

Astronomical Optics

170928

土井崇史

2.4 Two-surface refracting elements

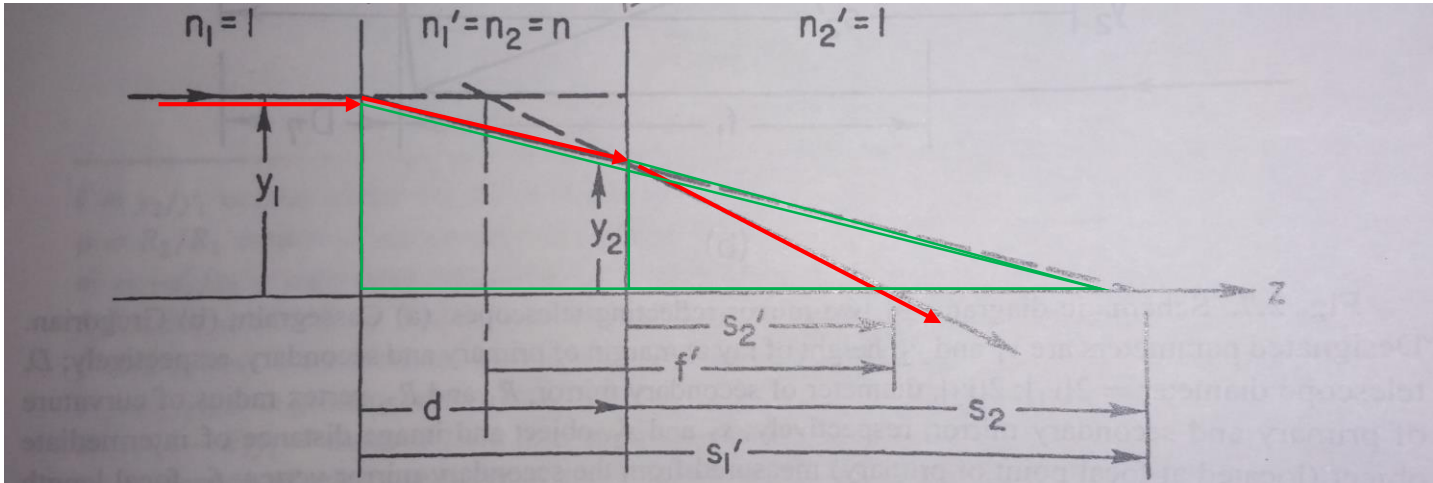
§ 2.2の屈折に関連した式を、

2つの屈折面を持つ系

- ・ 厚肉レンズの場合(レンズの厚さを無視できない)
- ・ 薄肉レンズの場合(レンズの厚さを無視できる)
- ・ 厚肉平行平板

に適用する。

2.4.a Thick lens(厚肉レンズ)



屈折面1 レンズ 屈折面2

2.4.a Thick lens(厚肉レンズ)

式(2.2.5)を2つの屈折面に適用させて、

$$\frac{n}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{R_1} = P_1, \quad \frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{R_2} = P_2 \quad (2.4.1)$$

無限遠からの光の入射($s_1 \rightarrow \infty$)を仮定して、三角形の相似から、

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{s_1' - d}{s_1'} = \frac{s_2'}{f'} \quad (2.4.2)$$

(f' :有効焦点距離, 入射光と屈折光の交点からの距離)

$s_2 = s_1' - d$ 、式(2.4.2)から、

$$P_1 = \frac{n}{s_1'}, \quad P_2 = \frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_1' - d}$$
$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s_2'} \left(\frac{s_1' - d}{s_1'} \right) = \left(P_2 + \frac{n}{s_1' - d} \right) \left(\frac{s_1' - d}{s_1'} \right)$$

が得られ、

$$P = \frac{1}{f'} = P_1 + P_2 - \left(\frac{d}{n} \right) P_1 P_2 \quad (2.4.3)$$

2.4.b Thin lens(薄肉レンズ)

レンズの厚みを無視して、 $s'_1 = s_2$

また、 $s_1 = s$, $s'_2 = s'$ として、

(2.4.1)の2式から、

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = P_1 + P_2 = P = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} \quad (2.4.4)$$

→全体のパワーが焦点距離の逆数

→1つの屈折面に対するガウスの関係式(2.2.5)よりも単純な式

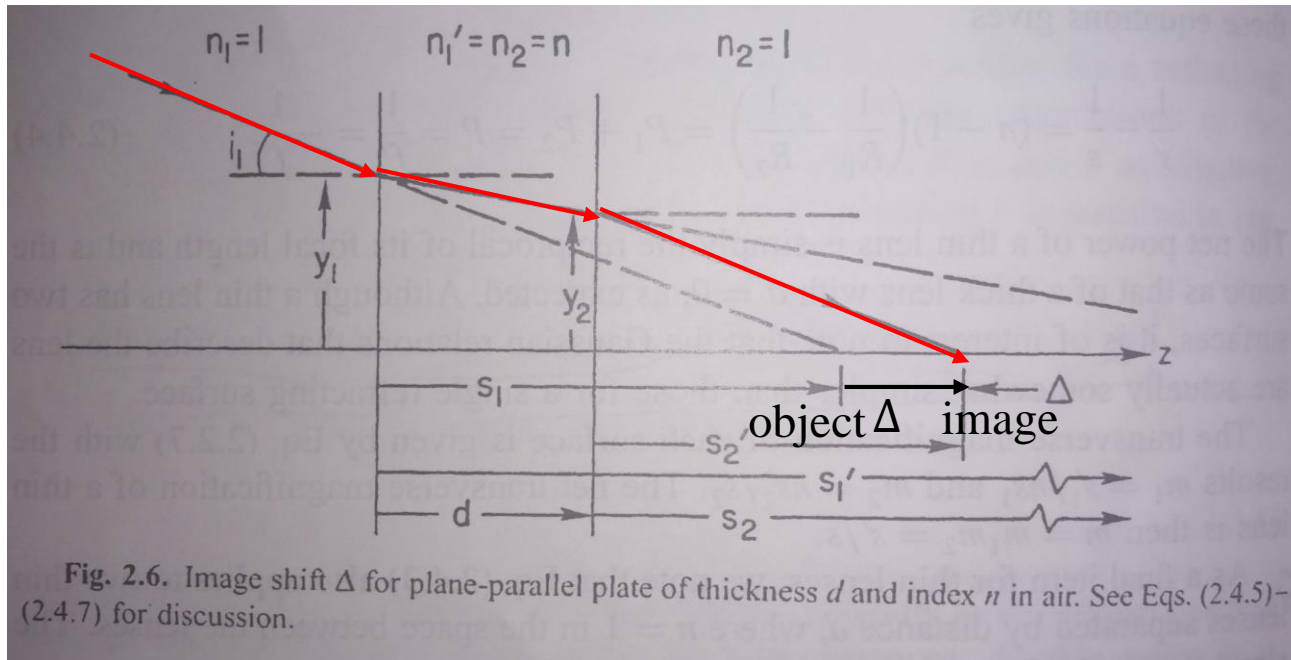
横倍率を求める式(2.2.7)から、

$$m_1 = \frac{s'_1}{ns_1}, m_2 = \frac{s'_2}{ns_2}$$

レンズ全体の横倍率は、

$$m = m_1 m_2 = \frac{s'}{s}$$

2.4.c Thick plane-parallel plate



2.4.c Thick plane-parallel plate

$R_1 \rightarrow \infty, R_2 \rightarrow \infty$ (plane-parallel)から、 $P_1 = 0, P_2 = 0$
これと式(2.2.5)から、

$$\frac{n'_1}{s'_1} = \frac{n_1}{s_1} \quad \frac{n'_2}{s'_2} = \frac{n_2}{s_2}$$

$n'_1 = n_2 = n, n_1 = n'_2 = 1, s_2 = s'_2 - d$ から、
 $s'_1 = ns_1, s'_2 = s_1 - \frac{d}{n}$

像と物体の距離 $\Delta = s'_2 - s_1 + d$ は、

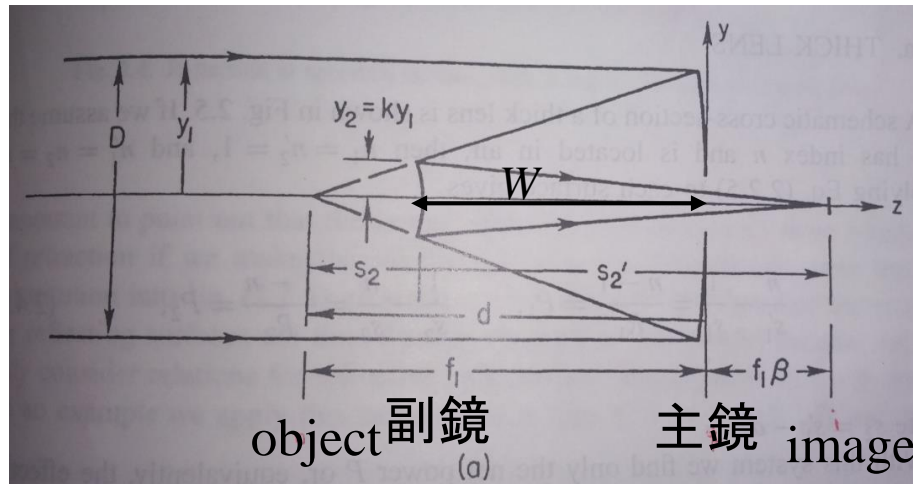
$$\Delta = d \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

であり、高さ y に依存しない。

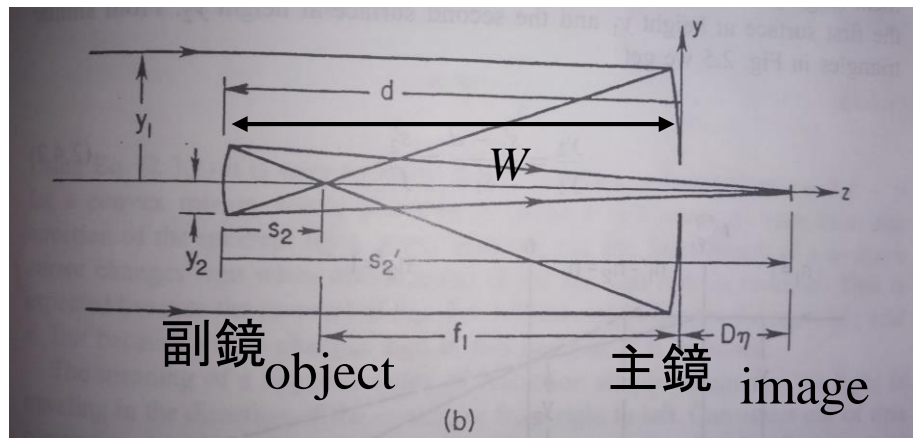
典型的な値 $n \sim 1.5$ を代入して、 $\Delta \sim \frac{d}{3}$

2.5 Two-mirror telescopes

ここまでの議論を2枚鏡の望遠鏡に適用



カセグレイン型



グレゴリアン型

Fig. 2.7. Schematic diagrams of two-mirror reflecting telescopes: (a) Cassegrain; (b) Gregorian. Designated parameters are y_1 and y_2 , height of ray at margin of primary and secondary, respectively; D ,

2.5.a Normalized parameters

無次元パラメター

$$k = \frac{y_2}{y_1}, \rho = \frac{R_2}{R_1}, m = -\frac{s_2'}{s_2}$$

$f_1\beta = D\eta$... 主鏡面から最終焦点までの距離

$F_1 = \frac{|f_1|}{D}$... 主鏡の焦点比(焦点距離/口径) >0

$W = (1 - k)f_1$... 主鏡・副鏡間の距離

$F = \frac{|f|}{D}$... 系全体の焦点比 >0

- ・ 結像点が主鏡・副鏡間外であれば、 $\beta > 0$
- ・ 無次元パラメターはカセグレインとグレゴリアンで符号が逆。カセグレインで $k > 0, m > 0$ 。 mk はどちらも正。

2.5.a Normalized parameters

式(2.3.1),(2.3.3)を副鏡での反射に用いると、

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{2}{R_2} - \frac{2}{kR_1} = \frac{2}{R_1} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{k} \right) = \frac{1}{s_2} \left(\frac{k - \rho}{\rho} \right) = -\frac{1}{ms_2}$$

であり、

$$m = \frac{\rho}{\rho - k}, \rho = \frac{mk}{m - 1}, k = \frac{\rho(m - 1)}{m}$$
$$1 + \beta = k(m + 1), \quad \eta = F_1\beta$$

この関係式は光源が無限遠のときに成立するが、光学系の収差を説明するのに便利

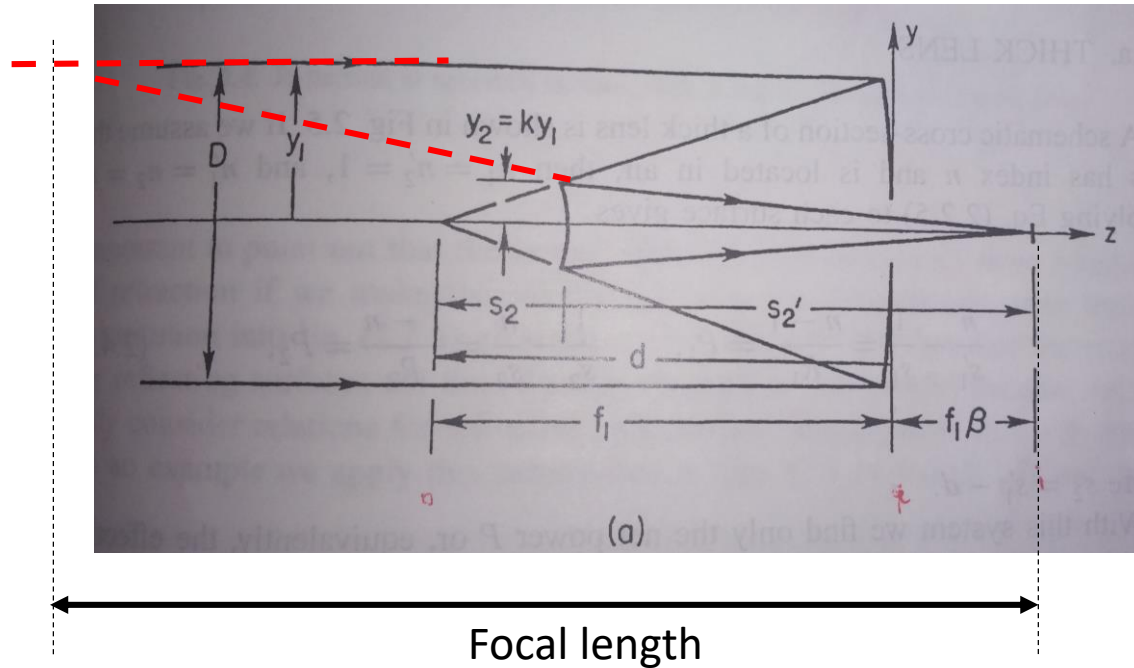
式(2.4.3)を適用させると、全体のパワーは

$$P = P_1 \left(1 + \frac{P_2}{P_1} - \left(\frac{d}{n} \right) P_2 \right)$$

反射の関係式(2.3.2)と式(2.5.1)より、

$$\frac{d}{n} = (1 - k)P_1$$
$$P = P_1 \left(1 - \frac{k}{\rho} \right) = \frac{P_1}{m}$$

Focal length f



カセグレイン：

Focal length $f > 0$, 倍率 $m = \frac{f}{f_1} > 0$

グレゴリアン：

Focal length $f < 0$, 倍率 $m = \frac{f}{f_1} < 0$

2.5.b Other telescope characteristics

望遠鏡に関するパラメータを議論。
元々のobjectが無限遠にあることを仮定する。

望遠鏡のスケールはfocal lengthで決まる。

$$S[\text{arcsec/mm}] = \frac{206265}{f[\text{mm}]} \quad (2.5.4)$$

→鏡の枚数に依らず成立する。

式(2.5.1)から、最終結像位置は副鏡の位置によって決まる。

副鏡を ds_2 (主鏡から離れる方向が正)だけずらして、結像位置が ds_2' ずれるとすると、式(2.3.1)から、

$$ds_2' = -m^2 ds_2 \quad (2.5.5)$$

→主鏡、主鏡の結像位置に対して、

$$ds_2' - ds_2 = -(m^2 + 1)ds_2$$

2.5.b Other telescope characteristics

式(2.5.1)から、

$$\beta = k(m + 1) - 1 = k \left(\frac{2\rho - k}{\rho - k} \right) - 1 \quad (2.5.6)$$

$$\frac{d\beta}{dk} = \frac{\rho^2}{(\rho - k)^2} + 1 = m^2 + 1$$

$dk = -\frac{ds_2}{df_1}$ 、 $d\beta$ は主鏡面に対する結像位置の距離のずれ

※これだけでは副鏡の実際の可動域を表せていない。光軸上の収差による影響がある。

2.5.b Other telescope characteristics

カセグレイン型・グレゴリアン型のどちらにおいても、実際の装置より何倍もの長さのfocal lengthを持つ。

カセグレインの場合、副鏡と結像面までの長さ(secondary mirror-focal surface distance)は、

$$f_1(1 + \beta - k)$$

また、式(2.5.1)から、カセグレイン・グレゴリアンどちらも

$$\text{secondary mirror-focal surface distance} = mkf_1 \quad (2.5.7)$$

どちらも同じだけの $|m|$, f_1 を持っている場合、グレゴリアンの方が長さを要する。

2.5.b Other telescope characteristics

また、カセグレイン型・グレゴリアン型では、主鏡の光を受光するのに要する副鏡のサイズが異なる。Fig 7 から、最低限必要な副鏡の半径は $|k|D$

角度 2θ の光を受光するには、最低でも

$$2\theta(1 - k)f_1 = 2\theta F_1(1 - k)D$$

より大きくなければならない。よって、最低限必要な副鏡のサイズは

$$D_2 = D[|k| + 2\theta F_1(1 - k)] \quad (2.5.8)$$

グレゴリアンでは $k < 0$ より、同一の θ, F_1 のもとではカセグレインよりも大きなサイズの副鏡を要する。

2枚鏡の望遠鏡のメリットとして、像の質を調整できることがある。

2.6 Stops and pupils

2.6.a Definitions and basics

開口絞り (aperture stop)

- ・ レンズ or 鏡の境
- ・ 入射する光量を決定する
- ・ 全体の収差を決定する要素
- ・ 多くの望遠鏡では主鏡が行う

↔ 赤外線では副鏡

入射瞳 (entrance pupil)

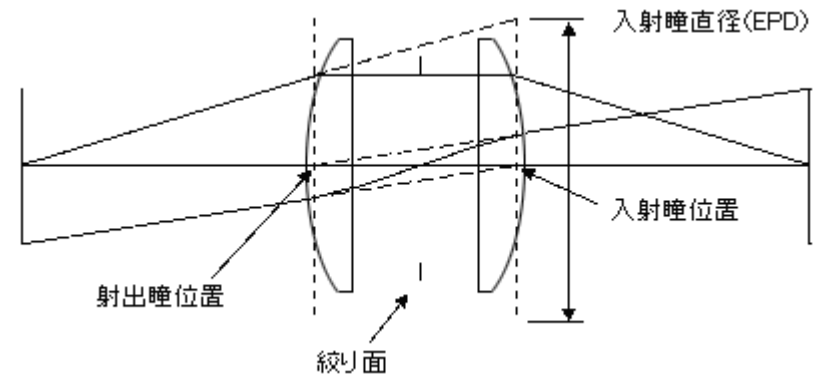
- ・ 開口絞りの手前から見た像のこと

射出瞳 (exit pupil)

- ・ 結像側から見た像のこと

視野絞り (field stop)

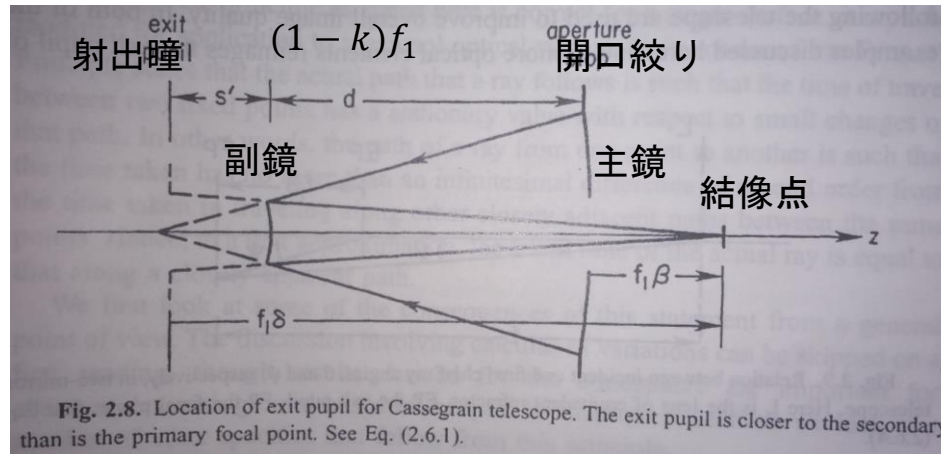
- ・ 検出器の手前にあることが多い
- ・ 結像する角度範囲を決める



<http://www.cybernet.co.jp/optical/course/word/n01.html>

2.6.b Pupils for two-mirror telescopes

絞り・瞳の定義を図2.7の望遠鏡に適用する。



上はカサグレイン型望遠鏡における絞り・瞳の位置
射出瞳 = 副鏡で結像された主鏡の像
グレゴリアン型の場合、射出瞳は主鏡・副鏡の間に位置

2.6.b Pupils for two-mirror telescopes

図の δ は式(2.3.1)より、

$$\delta = \frac{m^2 k}{m + k - 1} = \frac{m^2(1 + \beta)}{m^2 + \beta} \quad (2.6.1)$$

これはグレゴリアン型でも成立。

式(2.5.7),(2.6.1)から、

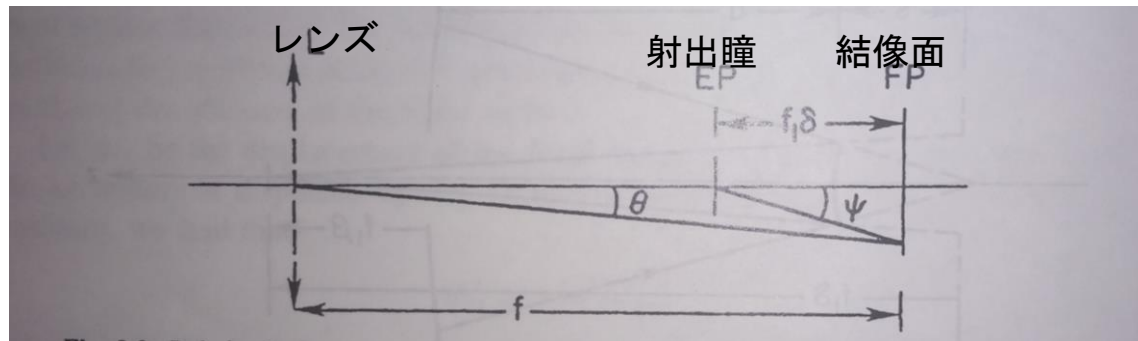
$$\text{secondary-exit pupil distance} = mk - \delta = \frac{mk(k-1)}{m+k-1} f_1 \quad (2.6.2)$$

式(2.3.3),(2.2.3)を用いると、射出瞳の直径は、

$$D_{ex} = D \frac{\delta}{m} = f_1 \frac{\delta}{F} \quad (2.6.3)$$

2.6.b Pupils for two-mirror telescopes

ここまでは、chief ray (開口絞りを通過する際の光の中心)が光軸と平行だが、
射出瞳からくる光は、副鏡の反射の後の光であり、レンズに対して角度が生じる。



図より、

$$\psi f_1 \delta = f \theta = m f_1 \theta$$

$\delta \sim 1$ であり、 ψ は θ の m 倍である。

また、副鏡が開口絞りである場合、射出瞳が同時に絞りの役割を担う。この場合、 $\delta = mk$ であり、 ψ は θ の $1/k$ 倍である。