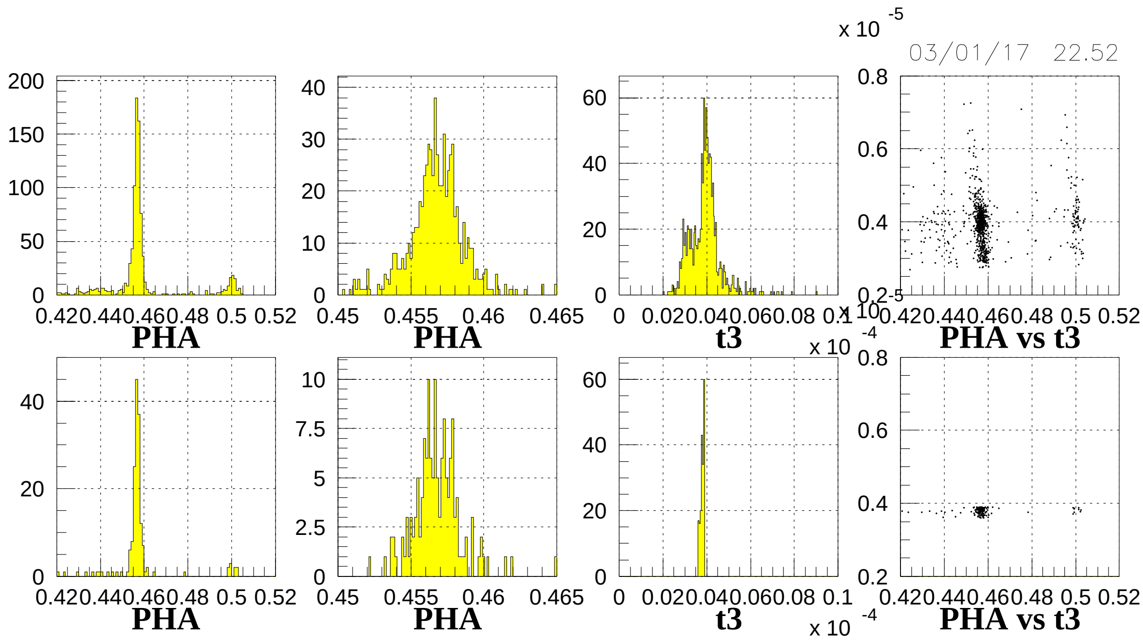


図 6.11: SII17A のパルスハイトと立ち上がりの傾きの分布。PHA がパルスハイト、t_3 が立ち上がり時間。上:全てのイベントをプロットしたもの、下: 3.6 μs $< t_3 <$ 3.9 μs のイベントのみをプロットしたもの。全てのパルスを用いたものも、パルスの選別を行なったものもともにパルスハイトがばらついている。

と SII15B よりばらついているが、SII15B にコリメータをつけずに測定した場合と異なりサブピークは存在しない。また立ち上がり時定数の分布も SII15B とは異なる。

図 6.11 下段は 3.6 μs $< t_3 <$ 3.9 μs でパルスを選別した場合のグラフである。SII15B の場合と異なり、立ち上がり時間でパルスを選別してもエネルギー分解能はほとんど改善しなかった。このことから、パルスのばらつきは吸収体で X 線を吸収するか TES で吸収するかの違いではなく、X 線を吸収体で吸収した場合も熱化、熱拡散過程が一様ではなく、パルスのばらつきを生じていると考えられる。

6.2.4　SII18B–SII22A

SII18B–SII22A でも SII17A と同様にパルスのばらつきが大きかった。比較的ばらつきの小さい SII20B や SII21B で $\sim$ 20 eV のばらつきがあり、他の素子では 40 eV–100 eV のばらつきがあった。吸収体の形状や大きさとの明確な相関も見えておらず、吸収体を厚くした SII22A でも $\sim$ 70 eV のばらつきが見られた。

同じ常伝導金属を用いた素子でばらつきの度合に差が出る理由として、TES と吸収体の間の接触の違いが考えられ

る。カロリメータを製作する際には、TES を成膜し、吸収体を成膜するためのマスクをつけ、吸収体を成膜するというプロセスをとる。TES 成膜と吸収体成膜の間に TES は大気にさらされることとなり、TES と吸収体の間に不純物が混入する可能性が否定できない。

TES と吸収体が熱的、電気的に接触していれば、吸収体から TES へは伝導電子を通じて熱が伝わることになる。一方、TES と吸収体が電気的に切り離されている場合、吸収体から TES への熱伝導はフォノンが担うこととなる。TES 内では電熱フィードバックによりエネルギーを補償するので、TES に移動したエネルギーは再び電子に受け渡されることが必要となる。そこで、TES と吸収体が電気的に切り離されている場合は、電子からフォノン、フォノンから電子、と熱の担い手が 2 回交替する。

実際は TES と吸収体の一部は電気的につながり、一部は切り離されると考えられるので、TES と吸収体の間に不純物が混入した場合には、パルスごとの熱拡散のばらつきが生じやすいと考えられる。このように、常伝導金属を用いた場合、TES と吸収体との間の接触が重要となる。

ただし、上の推測はパルスのばらつきを生じる一つの可能性を示すが、実際に TES、吸収体間の不純物の存在が確かめられたわけではない。今後、パルスのばらつきが小さい素子を安定を製作するためには SIi17A–SII22A のパルスのばらつきを生じた原因を突き止めることが必須であり、これは現在の課題の一つとなっている。

6.3 超伝導吸収体を用いたカロリメータのパルス波形

MHI-020425-1-A1 は超伝導体である Sn を吸収体として用いたカロリメータである (§ 4.2.2.1 参照)。この節では超伝導体を吸収体とした場合の波形について考察する。

6.3.1 MHI-020425-1-A1 の測定結果

MHI-020425-1-A1 に ^{55}Fe 線源からの X 線を照射し、その特性を評価した。測定時の動作条件を表 6.1 に示す。ま

表 6.1: パルス取得時の動作条件

$T_{\rm bath}$	$I_{\rm bias}$	$R_{\rm TES}$	$R_{\rm s}$	$V_{\rm bias}$	$I_{\rm TES}$
mK	μA	mΩ	mΩ	μV	μA
157	291	20.6	3.1	778	38.1

た、図 6.12 に取得した 2040 パルスの平均波形とエネルギースペクトルを示す。パルスは立ち下がりの速い成分と立ち下がりの遅い成分の 2 成分から成っていることがわかる。遅い成分の時定数は数 ms と非常に長いものであった。また、パルスハイトは大きくばらついている。

6.3.2 平均パルスの解析

平均パルスの波形を詳しく調べるために、この波形を

$$V_{\rm out} = c_1 \ \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right) + c_2 \ \exp\left(-\frac{t}{t_2}\right) (t > 0) \tag{6.2}$$

の関数でフィットした。その結果を表 6.2 に示す。短い時定数は $t_2 \sim 60\ \mu$s であるのに対し、長い時定数は $t_1 \sim 4.8$ ms と非常に長いことがわかる。熱容量と熱伝導度から推定される固有時定数は $\tau_0 \equiv C/G = 4.3$ ms であり、長い時定数はほぼこれに一致している。

このように長い時定数はこれまで見られたことがない。そこでまず、この波形から計算されるエネルギーが入射 X

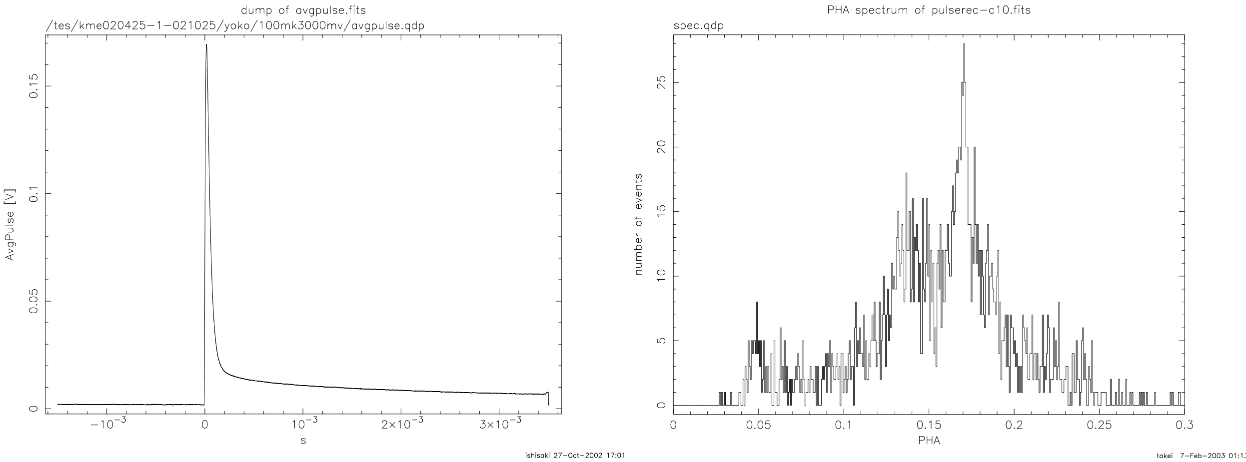


図 6.12: MHI-020425-1-A1 の平均パルスの波形 (左) とエネルギースペクトル (右)。パルスは速い時定数で減衰した後に遅い時定数で減衰している。また、パルスハイトは大きくばらついている。

表 6.2: 平均パルスの 2 指数関数によるフィット結果

t_1	c_1	t_2	c_2
ms	mV	ms	mV
4.8	14	0.060	152

線のエネルギーと一致しているのかどうかを調べることにした。ジュール発熱の変化の積分量

$$U = \int V_{\mathrm{bias}} \Delta I dt = \frac{V_{\mathrm{bias}}}{\Xi} \int V_{\mathrm{out}} dt = \frac{V_{\mathrm{bias}}}{\Xi}(c_1 t_1 + c_2 t_2) \tag{6.3}$$

は、式 (2.58) よりループゲインが大きい場合には入射 X 線のエネルギーに一致する。ただし、Ξ は SQUID の電流電圧変換係数であり、この実験では $\Xi = 5 \times 10^4$ V/A である。結果は $U = 1.2 \times 10^{-15}$ J であった。一方、入射 X 線のエネルギーは 5.9 keV $= 0.94 \times 10^{-15}$ J である。ジュール発熱の変化量の方が大きいことはあり得ないが、これはデータを取得していない $t > 3.5$ ms にまで式 (6.2) を外挿しているため、誤差が大きくなってしまっていることが原因だと考えられる。したがって、X 線のエネルギーは全て電流変化として出力されているといえる。なお、時定数の遅い成分と速い成分が担っているエネルギーの比は $c_1 t_1 : c_2 t_2 \simeq 7 : 1$ であり、時定数の遅い成分が入射 X 線のエネルギーの大半を担っていることになる。

6.3.3　個々のパルスのモデル関数によるフィット結果

エネルギー分解能が悪かった理由は、パルス波形がイベントごとに大きくばらついていたためである。パルスごとの時定数の短い成分、長い成分のばらつきを考察するために、個々のパルスを

$$V_{\mathrm{out}} = c_1 \ \exp\left(-\frac{t}{t_1}\right) + c_2 \ \exp\left(-\frac{t}{t_2}\right) + c_0 \tag{6.4}$$

の式でフィットした。各パラメタのヒストグラムを図 6.13 に示す。図 6.13 で PHA はデジタルフィルタ処理によって求めたパルスハイト、psum は出力の時間積分である。psum の方が PHA より分解能がすぐれているのは、パルス波形の面積は一定であるが、パルスの形にばらつきがあるからである。c_1 と c_2 のヒストグラムから明らかなように特に時定数の短い成分のばらつきが大きく、S/N 比で重みづけを行なう最適フィルタ処理ではこのような場合正しいエネルギーを求めることができない (§6.1 参照)。ただし、psum を用いても Mn Kα 線と Kβ 線が区別できるほどではなく、エネルギー分解能は悪い。

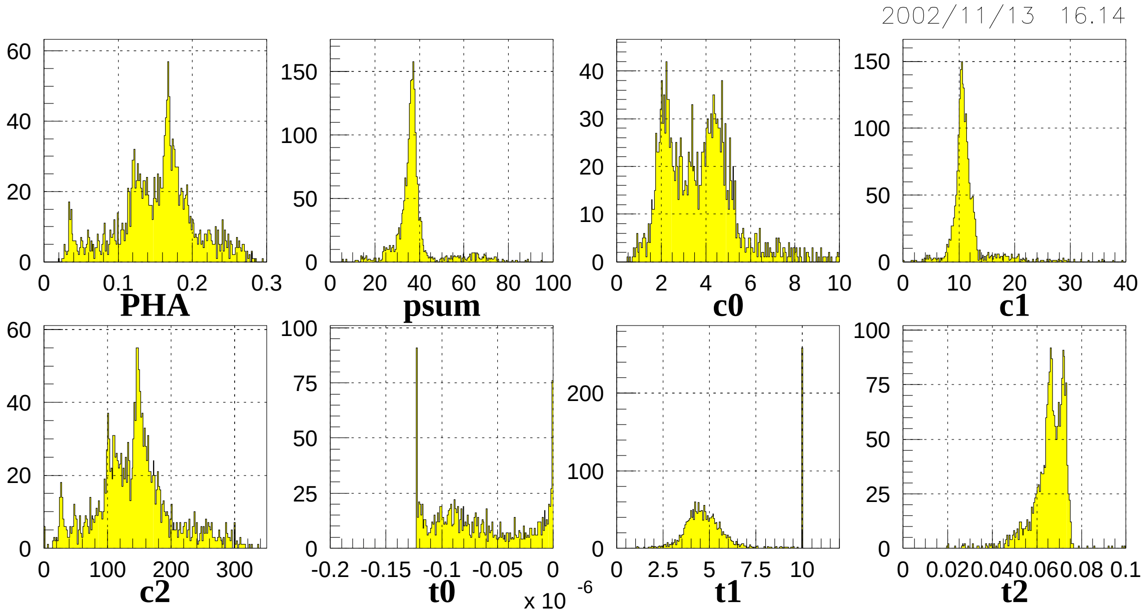


図 6.13: 個々のパルスのパラメタの分布。左上から順に、デジタルフィルタ処理で求めたパルスハイト (PHA)、出力の時間積分 (psum)、出力のベースライン (c_0)、時定数の長い成分の大きさ (c_1)、時定数の短い成分の大きさ (c_2)、パルスの立ち上がり時刻 (t_0)、長い時定数 (t_1)、短い時定数 (t_2)。

さらにフィットで求めた各パラメタの相関を調べた。この結果を図 6.14 に示す。PHA と c_2 に強い相関があり PHA は時定数の短い成分で決まっていること、c_2 と t_2 の相関図には弧を描くように分布しているパルス ($t_2 \lesssim 0.07$ ms) と比較的時定数の長い ($t_2 \gtrsim 0.07$ ms) パルスの 2 種類が存在することなどが見てとれる。なお、各相関図で psum や c_2 の比較的大きな領域にばらばらと分布しているのはダブルパルスなどのイベントである。

$c_1 \times t_1$、$c_2 \times t_2$ はパルスの時間積分値を表す重要なパラメタである。psum とこれらの値の相関を図 6.15 に示す。t_2 の比較的長いものだけをとり出すと、psum の幅は半分程度に収まることがわかる (図 6.15 右)。ただし、それを用いても Mn Kα 線と Kβ 線が区別できるほどではない。また、psum に対して $c_1 \times t_1$ が比較的大きいパルスが直線上に分布しているが、これは t_1 がフィットの際に指定した最大値である 10 ms にはりついたものである。このようなイベントが 2040 イベント中 260 イベント程度存在した。なお、$c_1 \times t_1$ と $c_2 \times t_2$ の相関も調べたが、特に相関は見られなかった。

6.3.4 長い時定数の起源

時定数の長い成分の起源を考察する。このカロリメータの固有時定数 $\tau_0 \equiv C/G$ は $\tau_0 = 4.3$ ms である。入射エネルギーの熱化が十分に速い場合はこの時定数より長いパルスが観測されることはなく、また、一般には電熱フィードバックが働くために時定数はさらに短くなる。カロリメータの有効時定数 $\tau_{\rm eff}$ は $\tau_{\rm eff} \simeq n\tau_0/\alpha$ であり、$n = 4$、$\alpha = 300$ を考えれば短い時定数 $t_1 \simeq 0.060$ ms とほぼ一致する。この α の値はこれまで測定してきたカロリメータに比べて非常に大きいが、RT 測定から求めた α とほぼ一致している妥当な値である。したがって、短い時定数はカロリメータの有効時定数 $\tau_{\rm eff}$ に対応すると考えられる。

一方、今回測定された時定数が長い成分には、τ_0 より長いものも数多く見られた。このことから TES へのエネルギーの入射が長時間にわたっていること、すなわち t_2 は TES へのエネルギーの入射時間により決まっていることが推測される。

この入射時間の候補は超伝導 (Sn) 吸収体で生じた準粒子の寿命である。Zehnder (1995) によれば、超伝導金属で吸

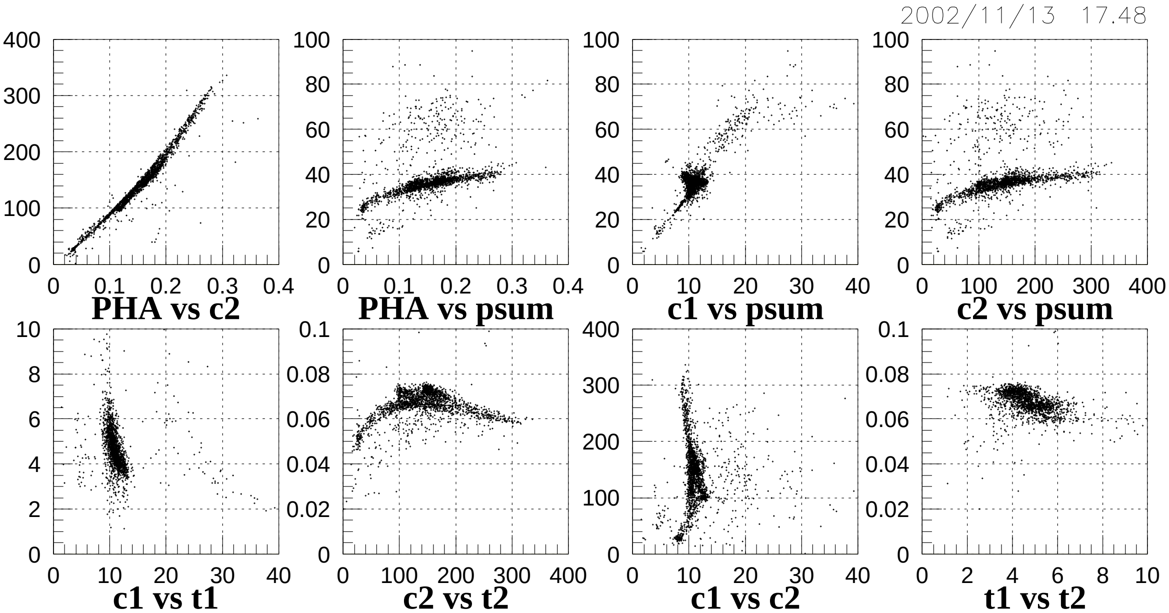


図 6.14: フィットで求めた各パラメタ間の相関。PHA と c_2 に非常に大きな相関があり、PHA は時定数の短い成分で決まっていることがわかる。また、c_2 と t_2 の相関図には弧を描くように分布しているパルス ($t_2 \lesssim 0.07$ ms) と比較的時定数の長い ($t_2 \gtrsim 0.07$ ms) パルスの 2 種類が存在するように見える。各相関図で psum や c_2 の比較的大きな領域にばらばらと分布しているのはダブルパルスなどのイベント。

収されたエネルギーは数 ns 後に準粒子生成のギャップエネルギーより小さなエネルギーを持つフォノンおよび準粒子に分けられ、さらに ms オーダーの時間を経て準粒子はフォノンになる。したがって、入射したエネルギーの 15 %程度は、すぐにフォノンに分配されて TES に入射することで時定数の短い信号を作るのに対して、残りはいったん準粒子に分配され、時定数の非常に長い信号を作ると考えられる。TES の温度を変化させるのはフォノンであるので、測定された長い時定数は準粒子の寿命に対応すると考えられる。Stahle et al. (1994) では蒸着でつけた Sn 薄膜を吸収体として用いた場合に ~ 6 ms の時定数の遅い成分が検出されており、やはりこれを準粒子の寿命と結論付けている。

なお、8 μm の Sn の吸収効率は 91 %程度であり、300 nm の Au の吸収効率は 23 %であるので、全イベントの 2 %程度は Au イベントが存在するはずである。Au は常伝導金属であるので Au イベントには時定数の長い成分が存在しないことが予想される。もしそのようなイベントが確認されれば、先に述べた仮説を裏付けることができると考え探してみたが、そのようなイベントは存在しなかった。

6.3.5 エネルギー分解能への影響

今回のようにすぐにフォノンになったエネルギーといったん準粒子になったエネルギーが別々に検出される場合、両者の割合の揺らぎによってパルス波形のばらつきが生じてしまうため、エネルギー分解能を向上させることが原理的に不可能である。両者が別々に検出されることのないようにする必要がある。

一つの方法は何らかの方法によって準粒子の寿命を短くしてしまうことである。Sn を吸収体とする場合でも、バルクの Sn を引き延ばして作成した Sn 箔では長い時定数が観測されない、つまり準粒子の寿命は短いことが知られている。実際、SII6A では Sn 箔をエポキシ接着剤で TES に接着し吸収体として用いたが、図 6.16 に示すように時定数は 270 μs で MHI-020425-1-A1 のような長い時定数は見られなかった。また、Stahle et al. (1994) でも、同じく Sn 箔をエポキシ接着剤で接着して吸収体としたカロリメータで長い時定数が見えなかったと報告されている。これは、電析や蒸着でつけた Sn には格子欠陥が比較的少ないのに対し、Sn 箔は引き延ばす過程において格子欠陥が多く作られるため、準粒子の寿命が抑制されるためであると考えられる。このことを考慮すると、不純物を混入して意図的に

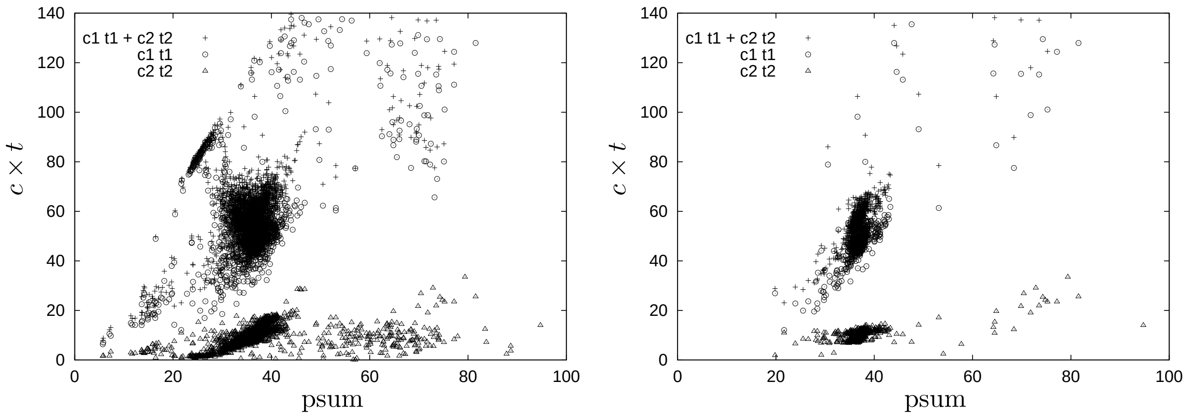


図 6.15: psum とフィットで求めた指数関数の時間積分値 c_1t_1、c_2t_2、$c_1t_1+c_2t_2$ の相関。左:　全パルス、右: $t_2 > 0.07$ ms のパルスのみ。それぞれの図において、+ は両者の和、× は時定数の長い成分 (c_1t_1)、∗ は時定数の短い成分 (c_2t_2)。$t_2 > 0.07$ ms のものだけをとり出すと psum はかなり狭い範囲に収まることがわかる。なお、左図で $20 < \mathrm{psum} < 30$、$80 < c_1t_1 < 100$ の領域に直線上に分布しているものは、t_1 がフィットの領域の最大値である 10 ms にはりついたもの。

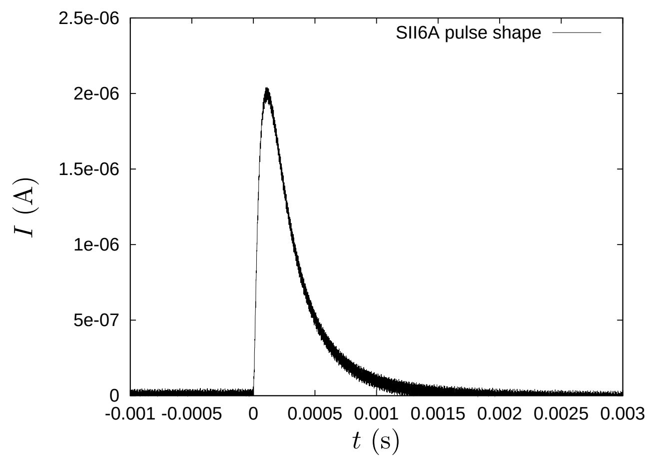


図 6.16: Sn 箔を吸収体として用いた SII6A のパルス波形。時定数は 270 μs 程度であり MHI-020425-1-A1 で見えたような長い時定数は見えていない。立ち上がりがなまっているのは吸収体 TES 間の熱伝導のためである。

格子欠陥を増やすことで準粒子の寿命を短くできる可能性がある。また、準粒子の寿命の短い適当な超伝導体があるならそれを用いるということも有効である。

もう一つの方法は準粒子が熱のキャリアにならないような物質を吸収体として用いることである。超伝導体を使う一番の利点は、$T \ll T_\mathrm{c}$ においては超伝導体の熱容量は非常に小さく、熱容量を小さく抑えつつ大きく厚い吸収体を作成できる点である。超伝導体ほどではないにしろ、半金属であれば熱容量を小さく抑えることができる。吸収効率を考えると原子番号の大きいものが有利であるので、たとえばビスマスが候補としてあげられる。

第7章　TES カロリメータのノイズ特性

ノイズはカロリメータのエネルギー分解能を決定する重要な要素の一つである。SII カロリメータのノイズレベルは、いずれも固有ノイズや読み出し系のノイズから予想されるレベルよりも高く、これがエネルギー分解能を制限している。したがって、設計値通りの性能を実現するには想定外のノイズの発生原因を特定し、取り除くことが重要である。この章では SII カロリメータのノイズ特性を詳しく調べ、その原因を考察する。

7.1　SII14B のエネルギー分解能を制限している要因

カロリメータ SII14B は、表 7.1 の測定条件のもと、5.9 keV の X 線に対して $\Delta E = 6.6 \pm 0.4$ eV のエネルギー分解能を得ることに成功した。一方、ベースライン幅は 6.4 ± 0.2 eV であり、§ 6.2 で示したように、パルスのばらつきはエネルギー分解能にほとんど寄与していない。しかし、式 (2.140) で計算される固有ノイズのエネルギー分解能への寄与は

$$\Delta E_{\mathrm{intrinsic}} = 2.6 \ \mathrm{eV} \tag{7.1}$$

であり、読み出し系ノイズの寄与を加えても

$$\Delta E_{\mathrm{readout+intrinsic}} = 3.1 \ \mathrm{eV} \tag{7.2}$$

である。したがって、エネルギー分解能の理論値と実測値には大きな食い違いがあることになる。

ベースライン幅の決定要因を調べるため、ノイズスペクトル の実測値と計算値を比較した。図 7.1 にノイズスペクトルの実測値と表 7.1 で示した各測定で求めたパラメタから計算される理論曲線を示す。計算に用いたパラメタは表 7.1 の通りである。 ノイズの計算値のうち、もっとも寄与の大きいものは読み出し系のノイズであり、固有ノイズの寄与は小さい。しかし、ノイズの測定値は読み出し系のノイズのさらに 2.5 倍程度であることがわかる。そこで、SII14B のエネルギー分解能は、固有ノイズ、読み出し系ノイズ以外の、原因の明らかでないノイズ (§ 4.1.5 で述べたようにこれを超過ノイズと呼ぶ) によって制限されていることがわかる。

表 7.1: SII14B の X 線照射時のパラメタ

T_{c}	C	G	n	R_{s}	L	T_{bath}	R_{TES}	I_{bias}	I_{TES}	α	$\mathcal{L}_0$
mK	pJ/K	nW/K		mΩ	nH	mK	mΩ	μA	μA		
150	1.7	1.2	3.2	3.1	76	63	38	427	32	99	21

図 7.2 は表 7.1 のパラメタを用いたパルススペクトルとそれに $\sqrt{f}$ をかけたものを示している。式 (2.135) からわかるように、エネルギー分解能は S/N 比スペクトルの自乗を f で積分した値で決まる。したがって、パルススペクトル $\times\sqrt{f}$ はエネルギー分解能への寄与を周波数の関数として表しているといえる。図 7.2 から、1 kHz $< f <$ 10 kHz の周波数帯がエネルギー分解能への寄与がもっとも大きいことがわかる。そこで、1 kHz $< f <$ 10 kHz の周波数帯で主要なノイズの原因を解明することが重要であるといえる。

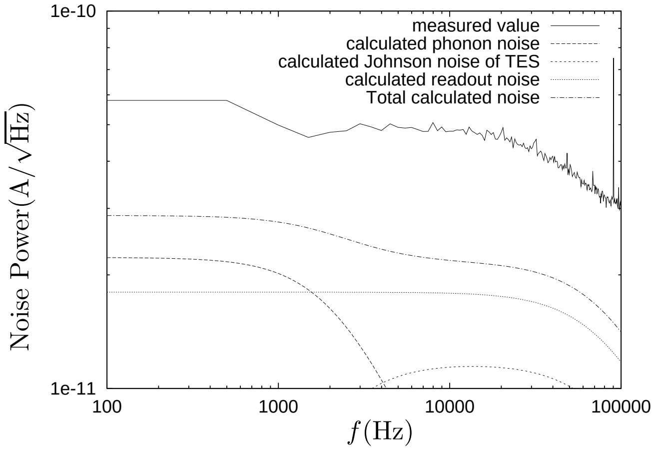


図 7.1: SII14B のノイズスペクトルの実測値と、固有ノイズ (フォノンノイズ +Johnson ノイズ)、読み出しノイズの計算値。観測されたノイズは固有ノイズおよび読み出し系のノイズから計算される値よりも大きく、超過ノイズが支配的である。

7.2 SII14B のノイズの詳細な解析

より詳細にノイズの解析を行なうため、X 線源を組み込まずに SII14B のノイズ測定を行なった。通常の測定では、X 線源をカロリメータと共に組み込んでいるため、$f < 100$ Hz のノイズを測定することは困難であるが、X 線源を組み込まないことにより低い周波数帯域のノイズデータを得ることができる。

7.2.1 測定方法

SII14B のノイズ測定では二つの測定方法を用いた。一つの方法は、IV 測定と同様の、熱浴温度を固定して、バイアス電流を変えつつノイズを記録するものである。145 mK、130 mK、75 mK の 3 つの熱浴温度に対して測定を行なった。これは X 線照射時とほぼ同じ条件である。もう一つの測定方法は、疑似的定電圧バイアスのもとでの RT

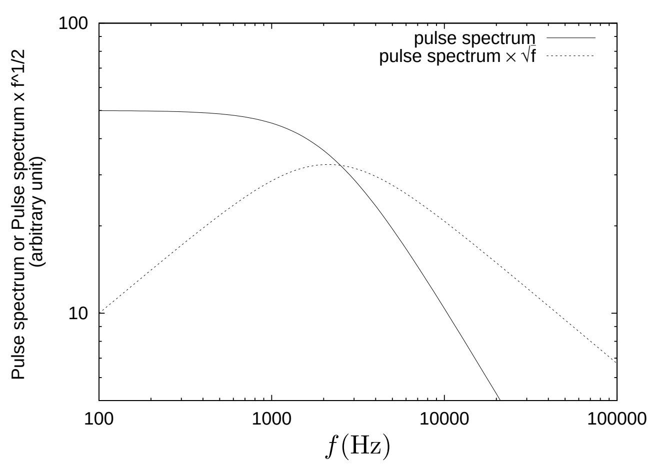


図 7.2: SII14B のパルスのパルススペクトル、およびパルススペクトルと $\sqrt{f}$ の積。エネルギー分解能にもっとも寄与するのは 1 kHz $< f <$ 10 kHz の周波数帯であることがわかる。

測定と同様のもので、バイアス電流を一定に保ちつつ熱浴の温度を変化させるものである。これを、バイアス電流 $I_{\mathrm{bias}} = 10\ \mu$A、50 μA、100 μA に対して行なった。これは電流によるノイズレベルの変化を調べることを目的としている。

7.2.2 測定結果

図 7.3 に得られた典型的なノイズを示す。このノイズは $T_{\mathrm{bath}} = 75$ mK、$R = 43$ mΩ で取得したもので、もっと

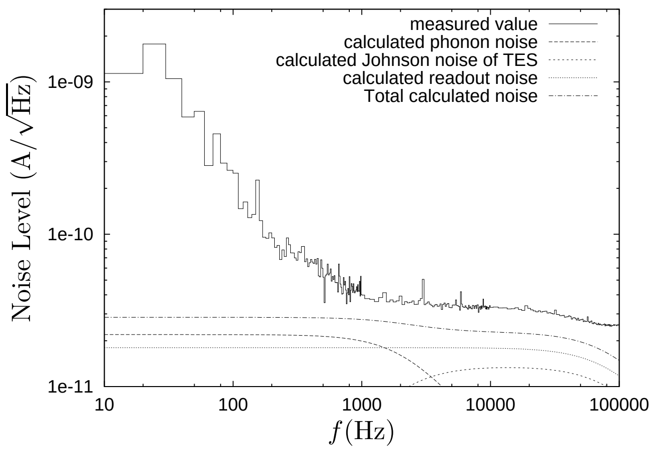


図 7.3: SII14B の $f > 10$ Hz の典型的なノイズスペクトル。$T_{\mathrm{bath}} = 75$ mK、$R = 43$ mΩ で取得したもの。表 8.1 のパラメタから計算されるノイズの理論曲線も共に示す。

も高いエネルギー分解能を記録したときとほぼ同じ条件である。図には、表 7.1 に示したパラメタから計算されるノイズレベルも共に示した。図 7.1 で見えた高周波ノイズが同じく高周波に見えている。また、これまでノイズを取得していなかった 100 Hz 以下の低周波には大きな盛り上がりがあることがわかる。

さらに、SII14B では特定のバイアス点で突然ノイズが大きくなることがあった。図 7.4 にそのノイズの例を示す。コブ状の形をしていることから、このノイズをここでは hump ノイズと呼ぶことにする。図 7.4 左と右を見比べると、

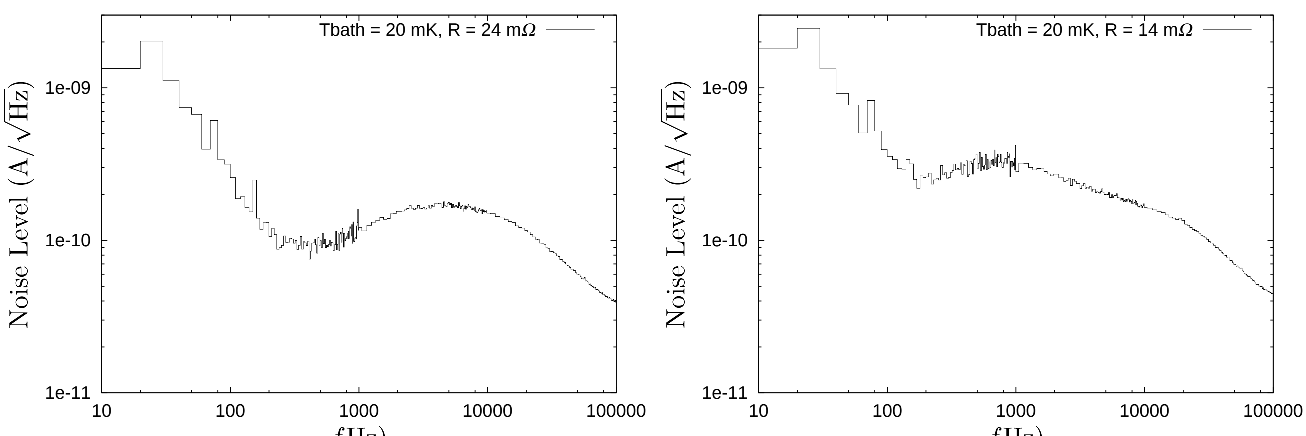


図 7.4: SII14B で見られた hump ノイズの例。左:$T_{\mathrm{bath}} = 75$ mK、$R = 24$ mΩ で取得したノイズ、右:$T_{\mathrm{bath}} = 75$ mK、$R = 14$ mΩ で取得したノイズ。ノイズレベル、立ち上がり、立ち下がりの時定数が動作点によって異なっている。

ノイズレベルだけではなく、立ち上がり立ち下がりの時定数が共に異なっていることがわかる。なお、磁気シールドを装着する前はこのようなノイズは見られなかった。

ノイズの特性を定量的に評価するために、ノイズをモデル関数で表すことを試みた。モデル関数は、1 kHz 以下の盛り上がりを Lorentzian、1 kHz 以上にまでのびるホワイトノイズ、hump ノイズ、読み出し系ノイズの 4 成分とした。固有ノイズはこれらのノイズに比べて小さいので含めない。読み出し系ノイズ以外は L/R の時定数に対応する周波数 $f_{\rm RL}$ でロールオフされる。hump ノイズ $N_{\rm hump}$ は低周波側のロールオフ周波数を $f_{\rm low}$、高周波側のロールオフ周波数を $f_{\rm high}$、ピークでのノイズレベルを $N_{\rm strange}$ として

$$N_{\rm hump} = \frac{N_{\rm strange}}{\sqrt{1+(f_{\rm low}/f)^2}\sqrt{1+(f/f_{\rm high})^2}} \tag{7.3}$$

と表すことにした。全ノイズ $N_{\rm total}$ はこれらの自乗和として

$$N_{\rm total}(f)^2 = \left(\frac{N_{\rm LF}^2}{1+(f/f_{\rm LF})^2} + N_{\rm HF}^2 + \frac{N_{\rm strange}^2}{(1+(f_{\rm low}/f)^2)(1+(f/f_{\rm high})^2)}\right)\frac{1}{1+(f/f_{\rm RL})^2} + N_{\rm readout}^2 \tag{7.4}$$

と表される。低周波ノイズのロールオフ時定数 $f_{\rm LF}$ はほぼ一定であったため $f_{\rm LF} = 15$ Hz に、読み出し系ノイズは $N_{\rm readout} = 18$ pA/$\sqrt{\rm Hz}$ に固定した。

各動作条件で得られたノイズスペクトルをこの関数で表し、各パラメタの値を求めた結果を図 7.5 に示す。以下でこれらのパラメタについて考察する。

7.2.2.1　低周波ノイズ

低周波ノイズはレベルがおよそ $N_{\rm LF} \sim 1 \times 10^{-9}$ A/$\sqrt{\rm Hz}$ で、熱浴の温度を固定した測定では熱浴温度が高いほど大きく、バイアス電流一定の測定ではバイアス電流が大きいほど大きかった (図 7.5 右上)。このノイズの起源はこの結果のみではわかりづらいが、熱伝導度の非常に大きい SII24B の測定結果と比較することにより、熱浴の温度揺らぎが原因であると考えられる。詳細は § 7.4.2.1 で述べる。

7.2.2.2　hump ノイズ

hump ノイズは常に観測されたわけではなく、動作条件によって現れるときと現れないときがあった。いずれの測定でも $R > 40$ mΩ では現れず、また $I_{\rm bias} = 10$ μA の測定では一切現れなかった。ピークのレベル、低周波側、高周波側のロールオフの周波数ともに非常にばらついているということも大きな特徴である (図 7.5 左中、右中、左下)。hump ノイズは磁気シールドをとりつける前は見られていなかったので、電流と温度計感度 α が大きい時にのみ現れると言える。これは熱的な起源を持つノイズの特徴であるので、hump ノイズの起源は熱的なものである可能性がある。ただし、その場合 αI に比例することが期待されるが、hump ノイズではそのような相関は確認できておらず、結論付けるには到っていない。

なお、SII14B 以外の素子でも hump ノイズらしきノイズが測定されたことがあったが、それらはある抵抗値のみで表れるものが多かった。SII14B の hump ノイズは $R < 40$ mΩ の比較的広い範囲の抵抗値で見えており、必ずしも傾向は一致していない。

7.2.2.3　高周波ノイズ

図 7.5 左上は高周波側ホワイトノイズのレベルと Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和 (実線)、R^{-1} の依存性を示す線 (点線) を抵抗値に対してプロットしたものである。

$I_{\rm bias} = 10$ μA の測定データを除くと、高周波側のホワイトノイズは全て Johnson ノイズ、読み出し系ノイズから計算されるレベルを卓越していた。この高周波ノイズは、$R < 40$ mΩ では非常にばらついているものの、$R > 40$ mΩ

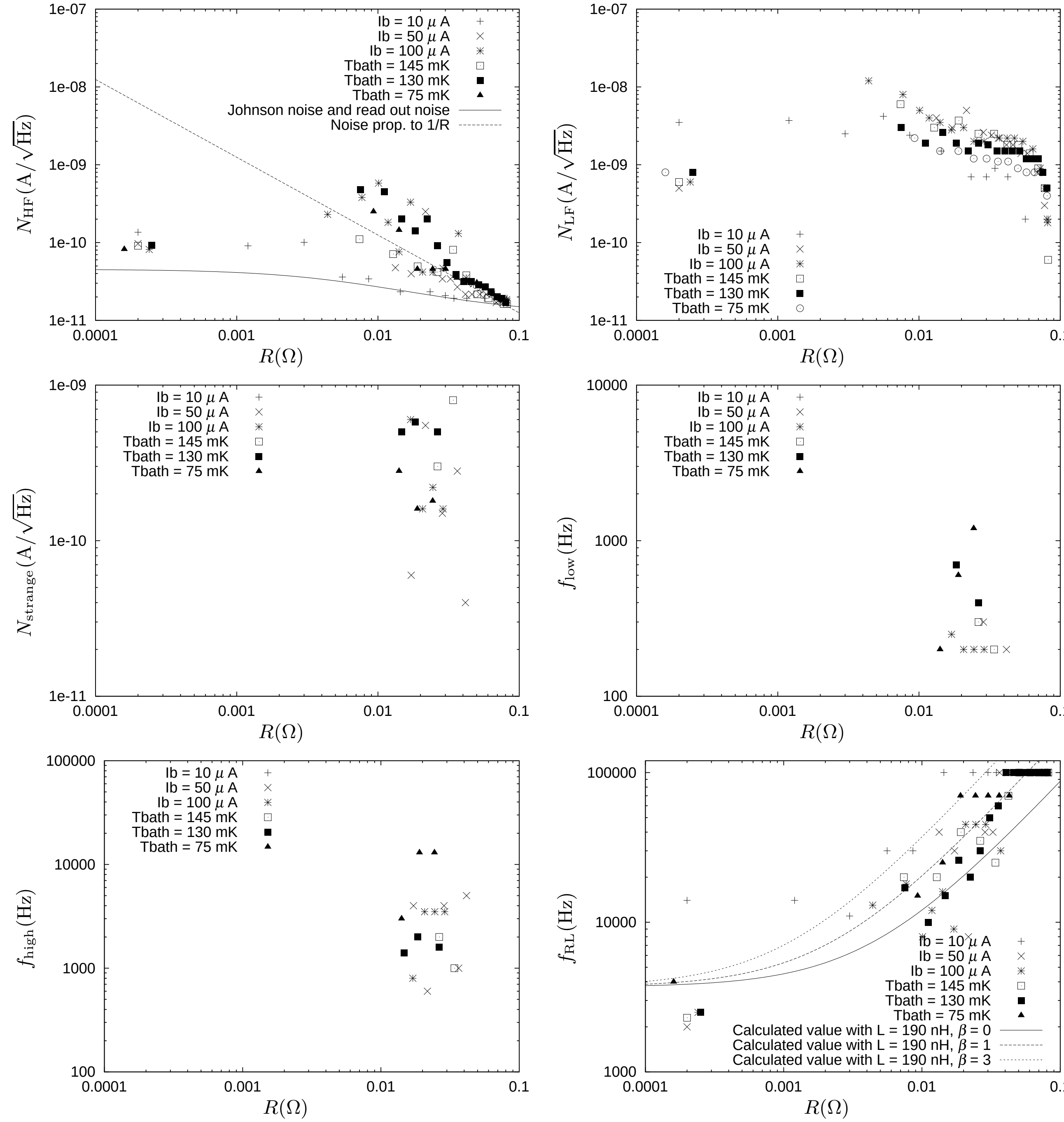


図 7.5: SII14B のノイズスペクトルのフィット結果。左上: 高周波側のホワイトノイズのレベル。右上: 低周波側の Lorentzian ノイズのレベル。左中: hump ノイズのレベル、右中: hump ノイズの低周波側のロールオフ周波数、左下: hump ノイズの高周波側のロールオフ周波数、右下: R/L に対応するロールオフ周波数。

では R^{-1} の依存性を持っていた。この周波数帯域で見られるノイズとしては Johnson ノイズもしくは読み出し系ノイズが考えられるが、前者は $R^{-1/2}$ の依存性をもち、後者は抵抗値によらない定数である。そこで、高周波ノイズの原因はこれらとは別であると考えられる。以後、このノイズを $1/R$ ノイズと呼ぶ。$R < 40$ mΩ では R^{-1} よりレベルが大きくなっているが、これは hump ノイズが支配的な動作点が多かったためであると考えられる。

$I_{\mathrm{bias}} = 10\ \mu\mathrm{A}$ の測定では高周波ノイズは小さく、Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和で説明できる。$1/R$ ノイズは TES を流れる電流が大きい時のみ表れることがわかる。一方、熱浴の温度が異なっていても $1/R$ ノイズのレベルは等しいことから、電流がある程度以上大きければ $1/R$ ノイズのレベルは R だけで決まり、他の動作条件には依存しなくなる。

7.2.3　高周波ノイズのロールオフ周波数

高周波のロールオフ周波数が回路で決まっている場合、カロリメータの回路のインダクタンス $L = 190$ nH を用いて

$$f = \frac{R + R_{\mathrm{s}}}{2\pi L} \tag{7.5}$$

で表されることが期待される (図 7.5 右下の実線)。しかし、測定結果は必ずしも一致しておらず、またばらつきが大きかった。この理由の一つは hump ノイズが卓越していた場合、そのロールオフ周波数と f_{RL} の区別がつかないためであろう。

また、全体の傾向として周波数が高くなる傾向が見られている。この理由として TES の抵抗値の電流依存性が効いていることが考えられる。式 (7.5) でロールオフが決まるのは抵抗値が電流、発熱によらず一定の場合である。実際は、TES の抵抗値は電流、発熱の影響を受けるので、その補正が必要となる。$\alpha \lesssim 100$ では抵抗値の温度依存性の影響より電流依存性の影響の方が大きいため、ここでは電流依存性のみを考える。

カットオフの周波数は電流感度 $\beta \equiv \partial \ln R / \partial \ln I$ を用いて

$$f = \frac{R(1+\beta) + R_{\mathrm{s}}}{2\pi L} \tag{7.6}$$

となる (Lindeman, 2000)。そこで、TES の電流感度 β が大きいほどロールオフの周波数が長くなることがわかる。

TES は $\beta > 0$ であるため、TES の抵抗値は TES を流れる電流が大きくなると大きくなる。式 (7.6) は TES の抵抗値が実効的には $(1+\beta)R$ であることを意味する。これは、電流変化にともなう TES の抵抗値の変化が電流を抑制するためであると理解できる。

図 7.5 右下には β の値が 0(実線)、1(破線)、3(点線) のそれぞれの場合についての曲線を共に載せてある。$\beta \sim 1$ とすると測定結果のレベルに近付く。I_{bias} や熱浴温度に対する f_{RL} の依存性は特に見られなかった。なお、ここでは温度依存性による影響を考慮していないが、考慮した場合ロールオフの周波数は小さくなる。

7.3　SII タイプカロリメータの高周波ノイズの比較

SII14B で見られたノイズが SII14B に固有のものであるのか、他のカロリメータでも同様のノイズが見られているのかを調べることは、ノイズの原因解明に役立つと考えられる。このうち $f > 1$ kHz の高周波ノイズについては、IV 特性取得時、疑似的定電圧バイアスのもとでの RT 特性取得時に、多数の素子の抵抗値とノイズレベルの関係を記録している。この節ではそれらを比較する。

7.3.1　IV 測定時の高周波ノイズの比較

SII タイプカロリメータの IV 測定時の抵抗値 R と高周波ノイズ (4 kHz でのノイズレベル) の関係を図 7.6 に示す。それぞれの図には、各熱浴温度でのノイズレベル、Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和から計算される値を実線で、R^{-1} の依存性のノイズと読み出し系ノイズの和の計算値を示した。計算値を求める際、シャント抵抗の値は全て $R_{\mathrm{s}} = 4.4\ \mathrm{m\Omega}$ とし、読み出し系ノイズは $18\ \mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ とした。

図 7.6 より、全ての素子においてノイズレベルは Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和より大きいことがわかる。また、ほとんどの素子のノイズレベルは熱浴の温度によらず、R だけで決まっている。これはノイズレベルが TES を流れる電流によらないことを示している。さらに、多くの素子のノイズレベルは R^{-1} の依存性を持っていることが

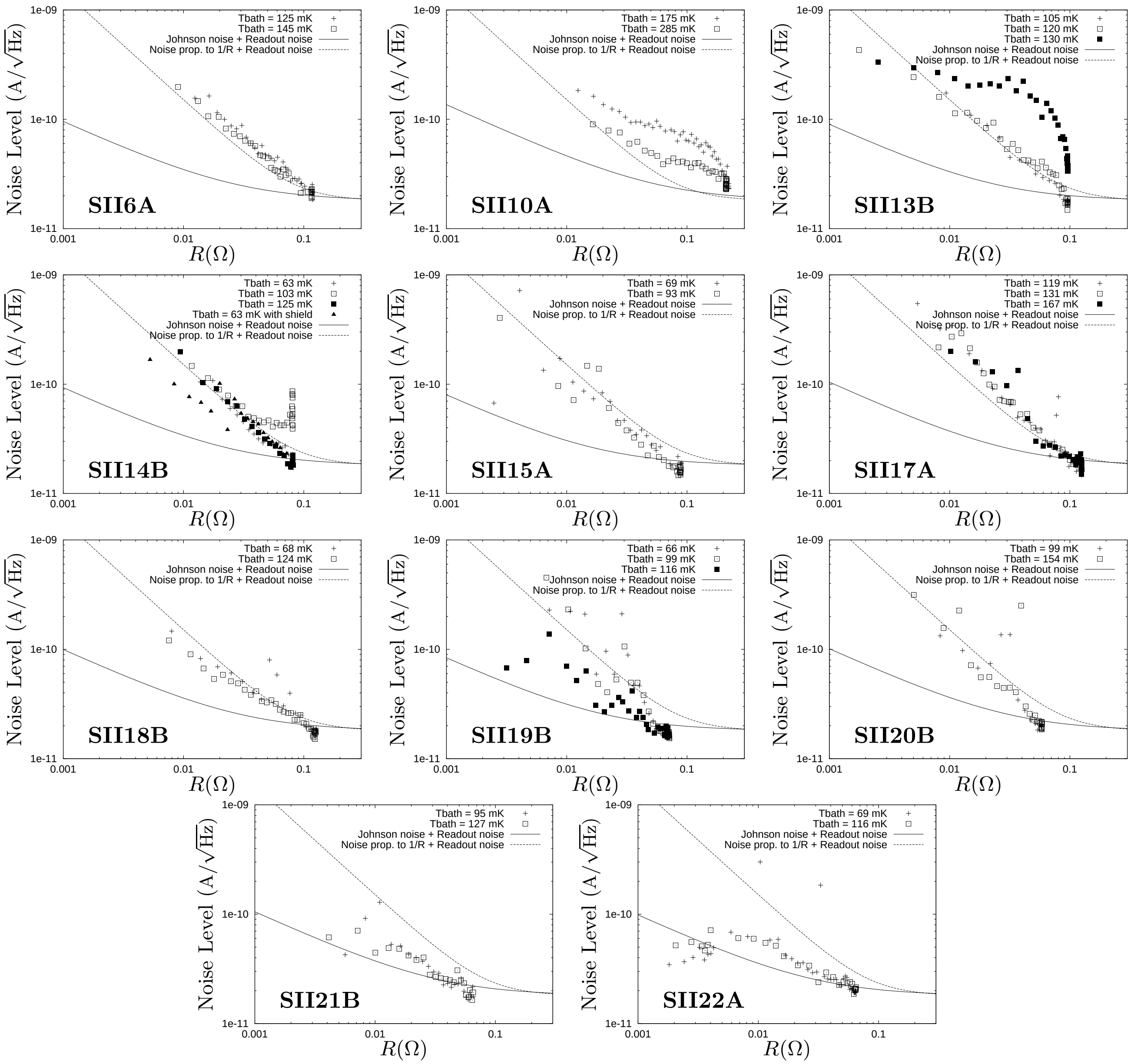


図 7.6: 各素子における TES の抵抗 R と IV 測定時のノイズレベルの関係。横軸は TES の抵抗値、縦軸は 4 kHz のノイズレベル。実線は Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和の計算値、破線は 1.5 pV の電圧性ノイズと読み出し系ノイズの和の計算値。シャント抵抗は全て $R_{\mathrm{s}} = 4.4\ \mathrm{m\Omega}$ としている。なお、測定時の電流は 10 μA–100 μA である。

わかる。このことから、SII14B で見られたような $1/R$ ノイズは SII タイプのカロリメータには一般的なものであること、熱浴の恩度によらず抵抗値のみで決まり、R^{-1} の依存性を持つことがわかる。

次に、$1/R$ の依存性を示すノイズが得られた SII6A、SII13B、SII14B、SII15A、SII17A、SII20B に対して、各素子の $1/R$ ノイズのレベルと常伝導抵抗 $R_{\rm n}$ の相関、および $1/R$ ノイズのレベルと常伝導抵抗 × 転移温度 $(R_{\rm n}T_{\rm c})$ との相関を調べた。この結果をそれぞれ図 7.7 に示す。ここで、縦軸はノイズレベルを電圧換算したものであり、抵抗

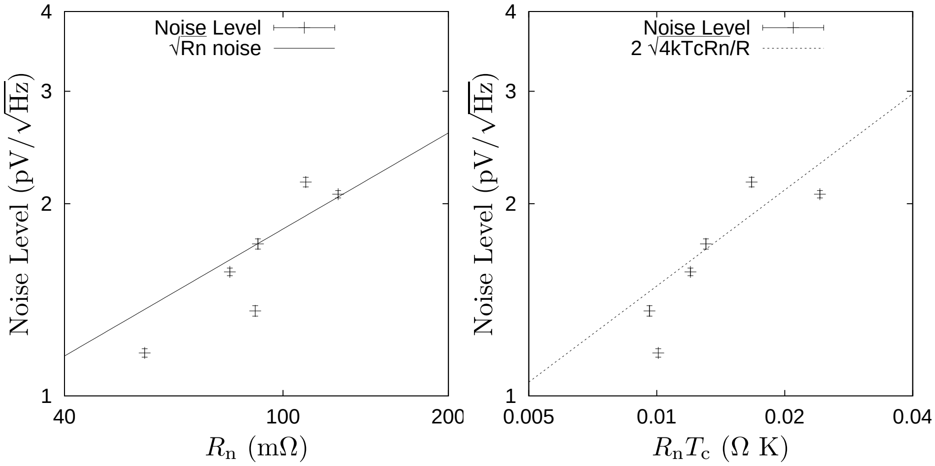


図 7.7: 左: $1/R$ ノイズのレベルと $R_{\rm n}$ の関係。実線は $\sqrt{R_{\rm n}}$ の依存性を示す。右: $1/R$ ノイズのレベルと $R_{\rm n}T_{\rm c}$ の関係。実線は $\sqrt{4kT_{\rm c}R_{\rm n}}$、点線は $2\sqrt{4kT_{\rm c}R_{\rm n}}$ を示す。

値とノイズレベルの関係 (図 7.6) に対してフィッティングを行なうことで得た。このとき、データ点の誤差は 10 %とした。図 7.7 中のエラーバーはフィッティングで得られた 1σ エラーを表す。図 7.7 より、ノイズレベルと $R_{\rm n}$、および $R_{\rm n}T_{\rm c}$ に相関があることがわかる。また、左図には $\sqrt{R_{\rm n}}$ の依存性を示す線を、右図には $2\sqrt{4kT_{\rm c}R_{\rm n}}$ の線を共に示した。これより、$1/R$ ノイズのレベルは $\sqrt{R_{\rm n}}$ に比例して大きくなり、$\sim 2\sqrt{4kT_{\rm c}R_{\rm n}}$ の電圧の揺らぎだと考えるとその大きさや $1/R$ 依存性を説明できることがわかる。

7.3.2　RT 特性時の高周波ノイズの比較

次に、疑似的定電圧バイアス回路による RT 測定時の、$f = 4$ kHz のノイズレベルを比較する。RT 測定時は TES と熱浴の温度差は微小であり、IV 測定時と異なり $I_{\rm TES} \sim 1\ \mu$A である。RT 測定時の各素子の抵抗値と 4 kHz のノイズレベルの関係を図 7.8 に示す。

IV 測定時のノイズレベルと違い、$R > 10$ mΩ では全ての素子でノイズはほぼ $R^{-1/2}$ に比例し、その大きさもほぼ Johnson noise と読み出し系のノイズで説明できることがわかる。$R < 10$ mΩ では $R \sim R_{\rm s}$ となり、TES を流れる電流が $I_{\rm TES} \sim 10\ \mu$A と大きくなる。$R < 10$ mΩ でノイズレベルの実測値が計算値より大きくなるのは電流が大きいためだと解釈することができる。

以上をまとめると、以下のようになる。

- $I_{\rm TES}$ が小さい場合、高周波ノイズは固有ノイズと読み出し系のノイズで説明できる。
- $I_{\rm TES}$ が大きい場合、高周波ノイズは $1/R$ で決まる。$1/R$ ノイズの大きさは $T_{\rm bath}$ によらない。

SII 素子は全て同じスパッタ装置で成膜したものであり、共通した特徴は TES に内在するものであろう。特に TES, 吸収体の形状が異なる素子で同じ傾向が見えていることはノイズの原因を知る手がかりとなると考えられる。一方、個々の素子で異なる部分はその素子のいずれかのパラメタによると考えられる。

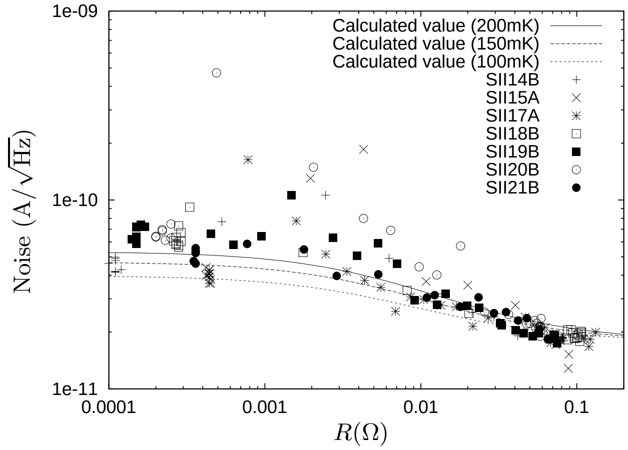


図 7.8: RT 測定時の SII タイプカロリメータの TES の抵抗値 R と 4 kHz でのノイズレベルの関係。データはバイアス電流 $I_{\mathrm{bias}} = 10\ \mu\mathrm{A}$ の疑似的定電圧バイアスで取得したもの。曲線は熱浴温度 100 mK、150 mK、200 mK での Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和。読み出し系ノイズは 18 pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ を仮定。$R > 10\ \mathrm{m}\Omega$ ではノイズの実測値はほとんど Johnson ノイズと読み出し系ノイズのレベルと等しい。

7.4 メンブレン構造の有無によるノイズ特性の違い

前節では SII14B の低周波から高周波までのノイズスペクトルを調べ、ノイズレベルや周波数特性を評価した。ノイズの原因を考察するには、特性の異なるカロリメータで同様の測定を行ない比較することが有効である。そこで、SII14B と同じロットで TES の成膜を行ない、メンブレン構造を構築していない素子 SII24B に対して同様の測定を行なった。SII24B はメンブレン構造をとっていないため、熱浴との熱伝導度は SII14B と比べて二桁大きい。そこで、熱伝導度とノイズの関係を明らかにすることができる。

7.4.1 測定方法

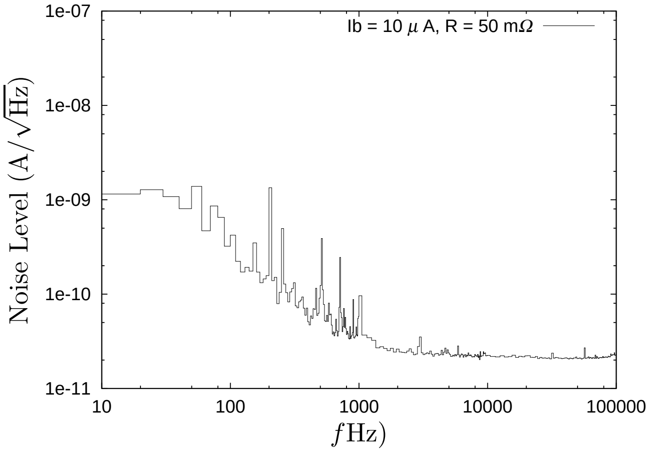
SII24B は熱浴との熱伝導度が非常に大きいため、$T_{\mathrm{bath}} \ll T_{\mathrm{TES}}$ として T_{bath} を一定に保つことが非常に難しく、他の素子のように T_{bath} 一定のもと IV 特性を取得することができなかった。そこで、疑似的定電圧バイアスのもと、バイアス電流 I_{bias} を一定に保ちつつ、熱浴の温度を変化させ測定を行なった。この方法は、疑似的定電圧バイアスのもとの RT 測定と同様のものである。メンブレン構造をとっている素子の RT 測定時は、熱浴と TES の間に温度差ができないようバイアス電流は $I_{\mathrm{bias}} = 10\ \mu\mathrm{A}$ と十分小さい値のみで行なっているが、この測定では I_{bias} を 10 μA、50 μA、100 μA、200 μA と変化させて行なった。

7.4.2 ノイズ測定結果

まず、例としてバイアス電流 $I_{\mathrm{bias}} = 10\ \mu\mathrm{A}$ および 200 μA の場合の、抵抗値 $R \sim 50\ \mathrm{m}\Omega$ 程度におけるノイズスペクトルを図 7.9 に示す。図 7.9 からわかるように、バイアス電流が大きい場合には低周波ノイズが非常に大きくなり、図 7.5 に示した SII14B の 10 倍以上のレベルであった。また、$I_{\mathrm{bias}} = 200\ \mu\mathrm{A}$ の場合、高周波ノイズも計算値より大きかった。なお、SII14B で見えた hump ノイズは SII24B では全く見えなかった。

SII14B の場合と同様に、モデル関数でノイズを評価した。ノイズを表す関数は、低周波の Lorentzian 型ノイズ、高周波のホワイトノイズ、読み出し系ノイズの自乗和、

$$N_{\mathrm{total}}(f)^2 = \left(N_{\mathrm{LF}}^2 \frac{1}{1+(f/f_{\mathrm{LF}})^2} + N_{\mathrm{HF}}^2 \right) \frac{1}{1+(f/f_{\mathrm{RL}})^2} + N_{\mathrm{readout}}^2 \tag{7.7}$$



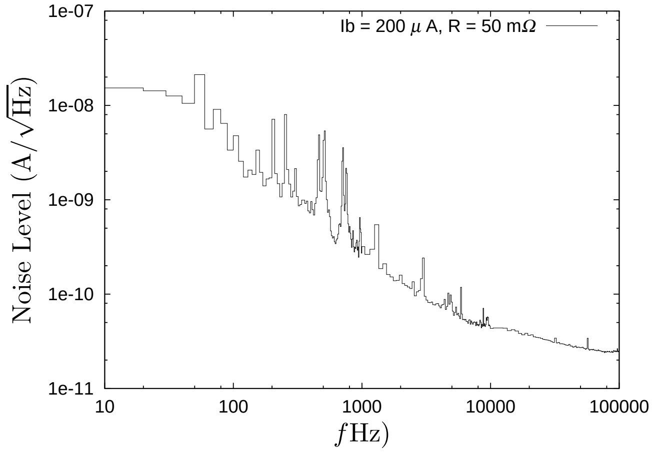


図 7.9: SII24B の $R \sim 50$ mΩ のノイズスペクトルの例。左:$I_{\rm bias} = 10$ μA、右:$I_{\rm bias} = 200$ μA。$I_{\rm bias} = 200$ μA では大きな低周波ノイズが乗っていることがわかる。

とした。低周波ノイズのロールオフ時定数 $f_{\rm LF}$ は $f_{\rm LF} = 15$ Hz に、読み出し系ノイズは $N_{\rm readout} = 18$ pA/$\sqrt{\rm Hz}$ に固定した。また、フォノンノイズや電熱フィードバックによる低周波における Johnson ノイズの抑制は低周波ノイズに埋もれてしまっているため含めていない。

SII24 では $f \sim 4$ kHz では低周波成分の影響が大きく残ってしまうため、$f = 4096$ Hz のノイズレベルから高周波ノイズのレベルを知ることはできないが、モデル関数を用いることで低周波、高周波それぞれのノイズレベルを定量的に扱うことができる。得られたパラメタと TES の抵抗値との関係をを図 7.10 に示す。

以下で求められた各パラメタについてそれぞれ考察する。

7.4.2.1　低周波ノイズ

図 7.10 左上より、低周波ノイズは $R \lesssim 50$ mΩ では同じ $I_{\rm bias}$ に対しては抵抗値によらずほぼ等しい値をとっていることがわかる。また、その値は $I_{\rm bias}$ が大きいほど大きく、$I_{\rm bias} = 10$ μA のデータが他のものよりはるかに小さかった。

低周波の Lorentzian ノイズのロールオフ周波数は、TES の抵抗値、バイアス電流などと依存せず誤差の範囲で一定値であった。そこで、TES 外部の物理量で決まっていると考えられる。また、このノイズはこれまで測定したメンブレン構造のカロリメータで顕著には見えていないことから、熱伝導度が大きいことにより顕在化していると考えられる。以上の性質から、熱浴の温度揺らぎがノイズの原因の候補としてあげられる。以下ではノイズが熱浴の温度揺らぎが低周波ノイズの原因だと仮定して、それを検証し、考察する。

メンブレン構造がない場合、熱浴の温度と TES の温度が等しいと仮定し、温度揺らぎは揺らぎの伝搬を 1 次近似で表せるほどに十分小さいとする。すると、熱浴の温度 $T_{\rm bath}$ の揺らぎはそのまま TES の温度 T のゆらぎ δT となる。この温度揺らぎは抵抗値の揺らぎ δR を生み、その大きさは温度感度 $\alpha \equiv \partial \ln R / \partial \ln T$ を用いて

$$\frac{\delta R}{R} \simeq \alpha \frac{\delta T}{T} \tag{7.8}$$

で計算される。この抵抗値の揺らぎは TES を流れる電流の変化 $\delta I_{\rm TES}$ となり SQUID を通して測定され、その大きさは

$$\frac{\delta I_{\rm TES}}{I_{\rm bias}} \simeq \frac{R_{\rm s}}{R + R_{\rm s}} \frac{\delta R}{R + R_{\rm s}} \tag{7.9}$$

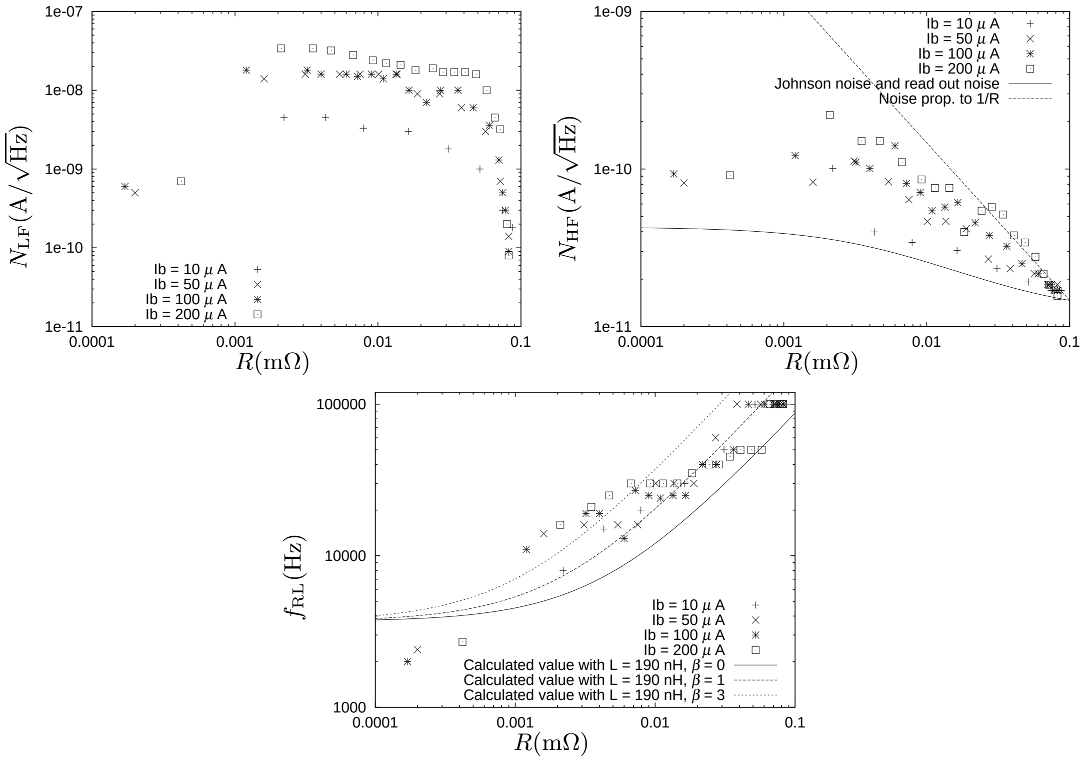


図 7.10: SII24B の個々のノイズスペクトルをモデル関数でフィットして得られた各パラメタの抵抗値依存性。左上:低周波ノイズの大きさ、右上:高周波ノイズの大きさ、下:L/R のロールオフの周波数。それぞれ、完全超伝導 ($R < 1\ \mathrm{m}\Omega$) の場合と遷移端中で全くことなる振舞いを示している。全ての図において、$+$ はバイアス電流 10 μA、$\times$ はバイアス電流 50 μA、$\divideontimes$ はバイアス電流 100 μA、$\boxdot$ はバイアス電流 200 μA。右上の図の 2 本の線は下が Johnson ノイズと読み出し系ノイズの和 ($T = 150$ mK、$R_{\mathrm{s}} = 4.4\ \mathrm{m}\Omega$ を仮定)。上が $1/R$ の依存性を持つノイズ。下の図の 3 本の線はそれぞれ下が $\beta = 0$、中が $\beta = 1$、上が $\beta = 3$ の場合の $(R(1+\beta)+R_{\mathrm{s}})/L$ で決まる周波数。

である。これらをまとめると、温度揺らぎと出力の電流揺らぎの関係は

$$\delta I_{\mathrm{TES}} \simeq \alpha I_{\mathrm{bias}} \frac{R R_{\mathrm{s}}}{(R+R_{\mathrm{s}})^2} \frac{\delta T}{T} \tag{7.10}$$

となる。このように、同じ温度揺らぎに対しては出力は I_{bias} に比例するので、I_{bias} が大きいほど大きいという実測結果の傾向を説明できる。

一方、ノイズ電流の rms 値 δI_{rms} はノイズの周波数空間での成分 $N(f)$ と

$$\delta I_{\mathrm{rms}}^2 = \int N(f)^2 df \tag{7.11}$$

の関係がある。周波数空間で、低周波ノイズは

$$N(f) = \frac{N_{\mathrm{LF}}}{\sqrt{1+(f/f_{\mathrm{LF}})^2}} \tag{7.12}$$

とかけ、$f_{\mathrm{LF}} \simeq 15$ Hz、たとえば $I_{\mathrm{bias}} = 100\ \mu$A、$R \simeq 30\ \mathrm{m}\Omega$ では $N_{\mathrm{LF}} \simeq 1 \times 10^{-8} \mathrm{A}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ であるので、積分を行なうと

$$\delta I_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{\pi N_{\mathrm{LF}}^2 f_{\mathrm{LF}}}{2}} = 4.8 \times 10^{-8}\ \mathrm{A} \tag{7.13}$$

と計算される。式 (7.8)、(7.9)、(7.10) に $R_{\mathrm{s}} = 4.4\ \mathrm{m}\Omega$、$\alpha \sim 100$ も併せて代入すると、

$$\delta R_{\mathrm{rms}} = 0.13\ \mathrm{m}\Omega \tag{7.14}$$

$$\frac{\delta R_{\mathrm{rms}}}{R} = 0.43\ \%、 \tag{7.15}$$

$$\frac{\delta T_{\mathrm{rms}}}{T} \sim 4 \times 10^{-3}\ \% \tag{7.16}$$

$$\delta T_{\mathrm{rms}} \sim 6\ \mu\mathrm{K} \tag{7.17}$$

とそれぞれ計算される。これらより、熱浴温度が rms 値で 6 μK 程度ゆらいでいれば測定されたノイズが説明できることがわかる。冷凍機の温度制御の精度を考えると、この程度の温度揺らぎが存在することは十分考えられる。

低周波ノイズが熱浴の温度揺らぎに起因するならば、ロールオフの周波数は熱伝導のボトルネックにおける C/G の時定数で決まっているだろう。このボトルネックとしては、Si 基板と銅治具の境界面、銅治具と真鍮の治具との境界面、真鍮の治具の棒状の部分の熱伝導が考えられる。Si 基板およびその上の TES の熱容量 C は $C \simeq 83$ pJ/K である。ロールオフの周波数 f_{LF} は $f_{\mathrm{LF}} = G/2\pi C$ で計算されるので、$f_{\mathrm{LF}} \simeq 15$ Hz となる G を計算すると $G = 7.5\ \mathrm{nW}/K$ となる。これはメンブレンと銅の境界の熱伝導度としては小さ過ぎるので、ボトルネックは別の箇所であると言える。一方銅の治具の熱容量は、サイズを 5 cm × 4 cm × 3 mm とすると $C = 61\ \mu$J/K と計算される。この時、$f_{\mathrm{LF}} \sim 15$ Hz となる G は $G = 5.7$ mW/K である。真鍮の治具の熱伝導度はおよそ 10^{-3} W/K のオーダーであり、真鍮治具内の熱伝導によりロールオフの周波数が決まっていると考えられる。

低周波ノイズは普段カロリメータとして動作させる時には見えていなかった。これは、メンブレン構造をとっている場合は TES と熱浴の間の熱伝導度が小さいので、熱浴の温度揺らぎの影響による TES の温度変化が小さくなるからだと考えられる。

メンブレン構造がある場合のカロリメータとして動作させる際の低周波ノイズの大きさを見積もる。熱浴の温度と TES の温度には

$$P_{\mathrm{b}} = \frac{G_0}{n}\left(T^n - T_{\mathrm{bath}}^n\right) \tag{7.18}$$

の関係がある。ここで、P_{b} はジュール発熱である。まずは電熱フィードバックを考慮しない場合を考える。微小な熱浴の温度変化 δT_{bath} に対する TES の温度変化 δT は式 (7.18) を $\delta P_{\mathrm{b}} = 0$ のもと微分して

$$\delta T = \left(\frac{T_{\mathrm{bath}}}{T}\right)^{n-1} \delta T_{\mathrm{bath}} \tag{7.19}$$

と計算される。

実際には、電熱フィードバックにより TES の温度が変化するとその変化を抑制する方向にジュール発熱が変化するので、TES の温度変化はさらに小さくなる。ジュール発熱の変化 δP_{b} は

$$\delta P_{\mathrm{b}} = -P_{\mathrm{b}}\frac{\delta R}{R} = -P_{\mathrm{b}}\alpha\frac{\delta T}{T} = -\mathcal{L}_0 G\delta T = -\mathcal{L}_0 G_0 T^{n-1}\delta T \tag{7.20}$$

である。ジュール発熱が変化する場合、式 (7.18) を微分した

$$\delta P_{\mathrm{b}} = G_0(T^{n-1}\delta T - T_{\mathrm{bath}}^{n-1}\delta T_{\mathrm{bath}}) \tag{7.21}$$

が、δT と δT_{bath} の満たすべき関係である。これをもとに計算すると、電熱フィードバックを考慮した場合は

$$\delta T = \frac{\theta^{n-1}}{1+\mathcal{L}_0}\delta T_{\mathrm{bath}} = \frac{\theta^{n-1}}{1+(1-\theta^n)\alpha/n}\delta T_{\mathrm{bath}} \tag{7.22}$$

となることがわかる。ここで、$\theta \equiv T_{\mathrm{bath}}/T$ と定義し、$\mathcal{L}_0 = P_{\mathrm{b}}\alpha/GT = \alpha(1-\theta^n)/n$ を用いた。

これを SII14B の低周波ノイズのレベルと比較することで、低周波ノイズの原因が熱浴の温度揺らぎによるものであると検証できる。式 (7.10)、式 (7.22) より、電熱フィードバックのもとでは、熱浴揺らぎによるノイズ電流は

$$N_{\mathrm{LF}} \simeq \alpha I_{\mathrm{bias}}\frac{RR_{\mathrm{s}}}{(R+R_{\mathrm{s}})^2}\frac{\theta^{n-1}}{1+\mathcal{L}_0}\frac{\delta T_{\mathrm{bath}}}{T}\sqrt{\frac{2}{\pi f}} \tag{7.23}$$

と計算される。熱浴温度を $T_{\rm bath} = 145$ mK に保って SII14B のノイズ測定を行なった際は $I_{\rm bias} \simeq 1000\ \mu$A のときに $R \simeq 30$ mΩ となり、$T_{\rm bath} = 130$ mK に保った場合は $I_{\rm bias} \simeq 190\ \mu$A のときに $R \simeq 30$ mΩ となった。これらの値と $n = 3.2$、$\alpha \sim 100$、$R_{\rm s} = 4.4$ mΩ、$f = 15$ Hz、$\delta T = 6\ \mu$K を併せて代入すると、出力の電流揺らぎは $T_{\rm bath} = 145$ mK で $N_{\rm LF} \sim 2 \times 10^{-9}{\rm A}/\sqrt{\rm Hz}$ となり、$T_{\rm bath} = 130$ mK で $N_{\rm LF} \sim 1 \times 10^{-9}{\rm A}/\sqrt{\rm Hz}$ となる。これらは図 7.5 右上の測定結果とおよそ合っており、SII24B で見えた低周波ノイズは熱浴の温度揺らぎによるという推測を支持する。

一方、$T_{\rm bath} = 75$ mK の場合、$I_{\rm bias} \simeq 270\ \mu$A で $R \simeq 30$ mΩ であり、これらの値から計算されるノイズレベルは $N_{\rm LF} \sim 2 \times 10^{-10}{\rm A}/\sqrt{\rm Hz}$ であり、実測値は計算値の 5 倍程度である。計算値と実測値が異なっている原因としては、熱浴の温度が低い場合に温度揺らぎが大きくなることが考えられる。$T_{\rm bath} \sim 70$ mK で $\delta T_{\rm bath} \sim 30\ \mu$K だと考えると、低周波ノイズが説明できる。考えられるもう一つの理由は、$T_{\rm bath} \sim 70$ mK では熱浴の温度揺らぎの影響は十分抑制され、他のノイズが支配的になっていることである。温度計測に用いている LTC21 は $f \sim 1.5$ Hz のラインノイズを発生していることがわかっており、この高調波が連続成分を作っている可能性がある。

7.4.2.2 高周波ノイズ

高周波ノイズは、$I_{\rm bias} = 10\ \mu$A の場合はほぼ Johnson ノイズと読み出し系ノイズで説明できるが、$I_{\rm bias}$ を上げていくとノイズレベルが上がっていき、$1/R$ の依存性に近付いていった (図 7.10 右上)。そして、$I_{\rm bias} = 100\ \mu$A と $I_{\rm bias} = 200\ \mu$A ではノイズレベルはほとんどかわらなかった。すなわち、SII24B でも他の素子で見られた $1/R$ ノイズが見えている。

SII24B においてもメンブレン構造をとっている他のカロリメータと同様の特性が見られたことから、メンブレン構造の有無 (TES と熱浴の間の熱伝導度) は $1/R$ ノイズの性質と関係がないといえる。

7.4.2.3 高周波ノイズのロールオフ周波数

高周波のロールオフ周波数の振舞いは SII14B より顕著で、およそ全てのノイズデータで $f = (R + R_{\rm s})/2\pi L$ より長いという結果が得られた。SII24B では hump ノイズは見えておらず、hump ノイズのロールオフ周波数との紛れはない。やはり、何らかの原因によってロールオフの周波数が高くなっていると考えられる。しかし、TES の抵抗値の電流依存性の影響が見えていると考えると $R < 10$ mΩ では $\beta \sim 3$ が必要となる。β が大きいと実質的な抵抗値が大きくなるため、ノイズレベルが小さくなるはずである。$\beta \sim 3$ であれば、ノイズレベルは 1/4 となるはずであるが、その傾向は見えておらず、抵抗値の電流依存性のみでロールオフの周波数を説明することは困難である。

7.4.3 hump ノイズ

SII24B では hump ノイズは全く見られなかった。メンブレン構造を持つ全ての素子で hump ノイズが見えているわけではないので結論を出すことはできないが、hump ノイズが熱的な要因によるものであることを示唆しているといえる。

7.5 ノイズの性質のまとめ

SII タイプカロリメータのエネルギー分解能を制限しているノイズについて、以下のようなことが理解できた。

まず、固有ノイズ、読み出し系のノイズ以外のノイズ成分 (超過ノイズ) が存在し、これがエネルギー分解能を制限している。超過ノイズには $f < 100$ Hz で支配的な低周波ノイズ、$f > 1$ kHz で支配的な $1/R$ ノイズ、抵抗値が小さいときに表れることのある hump ノイズの 3 種類が存在した。このうち低周波ノイズは熱浴の温度揺らぎでおよそ説明可能である。

エネルギー分解能への寄与がもっとも大きい 1 kHz $< f <$ 10 kHz の周波数帯では $1/R$ ノイズが支配的である。

$1/R$ ノイズは TES を流れる電流が $I_{\mathrm{TES}} < 1\ \mu\mathrm{A}$ と小さいときには観測されなかった。一方、$I_{\mathrm{TES}} > 10\ \mu\mathrm{A}$ では $1/R$ ノイズは I_{TES} によらず R のみで決まり、$1/R$ の依存性を持っていた。このノイズは ~ 1.5 pV 程度の電圧の揺らぎであると考えると測定結果を説明できる。また、ノイズレベルと常伝導抵抗 R_{n} に相関があり、測定されたノイズレベルは $2\sqrt{4kTR_{\mathrm{n}}}$ 程度であった。また、メンブレン構造をとっていない SII24B でも同様の性質のノイズが測定されたことから、このノイズは熱的な起源に由来していないと考えられる。現在 $1/R$ の起源は理解できていないが、以上の性質が明らかになったことで、ノイズ起源の解明に大きく前進したと言える。

hump ノイズは一部のカロリメータで抵抗値が小さい ($R < 40\ \mathrm{m}\Omega$) 場合に見えたノイズである。ただし、$R < 40\ \mathrm{m}\Omega$ でもバイアス点によっては表れず、その性質は理解できていない。しかし、メンブレン構造をとっていない SII24B では全く見えなかったことから、熱的な要因によるものであると考えられる。

第8章　数値シミュレーションによるカロリメータの応答の考察

これまでのカロリメータの応答、ノイズ原因の解析では TES を電気的、熱的に一つのものだとみなしていた。しかし、実際は TES 内部に温度分布、抵抗分布があり、電流も一様ではないと予想される。第 7.3 章で考察した $1/R$ ノイズはこのような非一様性により生じたものである可能性もある。TES の非一様性を解析的に考慮することは困難であるため、計算機シミュレーションが有効となる。そこで、TES を長方形のピクセルに分割し、熱的、電気的な応答を調べることのできる数値シミュレーションプログラムの開発を行なった。そして、TES 内の熱揺らぎによるノイズを考察した。

8.1　数値計算に用いたモデルと方程式

8.1.1　カロリメータを記述するモデル

数値シミュレーションでは、単位面積当たりの抵抗率 ρ、電位 V、温度 T などををパラメタとしてを持つ ‘node’ が電気抵抗 R、熱伝導度 G、電流 I などをパラメタとして持つ ‘beam’ でつながっている図 8.1 のようなモデルを用いた。図 8.1 では 27 個の node があり、node 0, 26 が熱浴兼電極を、node 1–25 が TES を表している。以後、node の個数を n、電極と接続する node の数を p、電極間の node の数を q と呼ぶ。図 8.1 では、$n = 27$、$p = 5$、$q = 5$ である。

また、表 8.1 に node、beam が持つパラメタを示す。現在のモデルでは静電容量やインダクタンスは含めていない。

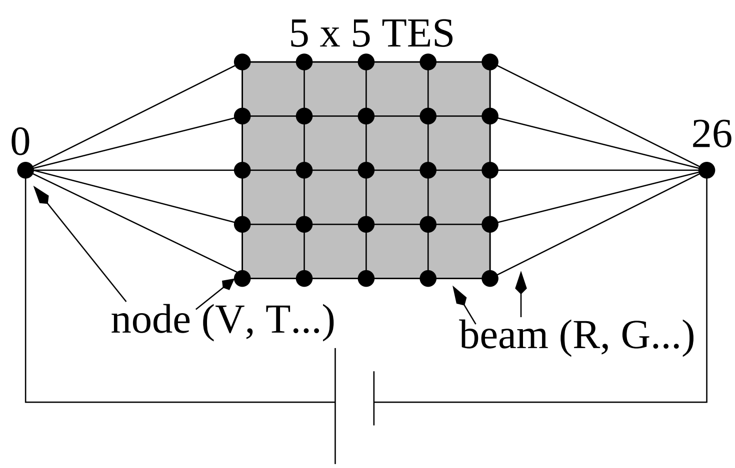


図 8.1: 数値計算に用いたモデルの一例。TES を構成する 5×5 個の ‘node’ と熱浴兼電極を表す 2 つの ‘node’ が ‘beam’ でつながれている。

このモデルでは、node のもつ各パラメタは要素数 n のベクトルだと考えることができる。i 番目の node の各パラメタを添字 i で表すことにする。

一方、beam は二つの端点の node を結んでいるので、それぞれの node に対応する二つの添字で表される $n \times n$ の行列で表すことができる。R、G、P_{b} は対称行列、I、E は反対称行列で表される。

表 8.1: 数値計算モデルの node、beam の持つパラメタ

		node の個数 n、電極と接続する node の数 p、電極間の node の数 q
node	electric	電位 V、抵抗率 ρ、ジュール発熱 P_{b}
	thermal	温度 T、熱容量 C、発熱 P、熱入力 P_{ext}
beam	electric	電気抵抗 R、電流 I、起電力 E
	thermal	熱伝導度 G

8.1.2　TES を分割した際の各パラメタ

測定で求められる物理量は TES 全体に対するものである。TES をピクセルに分割する場合、以下のように考えることで各 node、beam のパラメタの値を定めることができる。TES 全体の抵抗値、熱容量、熱伝導度をそれぞれ R_0、C_0、G_0 とする。

まず、TES の抵抗値を考える。第 5 章で考察したように、TES の抵抗値は温度のみでなく電流の関数でもあるが、ここでは簡単のためその影響は考えず、温度のみの関数とする。TES の抵抗率はピクセルの分割数に依存しないので、i 番目の node の抵抗率 ρ は

$$\rho_i = R_0(T_i) \tag{8.1}$$

とその node の温度 T_i を用いて表すことができる。

一方、電流が流れるのは beam であるので、抵抗値は beam に対して定義する。beam の抵抗値 R_{ij} は分割の仕方に依存し、電極間方向を結ぶ beam については抵抗率を p/q 倍したもの、それと垂直方向については抵抗率を q/p 倍したものとなる。そこで、R_{ij} は、node の抵抗率の加算平均にサイズを表す係数 s_{ij} をかけたものとして

$$R_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2}\, s_{ij} \tag{8.2}$$

と表される。ここで、s_{ij} は、電極間方向を結ぶ beam については p/q であり、それと垂直方向については q/p である。

熱容量 C は TES 全体の熱容量をピクセル数で割ったものとなるので、

$$C = \frac{C_0}{pq} \tag{8.3}$$

となる。

TES 内部の熱伝導度 G_0 は、抵抗値と温度から Wiedemann-Frantz 則を用いて計算することができる。これを用いて、TES 内部の各 beam の熱伝導度 G_{ij} は電極間方向を結ぶ beam については

$$G = G_0\, \frac{q-1}{p} \tag{8.4}$$

となり、その垂直方向については

$$G = G_0\, \frac{p-1}{q} \tag{8.5}$$

となる。

node の温度変化を計算するために、ジュール発熱による node への熱入力を計算する必要がある。beam の抵抗値は各 node の抵抗の寄与の和であるが、node に入力されるジュール発熱はその node の抵抗による発熱のみである。そこで、ジュール発熱は

$$P_i = \sum_j \frac{1}{2}\, s_{ij} \rho_i I_{ij}^2 \tag{8.6}$$

と計算される。

TES と熱浴 (兼電極) との関係は以下のようになる。まず、熱浴の熱容量は無限大、抵抗値は 0 だと考える。数値シミュレーションではそれぞれ十分大きな値、十分小さい値を用いることで代用する。熱浴との熱伝導度は測定され

た TES と熱浴間の熱伝導度 G_{bath} を熱浴とつながれている beam の数で割った値をそれぞれの beam の熱伝導度とする。

8.1.3 計算すべき方程式

node、beam の各パラメタを用いて、電気的、熱的な方程式から電圧 V、電流 I、温度変化 dT/dt を計算することができる。これを繰り返すことで、温度、電流の時間変化を追うことができる。

まず、電気回路の満たす方程式を考えると以下の 2 式が成り立つ。

$$V_i - V_j = E_{ij} + R_{ij} I_{ij} \tag{8.7}$$

$$\sum_j I_{ij} = 0 \tag{8.8}$$

式 (8.7) はオームの法則、式 (8.8) は各 node における電流の保存則である。ここでは静電容量やインダクタンスは考慮していないので、上の式は時々刻々成立する。未知量は V が n 個、I が n^2 個であり、一方、方程式はオームの法則が n^2 個、電流の保存則が n 個であるので解が求まる。ただし、電流の保存則の独立な式は $n-1$ 個であり、任意の一箇所の電位を定める自由度が残る。

一方、熱的な関係からは、以下の式が成り立つ。

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = P_i - \sum_j G_{ij}(T_i - T_j) \tag{8.9}$$

ここで、P_i は node に入力される発熱量であり、ジュール発熱と外部からの熱入力の和である。ある時刻においては P、C、G、T 全て既知であるので、それらを代入することで温度の時間変化が計算される。

8.1.4 プログラム中における計算

プログラム中ではまず、C_0、G_0、G_{bath} は定数だとし、温度と抵抗の関係式は、フェルミ関数

$$\rho(T) = \frac{R_{\mathrm{n}}}{1 + \exp\left((T - T_{\mathrm{c}})/\Delta T_{\mathrm{c}}\right)} \tag{8.10}$$

で表せるとした。R_{n}、T_{c}、ΔT_{c} は全て実測値から推定して定数として与えた。

まず、C_0、G_0、G_{bath} を与え、C_i、G_{ij} を計算した。TES 内部の起電力は 0 とし、電極間に定電圧バイアス E_0 を加えた。また、TES の T を $T = T_{\mathrm{c}}$ として入力した。すると、その時刻での各 node の ρ、beam の R が計算され、初期状態が与えられる。

この初期条件のもと、式 (8.7)、式 (8.8)、式 (8.9) を用いて TES の時間変化を追った。実際は以下のように差分方程式として行列演算を用いて解いた。時間幅は TES 内部の熱的な時定数より十分小さくする必要があるため、C_i/G_{ij} の最小値の 0.1 倍の時間とした。なお、行列演算には OCTAVE ライブラリ (ver. 2.1.40) [1]を用いた。

電気的な方程式 (式 (8.7)、式 (8.8)) は以下のように解いた。式 (8.7) と式 (8.8) を連立させ I を消去すると

$$\sum_j \frac{V_i - V_j - E_{ij}}{R_{ij}} = 0 \tag{8.11}$$

が得られる。これを行列とベクトルで表すと

$$\begin{pmatrix} \sum_j R_{1j}^{-1} & -R_{12}^{-1} & \cdots & -R_{1n}^{-1} \\ -R_{21}^{-1} & \sum_j R_{2j}^{-1} & \cdots & -R_{2n}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1}^{-1} & -R_{n2}^{-1} & \cdots & \sum_j R_{nj}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_j E_{1j}/R_{1j} \\ \sum_j E_{2j}/R_{2j} \\ \vdots \\ \sum_j E_{nj}/R_{nj} \end{pmatrix} \tag{8.12}$$

[1]http://www.octave.org/

と書ける、未知数は V ベクトルのみであるので方程式を解くことができる。ただし、この方程式の自由度は $n-1$ であり、1 つの V_i の値に任意性がある。そこで、V_n を 0 として、他の電位を V_n からの相対的な値で表すこととする。すると方程式は

$$\begin{pmatrix} \sum_j R_{1j}^{-1} & -R_{12}^{-1} & \cdots & -R_{1\,n-1}^{-1} \\ -R_{21}^{-1} & \sum_j R_{2j}^{-1} & \cdots & -R_{2\,n-1}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n-1\,1}^{-1} & -R_{n-1\,2}^{-1} & \cdots & \sum_j R_{n-1\,j}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_j E_{1j}/R_{1j} \\ \sum_j E_{2j}/R_{2j} \\ \vdots \\ \sum_j E_{n-1\,j}/R_{n-1\,j} \end{pmatrix} \tag{8.13}$$

となる。左辺の行列は全ての node が電気的に接続されている場合 (R_{ij} がすべて無限大となる i が存在しない場合) には正則であり、逆行列が存在する。それを両辺に左からかけることで V を求められる。式 (8.6) からジュール発熱が計算でき、ある時刻の電気的なパラメタが全て求まる。

次に、温度の時間変化を計算する。発熱 P はジュール発熱と外部からの熱入力 $P_{\rm ext}$ を合わせて

$$P_i = (P_{\rm ext})_i + (P_{\rm b})_i \tag{8.14}$$

と計算される。こうして式 (8.9) のパラメタがそろったので、各 node の温度の時間変化は

$$\Delta T_i = \frac{P_i - \sum_j G_{ij}(T_i - T_j)}{C_i} \Delta t \tag{8.15}$$

と計算される。これは行列表示では

$$\begin{pmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \\ \vdots \\ \Delta T_n \end{pmatrix} = \Delta t \left(\begin{pmatrix} -\sum_j G_{1j}/C_1 & G_{12}/C_1 & \cdots & G_{1n}/C_1 \\ G_{21}/C_2 & -\sum_j G_{2j}/C_2 & \cdots & G_{2n}/C_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}/C_n & G_{n2}/C_n & \cdots & -\sum_j G_{nj}/C_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_1/C_1 \\ P_2/C_2 \\ \vdots \\ P_n/C_n \end{pmatrix} \right) \tag{8.16}$$

と書け、行列とベクトルの積、和で計算できる。以上により、時間 Δt 後の温度が計算され、これを繰り返すことで熱的、電気的パラメタの時間変化を追うことができる。

8.2　パルス特性の再現

8.2.1　パルス波形

前節で示した計算方法で、X 線が入射した際のパルス波形を再現することを試みた。TES のピクセル数は $p = q = 5$ とした。まずは外部からの熱入力を入れず、熱入力がない場合の平衡状態を求め、次にデルタ関数的に 5.9 keV のエネルギーを TES 内の中心の node に入射させた際の電極 TES 間の電流の時間変化を追った。計算は表 8.2 に示す SII14B のパラメタで行なった。

表 8.2: SII14B のシミュレーションに用いたパラメタ

$T_{\rm c}$	C_0	G_0	$R_{\rm n}$	$\Delta T_{\rm c}$	$T_{\rm bath}$	E_0	R	I	α
mK	pJ/K	nW/K	mΩ	mK	mK	μV	mΩ	μA	
150	1.7	1.2	80	0.5	120	1.35	35	38	99

SII タイプカロリメータでは、TES は熱浴とブリッジ状のメンブレンでつながれているので、図 8.1 のような、熱浴との熱伝導が TES の両端で行なわれる形状で計算をするのが妥当だと考えた。表 8.2 のパラメタでを用いた際に得られるパルス波形を図 8.2 左に、SII14B で得られた実測波形を図 8.2 右に示す。パルスハイト、時定数は SII14B の波形をよく再現している。シミュレーションで得られた波形がきれいな指数関数ではないのは、式 (8.10) では TES の温度感度 α が連続的に変化するためである。

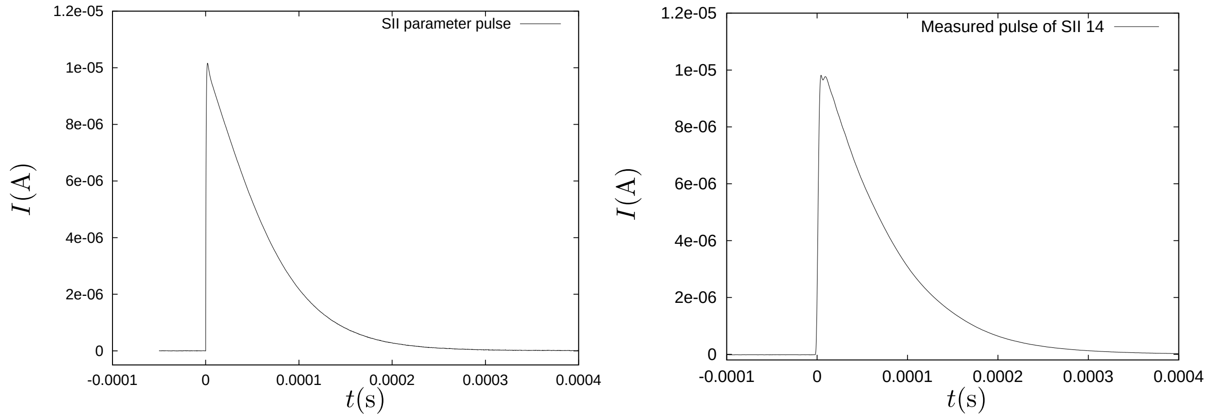


図 8.2: 数値計算により得られた波形と実測波形の比較。左: SII14B のパラメタを用いたシミュレーションで得た波形。右: SII14B の実測波形。共にパルスハイトは 10 μA、時定数は 65 μs 程度でよくあっている。

8.3 固有ノイズの再現

次に固有ノイズのノイズ特性をシミュレーションで求め、理論式と比較することでシミュレーションの妥当性の評価を行なった。

8.3.1 ノイズの入力方法

このシミュレーションで用いたノイズは全てホワイトノイズである。ホワイトノイズの時空間データは平均 0、分散がノイズレベル (たとえば 8.3.2 の Johnson ノイズでは $4kTR$) とバンド幅の積のガウス分布となる。そこで、このようなガウス分布をとる乱数を発生させ、ノイズとして入力した。ガウス分布乱数の計算は “Numerical Recipes in C” (Press et al., 1988) の ‘gasdev’ ルーチンを用いた。‘gasdev’ ルーチンの中で用いる一様乱数は同書の ‘ran2’ ルーチンを用いた。

8.3.2 Johnson ノイズ

Johnson ノイズは抵抗 R に対して単位周波数 Δf あたり

$$E_{\mathrm{J}}(f)^2 = 4k_{\mathrm{B}}TR \tag{8.17}$$

の電圧揺らぎである。

シミュレーションで以下のように Johnson ノイズを考察した。各 beam の抵抗値は式 (8.2) のように両端の node の抵抗値の寄与の和として表される。このそれぞれの抵抗値にともない、式 (8.17) で表される電圧揺らぎが生じるとした。R_{ij} に付随する、node i、j の抵抗の寄与による Johnson ノイズ起電力を、それぞれ $(E_J)^i_{ij}$、$(E_J)^j_{ij}$ とする。すると、Johnson ノイズを加えた場合、各 node、beam のパラメタが満たすべきオームの法則は

$$V_i - V_j = E_{ij} + (E_{\mathrm{J}})^i_{ij} - (E_{\mathrm{J}})^j_{ji} + R_{ij}I_{ij} \tag{8.18}$$

となり、各 node へのジュール発熱による熱入力は

$$P_i = \sum_j \left(\frac{1}{2}\, s_{ij}\rho_i I_{ij} + (E_{\mathrm{J}})^i_{ij}\right) \rho_i I_{ij} \tag{8.19}$$

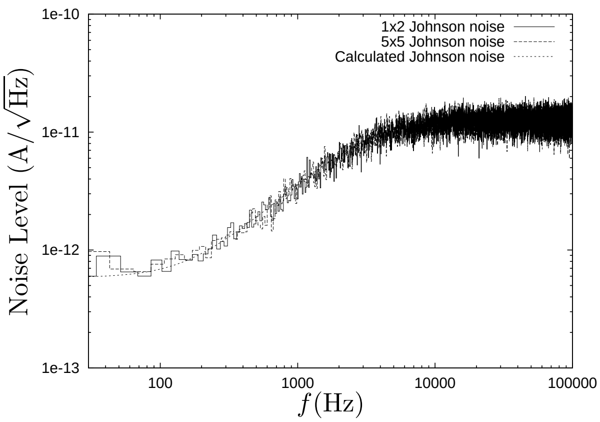
となる。

用いた計算では TES 内部に Johnson ノイズが存在しないため、オームの法則は

$$V_i - V_j = (E_{\rm J})^i_{ij} - (E_{\rm J})^j_{ji} + R_{ij} I_{ij} \tag{8.20}$$

と書ける。

SII14B のパラメタのもとこのような Johnson ノイズを入力した結果を図 8.3 に示す。左図には二通りの TES の分割数に対するノイズスペクトルと式 (2.113) で計算される計算値を、右図には TES を 5×5 に分割し熱浴温度一定のもとバイアス電圧を変えた場合の抵抗値とノイズレベルの依存性を示した。この時、バイアス電圧以外のパラメタは表 8.2 に示したものに固定した。



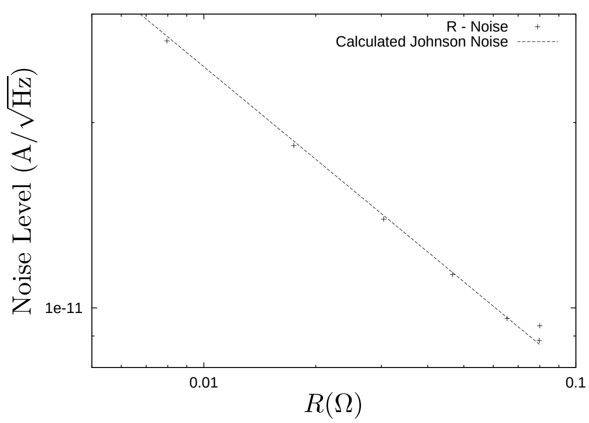


図 8.3: SII カロリメータの Johnson ノイズのシミュレーション結果。左: 表 8.2 のパラメタを用いて時系列データのシミュレーションを行ない、フーリエ変換して求めたノイズスペクトル。分割数の影響を見るために 1×2(実線) と 5×5(破線) の結果を示してある。点線は式 (2.113) で計算される理論局線ですべて良く一致している。右:'熱浴の温度を 70 mK に固定しバイアス電圧を変化させた場合の TES の抵抗値と、各動作点でシミュレーションによって得られた 10 kHz での Johnson ノイズのレベルの関係。直線は理論値である $\sqrt{4k_{\rm B}T/R}$ を示しており、理論値通り Johnson ノイズは $R^{-1/2}$ の依存性をもつことがわかる。

8.3.3　フォノンノイズ

フォノンノイズは、熱浴との熱伝導度 $G_{\rm bath}$ にともなう、単位周波数 Δf あたり

$$P_{\rm n}^2 = 2k_{\rm B}(T^2 + T_{\rm bath}^2)\, G_{\rm bath} \tag{8.21}$$

の大きさの熱揺らぎである。

シミュレーションでは、熱浴との熱伝導度 G_{ij} に対し式 (8.21) のホワイトノイズとなるような発熱の揺らぎ $(P_{\rm n})_{ij}$ を計算し、node i に $+(P_{\rm n})_{ij}$ の、node j に $-(P_{\rm n})_{ij}$ の発熱を加えることでフォノンノイズを加えることができる。

表 8.2 に示した SII パラメタのもとフォノンノイズを数値計算で求めた結果、および式 (2.105) による理論曲線を図 8.4 に示す。シミュレーションにより計算値が再現できていることがわかる。

8.4　シミュレーションによるノイズの考察:$1/R$ ノイズは熱揺らぎノイズで説明できるか

§ 8.2、§ 8.3 ではシミュレーションでパルス波形、固有ノイズを再現し、その妥当性を確めた。ここではシミュレータを使って TES 内部の熱揺らぎを計算し、第 7 章で述べた $1/R$ ノイズを説明できるかを検討する。

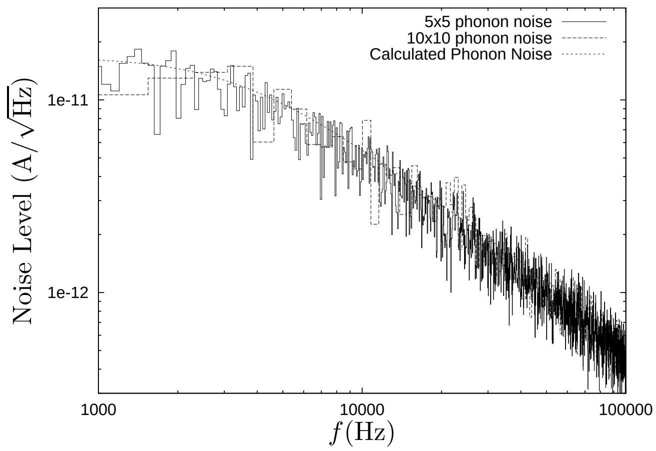


図 8.4: SII パラメタによるフォノンノイズのシミュレーション結果。実線が TES を 5×5 に区切って数値計算したもの、破線が TES を 10×10 に区切って数値計算したもの、点線が式 (2.105) によるノイズの理論曲線。全ての線がよくあっており、フォノンノイズをシミュレーションで再現できていることがわかる。

ノイズをシミュレーションに代入することで、測定されているノイズの考察を行なう。$1/R$ ノイズは吸収体がなかった SII6A でも見られたので、吸収体の有無によらず表れるものだと考えられる。ここでは吸収体のない、一様な長方形の TES について考える。

8.4.1 熱揺らぎノイズ (Thermal Fluctuation Noise)

熱揺らぎノイズ (thermal fluctuation noise) とは、一般的には有限の熱伝導度にともなうフォノン数の揺らぎが熱入力の揺らぎとして TES に入力されてノイズとなるものである。フォノンノイズは熱浴と TES との間の熱揺らぎノイズである。本論文では、フォノンノイズ以外の熱揺らぎによるノイズを熱揺らぎノイズと呼び、フォノンノイズとは区別することにする。

熱揺らぎノイズは Hoevers et al. (2000) に詳しく述べられている。彼らのカロリメータには非常に熱容量が大きな X 線吸収体がついており、これが有限の熱伝導度 $G_{\rm TF}$ で TES につながっている。その結果発生する熱揺らぎによるノイズ電流 $I_{\rm TF}$ は

$$I_{\rm TF} = \sqrt{\frac{4k_{\rm B}T^2}{G_{\rm TF}}}\frac{\alpha I}{T(1+\mathcal{L}_0)}\left|\frac{1+i\omega\tau_0}{(1+i\omega\tau_{\rm eff})(1+i\omega\tau_{\rm TF})}\right| \tag{8.22}$$

で与えられる。表 8.2 のパラメタを式 (8.22) に代入して計算すると、$1/\tau_{\rm eff} < \omega < 1/\tau_{\rm TF}$ では

$$I_{\rm TF} = \ {\rm pA}/\sqrt{\rm Hz}\left(\frac{T}{150\ {\rm mK}}\right)\left(\frac{G_{\rm TF}}{33\ {\rm nW/K}}\right) \tag{8.23}$$

となる。ただし、$G_{\rm TF}$ は Wiedemann-Frantz 則から求めた TES 内部の熱伝導度とした。SII14B のノイズレベル (図 7.1) と比較するとこの値は無視できない大きさであるが、Hoevers et al. (2000) のカロリメータでは TES と吸収体との間の熱伝導による熱揺らぎを考えているのに対して、本論文で用いているカロリメータは TES 内部の熱揺らぎを考えているため条件が大きく異なっている。TES 内部の熱伝導によるノイズを考える場合、単純なモデル化による解析的な評価は困難である。そこで、次に述べる手順でシミュレーション計算による評価を行なった。

8.4.2　シミュレーション方法と結果

熱揺らぎノイズは、フォノンノイズと同様有限の熱伝導度にともなうパワーがノイズとなるものである。有限の熱伝導度 G_{TF} が存在すると、単位周波数 Δf あたり

$$P_{\mathrm{n}}^2 = 4k_{\mathrm{B}}T^2G_{\mathrm{TF}} \tag{8.24}$$

の大きさのパワー P_{n}^2 が発生する。TES 内部の熱伝導度も有限であるので、その熱伝導度にともなう熱揺らぎノイズが発生する。

フォノンノイズの場合と同様に、TES 内部の熱伝導度 G_{ij} に対し式 (8.24) のホワイトノイズとなるような発熱の揺らぎ $(P_{\mathrm{n}})_{ij}$ を計算し、node i に $+(P_{\mathrm{n}})_{ij}$ の、node j に $-(P_{\mathrm{n}})_{ij}$ の発熱を加えることで熱揺らぎノイズを入力した。

計算には表 8.1 のパラメタを用いた。ただし、ノイズレベルの抵抗値依存性を調べるために抵抗値が $R = 10$ mΩ、$R = 18$ mΩ、$R = 28$ mΩ、$R = 40$ mΩ、$R = 53$ mΩ、$R = 69$ mΩ となるようバイアス電圧を変化させて計算した。得られたノイズスペクトルを図 8.5 左に示す。また、図 8.5 右は抵抗値と 4 kHz、10 kHz、100 kHz におけるノイズレ

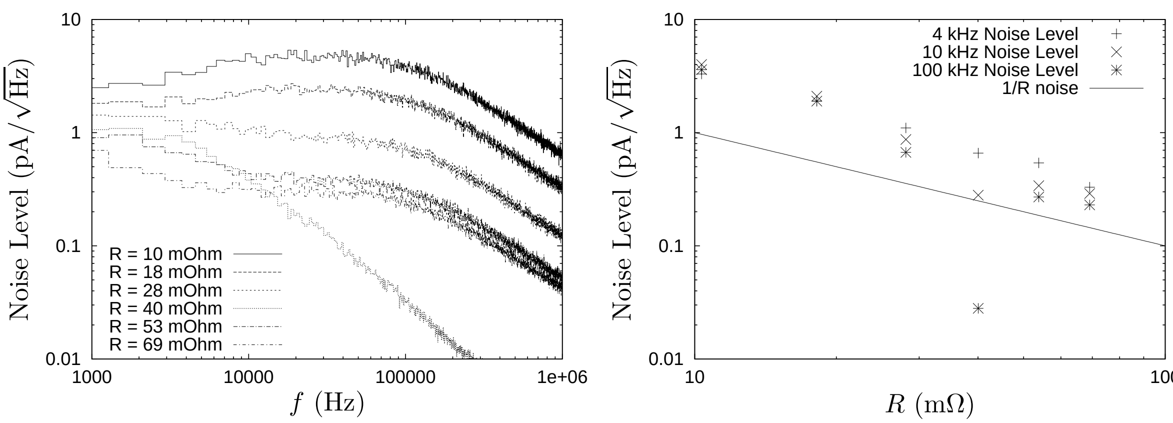


図 8.5: 左: シミュレーションで計算した熱揺らぎノイズのノイズスペクトル。高周波側でもっとも早くレベルが小さくなっているのは $R = 40$ mΩ のデータ。他は抵抗値が小さいほどレベルが大きくなっている。シミュレーションで得たノイズスペクトル。ノイズレベルは ~ 1 pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ と非常に小さい。右: 抵抗値とノイズレベルの関係。実線は $1/R$ の依存性を持つノイズ。シミュレーションで得られた結果は $R = 40$ mΩ のものを除けば $1/R$ に近い。

ベルの関係である。$R = 40$ mΩ の場合には、高周波側 (特に 100 kHz) のノイズレベルが他のデータに比べて非常に小さくなっている。これは物理的な理由でそうなるのか、計算上の問題なのかはまだわからない。一方低周波側では $R = 40$ mΩ のデータも含めて抵抗値が小さいほどノイズレベルが大きくなっている。なお、TES の分割数を 1×5、5×5 と変化させてノイズの振舞いを調べたが、全く同じ結果が得られた。

8.4.3　考察

SII14B の $1/R$ ノイズのレベルが ~ 40 pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ であるのに対して、シミュレーションで得られたノイズレベルは抵抗値が小さい場合でも 0.2–4 pA/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ 程度であり、$1/R$ ノイズを説明することはできない。シミュレーションで得られたレベルは式 (8.22) で得られた値よりも小さい。これは、SII カロリメータには Hoevers et al. (2000) と違い、熱だめとなるような大きな吸収体がなく、TES 内部でしか熱揺らぎが生じないために、その影響が TES の各部で相殺されるためだと考えられる。したがって、TES 内部での純粋な熱揺らぎは $1/R$ ノイズの原因ではないと言える。

一方、ノイズレベルは小さいものの、図 8.5 右に示したようにシミュレーション結果の抵抗値に対する依存性は $1/R$ に近い。このことから、TES 内部の熱揺らぎと似たようなメカニズムで $1/R$ ノイズが発生している可能性は否定で

きない。1 つの可能性は TES の端部の影響である。今回のシミュレーション結果では TES 内は完全に一様で端は理想的な境界条件だとしたが、たとえば電極には超電導体である Nb が用いられており、電極の下では近接効果によって TES が超電導体となり、熱だめとなっている可能性がある。また、SII カロリメータの電極がない側の端部では、Au が Ti の外側にはみだして常伝導になっていると考えている。この端の効果も現在のシミュレーションでは考慮しておらず、熱揺らぎノイズに効く可能性がある。今後、これらの効果もとり入れてより詳細な解析を行なう必要がある。ただし、§ 7.4 で述べたように、メンブレン構造の有無によらず同じ特性を持つ $1/R$ ノイズが見えたことから、$1/R$ ノイズが熱的な要因によるものであるとは考えにくい。

第9章　まとめと今後

本修士論文では、次世代 X 線衛星へ搭載する超伝導遷移端 (TES 型) X 線マイクロカロリメータの開発のために、TES の電気的、熱的応答およびノイズ原因を明らかにすることを目標として、様々な Ti/Au TES カロリメータの特性評価と結果の考察を行なった。その結果、TES 型 X 線マイクロカロリメータに対する理解が大きく深まり、同時に、今後さらに研究を進めるべき点も明らかになった。以下にそれらをまとめる。

9.1　本修士論文の成果

9.1.1　電気的応答

TES カロリメータの様々な特性を、TES の抵抗値が電流に依存するという性質に基づいて統一的に理解することができたことは本研究の大きな成果の一つである。

TES の電流感度 $\beta \equiv d\ln R/d\ln I$ が有限の値を持つとき、TES を流れる電流が大きくなると転移がなだらかになり、実効的な温度計感度が抑制されてしまう。この影響は TES の臨界電流が小さいほど顕著であることを理論的に示し、臨界電流が TES カロリメータ性能を知る上での重要なパラメタとなることを示唆した。実際、本研究で使用したカロリメータのベースライン幅 (S/N 比) と臨界電流値には強い相関が見られ、実験的にも実証したといえる。

臨界電流を大きくする方法の一つは磁気シールドを施して TES 周辺の外部磁場を抑えることである。カロリメータ SII14B に磁気シールドを施したところ、S/N 比はおよそ 2 倍に改善し、5.9 keV の X 線に対して 6.6 eV のエネルギー分解能を達成した。

また、TES の交流駆動を行なった場合に搬送波の 3 倍の周波数成分が発生するという現象も TES の抵抗値の電流依存性を考慮することで理解することができた。

9.1.2　熱的応答

吸収体が TES 自身の場合、常伝導金属を用いた場合、超伝導金属を用いた場合の応答を比較することで、吸収体の違いによる熱化、熱拡散過程の違いを実験的に示すことに成功した。

TES 自身を吸収体とした場合、有効時定数 (数 10– 数 100 μs) の他に、時定数が数 μs の速い成分が現れた。この成分は入射エネルギーの熱化、熱拡散を反映しており、X 線の入射位置などに非常に敏感であると考えられる。実際、この成分はばらつきが大きく、TES 自身を吸収体とした場合はパルスを長時間積分してパルスハイトを計算しなければ性能が得られなかった。

一方、吸収体に常伝導金属を用いることで、パルスのばらつきを小さく抑えることができた。常伝導金属は伝導電子が多数存在するため熱化、熱拡散過程が速く、吸収体内で熱化、熱拡散が一様におきたためであると考えられる。実際、コリメータを取り付けた場合と取り付けなかった場合でパルスの立ち上がり時定数を比較したところ、TES で X 線を吸収したパルスは立ち上がり時間が遅くばらついているのに対し、吸収体で X 線を吸収した場合は立ち上がりが速くそろっていることが判明した。常伝導吸収体を用いることで熱化、熱拡散過程のばらつきが抑えられ、その結果エネルギー分解能が改善されたことを実証できたといえる。

ただし、常伝導吸収体を用いたものでもばらつきが生じた素子があり、常伝導吸収体を複数用いたからといって必ずしもよい性能が得られるわけではないということもわかった。この違いは TES の膜質や吸収体と TES との接触の

違いなどに依存すると考えられ、TES や吸収体の成膜過程にさらなる改良が必要である。

超伝導金属である Sn を電析で取り付けて吸収体として用いた場合は、~ 5 ms というきわめて長い時定数が観測された。この時定数は超伝導金属が X 線を吸収した際に生まれる準粒子の寿命であると考えられる。このように準粒子の寿命が長く、フォノンと準粒子が担うエネルギーが別々に検出される場合は、両者へ分配されるエネルギーの割合がばらつくことでエネルギー分解能が制限されてしまう。一方、Sn 箔をエポキシ接着剤で吸収体として取り付けたカロリメータではそのような長い時定数は見られず、同じ金属を吸収体として用いた場合も、製作過程により準粒子の寿命が異なる。これらの結果により、超伝導金属を吸収体として用いる場合には成膜過程を工夫することで準粒子の寿命を短くすることが重要であることを示した。

実際の TES 型 X 線マイクロカロリメータの設計に際しては、熱容量、パルスのばらつき、有効面積などを考慮して吸収体の材質、大きさ等を最適化する必要がある。TES 自身、常伝導金属、超伝導金属を吸収体として用いた場合のパルスのばらつきを統一的に比較した本研究の成果はカロリメータ設計の大きな指標となると言える。

9.1.3　ノイズ原因

カロリメータのノイズを詳細に調べることにより、エネルギー分解能が固有ノイズ、読み出し系ノイズとは別の超過ノイズで制限されていること、およびその超過ノイズの特性を理解することができた。

本研究で用いている Ti/Au TES カロリメータの場合、エネルギー分解能への寄与がもっとも大きい $1\ \mathrm{kHz} < f < 10\ \mathrm{kHz}$ の周波数帯では、抵抗値に対して $1/R$ の依存性を持っているノイズ ($1/R$ ノイズ) の寄与が大きい。このノイズは TES を流れる電流が小さいときには現れず、TES を流れる電流が $10\ \mu\mathrm{A}$ を越えると、TES を流れる電流にはよらず R だけでノイズレベルが決まる。また、$1/R$ ノイズのノイズレベルは常伝導抵抗と相関があり、転移温度を T_{c}、常伝導抵抗を R_{n} として、およそ $2\sqrt{4kT_{\mathrm{c}}R_{\mathrm{n}}}$ の電圧の揺らぎだと考えるとよく説明できることがわかった。$1/R$ ノイズの特性はメンブレン構造の有無とは関係なく、したがって素子と熱浴との熱伝導度にはよらない。これは、$1/R$ ノイズの原因は熱的なものではないことを強く示唆する。

$1/R$ ノイズの他に、1 kHz 以下の低周波側には熱浴の温度揺らぎに起因するノイズが、また、原因はわからないが TES の感度が高い動作点でのみ強調されている可能性がある hump ノイズが存在することも明らかにした。これらのノイズは現在のカロリメータではエネルギー分解能を制限する要因にはなっていないが、将来は問題になってくる可能性がある。

9.1.4　数値シミュレーションコードの開発

カロリメータの応答やノイズ特性をより詳細に理解するために数値シミュレーションコードを開発した。このコードでは TES を長方形のピクセルに分割することで TES 内部の温度、電流などの揺らぎの影響を考慮することができる。X 線入射に対する TES の応答、固有ノイズを再現することでその妥当性を評価した。

このシミュレーションコードを用いて TES 内部の熱揺らぎによるノイズを考察した。その結果、TES 内部の熱揺らぎでは測定されたノイズレベルを説明するにはできないことを示した。これは、$1/R$ ノイズの起源は熱的なものではないというノイズ特性からの考察とも一致する。

9.2　今後の考察課題

以上に述べたように TES の応答、ノイズ特性に対して多くの現象を理解することができた。一方、今後考察すべき課題も明らかになった。

TES カロリメータの性能をさらに向上させるために、臨界電流の大きな素子の設計を行なうことが一つの課題である。臨界電流がカロリメータの性能に関わる重要なパラメタであることは理解できたので、今後は臨界電流が大きな素子を開発していく必要がある。そのために、たとえば TES を厚くした素子を作成することを検討している。臨界

電流に関わる成膜条件を突き止め、SII14B と同等かそれ以上の臨界電流を持つカロリメータを安定して製作できるようになることが急務である。

素子によっては常伝導金属を吸収体に用いた場合でもパルスのばらつきが見えており、パルスのばらつきが小さい素子の製作方法を確立させることがもう一つの課題である。TES 成膜時の真空度が一桁小さい ($\lesssim 10^{-6}$ Pa) 成膜装置を用いたカロリメータの開発を始めており、そこで成膜した TES と比較することで素子ごとのパルスのばらつきの違いの原因が明らかになると考えている。

$1/R$ ノイズについては本研究により多くの特性が明らかになった。引き続きノイズの原因を追求し、ノイズを取り除くことが今後の主要な課題の一つである。そのためには数値シミュレーションが有効であると考えている。X 線入射に対する応答や固有ノイズを再現することができたので、次の課題は可能性のあるノイズ原因をシミュレーションで調べていくことである。現在のシミュレーションは吸収体の存在や TES の膜厚の非一様性、TES の抵抗の電流依存性、などを考慮していないため、それらの影響を調べることは今後の課題として残っている。なお、プログラムコードはそれらに対応できるよう汎用性を重視して設計している。

9.3 今後の開発課題

我々の開発目標は、エネルギー分解能 $\Delta E \lesssim 3$ eV のカロリメータを 32×32 素子並べ、高エネルギー分解能による分光と撮像を同時に行なえる検出器を開発し、X 線天文衛星に搭載することである。そのためには開発面においても課題が残っている。

一つは再現性良くカロリメータを製作することである。カロリメータを多素子化し衛星に搭載するためには、転移温度、温度計感度、パルスのばらつきなど、あらゆる面で再現性が要求される。現在は SII14B のような高性能のカロリメータを再現性良く作ることができておらず、再現性良くカロリメータの製作ができるようになることは、もっとも大きな課題の一つである。

開口面積の大きな吸収体を実現することも重要な課題である。X 線天文衛星に搭載する場合、天体からの X 線は微弱であるので、検出器の有効面積が大きいことが必要となる。我々は TES より吸収体の面積が大きいマッシュルーム型吸収体を用いた TES を開発している。既に Sn を用いてマッシュルーム状の吸収体を用いたカロリメータの試作は完了しており性能評価を行なっている。しかし、現在では熱化過程に難があるため、それを克服したカロリメータを製作することが求められている。

カロリメータは極低温で用いるため、多ピクセル化の際には配線の熱流入が問題となる。そこで、同じ配線で複数の素子からの出力を読み出すマルチプレクス読み出しが必要とであり、これを確立することも開発課題の一つである。我々は周波数分割法式によるマルチプレクスを開発している。本研究により交流駆動の特性は明らかになりつつあるので、複数の素子を交流駆動し、エネルギー分解能を損ねず同時に読み出すことが次の課題である。

付 録A　パルススペクトルとノイズスペクトル

パルススペクトルやノイズスペクトル、SN 比スペクトルについては、その定義域や規格化定数の値の定義に自由度がある。ここでは、本論文で用いたこれらのスペクトルの定義を示す。

A.1　フーリエ変換の予備知識

ここでは、デジタルフィルタ処理に必要となるフーリエ変換、パワースペクトルの予備知識について、一般的なものを簡単にまとめる。

A.1.1　フーリエ変換

時間の関数 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ は

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-i\omega t}dt \tag{A.1}$$

で定義される[1]。この時、$x(t)$ は $X(\omega)$ を用いて

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}d\omega \tag{A.2}$$

と表される。ω が $-\infty$ から $+\infty$ の間で定義されていることに注意が必要である。角周波数 ω のかわりに周波数 f を用いると、

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-2\pi ift}dt \tag{A.3}$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\mathrm{e}^{2\pi ift}df \tag{A.4}$$

となる。したがって、

$$X(f) = 2\pi X(\omega) \tag{A.5}$$

という関係があることがわかる。なお、我々が扱うデータでは $x(t)$ は実関数であり、この場合は

$$X(-\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{i\omega t}dt = X^*(\omega) \tag{A.6}$$

が成り立つ。

式 (A.2) を波と対比させると、フーリエ成分 $X(\omega)$ は角周波数 ω の波の振幅、$|X(\omega)|^2$ はその強さ、すなわちエネルギーを表していると考えることができる。もう少し厳密に書けば、$|X(\omega)|^2d\omega$ が周波数 $\omega \sim \omega + d\omega$ のエネルギーに相当するので、$|X(\omega)|^2$ を「エネルギースペクトル密度」、$|X(\omega)|^2$ によって表されるスペクトルを「エネルギースペクトル」と呼ぶことがある。

[1] 正変換と逆変換の両方に係数 $1/\sqrt{2}$ をかける流儀もある。

$x(t)$ の 2 乗積分

$$U = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \tag{A.7}$$

が有限の場合、以下の Parseval の等式が成り立つ。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df \tag{A.8}$$

さきほどの "たとえ" を用いると、U は信号の「全エネルギー」を表しているので、$x(t)^2$ は各時刻における単位時間あたりの (全) エネルギー、すなわち (全) パワーを表していると考えることができる。このことから、$x(t)^2$ を信号の「(全) パワー」と呼ぶことがある。

A.1.2　パワースペクトル

パルスのように信号が有限の時間しか続かない場合は、全エネルギー U が有限となってエネルギースペクトルが意味を持つが、ノイズのように不規則な変動が無限に続く信号の場合には全エネルギーは発散してしまう。このような場合には単位時間あたりの平均のエネルギースペクトル、すなわち「パワースペクトル」が有効である。

実際のデータのうち、時刻 $-T/2$ から $T/2$ の間だけを切り出したものを改めて $x_T(t)$ とすると、そのパワースペクトルは

$$P(f) = \lim_{T\to\infty} \left[\frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \right] \tag{A.9}$$

または

$$S(\omega) = \lim_{T\to\infty} \left[\frac{2\pi}{T} |X_T(\omega)|^2 \right] \tag{A.10}$$

で定義される。両者の間には $P(f) = 2\pi S(\omega)$ という関係がある。$S(\omega)$ や $P(f)$ はさきほどと同じ理由で「パワースペクトル密度」と呼ばれる。もちろん実際の計算では、適当に長いが有限の時間でパワースペクトルを計算している。

パワースペクトル密度を用いると、信号のパワー $x(t)^2$ の時間平均、すなわち「平均パワー」$\overline{x^2}$ は

$$\overline{x^2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) df \tag{A.11}$$

となる。式 (A.10) で定義するときに 2π をつけたために、式 (A.8) と違って式 (A.11) には 2π が付かないことに注意せよ。なお、$x(t)$ が実関数の場合は

$$S(-\omega) = S(\omega) \tag{A.12}$$

$$P(-f) = P(f) \tag{A.13}$$

が成り立つ。

A.1.3　両側スペクトルと片側スペクトル

$S(\omega)$、$P(f)$ は ω、f に関して $(-\infty, +\infty)$ の範囲で定義されている。しかし、実際にスペクトルを扱うことを考えると、定義域を $(0, +\infty)$ に限る方が便利である。そこで、定義域を ω の正の範囲に限った場合のパワースペクトルを $G(\omega)$ とすると、

$$\overline{x^2} = \int_{0}^{+\infty} G(\omega) d\omega \tag{A.14}$$

でなければならないから、

$$G(\omega) = 2S(\omega) \tag{A.15}$$

である。$S(\omega)$ は ω の正と負の領域で定義されているので両側 (two-sided) スペクトル、$G(\omega)$ は正の領域だけで定義されているので片側 (one-sided) スペクトルと呼ばれる。$P(f)$ に対しても同様に片側スペクトル $E(f)$ を定義すると、

$$E(f) = 2P(f) = 4\pi S(\omega) \tag{A.16}$$

となる。これらをまとめると表 A.1 のようになる。FFT アナライザで得られるのは、f 空間での片側パワースペクトルである $E(f)$ の平方根である。

表 A.1: スペクトルの定義法

	角周波数 ω		周波数 f	
	one-sided	two-sided	one-sided	two-sided
記号	$G(\omega)$	$S(\omega)$	$E(f)$	$P(f)$
定義域	$(0,\infty)$	$(-\infty,\infty)$	$(0,\infty)$	$(-\infty,\infty)$
$(0,\infty)$ での積分値	$\overline{x^2}$	$\overline{x^2}/2$	$\overline{x^2}$	$\overline{x^2}/2$

A.2　ノイズスペクトル

本論文で用いたデジタルフィルタ処理では FFT アナライザの出力と同様に、f 空間で定義された片側パワースペクトル $E(f)$ の平方根をもってノイズスペクトルとしている。つまり、ノイズスペクトル $\mathrm{NS}(f)$ は

$$\mathrm{NS}(f) \equiv \sqrt{E(f)} = \sqrt{2P(f)} = \sqrt{\frac{2}{T}|X(f)|^2} \tag{A.17}$$

である。したがって、例えば $x(t)$ の単位が [V] であればノイズスペクトルの単位は $[\mathrm{V}/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$ となる。この時、平均ノイズパワー $\overline{x^2}$ は

$$\overline{x^2} = \int_0^{f_\mathrm{N}} \mathrm{NS}(f)^2 df \tag{A.18}$$

で与えられる。ただし、f_N はナイキスト周波数である。もちろんこの値は

$$\overline{x^2} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)^2 dt \tag{A.19}$$

で計算したものと一致する。

なお、式 (A.16) に示したように、f 空間の片側パワースペクトル $E(f)$ と ω 空間の両側パワースペクトルの間には $E(f) = 4\pi S(\omega)$ という関係がある。したがって、ω 空間の両側パワースペクトルの平方根からここで定義したノイズスペクトルを計算するには、$\sqrt{4\pi}$ 倍すればよいことがわかる。ジョンソンノイズのレベルはよく $\sqrt{4kTR}$ であると言われるが、これは f 空間の片側パワースペクトルの平方根の値である。ω 空間の両側パワースペクトルの平方根では $\sqrt{kTR/\pi}$ となる。

A.3　パルススペクトル

エネルギースペクトルに関しては片側スペクトルというものが一般的には使われていないようである[2]。本論文では、パワースペクトルにならって片側のエネルギースペクトルを定義し、その平方根をもってパルススペクトルとしている。つまり、パルススペクトル $\mathrm{PS}(f)$ を

$$\mathrm{PS}(f) \equiv \sqrt{2|X(f)|^2} = \sqrt{2}|X(f)| \tag{A.20}$$

[2] そもそもエネルギースペクトル自体がパワースペクトルほどには広く使われていない。

と定義する[3]。したがって、$x(t)$ の単位が [V] であればパルススペクトルの単位は [V/Hz] である。また、その定義により、

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)^2 dt = \int_{0}^{+\infty} \mathrm{PS}(f)^2 df \tag{A.21}$$

が成り立つ。

以上の定義に従えば、ω 空間の両側で定義されたフーリエ成分 $X(\omega)$ を f 空間の片側で定義したものに変換するには $2\sqrt{2}\pi$ をかければよいことがわかる[4]。例えば理想的な定電圧バイアスの TES カロリメータの場合、パルススペクトル (電流スペクトル) は

$$\mathrm{PS}(f) = \frac{\sqrt{2}E}{V_\mathrm{b}} \frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0 + 1} \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 \tau_\mathrm{eff}^2}} \tag{A.22}$$

となる。代表的な関数の両側および片側のフーリエ成分を表 A.2 にまとめる。

表 A.2: 両側/片側フーリエ成分の関係

$x(t)$	$X(\omega)$ (two-sided)	$X(f)$ (two-sided)	$X(f)$ (one-sided)
$E\delta(t)$	$E/2\pi$	E	$\sqrt{2}E$
$\exp(-t/\tau)$	$\frac{1}{2\pi}\frac{\tau}{1+i\omega\tau}$	$\frac{\tau}{1+2\pi i f\tau}$	$\frac{\sqrt{2}\tau}{1+2\pi i f\tau}$

A.4　SN 比スペクトル

信号と雑音の比を SN 比と呼ぶ。一般にはそれぞれのパワースペクトルを周波数空間で積分したものの比を SN 比とすることが多いと思われるが、ここではパルススペクトルとノイズスペクトルの比と定義し、SN 比スペクトルと呼ぶことにする。すなわち、

$$\mathrm{SN}(f) \equiv \sqrt{2}\frac{\mathrm{PS}(f)}{\mathrm{NS}(f)} \tag{A.23}$$

とする。$\mathrm{SN}(f)$ の単位は $[\mathrm{Hz}^{-1/2}]$ である。係数 $\sqrt{2}$ は、後述するようにエネルギー分解能の計算で余計な係数を含まないようにするためのもので、片側スペクトルとして定義するための係数と考えてもよい。

SN 比スペクトルはノイズ等価パワー NEP と密接な関係のある重要な量である[5]。responsivity を $S(f)$ とすると[6]、NEP は

$$\mathrm{NEP}(f) \equiv \frac{\mathrm{NS}(f)}{|S(f)|} \tag{A.24}$$

で定義される (単位は $[\mathrm{W}/\sqrt{\mathrm{Hz}}]$)。入射 X 線のエネルギーを E とすると、responsivity の絶対値はパルススペクトルを用いて

$$|S(f)| = \frac{\mathrm{PS(f)}}{\sqrt{2}E} \tag{A.25}$$

と書けるので、

$$\mathrm{NEP}(f) = \frac{\mathrm{NS}(f)}{\mathrm{PS}(f)/\sqrt{2}E} \tag{A.26}$$

$$= \frac{2E}{\mathrm{SN}(f)} \tag{A.27}$$

[3]この定義ではフーリエ成分の大きさだけを記述しているが、パルススペクトルの場合は位相まで含めて意味がある。

[4]もしもパルススペクトルを $\mathrm{PS}(f) \equiv 2|X(f)|$ で定義すれば、ω 空間両側スペクトルから f 空間片側スペクトルへの変換係数は 4π となりパワースペクトルの変換係数と同じになるが、式 (A.21) で余計な係数が必要になる。

[5]$\mathrm{NEP}(f)$ は一般に f 空間の片側で定義されている。

[6]一般には $S(\omega)$ と書かれることが多いが、responsivity は ω 空間・f 空間、両側・片側によらない量である。

という関係があることがわかる。したがって、エネルギー分解能は

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 2.35 \left(\int_0^{+\infty} \frac{4df}{\mathrm{NEP}(f)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (A.28)$$

$$= 2.35E \left(\int_0^{+\infty} \mathrm{SN}(f)^2 df \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (A.29)$$

となる。また、パルスとフォノンノイズの SN 比は

$$\mathrm{SN}(f) = \sqrt{2}\frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{4kGT^2\Gamma}} = \frac{E}{\sqrt{kGT^2\Gamma}} \quad (A.30)$$

となって、周波数によらず一定の値となる。

A.5 高速フーリエ変換の出力にかけるべき係数

実際のデジタルフィルタ処理の計算ではデータ取得時のサンプリング時間分解能に応じた離散的なデータを扱うこととなる。離散的なデータのフーリエ変換は fftw というライブラリを使用して高速フーリエ変換 (FFT) により行なっているが、このライブラリでは、フーリエ変換の計算にあたってはサンプリングの時間分解能を考慮していないので、FFT によって得た結果を物理的に意味のある値にするためには適当な係数をかける必要がある。これらの値を表 A.3 にまとめる。ただし、Δt はサンプリングの時間分解能、N はサンプル数である。これらを使うと、周波数分解能 Δf は

$$\Delta f = \frac{1}{N\Delta t} \quad (A.31)$$

Nyquist 周波数 f_{N} は

$$f_{\mathrm{N}} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (A.32)$$

と書ける。

表 A.3: FFT の出力から f 空間のスペクトルを計算する時に必要な係数

種類	電流データに対する単位	両側	片側
フーリエ成分 $X(f)$	A/Hz	Δt	$\sqrt{2}\Delta t$
エネルギースペクトル $\lvert X(f)\rvert^2$	$\mathrm{A}^2/\mathrm{Hz}^2$	Δt^2	$2\Delta t^2$
パルススペクトル PS(f)	A/Hz	Δt	$\sqrt{2}\Delta t$
パワースペクトル $P(f)$, $E(f)$	A^2/Hz	$\Delta t/N$	$2\Delta t/N$
ノイズスペクトル NS(f)	$\mathrm{A}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$	$\sqrt{\Delta t/N}$	$\sqrt{2\Delta t/N}$
SN 比スペクトル SN(f)	$/\sqrt{\mathrm{Hz}}$	$\sqrt{N\Delta t}$	$\sqrt{2N\Delta t}$

付 録B　熱容量と熱伝導度

X 線マイクロカロリメータの動作やエネルギー分解能を理解する上で、熱容量と熱伝導度は重要な物理量である。ここでは、その特徴について述べる。

B.1　熱容量 (heat capacity)

熱容量 C は、

$$C = \frac{c\rho V}{M} \tag{B.1}$$

と書ける。ただし、c は 1 mol 当たりの比熱、ρ は密度、M は原子量、V は物質の体積である。低温における金属の比熱は、フォノンによる格子比熱 c_{s} と伝導電子による電子比熱 c_{e} の二つの要素からなっており、

$$c = c_{\mathrm{s}} + c_{\mathrm{e}} \tag{B.2}$$

と書ける。格子比熱はデバイ温度 θ_D よりも十分低温 ($T \ll \theta_{\mathrm{D}}$) において

$$c_{\mathrm{s}} \approx \frac{12\pi^4}{5} N_{\mathrm{A}} k_{\mathrm{B}} \left(\frac{T}{\theta_{\mathrm{D}}}\right)^3 \tag{B.3}$$

$$= 1.94 \times 10^3 \ \mathrm{J/K/mol} \left(\frac{T}{\theta_{\mathrm{D}}}\right)^3 \tag{B.4}$$

と表され、温度の 3 乗に比例する (デバイの 3 乗則)。ただし、N_{A} はアボガドロ数、k_{B} はボルツマン定数である。超伝導物質では、超伝導遷移温度を T_c として、$T < 0.1T_{\mathrm{c}}$ で格子比熱は支配的である。

電子比熱にはフェルミ準位近傍の電子のみが寄与でき、物質が常伝導状態か超伝導状態かによって異なる。常伝導状態では比熱は温度に比例し

$$c_{\mathrm{e}} = \gamma T \tag{B.5}$$

超伝導状態 ($T < 0.1T_{\mathrm{c}}$) では

$$c_{\mathrm{e}} = \gamma \left(a T_{\mathrm{c}} \exp\left(\frac{-bT_{\mathrm{c}}}{T}\right)\right) \tag{B.6}$$

となる。ただし、γ はフェルミ面における電子の状態密度の尺度である Sommerfeld 定数である。a、b は物質に依らない定数で $a \approx 8.5, b \approx 1.44$ である。超伝導転移は二次相転移であり秩序状態から無秩序状態へ移行するので、電子比熱 $c_e = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)$ は $T = T_c$ において不連続な飛びを示す。(比熱異常) この飛びは常伝導状態の比熱の 1.43 倍に相当する (たとえば Tinkham, 1975)。

B.2　熱伝導度

B.2.1　熱伝導率 (thermal conductivity)

熱伝導率 κ は、

$$\kappa = \frac{1}{3} c v L \tag{B.7}$$

と書ける。ただし、c は比熱、v と L はそれぞれ媒体の速度と平均自由行程である (e.g., Kittel 1986)。熱は金属中ではフォノンと電子、非金属ではフォノンによって運ばれる。

純粋な金属の熱伝導は主に伝導電子により、伝導電子の平均自由行程は不純物、格子欠陥、フォノンなどによる散乱で決まる。フォノンの数は T に比例するので 4.2 K 以下では非常に少なくなり、不純物や格子欠陥による散乱が支配的になる。従って、伝導電子の平均自由行程は温度変化しなくなる。また、電子の速度はほぼフェルミ速度で一定であるから熱伝導率は比熱と同様 T に比例する。

非金属の熱伝導は一般に金属と比べて悪い。極低温ではフォノン数が非常に少ないので他のフォノンとの相互作用による散乱はほとんどなく幾何学的な散乱過程が支配的である。従って、フォノンの平均自由行程は結晶の境界および格子の不完全さで決まり、温度によらない。さらに、フォノンの速度即ち音速は温度にあまり依存しない。従って、熱伝導率は T^3 に比例して小さくなる。

遷移温度 T_c よりも十分低温 ($T < 0.1T_c$) における超伝導物質では、フェルミ面近傍の電子のほとんどがクーパー対で存在する。クーパー対はエネルギーギャップのために基底状態から抜け出せず散乱されないので熱を伝達しない。熱を伝達できるのはエネルギーギャップ $\Delta E = 1.76k_BT_c$ を越えた電子対だけであり、その数は温度 T とともに $\exp(-\Delta E/k_BT)$ に比例して減少していく。一方、全ての電子が熱伝導に寄与できる常伝導状態では熱伝導率が T に比例する。従って、超伝導物質の熱伝導率は

$$\kappa \quad \propto \quad T \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \tag{B.8}$$

という温度依存性をもつ。その結果、電子による熱伝導率は金属が超伝導状態になると減少し、フォノンによる熱伝導が支配的になり $T < 0.1T_c$ では T^3 に比例する。

B.2.2 熱伝導度 (thermal conductance)

有限な温度差 $T - T_{\mathrm{bath}}$ があるときの熱の流れ $P(T, T_{\mathrm{bath}})$ を考える (図 B.1; e.g., Mather 1982)。単位時間当たり、単位断面積を通過する熱 q を

$$q \equiv \kappa \frac{dT}{dx} \tag{B.9}$$

と定義する。ここで、κ は熱伝導率である。サーマルリンクは十分に細く、温度 T と断面積 A は位置 x のみにより、熱伝導率 κ は温度 T のみの関数ではあると仮定する。ある位置 x で単位時間に通過する熱 P は、

$$P \quad = \quad qA(x) \tag{B.10}$$

$$\quad = \quad \kappa(T)\frac{dT}{dx}A(x) \tag{B.11}$$

である。これを積分すると

$$\int_0^X \frac{P}{A(x)}dx = \int_{T_{\mathrm{bath}}}^T \kappa(T)dT \tag{B.12}$$

エネルギー保存則より、P は x に依らず一定であることを使うと

$$P(T, T_{\mathrm{bath}}) = \frac{\int_{T_{\mathrm{bath}}}^T \kappa(T)dT}{\int_0^X \frac{dx}{A(x)}} \tag{B.13}$$

となる。熱伝導度 G を

$$G \equiv \frac{dP}{dT} = \frac{\kappa(T)}{\int_0^X \frac{dx}{A(x)}} \tag{B.14}$$

と定義すると、

$$G = \frac{\kappa(T)}{\int_0^X \frac{dx}{A(x)}} \tag{B.15}$$

となる。したがって、G の温度依存性は κ と同じであることがわかる。サーマルリンクの断面積が A(一定) の場合は簡単に $G = k(T)\frac{A}{X}$ と書ける。$\kappa(T) \propto T^{n-1}$ とすると、

$$G = G_0 T^{n-1} \tag{B.16}$$

となる。ただし、G_0 は 1 K での熱伝導度である。よって、式 (B.14) より

$$P = \frac{G_0}{n}(T^n - T_{\mathrm{bath}}^n) \tag{B.17}$$

となる。ここで、n は熱浴とカロリメータピクセルとの間の熱抵抗の種類によって異なる。熱伝導度は熱のキャリアの比熱に依存するので、電子が熱のキャリアである場合は $n = 2$、フォノンが熱のキャリアである場合は $n = 4$ となる。ただし、薄膜においては次元が小さいことから n が小さくなる傾向がある。

また、異なる物質間を熱が伝わる場合には、界面において熱抵抗が存在する。これをカピッツァ抵抗と呼ぶ。このような接触抵抗が存在する場合、熱伝導度はそれに応じて小さくなる。

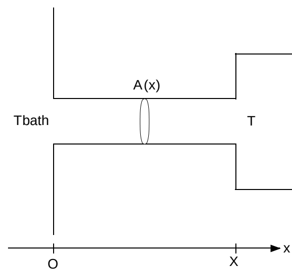


図 B.1: 有限温度差がある場合の熱の流れ

特に常伝導金属の場合、電流の担い手も熱伝導の担い手も伝導電子である。そして、電気抵抗、熱抵抗は共に不純物、格子欠陥、フォノンなどによる伝導電子の散乱により生じる。そこで、熱伝導度と電気抵抗の間にきれいな相関が存在する (たとえば 小林 & 大塚, 1987)。

これは Wiedemann-Franz 則として知られており、熱伝導度 G は

$$G = \frac{L_{\mathrm{n}} T}{R} \tag{B.18}$$

と、ローレンツ数 L_{n}、温度 T、抵抗値 R を用いて書き表される。ただし、ローレンツ数は

$$L_{\mathrm{n}} = 24.5\ \mathrm{nW\Omega/K^2} \tag{B.19}$$

で表される、物質によらない定数である。

付 録C　フィードバックとループゲイン

図 C.1 左に示すように、出力の一部を取り出して入力に加えることをフィードバック (または帰還) という。入力に戻す割合いをフィードバック量といい、出力の b 倍だけ入力にフィードバックするとき、入力 x と出力 y との間には次の関係式が成り立つ。

$$y(\omega) = A(\omega)[x(\omega) - by(\omega)] \tag{C.1}$$

この式を解くと

$$\begin{aligned} y(\omega) &= \frac{A(\omega)}{1 + bA(\omega)} x(\omega) && \text{(C.2)} \\ &= \frac{1}{b} \frac{\mathcal{L}(\omega)}{1 + \mathcal{L}(\omega)} x(\omega) && \text{(C.3)} \end{aligned}$$

となる。このとき、$\mathcal{L}(\omega) = bA(\omega)$ をループゲインという。ループゲインが 1 より十分に大きい場合は、

$$y(\omega) \simeq \frac{1}{b} x(\omega) \tag{C.4}$$

となり、システムの増幅度はフィードバック量 b で決まり、$A(\omega)$ が ω によって変わってもほとんど影響を受けない。

　また、図 C.1 右のように入力 x が $A(\omega)$ の後に入る場合は、入力 x と出力 y は次のような関係になる。

$$y(\omega) = \frac{1}{1 + \mathcal{L}} x(\omega) \tag{C.5}$$

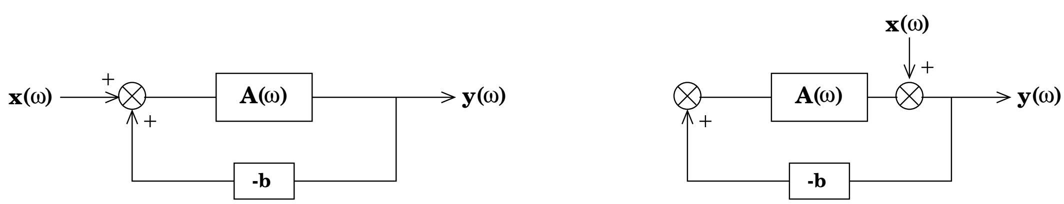


図 C.1: フィードバック系 1(左) と、フィードバック系 2(右)

付 録D　ノイズ

ここではカロリメータのエネルギー分解能を制限するノイズの電流密度、Noise Equivalent Power(NEP) を求める。ノイズ電流密度を応答関数 $S_I(\omega)$ で割ったもので計算される。考えるノイズは固有ノイズ (フォノンノイズとジョンソンノイズ)、シャント抵抗のジョンソンノイズ、熱揺らぎノイズ、熱浴の温度揺らぎである。計算は f 空間片側スペクトルで考える ($0 \leq f < \infty$、付録 A 参照)。

D.1　フォノンノイズ

図 D.1 には、熱抵抗 R とそれにともなうパワーの流れ $P_i(t)$、並列に加わった熱容量 C (カロリメータの熱容量)、カロリメータに流れ込むパワーの流れ $P_o(t)$ を示している。$P_i(t)$、$P_o(t)$ のパワースペクトルをそれぞれ $S_i(\omega)$、$S_o(\omega)$

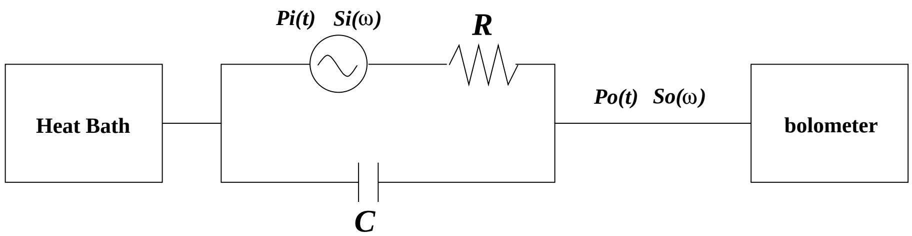


図 D.1: フォノンノイズ

とする。伝達関数が

$$H(\omega) = \frac{1}{1+i\omega\tau} \quad (D.1)$$

$$= \frac{1}{1+i\omega CR} \quad (D.2)$$

と表されるので、

$$S_o(\omega) = \frac{1}{1+(\omega CR)^2} S_i(\omega) \quad (D.3)$$

となる。$S_i(\omega)$ が角周波数 ω に依存しないとすると、

$$S_i(\omega) = D \quad (D.4)$$

と置ける。カロリメータのエネルギーの揺らぎは $\overline{\Delta U^2} = k_{\mathrm{B}} T^2 C$ であるので、カロリメータに流れるパワーの流れ $P_o(t)$ に関して次の式が成り立つ。

$$\overline{P_o(t)^2} = \overline{\Delta U^2}\frac{1}{\tau^2} = k_{\mathrm{B}} T^2 C \frac{1}{(CR)^2} = \frac{k_{\mathrm{B}} T^2}{CR^2} \quad (D.5)$$

式 (D.3)、(D.4) を用いて、

$$\overline{P_o(t)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} S_o(\omega)d\omega \tag{D.6}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{D}{1+(\omega CR)^2}d\omega \tag{D.7}$$
$$= \frac{\pi D}{CR} \tag{D.8}$$

が成り立つ。さらに式 (D.5) を用いて、

$$\frac{\pi D}{CR} = \frac{k_{\rm B}T^2}{CR^2} \tag{D.9}$$
$$S_i(\omega) = D = \frac{k_{\rm B}T^2}{\pi R} \tag{D.10}$$

が得られる。

実際に測定されるのは、$S_o(\omega)$ であるが、$\omega CR \ll 1$ の周波数領域では $S_o(\omega) \sim S_i(\omega)$ としてよい。よって、温度 T であるカロリメータに流れ込むパワーのノイズを帯域幅 Δf で観測したときの二乗平均は、

$$\overline{P_n^2} = S_o(\omega)4\pi\Delta f \tag{D.11}$$
$$\sim S_i(\omega)4\pi\Delta f \tag{D.12}$$
$$= \frac{4k_{\rm B}T^2}{R}\Delta f \tag{D.13}$$
$$= 4k_{\rm B}T^2G\Delta f \tag{D.14}$$

となる。これより、単位帯域幅当たりの雑音密度パワーは、

$$P_n^2 \equiv 4k_{\rm B}T^2G \tag{D.15}$$

となる。

§ 2.5 で示したように、このパワーの揺らぎによる出力電流密度は

$$\delta I_{\rm ph}^2 = \frac{4k_{\rm B}GT^2\Gamma}{V_{\rm b}^2}\left(\frac{\mathcal{L}_0}{\mathcal{L}_0+1}\right)^2\frac{1}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{D.16}$$

と表される。

NEP は、周波数によらず一定で

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = 4kT^2G \tag{D.17}$$

となる。

D.2　ジョンソンノイズ

ジョンソンノイズは桜井 & 霜田 (1984) による。抵抗 R の両端に現れる熱雑音電圧をジョンソンノイズといい、その 2 乗平均は測定する帯域幅を Δf とすれば

$$< v^2 >= 4k_{\rm B}TR\Delta f \tag{D.18}$$

となる。これをナイキストの熱雑音の式という。

式 (D.18) を導出する。抵抗 R に並列にコンデンサ C があるとする。この時の時定数は $\tau_0 = CR$ である。コンデンサにある静電エネルギーは、両極間の電圧を $v(t)$ とすれば、$Cv^2(t)/2$ である。温度 T で熱平衡状態の系のエネルギーはボルツマン分布するので、抵抗とコンデンサの両極間の電圧が $v(t)$ となる確率は

$$P(v) = \sqrt{\frac{C}{2\pi k_{\rm B}T}}\exp\left(-\frac{Cv^2}{2k_{\rm B}T}\right) \tag{D.19}$$

で与えられる。これより電圧の分散 σ^2 は

$$\sigma^2 =< v^2 >= \overline{v^2} = \frac{kT}{C} \tag{D.20}$$

と求まる。式 (D.20) はまた、熱平衡状態の系のエネルギー等分配則から、

$$\frac{1}{2}C < v^2 >= \frac{1}{2}C\overline{v^2} = \frac{1}{2}k_{\rm B}T \tag{D.21}$$

としても求められる。

EC ローパスフィルタの伝達関数は

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + i\omega RC} \tag{D.22}$$

と書けるので、フィルタ通過後のパワー (端子間の電圧の 2 乗の時間平均) は

$$< v^2 >= \overline{v^2} = \frac{2\sigma^2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\tau_0}{1+(\omega\tau_0)^2}d\omega = \frac{2k_{\rm B}TR}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{1+\omega^2C^2R^2}d\omega \tag{D.23}$$

となる。したがって、$\omega = 2\pi f \ll (CR)^{-1}$ の時、周波数 f と $f + df$ の間にある熱雑音の成分 $\overline{dv_f^2}$ は

$$\overline{dv_f^2} = \frac{2k_{\rm B}TR}{\pi}d\omega = 4kTRdf \tag{D.24}$$

となる。

ジョンソンノイズは電圧の揺らぎとして入力され、出力電流密度は § 2.5 で示したように

$$\delta I_{\rm J}^2 = \frac{4k_{\rm B}T}{R}\left(\frac{1}{\mathcal{L}_0 + 1}\right)^2 \frac{1+\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau_{\rm eff}^2} \tag{D.25}$$

となる。

また、NEP は

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \frac{4kTb^2}{R}\frac{1}{\mathcal{L}_0^2}\left(1 + (2\pi f\tau_0)^2\right) \tag{D.26}$$

となる。

D.3　シャント抵抗のジョンソンノイズ

シャント抵抗のジョンソンノイズによる電圧揺らぎ ($\delta V_{\rm Js}$) は TES のジョンソンノイズと同様に

$$\delta V_{\rm Js}^2 = 4kT_{\rm shunt}R_{\rm s} \tag{D.27}$$

となる。ただし、$T_{\rm shunt}$ はシャント抵抗の温度である。しかし、シャント抵抗のジョンソンノイズは TES のジョンソンノイズとは異なる周波数依存性を示す。

図 D.2 は TES、シャント抵抗のジョンソンノイズを含む回路である。TES のジョンソンノイズを考えた場合は TES 両端の電位差は $V = RR_{\rm s}I_{\rm bias}/(R + R_{\rm s})$ で変わらずに TES を流れる電流が変化するが、シャント抵抗のジョンソンノイズを考えた場合は、TES 両端の電位差が $V = RR_{\rm s}I_{\rm bias}/(R + R_{\rm s}) + \delta V_{\rm Js}$ と変化する。このような TES の両端の電位差の変化は図 2.8 のダイアグラムには含まれておらず、このダイアグラムからシャント抵抗のジョンソンノイズを考慮することはできない。そこで、熱的、電気的な方程式を解くことで特性を調べる。また、比較のために、同様の方法で TES のジョンソンノイズ $\delta V_{\rm J}$ の周波数特性も導出する。

以下では $I = I_0 + \Delta I$、$T = T_0 + \Delta T$、$R = R_0 + \Delta R$、$V = V_0 + \Delta V$ とする。ただし、I_0、T_0、R_0、V_0 はそれぞれノイズがない定常状態での電流、温度、抵抗値、TES 両端の電位差である。

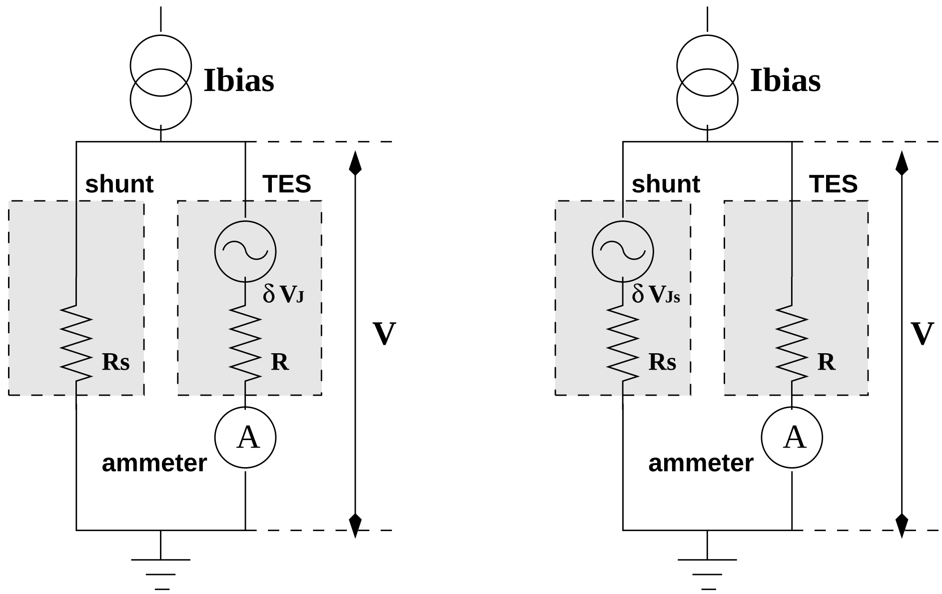


図 D.2: TES およびシャント抵抗のジョンソンノイズを含めた回路。左: TES のジョンソンノイズ $\delta V_{\rm J}$ を含む回路、右: シャント抵抗のジョンソンノイズ $\delta V_{\rm Js}$ を含む回路。

D.3.1　TES のジョンソンノイズ

まずは TES のジョンソンノイズを考える。満たすべき式は以下の 3 つである。

$$C\frac{d\Delta T}{dt} = VI - G\Delta T - V_0 I_0 \tag{D.28}$$

$$V = RI + \delta V_{\rm J} = R_{\rm s}(I_{\rm bias} - I) \tag{D.29}$$

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha}\frac{T_0}{R_0}\Delta R \tag{D.30}$$

ここで、ΔI、ΔT、ΔR がともに $e^{i\omega t}$ の依存性を持つとする。また、それらは全て微小だとして二次以上の項を無視する。すると、式 (D.28) を展開して

$$i\omega C\Delta T = \Delta V I_0 + \Delta I V_0 - G\Delta T \tag{D.31}$$

を得る。さらに、式 (D.29) の最右辺から

$$\Delta V = -R_{\rm s}\Delta I \tag{D.32}$$

が得られるので、これを式 (D.31) に代入すると、

$$G(1 + i\omega\tau_0)\Delta T = I_0\left(R_0 - R_{\rm s}\right)\Delta I \tag{D.33}$$

となる。ただし、$\tau_0 \equiv C/G$ である。

さらに、式 (D.30) および式 (D.29) を展開して得られる

$$\Delta R = -\frac{(R_0 + R_{\rm s})\Delta I + \delta V_{\rm J}}{I_0} \tag{D.34}$$

を代入し、$\mathcal{L}_0 = \alpha R_0 I_0^2/GT_0$ に注意すると、

$$\Delta I + \frac{\delta V_{\rm J}}{R_0 + R_{\rm s}} = -\mathcal{L}_0\,\frac{R_0 - R_{\rm s}}{R_0 + R_{\rm s}}\,\frac{1}{1 + i\omega\tau_0}\,\Delta I \tag{D.35}$$

と計算される。これを $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0(R_0 - R_\mathrm{s})/(R_0 + R_\mathrm{s})$、$\tau_\mathrm{eff} = \tau_0/(1+\mathcal{L}_1)$ を用いて変形すると

$$\Delta I = -\frac{1}{1+\mathcal{L}_1}\frac{1+i\omega\tau_0}{1+i\omega\tau_\mathrm{eff}}\frac{\delta V_\mathrm{J}}{R_0+R_\mathrm{s}} \tag{D.36}$$

となり、疑似的定電圧バイアスを補正したジョンソンノイズの電流密度が得られる。

D.3.2 シャント抵抗のジョンソンノイズ

次にシャント抵抗のジョンソンノイズを考える。満たすべき式は以下の 3 つである。

$$C\frac{d\Delta T}{dt} = VI - G\Delta T - V_0 I_0 \tag{D.37}$$

$$V = RI = R_\mathrm{s}(I_\mathrm{bias} - I) + \delta V_\mathrm{Js} \tag{D.38}$$

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha}\frac{T_0}{R_0}\Delta R \tag{D.39}$$

TES のジョンソンノイズの場合とは電圧と抵抗、電流の関係の式のみが異なる。TES の場合と同様に式 (D.37) を展開すると

$$G(1+i\omega\tau_0)\Delta T = I_0(R_0+R_\mathrm{s})\Delta I + I_0\delta V_\mathrm{Js} \tag{D.40}$$

となる。右辺の最終項に δV_Js の項が陽に入っている点が TES のジョンソンノイズの場合と最も異なる点である。

先ほどと同様に ΔT を消去する。式 (D.38) を展開すると

$$\Delta R = -\frac{(R_0+R_\mathrm{s})\Delta I - \delta V_\mathrm{Js}}{I_0} \tag{D.41}$$

となるので、これと式 (D.39) を代入すると、式 (D.40) は

$$-(1+i\omega\tau_0)\Delta I + (1+i\omega\tau_0)\frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R+R_\mathrm{s}} = \mathcal{L}_1\frac{R_0-R_\mathrm{s}}{R_0+R_\mathrm{s}}\Delta I + \mathcal{L}_0\frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R_0+R_\mathrm{s}} \tag{D.42}$$

と計算される。ここで、

$$\tau'_\mathrm{eff} = \frac{\tau_0}{\mathcal{L}_0 - 1} \tag{D.43}$$

を導入すると、式 (D.42) は

$$\Delta I = \frac{\mathcal{L}_0-1}{\mathcal{L}_1+1}\frac{1-i\omega\tau'_\mathrm{eff}}{1+i\omega\tau_\mathrm{eff}}\frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R_0+R_\mathrm{s}} \tag{D.44}$$

となる。これがシャント抵抗のジョンソンノイズによる出力電流密度である。この式からわかるように、シャント抵抗のジョンソンノイズは電熱フィードバックによりほとんど抑制されず、$\mathcal{L}_0 \gg 1$、$R_0 \gg R_\mathrm{s}$ の場合には

$$\Delta I = \frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R_0+R_\mathrm{s}} \tag{D.45}$$

となる。なお、$R_\mathrm{s} \sim R$ では $\mathcal{L}_0 > \mathcal{L}_1$ となるため

$$\Delta I > \frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R_0+R_\mathrm{s}} \tag{D.46}$$

となり、$\mathcal{L}_0 \sim 1$ では $(\mathcal{L}_0 - 1) < (\mathcal{L}_1 + 1)$ となるため

$$\Delta I < \frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R_0+R_\mathrm{s}} \tag{D.47}$$

となる。

NEP は

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left(\frac{\delta V_\mathrm{Js}}{R_0+R_\mathrm{s}}\right)^2 b^2 \left(\frac{\mathcal{L}_0-1}{\mathcal{L}_0}\right)^2 \left(\frac{\mathcal{L}_0+1}{\mathcal{L}_1+1}\right)^2 (1+(2\pi f\tau'_\mathrm{eff})^2) \tag{D.48}$$

と計算される。

D.4　熱揺らぎノイズ (Thermal Fluctuation Noise)

熱揺らぎノイズとは有限の熱伝導度 (熱抵抗) に伴うパワーの揺らぎである。特に熱浴と TES との間の熱伝導に伴う熱揺らぎノイズをフォノンノイズと呼ぶ。TES と吸収体などの間の熱伝導度が有限であるとき、熱揺らぎノイズが発生する。しかし、その周波数依存性は一般にフォノンノイズとは異なる。ここでは熱伝導度 G_{TF} に伴う熱揺らぎノイズの周波数依存性を導出する。

有限の熱伝導度 G_{TF} が存在すると、単位周波数 Δf あたり

$$P_{\mathrm{n}}^2 = 4k_{\mathrm{B}}T^2 G_{\mathrm{TF}}\Delta f \tag{D.49}$$

の大きさのパワー P_{n}^2 が発生する。これは熱容量 C に対して

$$\Delta T(f) = \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T^2}{G_{\mathrm{TF}}}}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{TF}}} \tag{D.50}$$

の温度変化を与える。ただし、$\omega \equiv 2\pi f$ であり、$\tau_{\mathrm{TF}} \equiv C/G_{\mathrm{TF}}$ は熱揺らぎの入力に対するロールオフの時定数である。この温度変化は

$$\Delta I = \frac{\alpha I}{T}\Delta T \tag{D.51}$$

の電流変化となる。ただし、実際は電熱フィードバックにより電流変化は $1/(1+\mathcal{L}(\omega))$ 倍に抑制されるので、熱揺らぎによる出力電流密度 ΔI_{TF} は

$$\Delta I_{\mathrm{TF}} = \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}T^2}{G_{\mathrm{TF}}}}\frac{\alpha I}{T(1+\mathcal{L}_0)}\left|\frac{1+i\omega\tau_0}{(1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}})(1+i\omega\tau_{\mathrm{TF}})}\right| \tag{D.52}$$

となる。ただし、$\mathcal{L}(\omega) \equiv \mathcal{L}_0/(1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}})$ は角振動数 ω でのループゲイン、$\mathcal{L}_0 \equiv P_{\mathrm{b}}\alpha/G_{\mathrm{bath}}T$ は $\omega=0$ でのループゲイン、$\tau_{\mathrm{eff}} \equiv C/G_{\mathrm{bath}}(1+\mathcal{L}_0)$ はカロリメータの有効時定数、G_{bath} は TES と熱浴との熱伝導度である。

NEP は

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \frac{4kT^2}{G_{\mathrm{TF}}}\left(\frac{\alpha I}{T}\right)^2\left(\frac{b}{\mathcal{L}_0}\right)^2\frac{1+(2\pi f\tau_0)^2}{1+(2\pi f\tau_{\mathrm{TF}})^2} \tag{D.53}$$

と計算される。

ここで、$\tau_{\mathrm{TF}} \gg \tau_{\mathrm{eff}}$ のとき (TES 吸収体間などの熱伝導の時定数が TES と熱浴との間の時定数より十分短いとき) は、$1\tau_{\mathrm{TF}} \gg 1/\omega \gg \tau_{\mathrm{eff}}$ の周波数帯で

$$\Delta I_{\mathrm{TF}} = \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}}{G_{\mathrm{TF}}}}\,\alpha I \tag{D.54}$$

となり、電流密度は αI に比例するホワイトなものとなる。

なお、フォノンノイズに関しては $G_{\mathrm{TF}} = G_{\mathrm{bath}}$ であるから、これを式 (D.52) に代入すると

$$\Delta I_{\mathrm{ph}} = \sqrt{\frac{4k_{\mathrm{B}}G_{\mathrm{bath}}T^2}{V_{\mathrm{bias}}}}\frac{\mathcal{L}_0}{1+\mathcal{L}_0}\left|\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}}\right| \tag{D.55}$$

と計算される。ここで、

$$\mathcal{L}_0 \equiv \frac{P_{\mathrm{b}}\alpha}{G_{\mathrm{bath}}T} = \frac{V_{\mathrm{bias}}}{G_{\mathrm{bath}}}\frac{\alpha I}{T} \tag{D.56}$$

を用いた。これは式 (2.105) で求めたフォノンノイズの形式と一致する。

D.5　熱浴の温度揺らぎ

熱浴の温度揺らぎはカロリメータの動作点を変化させてしまう。$f \gtrsim \tau_{\mathrm{eff}}$ の周波数の揺らぎはノイズとして観測される一方、$f \ll \tau_{\mathrm{eff}}$ の揺らぎは、動作点がイベントごとに変化することによるパルスハイトのばらつきとして分解能に影響する。ここではそれらの影響を定量的に見積もる。

D.5.1 ノイズとしての影響

電熱フィードバックのもとでの定常状態での熱平衡の式は

$$P_{\mathrm{b}} = \frac{G_0}{n}(T^n - T_{\mathrm{bath}}^n) \tag{D.57}$$

である。そこで、熱浴の温度変化 ΔT_{bath} にともなう TES の温度変化 ΔT は

$$(P_{\mathrm{b}} + \Delta P_{\mathrm{b}}) = C\frac{d\Delta T}{dt} + \frac{G_0}{n}\left((T+\Delta T)^n - (T+\Delta T_{\mathrm{bath}})^n\right) \tag{D.58}$$

で計算される。ここで、$\Delta T_{\mathrm{bath}} \ll T_{\mathrm{bath}}$、$\Delta T \ll T$ として、$\Delta T_{\mathrm{bath}}/T_{\mathrm{bath}}$、$\Delta T/T$ の 1 次の項のみ考える。さらに、

$$P_{\mathrm{b}} = \frac{G_0}{n}(T^n - T_{\mathrm{bath}}^n) \tag{D.59}$$

$$\Delta P_{\mathrm{b}} = -P_{\mathrm{b}}\frac{\delta R}{R} = -P_{\mathrm{b}}\alpha\frac{\Delta T}{T} = -\mathcal{L}_0 G\Delta T = -\mathcal{L}_0 G_0 T^{n-1}\Delta T \tag{D.60}$$

を代入すると、式 (D.58) は

$$-\mathcal{L}_0 G_0 T^{n-1}\Delta T = C\frac{d\Delta T}{dt} + G_0 T^{n-1}\Delta T - G_0 T_0^{n-1}\Delta T_{\mathrm{bath}} \tag{D.61}$$

となる。周波数空間で考えると $e^{i\omega t}$ の成分は

$$-\mathcal{L}_0 G_0 T^{n-1}\Delta T e^{i\omega t} = i\omega C\Delta T e^{i\omega t} + G_0 T^{n-1}\Delta T e^{i\omega t} - G_0 T_0^{n-1}\Delta T_{\mathrm{bath}} e^{i\omega t} \tag{D.62}$$

と表されるので、これを変形すると、

$$\Delta T = \frac{\theta^{n-1}}{1+\mathcal{L}_0}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}}\Delta T_{\mathrm{bath}} \tag{D.63}$$

が得られる。ここで、$\theta \equiv T_{\mathrm{bath}}/T$ と定義した。

温度変化にともない、出力電流は

$$\Delta I = -\frac{V}{R^2}\Delta R = -\frac{\alpha I}{T}\Delta T \tag{D.64}$$

だけ変化する。これらを考慮すると、熱浴の揺らぎ ΔT_{bath} にともなうノイズの出力 ΔI は

$$\Delta I = -\alpha I\frac{\theta^{n-1}}{1+\mathcal{L}_0}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}}\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T} \tag{D.65}$$

となり、NEP は

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left(\alpha I\theta^{n-1}b\,\frac{1}{\mathcal{L}_0}\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T}\right)^2 \tag{D.66}$$

となる。

$$\mathcal{L}_0 = \frac{\alpha}{n}(1-\theta^n) \tag{D.67}$$

を考慮すると、$\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合には、さらに

$$\Delta I = -nI\frac{\theta^{n-1}}{1-\theta^n}\frac{1}{1+i\omega\tau_{\mathrm{eff}}}\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T} \tag{D.68}$$

と書き換えられる。

D.5.2　パルスハイトのばらつきとしての影響

パルスハイトは式 (2.51) に示したように

$$I_{\mathrm{out}} = -\frac{\alpha E}{CT} I \tag{D.69}$$

で計算される。熱浴の温度が X 線入射イベントごとにばらつくと、それにともなう TES の温度 T、TES を流れる電流 I のばらつきによりパルスハイトがばらついてしまう。ここではその影響を見積もる。ただし、温度計感度 α の動作点依存性はここでは無視する。

TES の温度が ΔT、TES を流れる電流がそれにともない ΔT だけ変化すると、パルスハイトは

$$\Delta I_{\mathrm{out}} = -\frac{\alpha E}{C(T+\Delta T)} (I + \Delta I) - \frac{\alpha E}{CT} I = -I_{\mathrm{out}} \left(\frac{\Delta T}{T} - \frac{\Delta I}{I} \right) \tag{D.70}$$

だけ変化する。ただし、$\Delta T/T$、$\Delta I/I$ の 2 次以上の項は無視した。パルスのばらつきに影響するのは τ_{eff} より十分長い時間スケールの温度揺らぎのみであることを考慮して式 (D.63)、式 (D.64) を代入すると、熱浴の温度揺らぎにともなうパルスハイトの揺らぎは

$$\Delta I_{\mathrm{out}} = -I_{\mathrm{out}} (1+\alpha) \frac{\theta^{n-1}}{1+\mathcal{L}_0} \frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T} \tag{D.71}$$

となる。

これは、$\alpha \gg 1$、$\mathcal{L}_0 \gg 1$ の場合には、

$$\Delta I_{\mathrm{out}} = -I_{\mathrm{out}} n \frac{\theta^{n-1}}{1-\theta^n} \frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T} \tag{D.72}$$

と変形できる。ここで、式 (D.67) を用いた。このパルスハイトのばらつきによるエネルギー分解能 (FWHM) は

$$\frac{\Delta E}{E} = 2.35 n \frac{\theta^{n-1}}{1-\theta^n} \frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T} \tag{D.73}$$

となる。

D.6　エネルギー分解能への影響

ここでは、カロリメータ SII14B におけるノイズの寄与を計算する。ノイズによるエネルギー分解能は式 (2.135) で見たように

$$\Delta E_{\mathrm{rms}} = \left(\int_0^\infty \frac{4df}{\mathrm{NEP}(f)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \tag{D.74}$$

で表される。正確にエネルギー分解能を計算するには、各々のノイズによる NEP の自乗和をとりその後積分する必要があるが、ここでは個々のノイズの NEP によるエネルギー分解能を計算し、それぞれの成分の寄与を調べる。

D.6.1　フォノンノイズとジョンソンノイズ

フォノンノイズ、ジョンソンノイズによるエネルギー分解能は § 2.6 で求めた通り

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 4.7 \sqrt{k_{\mathrm{B}} T^2 C \frac{\sqrt{1+\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma}}{\alpha \mathcal{L}_0}} \tag{D.75}$$

で与えられる。特に、$\alpha \mathcal{L}_0 \Gamma \gg 1$ では、

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 4.7 \sqrt{k_{\mathrm{B}} T^2 C \sqrt{\frac{\Gamma}{\alpha \mathcal{L}_0}}} \tag{D.76}$$

となり、SII14B のパラメタを用いて計算すると

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 2.6\ \mathrm{eV} \left(\frac{T}{151\ \mathrm{mK}}\right) \left(\frac{C}{1.7\ \mathrm{pJ/K}}\right) \left(\frac{\Gamma}{0.46}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\alpha}{99}\right)^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{21}\right)^{-\frac{1}{4}} \tag{D.77}$$

となる。

D.6.2　ホワイトノイズ

読みだし系ノイズ、高周波超過ノイズは共にホワイトノイズである。ノイズ電流密度が δI であるホワイトノイズの NEP は

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left(b\,\delta I\,\frac{\mathcal{L}_0+1}{\mathcal{L}_0}\right)^2 (1+(2\pi f \tau_{\mathrm{eff}})^2) \tag{D.78}$$

となる。この式から (D.74) を用いてホワイトノイズのエネルギー分解能を計算すると

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 2.35 b\delta I\sqrt{\tau_{\mathrm{eff}}} \tag{D.79}$$

となる。SII14B に関しては、$b = V_{\mathrm{bias}} = 1.2\ \mu\mathrm{V}$、$\tau_{\mathrm{eff}} = 74\ \mu\mathrm{s}$ である。そこで、$\delta I = 18\ \mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ の読み出し系ノイズに関しては

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 2.7\ \mathrm{eV} \left(\frac{\delta I}{18\ \mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}}\right) \left(\frac{V_{\mathrm{bias}}}{1.2\ \mu\mathrm{V}}\right) \left(\frac{\tau_{\mathrm{eff}}}{74\ \mu\mathrm{s}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{D.80}$$

となる。これらより、SII14B の固有ノイズと読み出し系ノイズの自乗和は、3.7 eV と計算される。

一方、高周波ノイズは $\delta I \sim 40\ \mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ のホワイトノイズであった。そこで、高周波ノイズによるエネルギー分解能は

$$\Delta E_{\mathrm{FWHM}} = 5.9\ \mathrm{eV} \left(\frac{\delta I}{40\ \mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}}\right) \left(\frac{V_{\mathrm{bias}}}{1.2\ \mu\mathrm{V}}\right) \left(\frac{\tau_{\mathrm{eff}}}{74\ \mu\mathrm{s}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{D.81}$$

となる。

D.6.3　低周波ノイズ

SII14B の低周波ノイズは熱浴の温度揺らぎによるものであった。熱浴の温度揺らぎはによる NEP は式 (D.66) で示した通り、

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left(\alpha I \theta^{n-1} b\,\frac{1}{\mathcal{L}_0}\,\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}}{T}\right)^2 \tag{D.82}$$

となる。熱浴の温度揺らぎ ΔT_{bath} は § 7.4.2.1 で見たように

$$\delta T_{\mathrm{bath}}(f)^2 = \frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}(0)^2}{1+(f/f_{\mathrm{LF}})^2} \tag{D.83}$$

である。これを代入して、

$$\mathrm{NEP}(f)^2 = \left(\alpha I \theta^{n-1} b\,\frac{1}{\mathcal{L}_0}\,\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}(0)}{T}\right)^2 \frac{1}{1+(f/f_{\mathrm{LF}})^2} \tag{D.84}$$

となる。これを用いてエネルギー分解能を $0 < f < \infty$ で積分して求めると発散してしまう。実際は他のノイズが存在するためにこのノイズのみの場合の S/N 比を保ちつつ積分を行なうことはできない。ここでは、積分を f_{max} まで行なうと考えて近似する。すると、

$$\int_0^{f_{\mathrm{max}}} \frac{4df}{\mathrm{NEP(f)}} = \left(\alpha I \theta^{n-1} b\,\frac{1}{\mathcal{L}_0}\,\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}(0)}{T}\right)^{-2} \left(f_{\mathrm{max}} + \frac{1}{3}\frac{f_{\mathrm{max}}^3}{f_{\mathrm{LF}}^2}\right) \tag{D.85}$$

$$\sim \left(\alpha I \theta^{n-1} b\,\frac{1}{\mathcal{L}_0}\,\frac{\Delta T_{\mathrm{bath}}(0)}{T}\right)^{-2} \left(\frac{1}{3}\frac{f_{\mathrm{max}}^3}{f_{\mathrm{LF}}^2}\right) \tag{D.86}$$

$$\tag{D.87}$$

となる。ここで、最後の変形には $f_{\rm max} \gg f_{\rm LF}$ を用いた。そこで、エネルギー分解能は

$$\Delta E_{\rm FWHM} = 2.35 \left(\int_0^{f_{\rm max}} \frac{4df}{\rm NEP(f)} \right)^{-\frac{1}{2}} = 2.35 \alpha I \theta^{n-1} b \frac{1}{\mathcal{L}_0} \frac{\Delta T_{\rm bath}(0)}{T} \sqrt{\frac{3 f_{\rm LF}^2}{f_{\rm max}^3}} \tag{D.88}$$

と計算される。さらに、

$$(\Delta T_{\rm bath})_{\rm rms} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \Delta T_{\rm bath}(0)^2 f_{\rm LF}} \tag{D.89}$$

を用いることで、

$$\Delta E_{\rm FWHM} = 2.35 \alpha I \theta^{n-1} b \frac{1}{\mathcal{L}_0} \frac{(\Delta T_{\rm bath})_{\rm rms}}{T} \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{f_{\rm LF}}{f_{\rm max}^3}} \tag{D.90}$$

と書き表せる。$f_{\rm max} = 10$ kHz、$f_{\rm LF} = 15$ Hz とし、$(\Delta T_{\rm bath})_{\rm rms} = 30\ \mu$K および SII14B のパラメタを代入すると、

$$\Delta E_{\rm FWHM} \sim 0.4 \text{ eV} \left(\frac{(\Delta T_{\rm bath})_{\rm rms}}{30\ \mu{\rm K}} \right) \left(\frac{\alpha}{99} \right) \left(\frac{I}{32\ \mu{\rm A}} \right) \left(\frac{V_{\rm bias}}{1.2\ \mu{\rm V}} \right) \left(\frac{\theta}{0.41} \right)^{n-1} \left(\frac{\mathcal{L}_0}{21} \right)^{-1} \left(\frac{T}{151\ {\rm mK}} \right)^{-1} \left(\frac{f_{\rm max}}{10\ {\rm kHz}} \right)^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{f_{\rm LF}}{15\ {\rm Hz}} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{D.91}$$

となる。この式から、熱浴の温度揺らぎのエネルギー分解能への寄与はほとんど無視できることがわかる。

参考文献

Chervenak, J. A., Grossman, E. N., Irwin, K. D., Martinis, J. M., Reintsema, C. D., Allen, C. A., Bergman, D. I., Moseley, S. H., & R., S. 2000, NIMA, 444, 107

Chervenak, J. A., Irwin, K. D., Grossman, E. N., Martinis, J. M., & Reintsema, C. D. 1999, APL, 74, 4043

Cunningham, M. F., Ullom, J. N., Miyazaki, T., Labov, S. E., Clarke, J., Lanting, T. M., Lee, A. T., Richards, P. L., Yoon, J., & Spieler, H. 2002, APL, 81, 159

Hoevers, H. F. C., et al. 2000, Appl. Phys. Lett., 77, 4422

Hölzer, G., Fritsch, M., Deutsch, M., Härtwig, J., & Förster, E. 1997, Physical Review A, 56, 4554

Irwin, K. D. 1995a, APL, 66, 1998

—. 1995b, PhD thesis, Stanford University

Irwin, K. D., Hilton, G. C., Martinis, J. M., Deiker, S., Bergren, N., Nam, S. W., Rudman, D. A., & Wollman, D. A. 2000, NIMA, 444, 184

Irwin, K. D., Nam, S. W., Cabrera, B., Chugg, B., Park, G. S., Welty, R. P., & Martinis, J. M. 1995, IEEE Trans. Appl. Supercond., 5, 2690

Iyomoto, N., Ichitsubo, T., Oshima, T., Mitsuda, K., Fujimoto, R., Futamoto, K., Takei, Y., Fujimori, T., Miyazaki, T., Ishisaki, Y., Hiroike, T., Morita, U., Yamasaki, N. Y., Koga, T., Sato, K., Ohashi, T., Shoji, S., Kudo, H., Nakamura, T., Arakawa, T., Sato, H., Kobayashi, H., Homma, T., Osaka, T., Nakayama, S., Morooka, T., Chinone, K., Tanaka, K., Kuroda, Y., Onishi, M., & Goto, M. 2003, in 2002 SPIE Astronomical Telescopes and Instrumentation

Kelley, R. L., Audley, M. D., Boyce, K. R., Breon, S., Fujimoto, R., Gendreau, K. C., Holt, S. S., Ishisaki, Y., McCammon, D., Mihara, T., Mitsuda, K., Moseley, S. H., Mott, D. B., Porter, F. S., Stalhe, C. K., & Szymkowiak, A. E. 1999, in SPIE No. 3765, 114

Lee, A. T., Richards, P. L., Nam, S. W., Cabrera, B., & Irwin, K. D. 1996, APL, 69, 1801

Lindeman, M. A. 2000, PhD thesis, Univ. of California

Lindeman, M. A., et al. 2001, in AIP conference proceedings, Vol. 605, Detailed characterization of Mo.Au TES microcalorimeters, 219

Mewe, R., Gronenschild, E. H. B. M., & van den Oord, G. H. J. 1985, A&AS, 62, 197

Mitsuda, K., & Kelley, R. 1999, NIMA, 436, 212

Miyazaki, T. 2001, PhD thesis, Univ. of Tokyo

Moseley, S. H., Mather, J. C., & McCammon, D. 1984, J. Appl. Phys., 56, 1257

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1988, Numerical Recipes in C (Cambridge University Press), 日本語版、丹慶勝市、奥村晴彦、佐藤俊郎、小林誠訳、技術評論社

Stahle, C. K., et al. 1994, Physica B, 127, 194

Takei, Y., Fujimoto, R., Mitsuda, K., & Onaka, T. 2002, ApJ, 581, 307

Tiest, W. M. B., Hoevers, H. F. C., Mels, W. A., Ridder, M. L., Bruijn, M. P., de Korte, P. A. J., & Huber, M. E. 2001, in AIP Conference Proceedings, Vol. 605, Low Temperature Detectors, 199

Tinkham, M. 1975, Introduction to Superconductivity (New York: McGraw-Hill, Inc.), 小林 俊一 訳、1981 年、「超伝導現象」、産業図書

Yoon, J., Clarke, J., Gildemeister, J. M., Lee, A. T., Myers, M. J., Richards, P. L., & Skidmore, J. T. 2001, APL, 78, 371

Zehnder, A. 1995, Physical Review B, 52, 858

影井，智宏. 2001, Master's thesis, 東京都立大学

広池，哲平. 2002, Master's thesis, 東京都立大学

昆野，康隆. 1998, Master's thesis, 東京大学

桜井，捷海., & 霜田，光一. 1984, 応用エレクトロニクス (物理学選書 17) (裳華房)

山崎，正裕. 2001, Master's thesis, 東京大学

小林，俊一., & 大塚，洋一. 1987, 低温技術, 2nd edn. (東京大学出版会)

前神，佳奈. 1999, Master's thesis, 東京大学

大塚，洋一. 1996, SQUID (unknown), 小林俊一編、「物理学の進歩 II – SQUID、SOR、電子分光」、丸善

大島，泰. 2000, Master's thesis, 東京大学