令和2年度 修士論文

LiteBIRD 衛星における宇宙線ノイズの影響評価と 機上機器によるデータ処理の検討

東京大学大学院 理学系研究科天文学専攻 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所 海老沢研究室

学籍番号 35-196122 博士前期課程 2 年

富永 愛侑 tominaga@ac.jaxa.jp

2021年10月1日

Abstract

宇宙を過去に遡ると「火の玉」であったとするビッグバン仮説は、宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) を最有力の 手段として観測的に検証され、現代の宇宙論のパラダイムの根幹として確立された。しかし、その著しい特徴であ る地平線問題や平坦性問題は、さらに深遠な物理の存在を示す。それらを説明し、ゆらぎの起源まで解明するのが インフレーション仮説である。この仮説を検証する最有力の手段は、またも CMB の観測である。同仮説が予測す る原始重力波が、大角度スケールに渡る四重極放射の B モードパターンとして、CMB 偏光のゆらぎに刻印される。 これは現在の技術で観測可能で、仮説の検証と重要パラメータであるテンソル-スカラー比 (r) の決定ができる。

これまで、衛星プラットフォームでこの聖杯に最も近づいたのは、2009年に打ち上げられた欧州の Planck 衛星 HFI 装置である。同装置は、極低温検出器を用いた高感度の偏光観測を太陽-地球第二 Lagrange (L2) 点で実現し、 大角度・広帯域の全天偏光マップを初めて作成した。しかし、HFI 装置による観測データには、地上では見られな い宇宙線の信号が想定以上に含まれていた。時系列データから宇宙線信号を除去することで科学成果に繋げたが、 これによるデータの劣化が限界となり、大角度の偏光異方性の有意な検出にまでは至らなかった。

2020 年代後半に打ち上げ予定である LiteBIRD 衛星は、同じく L2 点で極低温検出器を用いて、大角度スケール の B モード偏光観測を行う衛星計画である。r の測定誤差を 10⁻³ 以下に抑えるミッション要求は、高い有意度で 原始重力波の存在を確認し、インフレーション仮説の検証を可能にする。Planck 衛星の結果から、宇宙線の影響の 抑制が最重要課題の1つであることは明らかである。現在、LiteBIRD 衛星は設計段階にあり、宇宙線による影響 の定量的な評価は行われていない。また、微小な目的信号に宇宙線が混入した観測データをどのように処理すべき か(特にデータの大半を捨てるミッション部の機上デジタル処理器で)は検討されていない。これらを現時点で定 量的に行うためには、現実的な観測を模擬した時系列データが必要である。本論文はこれらの課題に取り組む。

具体的には、以下の4つの研究を行った。1つ目は、LiteBIRD 衛星による観測時系列データのシミュレーションである。LiteBIRD 衛星の全ての観測周波数帯域で CMB(双極子成分を含む異方性)、前景放射、検出器ノイズ、 宇宙線を全て含んだ時系列データを初めて作成した。最新の衛星設計解に基づき、衛星の全天スキャンや天体信号、 各種雑音に対する検出器の応答も含まれた、現時点で最も現実的なシミュレーションデータである。

2つ目は、宇宙線の影響の定量的評価である。End-to-end で評価するため、L2 点における宇宙線スペクトルか ら検出器面へのエネルギーデポジット量を計算し、検出器面内の熱伝導を解いた。LiteBIRD 衛星で用いる超伝導 遷移端検出器は、微小な熱入力に対して電気的な応答をするセンサーである。宇宙線に対する応答を調べるため、 新たな熱モデルを作って電熱結合を解いた。これで得た宇宙線による時系列データを、衛星スキャンと偏光変調を 逆重畳して全天マップにし、角度パワースペクトルを導出して、原始重力波による信号と直接比較できる物理量で 評価した。一部の検出器、観測時間についてだけ評価したが、スケーリング則を仮定すると、目的信号より十分小 さくできることがわかった。偏光の測定には、直交する偏光方向に感度を持つ2つの検出器の差分信号が用いられ るが、宇宙線はコモンモードとして乗ることと2つの検出器が熱的に強く結合していることから、うまく差し引け ていることが重要だと明らかにした。更に、宇宙線の影響を低減するための改善案も提案し、その効果を評価した。

3つ目は、機上データ処理の検討である。1つ目の研究で得たシミュレーションデータを元にして、ミッション 部のデジタル処理器で行うデータのデシメーションと圧縮を検討する。デシメーションでは、目的信号を残し、衛 星内で予測されるノイズを除去するようなデジタルフィルタを設計した。アナログ/デジタル変換のダイナミックレ ンジやテレメトリ帯域幅を検討し、観測データ量の見積もりと機上で必要なデータ圧縮率を設定した。時系列デー タの情報エントロピーを計算して、可逆圧縮で達成できる圧縮率を求めた。観測データが記憶を持つ情報源である ことを利用して、予測との差分を符号化することで、必要なデータ圧縮率を全周波数で達成できることを示した。

4つ目は、機上デジタル処理器のテストモデルの作成である。前2つの研究で、ミッション部デジタル処理器が 具現すべき機能が摘出されたが、これがハードウェアで実現可能でなければならない。FPGA と CPU が一体化し た Zync というデバイスの商用評価ボードを用いて、実装例を示した。



図1.本論文の目的と構成。宇宙論(左上)から始まって、ハードウェア実装(右下)を目指す。異なる章は異なる色で示す。詳細は §2.3 に述べる。

目次

| 第1章 | 宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) | 12 |
|-----|--------------------------------|----|
| 1.1 | 温度とその異方性 | 13 |
| | 1.1.1 温度 | 13 |
| | 1.1.2 温度の異方性 | 14 |
| | 1.1.3 温度異方性の原因 | 17 |
| 1.2 | 偏光とその異方性 | 22 |
| | 1.2.1 電磁波の偏光 | 22 |
| | 1.2.2 偏光の異方性 | 23 |
| | 1.2.3 偏光異方性の原因 | 26 |
| 1.3 | LiteBIRD 衛星計画 | 28 |
| | 1.3.1 計画概要 | 28 |
| | 1.3.2 望遠鏡 | 30 |
| | 1.3.3 冷却系 | 33 |
| | 1.3.4 焦点面検出器 | 33 |
| | 1.3.5 信号処理系 | 37 |
| | 1.3.6 回転半波長板 | 38 |
| 第2章 | 本論文の背景と目的 | 41 |
| 2.1 | 背景 | 42 |
| | 2.1.1 Planck 衛星における宇宙線の影響 | 42 |
| | 2.1.2 LiteBIRD 衛星との相違点 | 49 |
| 2.2 | 意義 | 52 |
| 2.3 | 目的と構成 | 52 |
| | 2.3.1 シミュレーションによる時系列観測データの作成 | 53 |
| | 2.3.2 宇宙線の影響の end-to-end の定量評価 | 53 |
| | 2.3.3 機上データ処理方法の検討 | 53 |
| | 2.3.4 機上データ処理器の試験モデルの開発 | 54 |
| 笛3音 | 字审编 | 55 |
| 31 | 字宙線環境 | 56 |
| 5.1 | 311 雷離放射線 | 56 |
| | 312 宇宙線の種別と影響 | 56 |
| | 3.1.3 I_2 点における宇宙線エネルギースペクトル | 57 |
| | | 57 |

| | 3.1.4 焦点面へのエネルキー入力 58 |
|---|---|
| 3.2 | 超伝導遷移端 (TES) ボロメータ 61 |
| | 3.2.1 極低温検出器 |
| | 3.2.2 超伝導遷移端センサーの数理モデル 62 |
| 3.3 | Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合 65 |
| | 3.3.1 Si ウェーハ内での熱伝導 65 |
| | 3.3.2 Si ウェーハと TES ボロメータの熱結合 66 |
| | 3.3.3 TES ボロメータの電熱結合 |
| | 3.3.4 Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合 |
| 3.4 | ノイズ源 |
| | 3.4.1 ノイズの定量化 |
| | 3.4.2 ノイズ源の種類 |
| 3.5 | 天体からの放射 |
| | 3.5.1 前景放射 |
| | 3.5.2 CMB 放射 |
| | 3.5.3 点源放射 |
| 3.6 | デジタル信号処理 |
| | 3.6.1 アナログ/デジタル変換 |
| | 3.6.2 デジタルフィルタ |
| | 3.6.3 データ圧縮 |
| 第4章 | シミュレーション 103 |
| | |
| 4.1 | シミュレーションの方法 |
| 4.1 4.2 | シミュレーションの方法 |
| 4.1 4.2 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果117 |
| 4.1 4.2 | シミュレーションの方法 104 4.1.1 時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線 104 4.1.2 時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB 111 4.1.3 全天マップと角度パワースペクトルの作成 114 宇宙線の系統誤差の評価 117 4.2.1 結果 117 4.2.2 妥当性の確認 119 |
| 4.1 4.2 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120 |
| 4.1 4.2 4.3 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案127 |
| 4.1 4.2 4.3 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1164.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制127 |
| 4.1 4.2 4.3 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化127 |
| 4.1 4.2 4.3 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.3ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去129 |
| 4.1 4.2 4.3 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1164.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.3ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去1304.3.4TES 直接ヒットイベントの除去130 |
| 4.1 4.2 4.3 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.3ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去130機上データ圧縮率の評価132 |
| 4.14.24.34.4 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.4TES 直接ヒットイベントの除去130機上データ圧縮率の評価1324.4.1TOD の作成132 |
| 4.14.24.34.4 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.4TES 直接ヒットイベントの除去1324.4.1TOD の作成1324.4.2機上デジタルデータ処理133 |
| 4.14.24.34.4 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1174.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.3ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去130機上データ圧縮率の評価1324.4.1TOD の作成1324.4.3模擬 TOD134 |
| 4.14.24.34.4 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1194.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.3ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去1264.3.4TES 直接ヒットイベントの除去1324.4.1TOD の作成1324.4.3模擬 TOD1344.4.4圧縮率の予測1324.4.4圧縮率の予測132 |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 | シミュレーションの方法1044.1.1時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線1044.1.2時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB1114.1.3全天マップと角度パワースペクトルの作成114宇宙線の系統誤差の評価1174.2.1結果1174.2.2妥当性の確認1174.2.3依存性の確認120宇宙線の系統誤差抑制の提案1274.3.1ピクセル間の熱的相関の抑制1274.3.2直交する偏光成分の熱的相関の強化1274.3.3ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去1264.3.4TES 直接ヒットイベントの除去1324.4.1TOD の作成1334.4.2機上デジタルデータ処理1334.4.3模擬 TOD1344.4.4圧縮率の予測134機上データ圧縮の高圧縮率化の提案1344.4.4圧縮率の予測1344.4.4圧縮率の予測1344.5ビアレクロ1344.6ビアクス1344.7ビアロ1344.4.4ビ縮率の予測1344.4.4ビ縮率の予測1344.4.4ビ縮率の予測1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ縮本の高圧縮率化の提案1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ縮本の予測1344.4.4ビ術本の予測1344.4.4ビ術本の予測1344.4.4ビ術本の予測1344.4.4ビ術本の予測1344.4.4ビ術本の予測1344.4.4< |

目次

| | 4.5.2 符号化 |
|------|------------------------------|
| 第5章 | ハードウェア 147 |
| 5.1 | システム概要 |
| | 5.1.1 開発目的とプラットフォームの選択148 |
| | 5.1.2 システムの構成 |
| | 5.1.3 開発環境 |
| | 5.1.4 開発手法 |
| 5.2 | システム実装 |
| 第6章 | 結論 157 |
| 6.1 | 本研究の成果 |
| 6.2 | 今後の課題 |
| 付録 A | Si ウェーハ中の熱伝導 160 |
| A.1 | Diffusion 方程式の解析解 |
| | A.1.1 サーマルリンクが側面にある場合160 |
| | A.1.2 サーマルリンクが側面と下面にある場合 163 |
| A.2 | Diffusion 方程式の数値解 |
| | A.2.1 定常熱入力がある場合 |
| | A.2.2 初期熱入力がある場合 |
| | A.2.3 初期 + 定常熱入力がある場合169 |
| | A.2.4 サーマルリンクを強化した場合 |
| 付録 B | 高位合成のソースコード 171 |

謝辞

174



| 1 | 本論文の目的と構成 | 3 |
|------|--|----|
| 1.1 | COBE 衛星に搭載された FIRAS により観測された CMB のエネルギースペクトル | 13 |
| 1.2 | Planck により観測された角度パワースペクトルの比較 | 16 |
| 1.3 | Eモード、 B モード偏光 (Komatsu 2019)。 | 23 |
| 1.4 | 温度と E モード偏光の角度パワースペクトル | 25 |
| 1.5 | <i>E</i> モード偏光と <i>B</i> モード偏光の角度パワースペクトル | 26 |
| 1.6 | 非等方ストレスによる偏光の生成.................................... | 27 |
| 1.7 | LiteBIRD 衛星の感度予測 (Hazumi et al. 2020) | 28 |
| 1.8 | LiteBIRD 衛星のスキャンパラメータ | 29 |
| 1.9 | LiteBIRD 衛星外観 | 30 |
| 1.10 | ミッション部のブロック図 | 31 |
| 1.11 | (左) LFT (Sekimoto et al. 2020)、(右) MFT, HFT (Montier et al. 2020)の設計 | 32 |
| 1.12 | LiteBIRD 衛星の冷却系 (1) | 33 |
| 1.13 | LiteBIRD 衛星の冷却系 (2) | 33 |
| 1.14 | 焦点面ユニット (collaboration 2021) | 33 |
| 1.15 | LFT 焦点面検出器の配置 (IMO v1.0) | 34 |
| 1.16 | MFT 焦点面検出器の配置 (IMO v1.0) | 34 |
| 1.17 | HFT 焦点面検出器の配置 (IMO v1.0) | 35 |
| 1.18 | ピクセルの構成 | 36 |
| 1.19 | Sinuous アンテナ | 36 |
| 1.20 | LiteBIRD 衛星の読み出しシステムの概念図 | 37 |
| 1.21 | デジタル FDM の概念図 | 38 |
| 1.22 | FDM チャンネル配分のまとめ | 38 |
| 2.1 | Planck HFI の焦点面 | 42 |
| 2.2 | Planck HFI の検出器面の配置 | 43 |
| 2.3 | SWB と PSB の拡大図 | 44 |
| 2.4 | Planck HFI に搭載された検出器 | 44 |
| 2.5 | PSB の模式図 | 45 |
| 2.6 | Planck/HFI の観測で得られた TOD | 46 |
| 2.7 | 三種類のグリッチ | 47 |
| 2.8 | 三種類のグリッチの振幅と減衰時定数 | 47 |
| 2.9 | 三種類のグリッチの振幅と発生頻度の相関.................................... | 48 |

| 2.10 | Planck/HFI で観測されたノイズの時系列パワースペクトル | 49 |
|------|--|-----|
| 3.1 | Si 中の阻止能と CSDA | 57 |
| 3.2 | SEP と GCR のエネルギースペクトル (Asenovski et al. 2016) | 58 |
| 3.3 | L2 点における宇宙線フラックス | 59 |
| 3.4 | 宇宙線による Si ウェーハでのエネルギー蓄積量 | 60 |
| 3.5 | 極低温検出器の概念図.................................... | 61 |
| 3.6 | 超伝導遷移端 | 63 |
| 3.7 | Si の熱伝導度の文献値とモデルによる外挿 | 66 |
| 3.8 | Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合モデル | 67 |
| 3.9 | 宇宙線入力による Si ウェーハと TES の相対温度の時間変化 | 68 |
| 3.10 | シャント抵抗による定電圧バイアス | 69 |
| 3.11 | TES の抵抗値の温度依存性のモデル | 71 |
| 3.12 | P _{in} を変更した時の平衡値 (1) | 72 |
| 3.13 | TES ボロメータの電熱モデルの時間発展 | 72 |
| 3.14 | Si ウェーハと TES ボロメータの電熱モデルの時間発展 | 74 |
| 3.15 | LiteBIRD 各検出器の電力温度換算値 | 75 |
| 3.16 | CMB 放射による光子ノイズの NEP | 75 |
| 3.17 | ひとみ衛星 SXS 装置のノイズスペクトル | 79 |
| 3.18 | Planck 衛星による前景放射と CMB の強度の比較 | 81 |
| 3.19 | 前景放射の各成分と CMB の温度マップ | 82 |
| 3.20 | 前景放射の各成分と CMB の温度マップ | 83 |
| 3.21 | 前景放射の各成分と CMB の U 偏光マップ | 84 |
| 3.22 | LiteBIRD のダイナミックレンジ | 87 |
| 3.23 | ダイナミックレンジ | 88 |
| 3.24 | FIR, IIR のブロック図 | 91 |
| 3.25 | LiteBIRD におけるデータ処理の流れ | 91 |
| 3.26 | CIC のブロック図 | 92 |
| 3.27 | CIC フィルタの周波数応答 | 93 |
| 3.28 | Warm electronics でのデジタルフィルタの応答 | 95 |
| 3.29 | リップルの乗った FIR | 96 |
| 3.30 | 作成した FIR | 96 |
| 3.31 | 作成した FIR のインパルス応答 | 97 |
| 3.32 | 美笹局での L2 の高度と可視時間 | 98 |
| 3.33 | Huffman 符号化の概要と Huffmann tree | 100 |
| 3.34 | 算術符号化の概要 | 100 |
| 3.35 | Rice 符号化によるビット数の変化 | 102 |
| 4.1 | LFT 焦点面のレイアウト | 104 |
| 4.2 | LF-1 ウェーハの構造 | 105 |
| 4.3 | シミュレーションで仮定した検出器面 | 106 |
| 4.4 | シミュレーションで仮定した TES 配置 | 107 |

| 4.5 | COMSOL による熱拡散のシミュレーション |
|------|---|
| 4.6 | 電熱計算のシミュレーション |
| 4.7 | 12 個の TES の出力変化 |
| 4.8 | TOAST で 150 日目と 270 日目のヒットマップ 113 |
| 4.9 | HEALPix の全天分割 |
| 4.10 | 入力データ |
| 4.11 | ヒットマップ |
| 4.12 | 1 年間の観測による全天マップ (1) 宇宙線 TOD 118 |
| 4.13 | 1 年間の観測による全天マップ (2) ホワイトノイズ TOD |
| 4.14 | 1年間の宇宙線観測による角度パワースペクトル |
| 4.15 | 1 年間の観測によるマップの球面調和関数の展開係数の分布 |
| 4.16 | Realization による角度パワースペクトルの違い |
| 4.17 | 1 年間と 5 年間の white noise の観測による角度パワースペクトル C _l の比較 |
| 4.18 | 規格化した TOD による角度パワースペクトル |
| 4.19 | DetID=0 と DetID=0,2 で観測した場合の角度パワースペクトル |
| 4.20 | DetID=0,1 と DetID=0,1,2,3 で観測した場合の角度パワースペクトル |
| 4.21 | DetID=0,1 と DetID=0,2 で観測した場合の角度パワースペクトル |
| 4.22 | DetID=0,1 と DetID=0,1,4,5 で観測した場合の角度パワースペクトル |
| 4.23 | 宇宙線の系統誤差抑制を考慮した TOD の時系列パワースペクトル |
| 4.24 | ピクセル間の熱的相関を無くした場合の角度パワースペクトル |
| 4.25 | 直交する偏光成分の熱的相関を無くした場合の角度パワースペクトル |
| 4.26 | コモンモードを引いた場合の角度パワースペクトル |
| 4.27 | TES 直接ヒットの TOD と時系列パワースペクトルの変動 |
| 4.28 | 整数化前後の FIR 係数の比較 |
| 4.29 | 成分ごとの TOD (1) |
| 4.30 | 成分ごとの TOD (2) |
| 4.31 | 周波数ごとの TOD (1) |
| 4.32 | 周波数ごとの TOD (2) |
| 4.33 | シミュレートした TOD |
| 4.34 | 整数化した 150 日目の TOD のヒストグラム 140 |
| 4.35 | 整数化した 270 日目のヒストグラム 141 |
| 4.36 | 成分毎の情報エントロピー |
| 4.37 | 150 日目と 270 日目の TOD のフィット結果145 |
| 4.38 | 高圧縮による情報エントロピー |
| 51 | 7 yna-7000 デバイスのブロックダイアグラム。Xilinx 社提供。 149 |
| 5.2 | 上近れ、このに、このに、このに、このに、このに、このに、このに、このに、このに、このに |
| 53 | ハードウェア開発環境の接続 150 |
| 5.4 | PYNOの構成 |
| 5.5 | Vivado HLS による高位合成 |
| 5.6 | Vivado による回路合成 |
| 5.7 | Jupyter Notebook を用いたボードへの実装 |
| | ······································ |

| 5.8 | データ列の例 |
|------|---|
| 5.9 | FIR を計算する自作 IP を用いた Vivado による回路合成 |
| 5.10 | Jupyter Notebook を用いた、FIR を計算する IP のボードへの実装 156 |
| A.1 | Si ウェーハのモデル |
| A.2 | 無次元化した場合の x 方向における温度 u の時間発展 |
| A.3 | 無次元化した場合の z 方向における温度 u の時間発展 |
| A.4 | サーマルリンクが下面にもある場合の無次元化した場合の z 方向における温度 u の時間発展 160 |
| A.5 | 定常熱入力がある場合の Si ウェーハ上面の温度分布 |
| A.6 | 定常熱入力がある場合の温度プロファイル |
| A.7 | 初期熱入力がある場合の Si ウェーハ上面 (z = 1)の t = 1 での温度分布 |
| A.8 | 初期熱入力がある場合の初期熱入力がある場合の温度プロファイルの時間変化 |
| A.9 | 初期 + 定常熱入力がある場合の Si ウェーハ上面の温度分布 |
| A.10 | 初期 + 定常熱入力がある場合の温度プロファイルの時間変化 |
| A.11 | サーマルリンクを強化した場合の温度プロファイルの時間変化 |

表目次

| 1.1 | スキャンパラメータ |
|---|--|
| 1.2 | LiteBIRD 衛星で観測予定の 15 バンドの特性 32 |
| 2.1 | Planck/HFI と LiteBIRD の比較 (1) 50 |
| 2.2 | Planck/HFI と LiteBIRD の比較 (2) 50 |
| 3.1 | 極低温検出器と読み出しの比較 |
| 3.2 | LiteBIRD 各検出器のバンド幅とスループット 76 |
| 3.3 | 各ノイズの要求値 |
| 3.4 | ダイナミックレンジ |
| 3.5 | ラインノイズ |
| 3.6 | unary 符号 |
| 3.7 | Golomb-Rice 符号 |
| | |
| 4.1 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト |
| 4.1 4.2 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト |
| 4.1 4.2 4.3 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト112TOAST パラメータ116マップの統計値1191 年間のホワイトノイズの観測による角度パワースペクトル Cl の代表値1211 年間と 5 年間の white noise の観測による角度パワースペクトルの Cl EE, Cl BB の強度比122TOD の値の偏り123角度パワースペクトルの検出器数依存性124 |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 5.1 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト112TOAST パラメータ116マップの統計値1191 年間のホワイトノイズの観測による角度パワースペクトル Cl の代表値1211 年間と 5 年間の white noise の観測による角度パワースペクトルの Cl EE, Cl BB の強度比122TOD の値の偏り123角度パワースペクトルの検出器数依存性124ボードの記憶装置150 |
| 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 5.1 A.1 | 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト112TOAST パラメータ116マップの統計値1191 年間のホワイトノイズの観測による角度パワースペクトル Cl の代表値1211 年間と 5 年間の white noise の観測による角度パワースペクトルの Cl EE Cl BB の強度比122TOD の値の偏り123角度パワースペクトルの検出器数依存性124ボードの記憶装置150Diffusion 方程式の解ケース160 |

第1章

宇宙マイクロ波背景放射 (CMB)

Contents

| 1.1 | 温度とその異方性 | 13 |
|-----|----------------|----|
| | 1.1.1 温度 | 13 |
| | 1.1.2 温度の異方性 | 14 |
| | 1.1.3 温度異方性の原因 | 17 |
| 1.2 | 偏光とその異方性 | 22 |
| | 1.2.1 電磁波の偏光 | 22 |
| | 1.2.2 偏光の異方性 | 23 |
| | 1.2.3 偏光異方性の原因 | 26 |
| 1.3 | LiteBIRD 衛星計画 | 28 |
| | 1.3.1 計画概要 | 28 |
| | 1.3.2 望遠鏡 | 30 |
| | 1.3.3 冷却系 | 33 |
| | 1.3.4 焦点面検出器 | 33 |
| | 1.3.5 信号処理系 | 37 |
| | 1.3.6 回転半波長板 | 38 |

本章では、まず、宇宙マイクロ波背景放射について、これまでの観測と発見の歴史を振り返りつつ、概観する。 § 1.1 では温度とその異方性、§ 1.2 では偏光とその異方性について記述する。これらは主に『宇宙マイクロ波背 景放射』(Komatsu 2019)、『現代宇宙論』(Matsubara 2010)を参考にした。続いて、§ 1.3 では、将来ミッション LiteBIRD 衛星計画 (collaboration 2021) について、本論文に関連する事項に絞って概観する。

1.1 温度とその異方性

1.1.1 温度

宇宙マイクロ波背景放射 (Cosmic Microwave Background; CMB) は、1964 年に Penzias と Wilson が波長 7.35 cm (4 GHz) で観測した際、電波強度が全天にわたって予想より 3 K 程度超過していたことで、偶然に発見さ れた (Penzias & Wilson 1965)。この強度はすでに理論的に予想されていたビッグバンの残光とほぼ一致し (Dicke et al. 1965)、両者は 1978 年にノーベル物理学賞を受賞した。ビッグバン残光の解釈が正しいとすると、CMB の エネルギースペクトルは完全な黒体放射になると予測される。黒体放射とは、物質と熱平衡にある輻射場が持つス ペクトルのことである。周波数 ν 、温度 T、Planck 定数 h、Boltzmann 定数 $k_{\rm B}$ 、光速 c を用いて、強度 $B_{\nu}(T)$ は

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(h\nu/k_{\rm B}T\right) - 1}$$
(1.1.1)

と表される。 $B_{\nu}(T)$ は [J s⁻¹ m⁻² str⁻¹ Hz⁻¹] の単位を持つ。

Penzias と Wilson の観測は 1 つの波長での値であったので、その後、別の周波数での測定を行い、実際に黒体放 射かどうかを検証することが急務となった。すぐさま Roll と Willkinson が波長 3.2 cm (9.3 GHz) で肯定的な結果 を報告した (Roll & Wilkinson 1966)。しかし、地上からの観測では大気の吸収により広帯域の観測はできない。そ こで、高高度偵察軍用機や気球など、実験プラットフォームを拡大する努力が 30 年にわたって継続的になされた。 最終的に聖杯を手にしたのは、衛星プラットフォームを用いた Cosmic Background Explorer (COBE) 衛星である。 1989 年に NASA が打ち上げた COBE 衛星には、CMB 放射の絶対強度を広帯域にわたって測定するため、遠赤外 線絶対分光測光器 (FIRAS; Far Infrared Absolute Spectrophotometer; Mather (1982)) が搭載された。そのエネル ギースペクトル (図 1.1) は、CMB が T = 2.725 K の完全な黒体放射であることを決定づけた (Mather et al. 1990)。



図 1.1. COBE 衛星に搭載された FIRAS により観測された CMB のエネルギースペクトル (四角の大きさは 1% の観測誤差を示す) と、黒体放 射のエネルギースペクトル (実線) の比較 (Mather et al. 1990)。

この温度とエネルギースペクトルは以下のように理解できる。すなわち、膨張する宇宙を過去に遡ると、極めて

高温・高密度なビッグバン状態にあったと予測される。このような環境では、電子と陽子は原子として束縛されないので、自由電子が大量に存在する。そのため光子と物質が主に自由電子散乱によって頻繁に相互作用し、両者は等温の熱平衡状態にある。しかし、宇宙が膨張して温度が低下し、約3500 K になると、大半の電子と陽子が結合して水素原子が形成され始める (このイベントを recombination = 再結合と言うが、それ以前に結合状態があったわけではない)。その結果、光子と物質の相互作用が急激に低下して、両者の等温性は保持されなくなる。こうして平均自由行程が伸びた光子は、再結合時の温度の熱平衡分布を保持したまま、ほぼ無散乱で広がる。このイベントは「宇宙の晴れ上がり」とも言われる。これが CMB の起源である。

ここで、宇宙の膨張の量を示す値として、時刻 $t = t_0$ から t_1 の間に任意の 2 点間の距離が a 倍に膨張する場合 を考える。空間が膨張することで光の波長を引き伸ばすため、各時刻における光の波長 λ_0 、 λ_1 は

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{1}{a} \tag{1.1.12}$$

を満たす。空間が a 倍に広がるとき、光子の数密度は a^{-3} 倍、温度は a^{-1} 倍になる。ここで、 t_0 を現在、 t_1 を宇宙の晴れ上がりとすると、 $1/a = 1 + z_{\text{recomb}}$ と、晴れ上がり時の宇宙赤方偏移 z_{recomb} で表現できる。 $z_{\text{recomb}} \sim 1100$ (宇宙年齢にして ~38 万年)と見積もられる (Matsubara 2010)ので、晴れ上がり時点の熱平衡温度 3000 K は、現在では 3000 K / $z_{\text{recomb}} \approx 3$ K になる。

1.1.2 温度の異方性

温度の異方性の発見

1960–1990 年代で、熾烈な競争が続いたもう1つの聖杯は、CMB 強度の異方性の発見である。現在の宇宙の大 規模構造の元と成る物質密度の微小な初期ゆらぎが、CMB の強度の異方性として刻印されているはずで、その具 体的な理論値 (角度スケール 7 deg での rms ゆらぎ相対値が 1.7×10⁻³) が Peebles らによって示された (Peebles & Yu 1970)。なお、Peebles は、これを含む宇宙論全般の理論的考察によって、2019 年のノーベル物理学賞を受賞 している。

ここで、**CMB** 強度 I_{CMB} のゆらぎ ΔI の単位について説明する。**COBE** の測定で **CMB** が完全なる黒体放射で あることがわかったため、

$$I_{\rm CMB}(\nu) = B_{\nu}(T_{\rm CMB})$$
 (1.1.2.1)

である。そこで、

$$\Delta I(\nu) = \left. \frac{\partial B_{\nu}(T)}{\partial T} \right|_{T=T_{\rm CMB}} \Delta T \tag{1.1.2.2}$$

を用いて、 ΔI の代わりに ΔT を用いる。両者の換算係数は周波数 ν によって異なるが、ゆらぎの相対値は Rayleigh-Jeans 極限で

$$\frac{\Delta I(\nu)}{I_{\rm CMB}(\nu)} = \frac{\Delta T}{T_{\rm CMB}} \tag{1.1.2.3}$$

と ν に依存しない形で概算できて便利である。従って、強度のゆらぎの大きさ ΔI は、実際には J s⁻¹ m⁻² s⁻¹ str⁻¹ 単位であるが、 ΔT を用いて K 単位(典型値は μ K)で表されるのが慣例である。これを熱力学的温度と言う。実際の温度の単位と区別するため μ K_{CMB} とも書くが、本論文では簡便のため μ K で統一する。

さて、この競争で先鞭をつけたのが、当時大学院生であった Conklin である。1969 年、Conklin は装置を固定したまま(向きを変更すると簡単に大気要因などで系統誤差がはいる)、地球の自転を利用することで赤経方向にだけスキャン観測し、最大で $\Delta T = 2.28 \pm 0.92$ mK のゆらぎを報告した (Conklin 1969)。但し、これは角度スケールで180 度の双極子異方性で、太陽系が CMB 静止系に対して運動していることによる。Peebles らが予言していたのは、もっと角度スケールの小さいゆらぎであった。そして、これを最終的に発見したのは、またしても COBE 衛星

であった。FIRAS と合わせて搭載された 差分マイクロ波ラジオメータ (DMR; Differential microwave radiometer; Smoot et al. (1990)) は、絶対値ではなく空の 2 点の強度の差分を測定するために最適化された装置である。これに より、角度スケール 10 度で平均 $\Delta T \sim 30 \ \mu K$ の異方性を検出し (Smoot et al. 1992)、もう 1 つの聖杯も手にした のである。FIRAS 及び DMR を主導した Smoot 及び Mather は、この業績により 2006 年のノーベル物理学賞を 受賞している。

温度の異方性の表現

ここで、異方性の角度依存性の表現について説明する。異方性は、双極、四重極をはじめとした複数の独立な角 度成分の線形和として表現できる。まず、観測方向を球座標 (θ, φ) を用いて

$$\tilde{n} \equiv (\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta) \tag{1.1.2.4}$$

で定義する。天球上のある観測方向における温度をT(ñ)と置くと、全天の平均温度

$$\tilde{T} = \int_{-1}^{1} \frac{d(\cos\theta)}{2} \int_{0}^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} T(\tilde{n})$$
(1.1.2.5)

として、温度異方性 $\Delta T(\tilde{n})$ は

$$\Delta T(\tilde{n}) = T(\tilde{n}) - \tilde{T} \tag{1.1.2.6}$$

となる。これを、適当な完全規格直交基底を用いて、線形和に展開すればよい。まず、温度異方性 ΔT が θ のみに 依存する軸対称な分布であると仮定すると、Legendre 多項式 $P_l(x)$ が自然な基底として選択されて、

$$\Delta T(\theta) = \sum_{l} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} a_l P_l(\cos \theta) \tag{1.1.2.7}$$

と書ける。l = 0が一様成分、l = 1が双極子成分、l = 2が四重極子成分である。lが大きいほど天球面上の細かい 温度異方性を表す。lに対応する見込み角は π/l である。見込み角が大きい成分を low-l、小さい成分を high-l成分 と呼ぶ。

一般に、温度異方性は ϕ にも依存するので、Legendre 多項式ではなく、球面調和関数

$$Y_l^m(\tilde{n}) \equiv (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta) e^{-im\phi}$$
(1.1.2.8)

を基底として採用する。ここで、 $P_l^m(x)$ は Legendre の陪多項式であり、Legendre 多項式の m 回微分である。以上を用いて、温度異方性は、

$$\Delta T(\tilde{n}) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm} Y_l^m(\tilde{n})$$
(1.1.2.9)

と表される。

次に、異方性の分散を考える。全天を N 個に分割して各点 i の温度異方性の二乗平均をとる。

$$C \equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \Delta T^2(\tilde{n_i})$$
(1.1.2.10)

これも (*l*, *m*) 毎に分解できて、

$$C = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm} a_{lm}^* = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} C_l$$
(1.1.2.11)

を得る。ここで、

$$C_{l} \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{l} a_{lm} a_{lm}^{*}$$
(1.1.2.12)

が角度スケール lに対する異方性の大きさ(mに対しては合計したもの)である。以上のように定義した C_l 、もし くは

$$\mathscr{D}_{l} \equiv l(l+1)C_{l}/2\pi \tag{1.1.2.13}$$

を*l* の関数としてプロットしたものを角度パワースペクトルと呼ぶ (図 1.2)。これらの値は、座標原点のとり方に依存しないので、よく用いられる。単位は µK² である。角度パワースペクトルを *C_l* で表現すると、*a_{lm} が*ホワイトノイズの時に平坦になる。一方、*D_l* で表現すると、後述する Sachs-Wolfe 効果を入れた CMB の角度パワースペクトルが平坦になる。



図 1.2. Planck により観測された角度パワースペクトルの比較 (Aghanim et al. 2020)。赤点は観測値、青線は Λ-CDM モデルを用いたフィット 結果を表す。

宇宙には特別な点は存在しないことに注意すると、ここで得られた角度パワースペクトルは、宇宙の他の点から 観測したときに得られる角度パワースペクトルと統計的に等価でなければならない。すなわち、様々な点から観測 して得られる角度パワースペクトルの統計平均 $\langle C_l \rangle$ の周りをある確率分布にしたがって分布するうちの一つが、 我々が観測する C_l (式 1.1.2.12) である。我々が観測する角度パワースペクトルは、真の分布のあるサンプルに過ぎ ず、これに伴う統計誤差を cosmic variance と呼ぶ。これは、特に、観測点数の少ない low-l 領域で顕著になる。

1.1.3 温度異方性の原因

測地線方程式

局所的に微小なゆがみがある時空間での二点間の距離 ds は、Descartes 座標 (t, x) を用いて、

$$ds^{2} \equiv \sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$
(1.1.3.1)

$$= -\exp(2\Phi)dt^{2} + a(t)^{2}\exp(-2\Psi)\sum_{i,j}[\exp(D)]_{ij}dx^{i}dx^{j}$$
(1.1.3.2)

と表せる。ただし、光速 c = 1 とする。 $\mu, \nu = 0 - 3$ は 4 次元、i, j = 1 - 3 は空間 3 次元での和をとる。計量テン ソル $g_{\mu\nu}$ の成分は、

$$\begin{cases} g_{00} = -\exp(2\Phi) \\ g_{0i} = 0 \\ g_{ij} = a^2 \exp(-2\Psi) [\exp(D)]_{ij} \end{cases}$$
(1.1.3.3)

である。ここで、a(t) は時間にのみ依存するスケール因子であり、一様等方な宇宙膨張を表す。 $\Phi(t, \boldsymbol{x})$ は、局所 的な Newton 重力ポテンシャルを表す。 $\Psi(t, \boldsymbol{x})$ 及び $D_{i,j}(t, \boldsymbol{x})$ はともに空間曲率の揺らぎを表す項である。前 者は、空間のある二点間の距離を等方的に変化させる成分で、空間の面積を変える。後者は、重力波により空間 を非等方的に変化させる成分で、空間の面積は保存される。これと、重力波が横波であることから $\sum_i D_{ii} = 0$ 、 $\sum_i \partial D_{ij} / \partial x^i = 0$ という条件が課され、対称行列 $D_{i,j}$ の独立な成分は2つである。i = 3の方向に重力波が伝搬す る場合、

$$D_{ij} = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0\\ h_\times & -h_+ & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(1.1.3.4)

である。 h_+ が変化すると x_1 - x_2 平面で x_1 , x_2 軸に沿った方向の空間が歪み、 h_{\times} が変化すると x_1 - x_2 平面で x_1 , x_2 軸と 45/135 度回転した軸に沿った方向の空間が歪む。すなわち四重極の角度依存性を持つ。

散乱や吸収がなければ、光は時空間を直進し、ds = 0で表される最短経路を通る。この経路に沿う光子の座標をuと置くと、Descartes 座標において、

$$\frac{d^2 x^{\lambda}}{du^2} + \sum_{\mu,\nu} \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} \frac{dx^{\mu}}{du} \frac{dx^{\nu}}{du} = 0$$
(1.1.3.5)

の測地線の方程式を満たす。 $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ は

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \sum_{\rho} g^{\lambda\rho} \left(\frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}} \right)$$
(1.1.3.6)

で定義される Christoffel 記号である。

光子の運動方程式

光子の4元運動量

$$p^{\mu} \equiv \frac{dx^{\mu}}{du} \tag{1.1.3.7}$$

を定義する。この時、 $p^2 = \sum_{i,j} g_{ij} p^i p^j$ は光子のエネルギーの二乗である。 $p = p_0 \exp{(\Phi)}$ とする。また、4 元運動量ベクトルは

$$\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu} p^{\mu} p^{\nu} = 0 \tag{1.1.3.8}$$

を満たす。式1.1.3.5を光子の4元運動量を用いて表すと、

$$\frac{dp^{\lambda}}{dt} + \sum_{\mu,\nu} \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} \frac{p^{\mu}p^{\nu}}{p^{0}} = 0$$
(1.1.3.9)

となる。これが、局所的なゆがみがある時空間を伝搬する光子の運動方程式である。

Descartes 座標系で光子の運動方向の単位ベクトル γ^i は、

$$\gamma^{i} \equiv a \exp\left(-\Psi\right) \frac{p^{i}}{p} \tag{1.1.3.10}$$

と定義できる。ただし、重力波が光子の軌跡へ与える影響は十分小さいとする。この時、式 1.1.3.9 は、 $\lambda = 0$ として、

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} = -\frac{\dot{a}}{a} + \dot{\Psi} - \frac{1}{a}\sum_{i}\frac{\partial\Phi}{\partial x^{i}}\gamma^{i} - \frac{1}{2}\sum_{i,j}\dot{D}_{ij}\gamma^{i}\gamma^{j}$$
(1.1.3.11)

となり、局所的なゆがみがある時空間を伝搬する光子のエネルギー変化率を表す。

右辺第一項は、一様等方な宇宙膨張による赤方偏移を表す。第二項は曲率 Ψ が二点間の距離を等方的に変化させ る効果を表す。第三項は、物質密度が大きく重力場が強い領域で、重力赤方偏移により光子がエネルギーを失うこ とを表す。第四項は、重力波による重力赤方偏移を表す。

温度異方性

式 1.1.3.11 で光子のエネルギー変化が分かったので、これを初期値から現在まで積分すれば現在での光子のエネ ルギー(の角度依存性)がわかる。初期値は、宇宙初期において光子が最後に電子と散乱した確率が最も高い時刻 *t*_L を採用する。これを最終散乱時刻と呼ぶ。現在の時刻を *t*₀ として積分を実行すると、

$$\log (ap)(t_0) = \log (ap)(t_L) + \Phi(t_L) - \Phi(t_0) + \int_{t_L}^{t_0} dt (\dot{\Phi} + \dot{\Psi}) - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \dot{D}_{ij} \gamma^i \gamma^j$$
(1.1.3.12)

を得る。黒体放射のスペクトルは時空が歪んだ場合にも一次近似では成立するので、光子のエネルギー変化はすな わち黒体放射の温度変化である。また、光子の平均温度は *a* に比例して小さくなる。従って、光子のエネルギー *p* と *a* の積は平均温度 *T*₀ からのずれ Δ*T* を表す。

$$r(t) = \int_{t}^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}$$
(1.1.3.13)

である。これを用い、更にエネルギーを温度で表示すると、式 1.1.3.12 は

$$\frac{\Delta T(\tilde{n})}{T_0} = \frac{\delta T(t_L, \tilde{n}r_L)}{T(t_L)} + \Phi(t_L, \tilde{n}r_L) - \Phi(t_0, 0) + \int_{t_L}^{t_0} dt (\dot{\Phi} + \dot{\Psi})(t, \tilde{n}r) - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \int_{t_L}^{t_0} dt \dot{D}_{ij}(t, \tilde{n}r) \tilde{n}^i \tilde{n}^j \quad (1.1.3.14)$$

となる。ここで、現在我々が観測する光子の温度異方性を $\Delta T(\tilde{n})$ とし、任意の時刻 t、空間 x における温度揺ら ぎを $\delta T(t, x)$ と表している。T(t) は時刻 t における全天の平均温度で、赤方偏移 z を用いれば $T(t) = T_0(1 + z)$ である。右辺の第一項は、最終散乱面上で光子が持つ温度異方性を表す。最終散乱面上で物質が運動することで生 じる Doppler 効果も含む。第二、第三項は、ぞれぞれ、最終散乱時刻及び現在における重力ポテンシャルから光子 が重力赤方偏移を受ける効果である。第四、第五項は、最終散乱時刻から現在までの局所的な重力ポテンシャル及 び曲率ゆらぎ(第四項)、重力波(第五項)で生じる温度異方性の積分値である。第一項が原初のゆらぎを表す。第 四、第五項は、光の伝搬経路に沿った宇宙の歴史の積分で、積分 Sachs-Wolfe (ISW) 効果と呼ぶ。

初期の揺らぎ

式 1.1.3.14 の右辺第一項の異方性を作る原因は、断熱性のゆらぎと非断熱性のゆらぎに分けられる。

■断熱性の揺らぎ 最終散乱時刻以前では、任意の領域で、バリオンと光子の数密度にゆらぎがあるが、それらの 比は完全に等しいとする初期条件である。この時、バリオンの数密度は物質密度 ρ_B に比例し、黒体放射する光子 は T³ に比例することから、

$$\frac{\delta T(t,\boldsymbol{x})}{\bar{T(t)}} = \frac{1}{3} \frac{\delta \rho_B(t,\boldsymbol{x})}{\rho_{\bar{B}}(t)}$$
(1.1.3.15)

と、温度ゆらぎが物質密度のゆらぎとして表される。更に、物質密度は重力ポテンシャルに比例し、物質優勢かつ 長波長極限では

$$\frac{\delta\rho_B(t,\boldsymbol{x})}{\rho_B(t)} = -2\Phi(t,\boldsymbol{x}) \tag{1.1.3.16}$$

となることが知られているので、あわせると

$$\frac{\delta T(t, \boldsymbol{x})}{\bar{T}(t)} = -\frac{2}{3}\Phi(t, \boldsymbol{x})$$
(1.1.3.17)

と、温度ゆらぎが重力ポテンシャルのゆらぎとして表される。物質密度が高い領域は、光子の温度(エネルギー) も高いが、重力ポテンシャルも深い。このポテンシャルを抜け出すために必要なエネルギーのほうが、もともと平 均より多く持っていたエネルギーより大きいので、結局、物質密度が高い領域はより温度が低く見える。これを Sachs-Wolfe 効果という。

なお、暗黒物質がどのように光子と相互作用するかは現在のところわかっていないため、暗黒物質を含めて断熱 的かは自明ではない。実際の観測結果は、断熱的初期条件を仮定した理論モデルと矛盾しないことを示している。

■非断熱性のゆらぎ バリオンと光子の数密度の比もゆらいでいる、という初期条件である。エントロピーゆらぎ とも呼ぶ。現在までの観測では、温度異方性にエントロピーゆらぎは見つかっていない。

観測との比較

断熱的初期条件と、最終散乱時刻で宇宙が物質優勢であることを仮定する。式 1.1.3.17 を式 1.1.3.14 に代入して、Sachs-Wolfe 効果による観測されるゆらぎは、

$$\left[\frac{\Delta T(\tilde{n})}{T_0}\right]_{\rm SW} = \frac{1}{3}\Phi(t_L, \tilde{n}r_L) \tag{1.1.3.18}$$

となる。式 1.1.3.18 の両辺に Y_l^{m*}(ñ) を乗じ、式 1.1.2.9 の逆変換より、

$$a_{lm}^{\rm SW} = \frac{T_0}{3} \int d\Omega Y_l^{m*}(\tilde{n}) \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \Phi(\boldsymbol{q}) \exp\left(i\boldsymbol{q}\cdot\tilde{n}r_L\right)$$
(1.1.3.19)

を得る。ただし、波数ベクトル q を用いて 3 次元 Fourier 変換した。さらに、指数関数部分について、球 Bessel 関数 $j_l(x) \equiv \sqrt{\pi/2x} J_{l+1/2}(x)$ を用いた Rayleigh の公式

$$\exp\left(i\boldsymbol{q}\cdot\tilde{n}r_L\right) = 4\pi\sum_l j_l(qr_L)\sum_m Y_l^m(\tilde{n})Y_l^{m*}(\tilde{q})$$
(1.1.3.20)

を用いると、

$$a_{lm}^{\rm SW} = \frac{4\pi T_0 i^l}{3} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \Phi(\boldsymbol{q}) j_l(qr_L) Y_l^{m*}(\tilde{q})$$
(1.1.3.21)

となる。ここで、 $\tilde{q} = q/|q|$ は単位ベクトルである。これを式 1.1.2.12 に代入し、

$$C_{l,SW} = \frac{4\pi T_0^2}{9} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3} \Phi(\mathbf{q}) \Phi^*(\mathbf{q'}) j_l(qr_L) j_l(q'r_L) P_l(\tilde{q} \cdot \tilde{q'})$$
(1.1.3.22)

を得る。

以後、アンサンブル平均で計算を進める。一般に、ある二つの微小空間 $(dx_1)^3$, $(dx_2)^3$ における物理量 ϕ のゆら ぎ $\delta\phi(x_1)$, $\delta\phi(x_2)$ の積のアンサンブル平均をとったものを 2 点相関関数 (または単に相関関数) と呼び

$$\xi(\mathbf{r}) = \langle \delta\phi(\mathbf{x_1})\delta\phi(\mathbf{x_2}) \rangle \tag{1.1.3.23}$$

で表す。 $r = |x_1 - x_2|$ である。物理量 ϕ が空間全体で完全にランダムに分布する場合、空間全体における平均密度 \bar{b} を用いて、

$$\langle \phi(\boldsymbol{x_1})\phi(\boldsymbol{x_2})\rangle = \bar{\phi}^2 \tag{1.1.3.24}$$

と表される。しかし、 φ が完全にランダムな分布ではない場合、確率のずれが生じ、

$$\langle \phi(\boldsymbol{x_1})\phi(\boldsymbol{x_2})\rangle = \bar{\phi}^2 [1 + \xi(\boldsymbol{r})] \tag{1.1.3.25}$$

となる。 $\xi(\mathbf{r})$ が**r**だけ離れた2点の相関の強さを表す。

式 1.1.3.22 に戻って、アンサンブル平均を計算する。

$$\langle \Phi(\boldsymbol{q})\Phi^*(\boldsymbol{q'})\rangle = \int d^3x \int d^3r \langle \Phi(\boldsymbol{x})\Phi(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})\rangle \exp\left[i(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q'})\cdot\boldsymbol{x}-i\boldsymbol{q'}\cdot\boldsymbol{r}\right]$$
(1.1.3.26)

を得る。このうち、〈 $\Phi(x)\Phi(x+r)$ 〉の部分は、x と少し離れた点 x+r における重力ポテンシャルの相関の強さ を表す。ここで、宇宙には特別な場所がないこと(一様性)から x の依存性が、特別な方向がないこと(一様性) から q の方向成分への依存性がなくなるので、結局 $q \equiv |q|$ だけで表現できて、

$$\langle \Phi(q)\Phi^*(q')\rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(q-q')P_{\phi}(q)$$
(1.1.3.27)

となる。ここで、 $\delta^3(q)$ は3次元での Dirac 関数、

$$P_{\phi}(q) = \int_{0}^{\infty} 4\pi r^{2} dr \xi_{\phi}(r) \frac{\sin(qr)}{qr}$$
(1.1.3.28)

は重力ポテンシャルのパワースペクトルである。

以上をまとめると、Sachs-Wolfe 効果による温度異方性の角度パワースペクトルのアンサンブル平均は、

$$\langle C_{l,\text{SW}} \rangle = \frac{16\pi^2 T_0^2}{9} \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{(2\pi)^3} P_\phi(q) j_l^2(qr_L)$$
(1.1.3.29)

と書ける。すなわち、角度パワースペクトルの*l* 依存性は、重力ポテンシャルの波数への依存性 $P_{\phi}(q)$ だけで決まる。観測データと式 1.1.3.29 を比較することで、最終散乱時刻における重力ポテンシャルの相関関数を求めることができる。また、 $P_{\phi}(q)$ として q^{-1} の依存性を持つもの $P_{\phi}(q) = (2\pi)^3 N_{\phi}^2 q^{-1}$ を仮定すると、

$$\langle C_{l,\rm SW} \rangle = \frac{8\pi^2 N_{\phi}^2 T_0^2}{9l(l+1)} \tag{1.1.3.30}$$

となる。

重力レンズ効果

重力場が存在すると、光子の軌跡は曲げられる。これを重力レンズ効果と呼ぶ。実際、太陽の重力レンズ効果に より、そのすぐ背後に存在する星は 1.75 秒角ほど外にずれてしまう。CMB の光子も同様に、重力レンズ効果を受 けてけて軌跡、すなわち観測者から見る方向を変える。従って、温度異方性は

$$\Delta \tilde{T}(\tilde{n}) = \Delta T(\tilde{n} + d) \tag{1.1.3.31}$$

である。ここで、 $\Delta T(\tilde{n})$ は重力レンズ効果がないとした時の温度異方性、dは、最終散乱面から現在までに受けた 重力レンズ効果による曲がり角の合計である。これを計算する。 動径座標 r_L から飛来する光子が r の位置にある 重力レンズ天体により軌跡を変化させる時、微小時間 δt の間に、光子の方向ベクトルは、r において

$$d\gamma^{i} = -\frac{\delta t}{ar} \frac{\partial(\Phi + \Psi)}{\partial \tilde{n}^{i}}$$
(1.1.3.32)

だけ方向ベクトルが変化する (式 1.1.3.11 より)。原点からこれを観測するとき、相似により、

$$\delta d^{i} = \frac{r_{L} - r}{r_{L}} \delta \gamma^{i} \tag{1.1.3.33}$$

ずれることがわかる。これを時間積分すると d を以下のように計算できる。

$$\boldsymbol{d} = -\int_{t_{L}}^{t_{0}} \frac{dt'}{a(t')} \frac{r_{L} - r(t')}{r_{L}r(t')} \frac{\partial(\Phi + \Psi)(t', \tilde{n}r(t'))}{\partial\tilde{n}^{i}}$$
(1.1.3.34)

1.2 偏光とその異方性

1.2.1 電磁波の偏光

光は進行方向に対し、媒質、すなわち電磁場の振動が垂直方向である横波である。z方向に進行するとして、振動 面はx, y平面で2つの自由度があり、一般的にはその合成である。この時、x軸方向に振動する波とy軸方向の波 の位相差が0か π の場合は、合成波の振動面が一定になり、直線偏光と呼ぶ。また、位相差が $1/4\pi$ もしくは $3/4\pi$ の場合は、偏光面が円に沿って回転するので円偏光という。それ以外は、楕円偏光である。

偏光は Stokes パラメータで表現できる。z 軸方向に進行する光の電場 (E_x, E_y) は、位相差 δ_x 、 δ_y 、周波数 ω 、時刻 t、波数 k、位置 z を用いて

$$E_x = |E_x| \cos(\omega t - kz + \delta_x)$$

$$E_y = |E_y| \cos(\omega t - kz + \delta_y)$$
(1.2.1.1)

と表される。このような直交する2方向の電場の強度の差を、Stokes パラメータ

$$Q = |E_x|^2 - |E_y|^2 \tag{1.2.1.2}$$

と定義する。x 軸方向の電場が大きい場合には Q > 0、y 軸方向の電波が大きい場合は Q < 0 となる。両者が一致 する場合は Q = 0 である。これだけでは完全に縮退は解けないので、さらに x-y 平面上で $1/4\pi$ 方向の電場成分 を E_a 、 $3/4\pi$ 方向の成分を E_b とし、新しい Stokes パラメータ

$$U = |E_a|^2 - |E_b|^2 \tag{1.2.1.3}$$

を定義する。 $Q \ge U$ の組み合わせで、直線偏光(自由度は $E_x \ge E_y$ の2つ)が記述される。円偏光は、更に回転 方向の自由度があるので、さらなる Stokes パラメータが必要である。すなわち、

$$V = |E_x||E_y|\sin\delta \tag{1.2.1.4}$$

である。ここで、 $\delta \equiv \delta_y - \delta_x$ は両電場の位相差である。 $\delta = \pi/2$ の状態を左円偏波 (LCP)、 $\delta = -\pi/2$ の状態を右 円偏波 (RCP) と呼ぶ。これらの3つの Stokes パラメータは、元の電場 *E* を分解したものであるから、入射強度を 表す Stokes パラメータ

$$I = |E_x|^2 + |E_y|^2 \tag{1.2.1.5}$$

に対して

$$I^2 \le Q^2 + U^2 + V^2 \tag{1.2.1.6}$$

の関係が成り立つ。等号は完全偏光(強度と位相が一定)の時のみ成り立つ。CMB 放射は *I* が温度だけで定義で きる(式 1.1.2.1)ので、*I* の代わりに *T* と表すことが多い。

ここで、座標系を反時計回りに ϕ だけ回転させた時、座標変換後の Stokes パラメータ \hat{Q}, \hat{U} は、

$$\begin{pmatrix} \tilde{Q} \\ \tilde{U} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\phi) & \sin(2\phi) \\ -\sin(2\phi) & \cos(2\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ U \end{pmatrix}$$
(1.2.1.7)

と変換する。例えば、 $\phi = \pi/4$ の時、Q, Uが $\tilde{Q} = U, \tilde{U} = -Q$ となり、QとUが互いに移りかわる事がわかる。 また、 $\phi \rightarrow \phi + \pi$ の変換に対して不変な対称性を持つ。

1.2.2 偏光の異方性

E モード偏光と *B* モード偏光

CMB の直線偏光を考える。Stokes パラメータは、天空面に張る座標系のとり方によって値が変化するので、座 標系の回転に不変な表現をする必要がある。まず、小角度近似で天空面の一部を平面とし、二次元の Descartes 座 標を設定する。平面領域の中心からの位置ベクトルを

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta \cos \phi, \theta \sin \phi) \tag{1.2.2.1}$$

とおく。直線偏光を表現する Stokes パラメータの線型結合を定義し、波数ベクトル *l* による二次元の Fourier 展開 をしておく。

$$Q(\boldsymbol{\theta}) + iU(\boldsymbol{\theta}) = \int \frac{d^2l}{(2\pi)^2} a_l \exp\left(i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}\right)$$
(1.2.2.2)

Fourier 空間における lの方位角を ϕ_l と表す。式 1.2.2.2 の値は ϕ_l に依存するが、

$$a_{\boldsymbol{l}} = -a_{\boldsymbol{l},2} \exp\left(2i\phi_{\boldsymbol{l}}\right) \tag{1.2.2.3}$$

と、 a_l の ϕ_l 依存性を予め取り出した変数 $a_{l,2}$ を導入しておくと、 ϕ_l の値に依存しない表現ができる。Q - iUについても、展開係数 $a_{l,-2}$ を導入して、

$$Q(\boldsymbol{\theta}) \pm iU(\boldsymbol{\theta}) = -\int \frac{d^2l}{(2\pi)^2} a_{\boldsymbol{l},\pm 2} \exp\left(\pm 2i\phi_l + i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}\right)$$
(1.2.2.4)

と書ける。そこで、 ϕ_l に依存する Q(l)、U(l)の代わりに、 $a_{l,\pm 2}$ の線型結合である

$$E_{l} = -(a_{l,2} + a_{l,-2})/2$$

$$B_{l} = i(a_{l,2} - a_{l,-2})/2$$
(1.2.2.5)

を用いると便利である。Eは波数ベクトルlに平行もしくは垂直な偏光を、Bは $\pi/4$ 傾いた偏光を表す(図 1.3)。



図 **1.3.** *E* モード、*B* モード偏光 (Komatsu 2019)。

Q、U と E、Bの関係は、

$$Q(\boldsymbol{\theta}) \pm iU(\boldsymbol{\theta}) = \int \frac{d^2l}{(2\pi)^2} (E_{\boldsymbol{l}} \pm iB_{\boldsymbol{l}}) \exp\left(\pm 2i\phi_l + i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}\right)$$
(1.2.2.6)

もしくは、逆変換で

$$E_{l} = \int d^{2}\boldsymbol{\theta}[Q(\boldsymbol{\theta})\cos(2\phi_{l}) + U(\boldsymbol{\theta})\sin(2\phi_{l})]\exp\left(-i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}\right)$$
$$B_{l} = \int d^{2}\boldsymbol{\theta}[U(\boldsymbol{\theta})\cos(2\phi_{l}) - Q(\boldsymbol{\theta})\sin(2\phi_{l})]\exp\left(-i\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\theta}\right)$$
(1.2.2.7)

となる。

より正確には球面の一部の平面ではなく、全天を考える必要がある。そこで、二次元の Fourier 変換の代わりに、 球面調和関数を用いる。但し、通常の球面調和関数は $\phi \rightarrow \phi + 2\pi$ の変換に対して不変であるのに対し、偏光は $\phi \rightarrow \phi + \pi$ の変換に対して不変であるので、そのような性質を持った基底が必要となる。そこで、

$$Y_{\pm 2}(\boldsymbol{l}) \equiv \frac{1}{l^2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \pm i \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 \exp\left(i\boldsymbol{l} \cdot \theta\right) = -\exp\left(\pm 2i\phi_l + i\boldsymbol{l} \cdot \theta\right)$$
(1.2.2.8)

で定義される「スピン2の球面調和関数」を導入し、これをを基底として Stokes パラメータを展開する。

$$Y_{l,\pm 2}^{m}(\tilde{n}) = \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} \left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta} \pm \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right)^{2} - \frac{1}{\tan \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \pm \frac{i}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \right] Y_{l}^{m}(\tilde{n})$$
(1.2.2.9)

二次元 Fourier 変換を考えた時と同様に、 $a_{lm,\pm 2} \equiv -(E_{lm} \pm iB_{lm})$ を展開係数として採用する。これは、

$$E_{lm} = -(a_{lm,2} + a_{lm,-2})/2$$

$$B_{lm} = i(a_{lm,2} - a_{lm,-2})/2$$
(1.2.2.10)

と同値である。

偏光の角度パワースペクトル

偏光の角度パワースペクトルは、温度異方性の角度パワースペクトル(§ 1.1.2)と同様に、展開係数を用いて 式 1.2.2.11、式 1.2.2.12 で定義される。ゆらぎの確率密度分布が回転不変であると仮定すると、*E*モード、*B*モー ド偏光の角度パワースペクトルは、それぞれ、

$$\langle E_{lm} E_{l'm'}^* \rangle = C_l^{EE} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \tag{1.2.2.11}$$

$$\langle B_{lm} B_{l'm'}^* \rangle = C_l^{BB} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \tag{1.2.2.12}$$

と表される。 C_l^{EE} 、 C_l^{BB} が、ぞれぞれ、角度 *l* だけ離れた場所における *E* モード、*B* モード偏光の強度の相関を 表す。同様に、温度異方性 (*T*) と偏光 (*E*, *B*) の相関は、

$$\langle T_{lm} E_{l'm'}^* \rangle = \langle T_{lm}^* E_{l'm'} \rangle = C_l^{TE} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$
(1.2.2.13)

$$\langle T_{lm}B_{l'm'}^*\rangle = \langle T_{lm}^*B_{l'm'}\rangle = C_l^{TB}\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$
(1.2.2.14)

-

と、 C_l^{TE} と C_l^{TB} として書ける。

ここで空間反転 $\tilde{n} \to -\tilde{n}$ について考える。Stokes パラメータは、 $Q(\tilde{n}) \to Q(-\tilde{n}), U(\tilde{n}) \to -U(-\tilde{n})$ と変換する。また、スピン s の球面調和関数は、 $Y_{l,s}^m \to Y_{l,-s}^m$ と変換する。以上より、 $T_{lm} \to (-1)^l T_{lm}, E_{lm} \to (-1)^l E_{lm}, B_{lm} \to (-1)^{l+1} B_{lm}$ と変換する。従って、TB 相関 及び EB 相関は空間反転で符号が反転するので、値は 0 であることがわかる。

これまでの観測で、偏光の角度パワースペクトルが図 1.4、図 1.5 のように求められている。



図 **1.4.** Planck 衛星による (上) 温度と *E* モード偏光の相関の角度パワースペクトル \mathcal{D}_l^{TE} 、(下) *E* モード偏光の角度パワースペクトル C_l^{EE} (Aghanim et al. 2020)。赤点が観測値、青線が Λ -CDM モデルを用いたフィット結果を表す。



図 **1.5.** Planck 衛星、ACTPOL、POLARBEAR、SPTPOL、BICEP2/Keck 地上観測による *E* モード偏光の角度パワースペクトル *𝔅*^{*EE*} (Adachi et al. 2020)

1.2.3 偏光異方性の原因

偏光異方性の生成

偏光は光子が電子で散乱する時の異方性によって生じる。電子の静止系における Thomson 散乱について考える。 x(もしくは y)軸方向に振動する電場中を z軸方向に進む光が電子に入射すると、電子が x(もしくは y)軸方向 に振動する。振動する電子が放射する散乱光は、横波なので、x(もしくは y)軸方向には進めず、y(もしくは x) 軸と z軸の成分だけを持つ。これを x 軸方向から見れば、y 軸方向の直線偏光が観測できる。従って、入射光子が 無偏光(x 軸と y 軸方向の振幅が同じ)でも、散乱光を x(もしくは y)軸方向から見ると偏光している。宇宙は 等方的なので、電子から見て全ての方向から光子が同じ強度(温度)で入射する場合、上記の効果は打ち消し合っ て散乱光も無偏光になる。しかし、電子から見て、光子の分布に四重極の温度異方性が存在する場合は、散乱光に 偏光が生じる。

流体が粘性を持つと、その運動をある方向に引きずるような力を生じる。これを非等方ストレスと呼ぶ。電子 (すなわちバリオン)静止系から見た光子の四重極温度異方性を作るには、バリオンと光子の結合が弱まり、かつ、 光子流体に非等方ストレスがかかっている必要がある。非等方ストレスには、音波で生じるスカラー型と、重力波 で生じるテンソル型がある。

■音波による偏光 スカラー型の非等方ストレスは、流体中の音波で生じる。図 1.6 (a) がこれによる四重極異方性 の生成と散乱光子の偏光パターンを示す。この時のパターンは *Q* ≠ 0, *U* = 0 となり、*E* モードの異方性を作る。

■重力波による偏光 テンソル型の非等方ストレスは、重力波で生じる。図 1.6 (c, d) がこれによる四重極異方性の 生成と散乱光子の偏光パターンを示す。音波はスカラーなので、*x-y* 平面で一様であるが、重力波は図 1.6 (b) のパ



図 **1.6.** (a) スカラー型 = 音波、(c, d) テンソル型 = 重力波の非等方ストレスによる偏光の生成 (Komatsu 2019)。円上での電子が見る光子の四 重極異方性を白丸、黒丸で表す。音波、重力波とも z 軸方向に進行する。(b) は x-y 平面での重力波のパターン。

ターンを持つ。このうち、 h_+ 、 h_{\times} の成分がそれぞれ (c) E モード, (d) B モードの異方性を作る。

観測との比較

*B*モード偏光異方性を作るものは、インフレーション仮説で想定される原始重力波と重力レンズ効果である。現 在までの観測 (図 1.7) では、原始重力波起源の *B*モード偏光は見つかっていない。原始重力波による *B*モード偏 光を検出し、その振幅強度を表すパラメータ *r*を決定することが、現在の CMB 観測業界の最も大きな目標である。

重力レンズ効果は小角度スケールで卓越する。重力レンズ効果による光の曲がりを補正 (ディレンジングと呼ぶ) できれば、原始重力波の測定が可能になるだろう。これは主に地上からの CMB 観測の戦略である。一方、宇宙の 再電離において、光子は再び電子により散乱されるため、新たな偏光を生じる。これによる追加成分は、*l* < 10 に 現れると考えらえる。これを捉えるのが、宇宙からの CMB 観測の戦略である。

BICEP2 実験は、地上からこれまでで最も大きな角度スケールで観測を行い、推定値 r = 0.20 を求めた (Ade et al. 2014b)。しかし、単一周波数 (150 Hz) のみでの観測であるため、ダスト放射の寄与が除けず、Planck 衛星と の合同データ解析によってこの結果は一旦棄却されている (Flauger et al. 2014)。現在は 95% の信頼度で r < 0.06 とされている (Ade et al. 2018)。

1.3 LiteBIRD 衛星計画

1.3.1 計画概要

LiteBIRD = Lite (Light) satellite for the studies of B-mode polarization and Inflation from cosmic background Radiation Detection 衛星*1(collaboration 2021; Hazumi et al. 2020) は、2020 年代後半に打ち上げを目指す CMB 偏光観測のための科学衛星計画である。本計画は、1度以上の大角度スケールで、宇宙マイクロ波背景放射の *B* モード偏光を、過去最高の感度 (2.5 μ K arcmin) で探査する。具体的な科学目標は、2 $\leq l \leq 200$ において、CMB の *B* モード偏光のテンソルスカラー比 *r* を $\Delta r < 0.001$ の精度で観測することである。代表的なインフレーション モデルは *r* > 0.01 を予言するため、10 σ の精度でモデルを検証することができる (図 1.7)。また、信号が何も見つ からない場合は $\Delta r < 0.002$ という上限を与えることが可能となる。



LiteBIRD 衛星は、太陽-地球系第二ラグランジュ点 (L2) で 3 年間全天観測を行う予定である。L2 点は、地球から約 150 万 km (月までの距離の約 3.9 倍)離れた箇所に位置する。衛星から見た熱の入力源(太陽光とそれを反射する地球・月)及び出力先(深宇宙。衛星の排熱はすべて深宇宙に対する放射冷却)の方向がほぼ固定されるため、衛星の熱設計上非常に有利である。L2 点の周りの Lissajous 軌道で、回転しながら全天観測するスピン衛星であ

^{*&}lt;sup>1</sup> http://litebird.jp/

る。全天スキャンのストラテジを図 1.8 に示す。大きな歳差角 $\alpha = 45^{\circ}$ の歳差運動とスピン角 $\beta = 50^{\circ}$ のスピン運動を同時に行う。これに L2 点自体の太陽公転運動を合わせて、約半年で全天をスキャンできる (表 1.1)。

| 表 1.1. スキャンパラメータ | | | | | |
|-------------------------|------|-----------|---|--|--|
| | 角度 | 周期 | 速度 | | |
| スピン | 50° | 20 min | $2.5 \text{ arcmin s}^{-1}$ | | |
| 歳差 | 45° | 3.2058 hr | $0.23 \text{ arcmin s}^{-1}$ | | |
| 公転 | 360° | 1 yr | $6.84 \times 10^{-4} \operatorname{arcmin} \mathrm{s}^{-1}$ | | |



図 1.8. 現在想定されている LiteBIRD 衛星の衛星運動についての各パラメータ (Hazumi et al. 2020)。

LiteBIRD は JAXA の H3 ロケットにより、種子島宇宙センターから打ち上げの予定である。重量は 2.6 t、電力 は 3.0 kW である (Hazumi et al. 2020)。本論文執筆時点では、JAXA でのミッション定義フェイズが終了した段階 である。衛星は、科学観測を行うミッション部 (Payload Module; PLM) と、バス部 (service vehicle module; SVM) からなる。バス部には太陽電池パネルや通信アンテナなどが搭載される。衛星の外観図と主要構成部を図 1.9 に示 す。バス部は主に JAXA が担当し、ミッション部は日本、欧州、北米の主要国を網羅した全世界的な取り組みとし て進められる。

LiteBIRD 衛星は、地上からアクセスできない 34-448 GHz の広帯域を 15 バンドで観測し、これを帯域毎に 3 つの望遠鏡で担当する (§ 1.3.2)。それぞれ LFT (Low Frequency Telescope; Sekimoto et al. 2020)、MFT (Mid Frequency Telescope)、HFT (High Frequency Telescope)(Montier et al. 2020) と呼ぶ。ここで、LFT, MHT, HFT は、光学系だけではなく、焦点面検出器や読み出し系、熱、構造を含めた各装置全体の名称である。光学系だけを 指す場合は、LFT 望遠鏡などと呼ぶことにする。



図 1.9. LiteBIRD 衛星の概観。三菱電気提供。

各望遠鏡開口部には、連続回転する回転半波長板を用いた偏光変調器が設置され、直線偏光信号だけを特定の単一 周波数に変調する (§ 1.3.6)。各望遠鏡焦点面は 100 mK の極低温に冷却され、超伝導-常伝導遷移端センサー (TES; Transition Edge Sensor) をボロメータとして用いて電波強度を測定する (§ 1.3.4)。センサーの数は 4000 個以上 であり、周波数空間での多重多重化を行って超伝導量子干渉計 (SQUID; superconducting quantum interference device) で増幅し、デジタル化する。更に、機上での信号処理を経て、センサーあたり約 20 Hz のデータレートまで 落とした後、一旦衛星内データレコーダーに保存して、地上局へ転送する (§ 1.3.5)。焦点面への冷却は、衛星表面 の常温 (約 320 K) 部分から、放射冷却、機械式冷凍機、断熱消磁冷凍機を組み合わせた多段冷却である。液体へリ ウムなどの冷媒は採用しない。またクライオスタットもなく、ミッション部分は直接宇宙に開放される (§ 1.3.3)。 LiteBIRD は、TES ボロメータ、SQUID の周波数多重化読出し、偏光変調器などを宇宙で用いる初めての衛星で ある。ミッション部のブロック図を図 1.10 に示す。装置パラメータをまとめたデータベースは IMO (Instrument Model Objects) としてコンフィギュレーション管理されている。本論文は最新の IMO v1.0 に基づく。

1.3.2 望遠鏡

LiteBIRD 衛星は3つの望遠鏡を搭載し、表 1.2 に示す 15 帯域をカバーする。

LFT 望遠鏡

LFT 望遠鏡は 34–161 GHz をカバーする、クロス Dragone 光学系を採用する望遠鏡である (図 1.11)。同光学系 は、主鏡と副鏡による2回反射で焦点面が入射光に対して平行になるように配置される。入射光の偏光が維持され、 かつ、視野が広いという特徴がある。開口部分は 400 mm ϕ であり、18° × 9° の大視野を実現する。

LiteBIRD payload module block diagram ver 7.1





| 表 1.2. LiteBIRD 衛星 ご観測 护走の 15 ハントの特性 値。IMO VI.0 より。 | | | | | | |
|---|--------|-------|--------|--------------|----------|-------------|
| 切洁辞 | バンド ID | バンド中心 | バンド幅 | ビームサイズ | ピクセルサイズ | 給中界総数 |
| 主述贶 | | [Hz] | [Hz] | [arcmin] | [mm] | 1天 山 石市小心女人 |
| LFT | 1 | 40 | 12 | 70.5 | 32 | 48 |
| LFT | 2 | 50 | 15 | 58.5 | 32 | 24 |
| LFT | 3 | 60 | 14 | 51.1 | 32 | 48 |
| LFT | 4 | 68 | 16 | (41.6, 47.1) | (16, 32) | (144, 24) |
| LFT | 5 | 78 | 18 | (36.9, 43.8) | (16, 32) | (144, 48) |
| LFT | 6 | 89 | 20 | (33.0, 41.5) | (16, 32) | (144, 24) |
| LFT/MFT | 7 | 100 | 23 /23 | 30.2/37.8 | 16/11.6 | 144/366 |
| LFT/MFT | 8 | 119 | 36/36 | 26.3/33.6 | 16/11.6 | 144/488 |
| LFT/MFT | 9 | 140 | 42 /42 | 23.7/30.8 | 16/11.6 | 144/366 |
| MFT | 10 | 166 | 50 | 28.9 | 11.6 | 488 |
| MFT/HFT | 11 | 195 | 59 /59 | 28.0/28.6 | 11.6/6.6 | 366/254 |
| HFT | 12 | 235 | 71 | 24.7 | 6.6 | 254 |
| HFT | 13 | 280 | 84 | 22.5 | 6.6 | 254 |
| HFT | 14 | 337 | 101 | 20.9 | 6.6 | 254 |
| HFT | 15 | 402 | 92 | 17.9 | 5.7 | 338 |

表 1.2. LiteBIRD 衛星で観測予定の 15 バンドの特性値。IMO v1.0 より

MFT 望遠鏡

MFT 望遠鏡は 89–224 GHz をカバーする、屈折式光学系を採用する望遠鏡である (図 1.11)。2枚の電波屈折レンズを用いる。開口部は 300 mm φ で、直径 28°の大視野を実現する。

HFT 望遠鏡

HFT 望遠鏡は 166–448 GHz をカバーする、屈折式光学系を採用する望遠鏡である (図 1.11)。 2 枚の電波屈折レ ンズを用いる。開口部は 200 mm φ で、直径 28°の大視野を実現する。



図 1.11. (左) LFT (Sekimoto et al. 2020)、(右) MFT, HFT (Montier et al. 2020)の設計

1.3.3 冷却系

LiteBIRD 衛星は、そのミッション目的から、焦点面に検出器を敷き詰めて高計数、広視野の観測を行うことが 必須である。従って、焦点面の面積が非常に大きく、これを 100 mK に冷却するためには、深宇宙に対する放射冷 却を効率よく使わないと達成できない。そこで、クライオスタットなし、冷媒なしの冷却系を採用している。

熱入力は、衛星底面からの太陽光入射がほぼ全てである。これを深宇宙に対して放射冷却する。バス部および ミッション部の常温部は、約 300 K 程度かそれ以上と予測される。ミッション部の低温部に対しては、図 1.12 (右) に示すように、サンシールドと3 層の V グルーブで段階的な熱シールドを構成して passive cooling を行う。V グ ルーブの各段階は、200, 100, 20 K ステージを冷却する。また、各ステージは、パルスチューブ機械式冷凍機によ り active cooling も併用する。

次に、4 K 級 Joule-Thomson (JT) 冷凍機、及びその予冷機である 2 台の 2 段式 Stirling (2ST) 冷凍機により 4.8 K ステージを冷却する。これを排熱先として、多段の断熱消磁冷凍機 (Adiabatic Demagnetization Refrigerator; ADR) による冷却を行い、100 mK の温度ステージを冷却する (図 1.13)。

図 1.12. LiteBIRD 衛星の冷却系 (collaboration 2021)。(左) 温度ステージ、(右) 5 K までの冷却。

図 1.13. LiteBIRD 衛星の冷却系 (collaboration 2021)。5 K から 100 mK までの冷却。

1.3.4 焦点面検出器

形状

図 1.14. 焦点面ユニット (collaboration 2021)

LFT, MFT, HFT の各望遠鏡の焦点面には焦点面ユニット (FPU; Focal Plane Unit) が配置されている (図 1.14)。 それぞれの望遠鏡の形状に合わせて LFT は 210×420 mm の長方形、MHT は 320 mm φ の円形、HFT は 190 mm φ の円形である。波長に合わせて、高周波になるほどピクセルのサイズが小さくなる。各焦点面は 3–8 個のウェーハ、 各ウェーハは 9–127 個のピクセル、各ピクセルは 2–6 個のチャンネルを持つ。各チャンネルが 1 波長、1 直線偏光 の信号に感度を持ち、1 つの TES ボロメータで読み出す。

レイアウト

■LFT LFT FPU のレイアウトを図 1.15 に示す。 2×4 のウェーハが配置される。ウェーハとは、共通の Si ダ イの上に多数の検出器を配置するための構造をを微細加工で形成したものである。(a) に示す番号で、LF-0 … LF-7 と呼ばれる。LF-0, 3, 4, 7 は 3×3 個、LF-1, 2, 5, 6 は 6×6 個のピクセルからなる。それぞれ (b) に示 した番号付けながなされる。各ピクセルは、2 偏光方向 (c) を 3 バンド (d) で同時に測定することができ、合計 6 チャンネル分の情報を取得できる。2 偏光方向の組み合わせは、Q パターン (図の +) と U パターン (図の ×) がある。また、更に A, B パターンは、+、× の鏡像を定義する (図 1.19b)。こうして、LFT のチャンネルは L<00-07>_<000-035>_(Q|U) (A|B)_BAND という名前で一意に指定できる (例; L00_000_QA_089)。

■MFT MFT FPU のレイアウトを図 1.16 に示す。正六角形のウェーハが7つ円内に配置される。(a) に示す番号 で、MF-0 ... MF-6 と呼ばれる。それぞれのウェーハは (b) に示すように、正六角形の配置に合計 61 個のピクセル



図 1.15. LFT 焦点面検出器の配置 (IMO v1.0)

を配置する。MF-2. 3. 4 に属するピクセルは1 つで3 バンド、MF-0, 1, 5, 6 に属するピクセルは1 つで2 バンドの 測定ができる。また、すべてのピクセルは、2 偏光方向 (c) を同時に測定できる。Q, U パターン 及び A, B パター ンは LFT と同じ定義である。こうして、MFT のチャンネルは M<00-06>_<000-060>_(Q|U) (A|B)_BAND とい う名前で一意に指定できる (例; M06_042_UB_166)。



| (d) | 検出 | 器数 |
|-----|----|----|
|-----|----|----|

| Wafer | Center Frequency [GHz] | Pixel Diameter [mm] | # of Pixels per wafer | # of Bolo. per Freq. Channel | # of Wafers |
|--------|---------------------------|------------------------|--------------------------|---------------------------------|----------------|
| Red | 100, 140, 195 | 12.0 | 61 | 366 | 3 |
| Orange | 119, 166 | 12.0 | 61 | 488 | 4 |

図 1.16. MFT 焦点面検出器の配置 (IMO v1.0)

■HFT HFT FPU のレイアウトを図 1.17 に示す。正六角形のウェーハが3つ円内に配置される。(a) に示す番号 で、HF-0... HF-2 と呼ばれる。それぞれのウェーハは (b) に示すように、正六角形の配置に合計 127 個のピクセル

を配置する。HF-0.1に属するピクセルは1つで2バンド、HF-2に属するピクセルは1つで1バンドの測定ができる。また、すべてのピクセルは、2 偏光方向 (c) を同時に測定できる。Q,Uパターンは LFT, MFT と同じ定義である。但し、後述するように、偏光ビームの分け方が異なるので、A,B パターンは存在しない。こうして、HFT の チャンネルは H<00-02>_<000-126>_(Q|U)_BAND という名前で一意に指定できる(例; H00_063_U_195)。



(d) 検出器数

| Wafer | Center Frequency [GHz] | Pixel Diameter [mm] | # of Pixels per wafer | # of Bolo. per Freq. Channel | # of Wafers |
|--------|---------------------------|------------------------|--------------------------|---------------------------------|----------------|
| Purple | 195, 280 | 6.6 | 127 | 254 | 1 |
| Green | 235, 337 | 6.6 | 127 | 254 | 1 |
| Blue | 402 | 5.7 | 169 | 338 | 1 |

図 1.17. HFT 焦点面検出器の配置 (IMO v1.0)

ピクセル

■LFT, MFT 入射光は望遠鏡によって集光されるが、さらに焦点面において光学素子を用いて集光及びアンテナと のインピーダンスマッチングをとる (図 1.18)。LFT, MFT の各ピクセルはレンズレットで集光した後、sinuous ア ンテナで受信する。Sinuous アンテナは、直交方向に独立したペアをなし、2つの偏光成分を同時に測定できる。 また、アンテナパターンの間隔を適切に設定して広帯域に感度をもたせる。これをウェーハ上に形成されたマイク ロストリップのバンドバスフィルタで2 ないし3 バンドに分離して各チャンネルの信号とする。

図 1.19(a) に LFT 用の sinuous アンテナ及びその周辺の設計図を示す。中央に縦横方向のペアでアンテナが構成 され、その出力がマイクロストリップで運ばれる。3つのバンドに分離した後、ピンク色で示した抵抗体で熱化さ れ、その中央に配した TES に熱入力を与える。図には8個の TES が示されているが、このうち使用するのは6個 である。

■HFT HFT のピクセルにはホーンで集光する。更に偏波分離器 (OMT; ortho-mode transducer) を用いて、直交 2 偏波に分離する。これを各成分に感度のあるアンテナで受信し、マイクロストリップのバンドバスフィルタで 1 ないし 2 バンドに分離して各チャンネルの信号とする。



図 **1.18.** (上) LFT と MFT はレンズレット (1) で集光し、直下に配置された偏光 2 方向に感度のある sinuous アンテナ (2) で受信する。(下) HFT はホーン (5) で集光し、OMT (6-a) で偏波を分離する (Adrian T. Lee 氏提供)。



図 1.19. LFT 用の sinuous アンテナとその周辺の配置 (Suzuki 2013; Westbrook et al. 2020)。
1.3.5 信号処理系

信号の多重化

LiteBIRD 衛星の検出器面には、以前の衛星と比較して膨大な数の TES 検出器が配置されているため、読み出し に要する配線数も増大する。しかし、配線数が増加すると、室温ステージから極低温ステージへの熱流入が増加し、 焦点面を極低温に冷却できない。配線数を減らす方法として、様々な信号多重化が検討されてきた。代表的なもの に、時空間での読み出し多重化 (Time Domain Multiplexing; TDM) と周波数空間での多重化 (Frequency Domain Multiplexing; FDM) がある。TDM は一定時間ずつ順番に複数の検出器から情報を読み出す方法である。

LiteBIRD 衛星では FDM を採用する。FDM での信号多重化は、TES の応答よりも十分に早いキャリア周波数 (~ MHz 以上)の交流電圧を TES にかける。この時、各 TES に特定の周波数の電圧をかけるため、LC 共振回路 を TES ごとに直列につなぐ。各 TES を流れる電流を合わせたものをインプットコイルを通して超伝導量子干渉計 (Superconducting QUantum Interference Device; SQUID)で信号増幅する (図 1.20)。

FDM のうち、搬送波 (キャリアおよびヌラー) をデジタル信号で作成するものを、デジタル FDM と呼ぶ。図 1.21 は、複数チャンネルの検出器をデジタル FDM により読み出す場合の概念図である。

SQUID



図 1.20. LiteBIRD 衛星の読み出しシステムの概念図 (Hazumi et al. 2020)。室温領域でデジタル FDM を用いる (赤)。SQUID と LC 共振回 路は 100-mK の低温領域で用いる (青)。

SQUID とは、磁束の変化を電圧の変化として読み出す磁束検出器である。実際は二つの超伝導体を Josephson 接合することで作成される。接合方法により、二種類の SQUID に分けられる。まず、rf-SQUID は一つの Josephson 接合された超伝導リングを使用し、リングには rf 帯 (20–30 MHz)の循環交流電流を流す。一方、 dc-SQUID は 二 つの Josephson 接合を用いる。二つの接合を揃えるのは技術的に難しいが、感度が高いという利点がある。

ここで、SQUID は磁束に対して周期的な応答をすることに注意が必要である。超伝導状態のリングを貫く磁場は 磁束量子の整数倍に限定される。磁場が小さい場合は、印加磁場を打ち消すようにリングに電流が流れる。磁場が 大きくなると、1量子分の磁束をリングに通すように電流が流れる。従って、出力電流は印加磁場の周期的な関数 になる。応答の線形性を保証するため、SQUID を貫く磁束が一定に保たれるように負のフィードバックをかけて 用いることが多い。これを磁束固定ループ (Flux Locked Loop; FLL) と呼ぶ。図 1.21 では、FLL のためにキャリ アーにヌラーを足しこむ。ヌラーはキャリアの逆位相のものを DAC で常時生成する。これを digital active nulling (DAN) と呼ぶ (Dobbs et al. 2012)。



図 1.21. デジタル FDM の概念図 (Bender et al. 2014)。4 K 領域の円は SQUID を表す。

チャンネル配分

FDM を実装する際には、どのチャンネルを同一の SQUID で読み出すか検討する必要がある。この時、

- 同一の SQUID で読み出せるのは 68 チャンネルまでであること、
- インテグレーションの複雑さを回避するため単一の SQUID で複数のウェーハを読まないのようにすること、
- ある SQUID が破損した場合、その SQUID を経由する全てのチャンネルのデータが欠落するが、欠落する 観測周波数帯が偏らないようにすること

を考慮しなければならない。

この原則に基づき、LFT、MFT、HFT でチャンネル配分を行う。各 SQUID で読み出す観測用チャンネルの合計 数 ("Opt-coupled chan") に加え、比較データの取得を目的とした天体信号を観測しないダークチャンネル ("Dark chan")、抵抗値を測るための Resister チャンネル ("Resister chan") を一定数もうける。望遠鏡ごとのこれらの数を 表 1.22 にまとめた。

| | LFT | MFT | HFT | Total |
|------------------|------|------|------|-------|
| Opt-coupled chan | 1080 | 2074 | 1354 | 4508 |
| Dark chan | 40 | 134 | 86 | 260 |
| Resister chan | 40 | 68 | 48 | 156 |
| All | 1160 | 2276 | 1488 | 4924 |
| SQUID | 20 | 34 | 24 | 78 |

図 1.22. FDM チャンネル配分のまとめ (IMO v1.0)。

1.3.6 回転半波長板

LiteBIRD では、3つの望遠鏡全てで回転半波長板を用いる (図 1.11)。波長板とは、直交する2つの直線偏光成 分に位相差をつける光学素子である。波長板は、電場の振動方向に応じて屈折率を変える複屈折性結晶を用いて製 作される。入射光の電場の振動方向を、波長板の光学軸とそれと直交する2成分に分離することで、屈折率の違い から光路差が生まれ、相対的な位相差を生むのである。位相のずれに対応するように結晶を切り抜いて厚みを調整 したものが波長板として用いられる。代表的な波長板には、半波長板 (位相のずれが 180°) と 1/4 波長板 (位相のず れが 90°) がある。LiteBIRD 衛星に搭載される回転半波長板 (Half Wave Plate; HWP) は、入射光の直線偏光の方 向を光学軸に対して対称な方向に回転させる。ゆえに、HWP をある角度回転させると、透過光の直線偏光の方向は 相対的に倍角だけ回転する。すなわち、 $f_{\rm HWP}$ Hz の角速度で連続回転させると、透過信号は $2f_{\rm HWP}$ Hz で回転する。直線偏光は 180 度対称であるので、1 周で 2 回変調され、偏光信号は最終的に $4f_{\rm HWP}$ Hz の変調がかかる (Ali et al. 2018)。 $f_{\rm HWP}$ はビームサイズとスキャン速度によって最適化され、LFT で 46 rpm (Sekimoto et al. 2020)、MFT で 39 rpm、HFT で 61 rpm (Montier et al. 2020) である。

HWP に代表される偏光変調器は、 $B = - \vee$ 偏光の測定に革新をもたらす技術と目され、地上実験でも開発、採用 が進んでいる。目的信号は大角度の微小な偏光強度変化である。10 度角の構造を見る時、LiteBIRD 衛星のスキャ ン速度 (表 1.1) では 240 s (4.2 mHz) かかる。検出器には様々な原因で長時間の相関成分 (まとめて 1/f ノイズと いう) が必ずあり、それが支配的になって目的信号を検出を困難にする。LiteBIRD では 1/f ノイズが卓越し始め る周波数を 20 mHz と要求している。偏光変調器の採用により、目的信号だけに速い変調をかけて、S/N 比を大幅 に稼ぐことができる。

ここで、HWP を通して時刻 t に検出器に入る信号の強度 d(t) は、以下で表される。

$$d(t) = g((I(p) + Q(p)\cos 2\Phi(t) + U(p)\sin 2\Phi(t))$$
(1.3.6.1)

但し、I, Q, Uは時刻 t で観測する空の位置 p(t) における Stokes パラメータ、g はゲインである。また、位相角は

$$\Phi(t) = \phi_{\rm FP}(t) + \phi + 2\omega_{\rm hwp}t \tag{1.3.6.2}$$

となる。ここで、 ϕ_{FP} は天空の基準面に対する検出器面全体の位相で、衛星回転に応じで時々刻々変化する。 ϕ は 検出器面全体に対する検出器の感度方向で、それぞれの検出器については固定である。 ω_{HWP} は HWP の回転角速 度である。観測した時系列データから空の信号を再現するためには、衛星スキャンと焦点面の配置を含んだシミュ レーションを行う必要があり、§ 4.1.3 でそれを行う。

Stokes パラメータを決定するには、直交する2つの偏光成分の差をとればよい (§ 1.2.1)。例えば、同じ検出器面 に固定された検出器 0,1 がそれぞれ直交するとすると、

$$d_0(t) = g_0 \left((I(\mathbf{p}) + Q(\mathbf{p}) \cos 2\Phi_0(t) + U(\mathbf{p}) \sin 2\Phi_0(t)) \right)$$

$$d_1(t) = g_1 \left((I(\mathbf{p}) + Q(\mathbf{p}) \cos 2\Phi_1(t) + U(\mathbf{p}) \sin 2\Phi_1(t)) \right)$$
(1.3.6.3)

$$\Phi_0 = \phi_{\rm FP}(t) + \phi_0 + 2\omega_{\rm hwp}t$$

$$\Phi_1 = \phi_{\rm FP}(t) + \phi_1 + 2\omega_{\rm hwp}t$$
(1.3.6.4)

となる。 $g_0 = g_1$ として $\Phi_0 - \Phi_1 = \pi/2$ に留意すると

$$d_0(t) - d_1(t) = 2g_0 \left(Q(\boldsymbol{p}) \cos 2\Phi_0(t) + U(\boldsymbol{p}) \sin 2\Phi_0(t) \right)$$
(1.3.6.5)

となって、うまく Q(p) と U(p) が取り出される。

但し、これは理想的な場合で、実際には *I* から *Q*, *U* への漏れ込みが存在する。*I* の強度は O(1 K)、*Q*, *U* の強度は O(1 mK) なので、*I* の 10⁻³ 程度の漏れ込みも重大である。代表的な漏れ込み方は2つある。1つは d_0 , d_1 の ゲインが一致しないことである。この場合、式 1.3.6.5 には $(g_0 - g_1)I$ だけの信号が *I* から紛れ込む。もう1つは、 HWP や光学系の不完全性により *I*, *Q*, *U* 成分が混じることである。これは Müller 行列

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} M_{II} & M_{IQ} & M_{IU} \\ M_{QI} & M_{QQ} & M_{QU} \\ M_{UI} & M_{UQ} & M_{UU} \end{pmatrix}$$
(1.3.6.6)

で表現される。

実際に観測される信号が受ける影響は、以下のように計算できる。Müller 行列 *M* を、 HWP の軸と光学軸が一 致する場合として計算すると、回転行列

$$R(\rho) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos 2\rho & \sin 2\rho\\ 0 & -\sin 2\rho & \cos 2\rho \end{pmatrix}$$
(1.3.6.7)

を用いて、観測値 d は、

$$d = \frac{1}{2} \left(1 \cos 2\Phi \sin 2\Phi \right) R(\omega_{\rm HWP} t) \mathcal{M} R(\omega_{\rm HWP} t) (I, Q, U)^{\rm T}$$
(1.3.6.8)

と表される。ここで、 $(I,Q,U)^{\mathrm{T}}$ は光学系を通す前の Stokes パラメータである。また、簡単のため、ゲインは省略した。

IからQ、Uへの漏れ込み量をそれぞれ η_1 、 η_2 として、以下のような二つの Müller 行列を仮定する。

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} 1 & \eta_1 & 0\\ \eta_1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(1.3.6.9)

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \eta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \eta_2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(1.3.6.10)

まず、 \mathcal{M}_1 による Qへの漏れ込みを考える。式 1.3.6.8 を用いて、直交するアンテナの観測値 d_0 、 d_1 は、

$$2d_{0} = [1 + \eta_{1} \cos((2\omega_{HWP}t - 2\phi_{FP} - 2\phi))]I + [\eta_{1} \cos((2\omega_{HWP}t) + \cos((4\omega_{HWP}t - 2\phi_{FP} - 2\phi))]Q + [\eta_{1} \sin((2\omega_{HWP}t) + \sin((4\omega_{HWP}t - 2\phi_{FP} - 2\phi))]U$$
(1.3.6.11)

 $2d_{1} = [1 - \eta_{1} \cos((2\omega_{\rm HWP}t - 2\phi_{\rm FP} - 2\phi)]I + [\eta_{1} \cos((2\omega_{\rm HWP}t) - \cos((4\omega_{\rm HWP}t - 2\phi_{\rm FP} - 2\phi)]Q + [\eta_{1} \sin((2\omega_{\rm HWP}t) - \sin((4\omega_{\rm HWP}t - 2\phi_{\rm FP} - 2\phi)]U$ (1.3.6.12)

と計算される。ここで、 $\phi_0 = \phi$ 、 $\phi_1 = \phi + \frac{\pi}{2}$ とおいた。差分値のうち、Iを含む成分は、

$$[d_0 - d_1]_I = \eta_1 \cos\left(2\omega_{\rm HWP}t - 2\phi - 2\phi_{\rm FP}\right)I \tag{1.3.6.13}$$

となる。同様に、 \mathcal{M}_2 によるUへの漏れ込みは、

$$[d_0 - d_1]_I = -\eta_2 \sin\left(2\omega_{\rm HWP}t - 2\phi - 2\phi_{\rm FP}\right)I \tag{1.3.6.14}$$

である。ともに、Iに比例する成分、すなわち I からの漏れ込みが存在する。 ϕ は検出器ごとに一意に決まる一定 値である。すなわち、I からの漏れ込みの成分 $[d_0 - d_1]_I$ は $\omega_{\text{HWP}}t$ と ϕ_{FP} の 2 倍波で記述される。

LiteBIRD では、 η_1, η_2 が 10^{-3} 程度と見積もられており (collaboration 2021)、これは観測信号に定常的に含ま れる最も振幅が大きい成分の 1 つである。CMB 解析の際にはこの信号を取り除く必要がある。一方、時系列デー タでの振る舞いがわかっているため、較正用データとして用いることも期待される。

第2章

本論文の背景と目的

Contents

| 2.1 | 背景 | |
|-----|--------------------------------|--|
| | 2.1.1 Planck 衛星における宇宙線の影響 42 | |
| | 2.1.2 LiteBIRD 衛星との相違点 49 | |
| 2.2 | 意義 | |
| 2.3 | 目的と構成 | |
| | 2.3.1 シミュレーションによる時系列観測データの作成 | |
| | 2.3.2 宇宙線の影響の end-to-end の定量評価 | |
| | 2.3.3 機上データ処理方法の検討 53 | |
| | 2.3.4 機上データ処理器の試験モデルの開発 54 | |

§ 2.1 では、先の CMB 観測衛星である Planck 衛星に搭載された観測装置のうち、特に LiteBIRD 衛星の最も良 い参照となる HFI の概要と、宇宙線が HFI の観測データに及ぼした影響およびその原因について記述する。また、 LiteBIRD 衛星開発の際に考慮すべき問題点を、 Planck 衛星と比較しつつ述べる。§ 2.2 で本研究の意義を述べた のち、§ 2.3 で研究目的を設定し、本論文の構成を述べる。

2.1 背景

2.1.1 Planck 衛星における宇宙線の影響

Planck 衛星

Planck 衛星 (Ade et al. 2011c) は、欧州宇宙機関 (European Space Agency; ESA) により 2009 年 5 月に打ち上 げられ、同年 7 月に太陽-地球系 L2 点に投入された、CMB 観測を主目的とした衛星である。地球の太陽周回を利 用して約 1 deg/day の角速度で天球を掃過する。衛星は 1 rpm (rotation per minutes) でスピンしており、スピン軸 周りに歳差角 7.5°の歳差を持つ。これで約半年に全天を 1 回掃過する。約 2.5 年の運用期間中に、5 回の全天サー ベイを実施した。

Planck 衛星では、Low Frequency Instrument (LFI; Bersanelli et al. (2010)) と High Frequency Instrument (HFI; Lamarre et al. (2010)) の二種類の観測装置が搭載された。LFI には 30, 44, 70 GHz の 3 バンドに感度を持つ 22 個 のラジオメータ (High Electron Mobility Transistors; HEMT) が搭載され、CMB 温度を観測した。一方 HFI には 100, 143, 217, 353, 545, 857 GHz の 6 バンドに感度をもつ 54 個のボロメータが搭載され、CMB 温度を測定した。 更に、54 個の中で 32 個は、偏光感度も有し、偏光の測定も行った。以下、偏光観測を行なった HFI を更に詳しく 説明する。

HFI 装置



図 2.1. Planck HFI の焦点面の概要図 (Lamarre et al. 2010)。衛星内部(左側)から望遠鏡開口部(右側)まで続く筒が ホーンアンテナ であり、ホーンアンテナ の下には各周波数に対応する検出器が配置されている。HFI は4K、1.6K、0.1Kの三段階に冷却されているが、検出器 面は 0.1Kの層に位置する。

HFI 装置全体を図 2.1 に示す。装置内部は熱的に独立な三層構造になっており、それぞれの段階で4K、1.6K、0.1Kに冷却されている。平衡温度はそれぞれ 4.5K、1.4K、0.1K程度である。 焦点面にある複数の筒状の物体は光を集光するホーンアンテナであり、3層構造を突き抜けるような形で伸び、0.1Kの層で検出器面に達する。そ



の直下にはボロメータが1つずつ配置されている (図 2.2)。

図 2.2. Planck HFI の検出器面の配置 (Lamarre et al. 2010)。円は検出器の位置を示しており、円の直上の数字は各検出器の周波数を示す。さらに、円に十字がかかっているものは PSB であり、偏光感度の方向を示す。それ以外は SWB である。

HFI の検出器には、温度を観測する Spider Web Bolometer (SWB) と、偏光を観測する Polarization Sensitive Bolometer (PSB) の二種類が存在する (図 2.3)。PSB は偏光 2 方向を観測するため、光の進行方向に対して二枚の PSB-a, PSB-b が順番に配置されている (図 2.4、2.5)。PSB-a の方がより ホーンアンテナに近い位置にある。電波 強度を電気抵抗で熱化し、その温度上昇を測定する。温度計には neutron transmutation doped (NTD) ゲルマニウ ムサーミスタ、電波吸収体を構成するウェブには Si₃N₄ が使用された。ウェブ状の構造は、宇宙線への断面積を可 能な限り小さくするために採用された。図 2.2 は、SWB、PSB の HFI 検出器面における配置を示したものである。



図 2.3. (左) SWB。同心円状に広がるウェブで電波を受信する。ボロメータは中心にある。(右) PSB。縦横グリッドが見えるが、実際にはどちらかのみ金属伝導があり、偏光の1方向にのみ感度がある。ボロメータは上方に配置されている。(Lamarre et al. 2010)



図 **2.4.** Planck HFI に搭載された検出器 (Ade et al. 2014a)。(上) SWB (下) PSB。偏光 2 方向を観測するため、光の進行方向に二枚の PSB-a, -b が存在する (中)。



図 2.5. (上) PSB をホーンアンテナ側から見た場合 (SPW-a の前面に相当) の模式図。PSB-b は、グリッドが PSB-a のグリッドと直交するように配置される。Feed through は PSB-a にのみ配置されている。これは PSB-a が PSB-b より前面に存在するため、信号線を電子回路基盤 (図 2.4 の PWB) に導くために必要となる。(下) SWB の模式図。どちらの検出器も Si ウェーハに熱的に結合されている。(Catalano et al. 2014)

宇宙線によるノイズ

図 2.6 に、典型的な HFI の観測時系列データ (TOD; time-ordered data) を示す。143 GHz で見られる大きな カーブは、CMB の双極子成分が 60 秒周期で観測されたものである。545 GHz ではこの放射は観測されていない。 143, 545 GHZ で見られる比較的幅の大きなピークは、銀河面放射が 60 秒周期で観測されたものである。それ以外 の短いノイズはすべて宇宙線によるものである。以下では、宇宙線により発生する信号をグリッチと呼ぶ。これら の宇宙線グリッチは銀河宇宙線 (GCR; § 3.1.3) によるもので、観測期間中、常に見られた。



図 2.6. Planck/HFI の観測で得られた TOD の一部 (Ade et al. 2011b)。(上) 143 GHz、(中) 545 GHz、(下) ダーク (空を観測せず、観測装置 内のノイズなどのみを観測する) の観測結果を示す。143 GHz で見られる大きなカーブは、CMB の双極子成分が 60 秒周期で観測されている。 143, 545 GHz で見られる比較的幅の大きなピークは、銀河面放射が 60 秒周期で観測されたものである。全てに共通して見られる多数の細かい ピークが宇宙線によるグリッチである。

グリッチには頻度と時定数が異なる3つの種族があることが分かった。それぞれ「short」「long」「slow」と名付けられた。うち、slow グリッチは PSB-a の検出器のみで発生するという特徴を持つ。

図 2.7 は、PSB-a のあるチャンネルで見られた典型的なグリッチの時間プロファイルを示したものである。三種 類のグリッチをより詳細に評価するため、以下のテンプレート

$$glitch(t) = \sum_{i=1}^{N} A_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right)$$
(2.1.1.1)

を用いて、各検出器で観測されたグリッチの時間プロファイルをフィットした。ここで N は 3-4 程度の成分を表 す。その結果、振幅 A_i と減衰の時定数 τ_i について次のような特徴が明らかになった (図 2.8)。すなわち、short グ リッチは振幅がピークに達した後、 $\tau_i = 4-10$ ms 程度の短いタイムスケールで減衰し、減衰の伸び (テール) がピー ク時の数 % 程度の振幅にまで低下する。一方、long グリッチでは、減衰のタイムスケールは short グリッチと同程 度であるものの、テールはピーク時の 10% 程度の高い振幅を持つ。slow グリッチは、減衰の時定数は他の二種類 のグリッチと同程度だが、ピーク直後の減衰がより緩やかであるという特徴を持つ。

図 2.9 は、三種類のグリッチの振幅とその発生頻度について、三種類の検出器で得られた実際のデータを用いて プロットしたものである。これを冪函数でフィットすると、long と slow グリッチは振幅の –2.4 乗、short グリッ チは–1.7 乗のベキ関数で頻度が表された。また、long、short, slow の順に頻度が下がることが分かった。



図 2.7. Planck HFI の観測データに含まれた典型的なグリッチを、最大振幅で規格化して表示した時間プロファイル (Ade et al. 2014a)。グリッ チは主に減衰の様子に依存して short(青)、long(黒)、slow(赤) という三つの種族に分類される。



図 **2.8.** Planck HFI の PSB-a(青)、PSB-b(緑)、SWB(赤) の観測データに含まれたグリッチの時間プロファイルの振幅と減衰の時定数 (Ade et al. 2014a)。星は short グリッチ、丸は long グリッチを示す。



図 2.9. Planck HFI の三つの検出器 143-1a、143-2a、217-1 の観測データに含まれたグリッチの振幅と発生頻度の相関 (Ade et al. 2014a)。 short(青)、lomg(黒)、slow(赤) とそれらの合計 (黒) をそれぞれ示し (実線)、冪函数でフィットした (点線)。垂直に引かれた黒点線は検出限界を 示す。

これらのグリッチの発生源は、打上げ後にフライトスペア品などを用いて地上での放射線実験 (Catalano et al. 2014) により追求された。現在の解釈は以下の通りである。

- short グリッチ グリッチの時定数が検出器の時定数と同じであること、エネルギー分布が全ての検出器で同様で あることから、吸収体、グリッド、温度計のいずれかに宇宙線が直接入射し、熱化したために発生した
- long グリッチ 頻度とグリッチの時定数から、Si ウェーハに入射した宇宙線がウェーハ内にエネルギーを落とし、 熱が拡散することで、直上の温度計が反応した。この時、ballistic と diffusive な伝導 (§ A) により、速い立 ち上がり成分と遅い成分が作られた。
- slow グリッチ 地上試験では再現できなかったが、PSB-a にのみ現れることから、PSB-a にしか存在しない feed through (図 2.4) が疑われる。宇宙線が feed through に入射した際、熱的に結合した Si ウェーハを介して温度計に熱を伝えると考えられる。

宇宙線ノイズの除去と影響

HFI データの場合、データのサンプリングレート (180 Hz) がグリッチの時定数より同等か短かったため、TOD でグリッチを時間分解でき、個別のグリッチを時間の関数として式 2.1.1.1 のようにモデル化して引き算すること が可能であった (Ade et al. 2014a)。実際には、short グリッチでは N = 3、long グリッチでは N = 4 として複数 の減衰関数を足し合わせたテンプレートを作成し、フィットを何度か繰り返すことで時間的に重なるグリッチまで モデル化した。フィットの最適化は、以下の値

$$\chi^2 = \sum_{t} (d_k(t) - \sum_{i} A_i T_l(t - t_i) + K)^2$$
(2.1.1.2)

を最小にするように求めた (Ade et al. 2011c)。ここで、テンプレートを差し引いた回数を k ($1 \le k \le N$) とし、元 のデータから k 回テンプレートを差し引いた TOD を $d_k(t)$ 、振幅がピーク振幅である時の時刻 t_i とその値 A_i 、規 格化したテンプレート $T_l(t - t_i)$ 、TOD の一定オフセット K とする。

図 2.10 に、Planck 衛星のミッション期間中の平均化されたノイズの時系列パワースペクトルを示した。ノッチ

状の構造は、スピン周波数の高調波によるものである。また、10 Hz 以上に見られるラインノイズは、冷凍機による干渉ノイズである (§ 3.4.2)。0.002-2 Hz の広帯域のノイズが宇宙線グリッチによるもので、テンプレートを差し引くことで大幅に抑制できたことがわかる。



図 2.10. Planck HFI の 100 GHz (左上)、143 GHz (右上)、217 GHz (左下)、353 GHz (右下)の観測周波数における、ノイズ成分の時系列パ ワースペクトル (Ade et al. 2014a)。黒の曲線は PSB-b と SWB、青の曲線は PSB-a の時系列パワースペクトルである。時系列パワースペクト ルは、20 Hz ですべて一致するように振幅で規格化した。これらからテンプレートを差し引いた時系列パワースペクトルを赤で示した。テンプ レートにより 0.002-2 Hz の間に見られたグリッチの影響が減少したことがわかる。

このようなテンプレートが正確にグリッチを差し引くかを調べるため、ポアソン分布に基づいて三種類のグリッ チの時間プロファイルを作成し、さらに CMB、銀河のダスト等を加味した全天マップから作成した時系列データ を足し合わせ、疑似観測データを用意した。この疑似観測データに対しテンプレート処理を施したデータと、元か らグリッチを足し合わせなかった理想的な疑似観測データを比較したところ、グリッチの残差によるコンタミネー ションは観測装置のノイズレベル以下であることが明らかになった。最終的に、グリッチの引き残りによる角度パ ワースペクトルへの寄与は 2°より大きいスケールで 20% 程度と見積もられている (Ade et al. 2014a)。

2.1.2 LiteBIRD 衛星との相違点

LiteBIRD 衛星と Planck 衛星 HFI 装置は、太陽-地球系 L2 点で反太陽方向を歳差運動しつつ掃天観測し、また、 100 mK の熱浴で動作する極低温検出器を搭載する衛星という点で類似している。一方で、両衛星にはいくつかの 重要な異なる点がある。宇宙線の影響に違いをもたらす可能性がある相違点を表 2.1 にまとめた。以下、項目ごと

第2章 本論文の背景と目的

に影響の違いを予想する。

| | | | | | | | | - | |
|---|-----------------|------------------|-----------------|--------|-------------------|------|------------------|-------------------|--|
| 衛星/装置 | 衛星、偏光変調 | | | | Si ウェーハ | | | | |
| | スキャン速 | 度 歲差 | 角 偏光 | 的変調 | 面積 | 厚み | 熱容量 | 検出器数 ^a | |
| | $(\deg s^{-1})$ | (°) |) | | (cm^2) | (mm) | (nJ/K) | | |
| Planck/HFI | 6 | 7.5 | 5 🗄 | 無 | 0.4-0.8 | 0.36 | 0.3 | 1 | |
| LiteBIRD | 0.04 | 45 | ; | 有 | 100 | 2.5 | 15 | 216 | |
| ^a ダークを除いた、ウェーハごとの検出器数。 | | | | | | | | | |
| 表 2.2. Planck/HFI と LiteBIRD の比較 (2)。ただし、LiteBIRD では LF-1 のみを考える。 | | | | | | | | | |
| 衛星/装置 | センサー | | | | 読み出し | | | _ | |
| | 種類 | 時定数 ^a | 面積 ^c | 熱容量 | L デー | タレート | ^b 読出数 | | |
| | | (ms) | (mm^2) | (pJ/K) |) (| (Hz) | | | |
| Planck/HFI | NTD Ge | 10 | 0.03 | 0.9 | | 180 | 1 | | |
| | | | | | | | | | |

1.1

表 2.1. Planck/HFI と LiteBIRD の比較 (1)。ただし、LiteBIRD では LF-1 のみを考える。

^aTES の電熱フィードバックは 10 とした。 ^b検出器ごとのダウンリンクするデータレート。

3

0.4

^c LiteBIRD では TES 周囲の領域も含む。

TES

検出器とデータ量

LiteBIRD

LiteBIRD 衛星では検出器数が二桁増加する。これは光子ノイズ限界 (§ 3.4.2) に達している現在の CMB 観測で は、地上観測も含めて、必然のトレンドである。しかし、衛星通信の容量は大幅には増加していないので、1 検出 器あたりのデータ量は大幅に減る。ダウンリンク時のサンプリング周波数は Planck/HFI が 180 Hz、LiteBIRD が 約 20 Hz と、約 10 倍粗い時間分解能しか持たない。また、LiteBIRD では、衛星プラットフォームで初めて TES ボロメータを使用する。これも高感度化を目指す地上観測も含めた CMB 観測のトレンドである。Planck/HFI の NTD 型半導体とは異なり、電熱フィードバック (§ 3.3.2) によって時定数は約 3 倍速くなる。

20

64

Planck/HFI の場合は、サンプリングレートが検出器の時定数とほぼ一致し、従って、宇宙線グリッチを時系列 データで時間的に分離できた。しかし LiteBIRD は、より速い時定数とより粗いサンプリングレートが相まって、 宇宙線グリッチの時空間での分離はほぼ不可能である。Planck/HFI で採用されたデータ解析手法 (§ 2.1.1) は、波 高値が極端に高い稀なイベント以外は採用できないであろう。従って、LiteBIRD では周波数空間で宇宙線グリッ チの影響を除去する必要がある。グリッチが時空間で指数関数的 $\exp(-t/t_c)$ に振る舞うなら、周波数空間では Lorentz 関数的 $1/(1 + (\omega_c/\omega)^2)$ に振る舞う。すなわち、時定数が短いほど、周波数空間ではより広い帯域にパワー を分散させることができるので、単独の周波数に変調する目的信号との分離は有利になるはずである。

多ピクセル化とウェーハ

LiteBIRD の検出器の数は膨大なため、1つの Si ウェーハ上にパタンを作って多数の検出器を一度に製作する。 これも、1つ1つの検出器が1つの Si ウェーハ上に製作された Planck/HFI との大きな違いである。Planck/HFI で見られた long グリッチと同じく、Si ウェーハに宇宙線が入射したイベントは LiteBIRD でも生じるはずである が、その頻度は遥かに大きいであろう。なぜなら、LiteBIRD の場合、Si ウェーハの大きさが大きく、また1つの 宇宙線イベントでその Si ウェーハに形成された全ての検出器が反応するからである。一方で、Si ウェーハが大き ければ熱容量も大きく、温度上昇幅は小さくなる。従って、LiteBIRD では、long グリッチがより多く、より小さ くなって、全体としては周波数空間でガウシアン(ホワイトノイズ)的な振る舞いに近づいていくであろう。一方、 Planck/HFI の short グリッチは、温度計とそれを配するウェブアンテナへ直接ヒットする宇宙線により生じる。こ れは LiteBIRD でも同様に問題となろう。

スキャン速度

全天スキャンの速度は、望遠鏡のビームサイズに主に支配される。大きな口径を持ち、ビーム幅が小さい Planck 衛星の場合、より速いスキャン速度が必要とされた。360 deg を 1 rpm の速度 (6 deg s⁻¹) で掃く。一方、大角度 の偏光異方性に特化した科学目的を掲げる LiteBIRD では、望遠鏡は小ぶりでビーム幅が大きく、従って、スキャ ン速度は遅い。50 deg を 0.05 rpm の速度 (0.042 deg s⁻¹) である。LiteBIRD では、速い検出器の時定数と遅いス キャン速度が相まって、low-*l* 成分に対する宇宙線の寄与を下げるのに有利に働くであろう。

偏光ペア検出器と偏光変調

QIU 直線偏光は、直交方向に感度を持つ2つの検出器のペアの差として測定される。Planck/HFI の場合、偏光 ペア (PSB-a, PSB-b) は別々なので熱結合が弱い。宇宙線グリッチも両者で独立で、slow グリッチのように一方に しか現れないイベントもあった。一方、LiteBIRD では、偏光ペアはアンテナも TES も同じ Si ウェーハ上のごく 近傍に形成されており、両者の熱結合は遥かに強い。従って、両者の引き算でうまく宇宙線グリッチの影響を除去 できる可能性がある。但し、これがうまくいくためには、偏光ペアを組むそれぞれの検出器の応答関数がほぼ同じ で、違いは個別に較正できることが前提となる。宇宙線グリッチが時間的に分離できないことから、機上での較正 には限界があるであろう。LiteBIRD では偏光変調器を通して、目的信号にだけ約4Hzの変調をかける。宇宙線由 来の偽偏光信号にはこの変調がかからない。これをうまく利用する必要がある。

2.2 意義

太陽-地球系 L2 点は、天文観測衛星に最適であり、CMB 観測 (WMAP, Planck, LiteBIRD) だけではなく、遠赤 外線 (Hershell, SPICA)、近赤外線・可視 (Gaia, Euclid, JWST, WFIRST)、X 線 (eROSITA, Athena) など、各国 の宇宙機関の旗艦級衛星が次々に投入される軌道である。地球近傍より遥かに高い L2 点での宇宙線の影響は、高 感度観測を目指すこれらの衛星にとって、極めて深刻な問題である。Planck/HFI の結果に基づき、今後の衛星は全 て、設計の早期に宇宙線の影響を評価すべきと繰り返し警鐘が鳴らされている (Catalano et al. 2014; Stever et al. 2019)。本論文は、LiteBIRD におけるそのような試みの1つである。

§1 で述べたとおり、CMB 観測の次なる聖杯は大角度の偏光異方性の測定であり、これによりインフレーショ ン理論の検証が初めてできる。Planck 衛星の HFI 装置は、これまで、この目標に最も近づいた装置の1つである。 しかし、宇宙線によるデータの劣化が最終的な限界となって、大角度の偏光異方性の検出にまでは至らなかった (§ 2.1.1)。LiteBIRD はその検出を目指すものであり (§ 1.3)、従って宇宙線の影響の除去及びそれを実現するハー ドウェア (特に、信号処理を司るミッション部デジタル処理器)の設計は、ミッションの成否を左右する最も重要 な要素の1つであることは明らかである。

Planck/HFI との違いから、LiteBIRD での宇宙線の影響についていくつか予測を述べた (§ 2.1.2)。Planck/HFI に比べて、有利な点、不利な点ともにあるが、それぞれどの程度なのかは全く自明ではない。また、宇宙線の影響を 可能な限り抑制するために、与えられたリソース制限の中でどのように設計を最適化できるかも分からない。最終 的には、フライトハードウェア(相当)を用いた地上での放射線照射試験で設計の検証をする予定であるが、衛星設 計段階にある現時点で成すべきことは、(1)物理とシミュレーションに基づいて宇宙線の影響を定量評価すること、 (2)宇宙線の影響を低減させるための設計を最適化することである。LiteBIRD 衛星のシステム設計と運用の大枠は 固まっているが、設計の詳細化を通した最適化の余地はある。宇宙線に関して、最適化の余地があり、かつ、特に 効果を発揮すると考えるのは、機上でのデジタル信号処理アルゴリズムである。本論文では、これらの検討を行う。

宇宙線の影響低減を目標として本研究ではシミュレーションを用いる一方、検出器面の設計を改良する研究も行われており、両者は相補的である。例えば、Si ウェーハに金属を埋め込む、あるいは穴を開けることで、ウェーハ 内の宇宙線のエネルギー伝搬が抑えられるというシミュレーション (Bagli et al. 2014; Brandt et al. 2012) や、この ようなウェーハを実際に作成し α 線を照射する実験 (Minami et al. 2020) などがある。

2.3 目的と構成

研究の背景(§1,§2.1)と意義(§2.2)を踏まえ、本論文では4つの研究目的(§2.3.1-2.3.4)を設定する。

- 1. シミュレーションによる時系列観測データの作成 (§ 2.3.1)
- 2. 宇宙線の影響の end-to-end の定量評価 (§ 2.3.2)
- 3. 機上データ処理方法の検討 (§ 2.3.3)
- 4. 機上データ処理器の試験モデルの開発 (§ 2.3.4)

それぞれの論理的な関係と本論文の章立てを図1にまとめる。目的1でシミュレーションの時系列データを作成する。これを用いて、目的2と3を実施する。この考察から、機上データ処理器の必要機能を摘出して、目的4を実施する。

2.3.1 シミュレーションによる時系列観測データの作成

LiteBIRD 衛星における宇宙線の影響を定量的に評価するには、時系列の観測データが必要である。Planck HFI 装置によるデータ (図 2.6) に相当するものを、LiteBIRD 用にシミュレーションで作成する。CMB (ダイポール成 分を含む異方性も含む)、前景放射、各種ノイズ、宇宙線を全て含んだ時系列データをシミュレートするのは、本論 文が初めての試みである。

まず、§3で天文学的な背景を説明する。§3.4 では、宇宙線などのノイズのエネルギー入力と天体からの光子に よるエネルギー入力と比較するため、ノイズ等価電力を導入する。§3.5 では、天体からの光子の様々なスペクトル 成分を概説する。

これらを踏まえ、§4 でシミュレーションにより、観測データを生成する。§4.1.1 で宇宙線ノイズの時系列デー タ、§4.1.2 で天体からの信号の時系列データを、衛星のスキャン運動を考慮して作成する。

2.3.2 宇宙線の影響の end-to-end の定量評価

L2 点での宇宙線のエネルギースペクトルから3年間の観測で得られる CMB の角度パワースペクトルまで、 end-to-end の評価を試みる。そのダイナミックレンジは非常に広い。時間軸では、宇宙線の熱入力が検出器面で拡 散する時間 O(1 µs) から総観測時間 O(3 yr) まで 17 桁もある。全てを1つの物理、1つのシミュレーションの枠 組みで再現することはできず、適切に階層化して考える必要がある。それぞれの階層で、支配する物理方程式と、 使うべきシミュレーションソフトウェアが異なる。LiteBIRD で用いる TES 検出器を用いたこのような観測の例は これまでなく、シミュレーション手法を検証する実測データは存在しない。シミュレータをブラックボックスとし て使うわけにはいかない。そこで、基本的な物理に立ち返り、できるだけ手計算及び基本的な支配方程式の解析解・ 数値解でオーダー見積もりをしながら進めることにする。

まず、§3で物理学的な背景を説明する。L2での宇宙線入力(§3.1)から始める。宇宙線と検出器の相互作用を を支配する物理は、電離損失や原子核散乱などである。次に§3.2でCMBと宇宙線を検出するTESボロメータ検 出器について概観する。TES検出器は、熱入力に対し、電気的フィードバックを通して電気的な応答をする検出器 である。従って、伝熱方程式と電気回路方程式を連成させて(電熱結合)モデル化する必要がある。§3.3では、宇 宙線がSiウェーハに入射して熱拡散する様子(§3.3.1)を見た後、SiウェーハとTES検出器の電熱結合を考察す る。本論文では、通常のマイクロカロリメータ用途のTES検出器とは異なる電熱モデルを、新たに、順を追って (§3.3.2-3.3.4)構築し、解を得る。

これらを踏まえ、§4ではシミュレーションで得られた時系列データを偏光変調器の変調を復調して全天マップ に焼き直し、角度パワースペクトルを計算する (§4.2)。マップと角度パワースペクトルの計算は§4.1.3 で説明す る。宇宙線信号は偏光変調器を通さずに入るので変調を受けないが、目的信号とは区別できないので故意に復調操 作をする。数学的に複雑な演算であるが、オーダー計算を続けて最終的な結果の妥当性を確認する。角度パワース ペクトルまで評価するため、LiteBIRD の感度図 1.7 の物理量で初めて定量的な比較ができる。更に、宇宙線の影 響を小さくするため、検出器面の設計や機上デジタル処理に注目した4つの最適化を提案する。また、それらの効 果を、シミュレーションにより評価する (§4.3)。

2.3.3 機上データ処理方法の検討

HFI 装置の O(10²) 倍の検出器数 (表 3.1) を持つ LiteBIRD では、機上でデータを大幅に捨てないとダウンリン クができない。この時、偏光変調器により変調がかかった CMB 信号成分を残すように、うまくデータ処理をしな いといけない。しかし、あまりデータを落としすぎると、宇宙線ノイズなどの知りたいノイズ成分の情報も失って しまう。そこで、目的1で作成した時系列データを用いて、機上での適切なデータ処理方法を検討する。

まず、§3で数学的な背景を説明する。必要な数学は、信号処理や情報理論である。§3.6.1 では、アナログ/デジ タル変換で問題となるダイナミックレンジやビット幅の決め方を述べる。20 MHz でサンプリングしたデータを こ れを $O(10^{-6})$ 倍の下方サンプリングする。§3.6.2 では、これによる周波数空間での応答と分解能の向上について 説明する。§3.6.3 では、データ圧縮の見積もりに必要な情報エントロピーを導入する。また、LiteBIRD 衛星運用 中の地上局との通信可能時間制限から、データ圧縮率の要求値を求める。

これらを踏まえ、§4ではシミュレーションで得られた時系列データに対して、実際にデジタル処理器で施す下方 サンプリング、データ圧縮を実施し、データ量の見積もりを行う。データに含まれる情報エントロピーを成分ごと に計算し、達成可能な圧縮率を見積もる (§4.4)。更に、実際の符号化アルゴリズムを適用して、符号化データ長を 求め、§3.6 で設定したデータ圧縮率が達成できるか検証する。

2.3.4 機上データ処理器の試験モデルの開発

目的2、3を通して、宇宙線問題を解決するために機上デジタル処理器が有するべき機能を摘出する。このよう な処理を行う機器が、実現可能でなければならない。

目的4では、この機能を有するデジタル処理器のハードウェアの試験モデル開発を行う。§ 5.1 では、要求分析と プラットフォームの選択、及び、開発環境について説明する。本論文では、FPGA と CPU が一体化した Zync とい うデバイスの商用評価ボードを用いる。§ 5.2 で実装例を示し、今後の開発のテストベンチとする。

第3章

宇宙線

Contents

| 3.1 | 宇宙線環境 |
|-----|---------------------------------|
| | 3.1.1 電離放射線 |
| | 3.1.2 宇宙線の種別と影響 |
| | 3.1.3 L2 点における宇宙線エネルギースペクトル |
| | 3.1.4 焦点面へのエネルギー入力 58 |
| 3.2 | 超伝導遷移端 (TES) ボロメータ 61 |
| | 3.2.1 極低温検出器 |
| | 3.2.2 超伝導遷移端センサーの数理モデル 62 |
| 3.3 | Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合 65 |
| | 3.3.1 Si ウェーハ内での熱伝導 65 |
| | 3.3.2 Si ウェーハと TES ボロメータの熱結合 66 |
| | 3.3.3 TES ボロメータの電熱結合 |
| | 3.3.4 Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合 |
| 3.4 | ノイズ源 |
| | 3.4.1 ノイズの定量化 |
| | 3.4.2 ノイズ源の種類 |
| 3.5 | 天体からの放射 |
| | 3.5.1 前景放射 |
| | 3.5.2 CMB 放射 |
| | 3.5.3 点源放射 |
| 3.6 | デジタル信号処理 |
| | 3.6.1 アナログ/デジタル変換 86 |
| | 3.6.2 デジタルフィルタ |
| | 3.6.3 データ圧縮 |
| | |

§3.1 では、宇宙線の種類や、衝突した物質へのエネルギー付与について『放射線概論』(Ishikawa 1999) を参考 に述べた後、宇宙線が LiteBIRD 衛星の焦点面へ与えるエネルギー量を具体的に計算する。§3.2 では、LiteBIRD で用いる超伝導遷移端 (TES) ボロメータについて説明する。§3.3 では、検出器面上での宇宙線エネルギーの熱拡 散と TES 検出器の応答を、支配方程式を導出し、解析解および数値解を求めて説明する。§3.4 はノイズ源の種類、 §3.5 では、CMB 以外の信号源を記述する。§3.6 では LiteBIRD 衛星内で行われるデジタル信号処理について述 べる。ローパスフィルタによるダウンサンプリングと、データ圧縮について、数学的な背景を記述する。

3.1 宇宙線環境

3.1.1 電離放射線

電離放射線とは、物質と相互作用して原子や分子を電離する粒子の総称である。このような粒子のうち、荷電粒 子は原子や分子を直接電離する。一方、非荷電粒子は原子や分子と相互作用して荷電粒子を生成し、この荷電粒子 が原子や分子を電離するという間接的な電離を起こす。荷電粒子が原子や分子を電離することを一次電離といい、 この時できる電子を二次電子という。さらに二次電子が別の物質を電離することを二次電離といい、この時できる 電子も二次電子と呼ぶ。

荷電粒子が物質内を通過すると、物質中の電子や原子核と Coulomb 相互作用することでエネルギーを与え、自 身はエネルギーを失い減速する。荷電粒子のうち、電子が物質内でエネルギー損失する過程には、電離損失(束縛 電子を励起もしくは電離する)と制動放射(電子が原子核の近傍を通過して減速される)の二種類が存在する。電 子の入射エネルギーが低い場合は前者が、高い場合は後者が卓越する。エネルギー E MeV の電子が原子番号 Z の 物質中を通過する際、電離損失と制動放射によるエネルギー損失は、EZ ~ 800 で等しくなる。一方、荷電粒子と して原子核(H 原子核 = 陽子や He 原子核 = α 粒子など)を考える場合、物質との相互作用の主なエネルギー損失 過程は、電離損失と原子核衝突(物質中の原子核による散乱)である。

電離放射線と物質の相互作用は、以下の諸量で定量化される。

吸収線量 物質の単位質量 dm に対し電離放射線が付与するエネルギー dE を吸収線量 D = dE/dm で表す。 吸収線量率 単位時間 dt あたりの吸収線量 dD を吸収線量率 $\dot{D} = dD/dt$ で表す。

阻止能 (Stopping power) 荷電粒子が物質中の距離 dx を移動するときに失う運動エネルギー -dE を阻止能 S = -dE/dx で表す。阻止能の大きさは、荷電粒子のエネルギーと、通過する物体の組成に依存する。

飛程 荷電粒子が全ての運動エネルギーを失うまでに移動する距離を飛程と呼ぶ。

図 3.1 (上) は、密度 $\rho = 2.33$ g cm⁻³ の Si 中に H 原子核、He 原子核、電子が入射した時の阻止能を、相互作用 ごとに計算したものである。また、荷電粒子の Si 中の飛程を Continuous Slowing Down Approximation (CSDA) として評価したものを図 3.1(下) に示す。計算には NIST のデータベース 124 番*¹ を用いた。

3.1.2 宇宙線の種別と影響

宇宙線とは、宇宙空間を光速に近い速さで飛び回る電離放射線の総称である。その実態は、陽子、電子、原子核 や中性子などの粒子である。宇宙線の発生源は大きく以下である。

- Solar Energy Particle (SEP): フレア、コロナにより太陽から放出された高エネルギー荷電粒子
- Galactic Cosmic Ray (GCR):太陽系外から飛来する宇宙線
- Trapped particle:地球磁場に補足された荷電粒子のことで、赤道上空を中心に地球から 1000-50000 km の 高度でドーナツ状の領域(van Allen 帯)に局在する。ブラジル上空では高度が低く、南大西洋異常帯 (SAA; South Atlantic Anomaly)と呼ばれ、近地球軌道を採る衛星には大きな影響がある。
- Anomalous Cosmic Ray (ACR):太陽圏外の中性原子が太陽紫外線などで電離されたもの。エネルギーは低く、1価または低電離のH, He, N, O イオンである。

宇宙線が人工衛星に及ぼす影響は、長時間被爆の総量に応じて素材の特性が変化する「トータルドーズ効果 (Total

^{*1} https://www.nist.gov/pml/stopping-power-range-tables-electrons-protons-and-helium-ions



図 3.1. Si 中に H 原子核 (赤)、He 原子核 (緑)、電子 (青) が入射した時の (上) 阻止能のエネルギー依存性。H と He は電離損失 (破線) と原子核 衝突 (点線)、電子は電離損失 (破線) と制動放射 (点線) が主な過程である。合計は実線で示した。H は合計のほぼ全てが電離損失である。(下) 飛程 (CSDA)のエネルギー依存性。LiteBIRD 衛星の LFT 焦点面検出器では厚さ 2.5 mm の Si ウェーハが使用される (図 4.2) ので、それ以上 の CSDA を持つエネルギー帯域の粒子は検出器面を突き抜けることに留意する。このしきい値エネルギーは、電子、H、He でそれぞれ約 0.55, 12.5, 50.0 MeV である。

Dose Effect; TDE)」と、ある特定の瞬間に単独の荷電粒子がおよぼす「シングルイベント効果 (Single Event Effect; SEE)」に分けられる。LiteBIRD で特に宇宙線の影響が懸念されるのは、検出器部品 (TES 検出器、レンズレット、ウェーハ) とその読出し (SQUID、LC 回路)、温度計、低温光学素子などである。また、部品の熱・構造・電気的 特性が放射線損傷で変化する可能性もある。これらのうち、本論文では、シングルイベント効果の一つとして、単 独の宇宙線が検出器に及ぼす影響を考える。

3.1.3 L2 点における宇宙線エネルギースペクトル

LiteBIRD の観測地点である太陽-地球系 L2 点では、trapped particle が発生する高度より十分離れているため、 SEP と GCR の二種類を考えるだけでよい。これらの強度は、太陽活動性に大きく依存する。SEP はフレア活動 に伴い間欠的に発生するものであるが、太陽活動極大期はその頻度が高く、極小期はほぼ無視できる。一方、GCR は数倍の強度変動を伴いながら定常的に存在する。太陽活動極大期は太陽磁気圏の磁場が強く、GCR が弱くなる (図 3.2)。 太陽-地球系 L2 点における各成分の強度は、宇宙環境のシミュレーションソフトウェア SPENVIS*²を用いて計算 できる。H, He 原子核のフラックスの結果を図 3.3 に示す。SEP 及び GCR のモデルには、それぞれ、CREME-96 及び ISO-15390 を使用した。ここでは、LiteBIRD ミッション予定期間に、太陽の 11 年周期活動から予測される 極大期 2033 年 3 月が含まれると想定している。なお、§4 での評価に用いるスペクトルは GCR の最悪値を想定し ている (§ 4.1.1)。



図 3.2. SEP と GCR のエネルギースペクトル (Asenovski et al. 2016)

SEP は間欠的なものであり、それ以外の大半の期間はほぼ 0 である。一方、GCR は定常的に照射される。宇宙線の影響としてトータルドーズ効果を考える場合は両方の宇宙線種を考慮するが、シングルイベント効果の場合は、対応の方法に依存する。LiteBIRD では Planck と同じく、太陽フレア時の観測データは科学目的に使用しないという対応をする。Planck では、観測期間中に 13 回の太陽フレアが衛星上の放射線計にて記録され、SEP によると考えられる大きなノイズが見られた (Ade et al. 2014a) が、これらは全体のごく一部である。従って、本論文で扱う宇宙線の観測データへの影響については GCR だけを考慮することにする。また、GCR の核種は、H が約 90%、He が約 10%、その他は微小なので、概算には陽子だけを用いる。これらの妥当性は、宇宙機の設計に依存するので、LiteBIRD の衛星モデルや宇宙線の異方性などを考慮して GEANT4 でシミュレーションして確認するのは今後の課題である。

3.1.4 焦点面へのエネルギー入力

本論文では、焦点面検出器のうち、LFT 焦点面を構成するウェーハの1つ LF-4 を代表して取り上げる (§ 4.1; 図 4.2)。宇宙線のエネルギー微分スペクトル (図 3.3 左) で単位エネルギー幅あたりのフラックスを求めた後、LF-4 の Si ウェーハの面積 $A = 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ と、全天の立体角 $\Omega = 4\pi$ をかける。これにより、単位時間あたり、 単位エネルギーあたり Si ウェーハに入射する宇宙線の個数 $\frac{dN_{CR}}{dE}$ (E) /s/MeV を得る。ここで E は入射宇宙線のエ

^{*&}lt;sup>2</sup> https://www.spenvis.oma.be/



図 3.3. 太陽活動極大期での worst week における L2 点での H (赤), He (緑) 原子核による SEP (破線) と GCR (実線) のフラックスの予測。エ ネルギー帯域毎の値 (右) と積算値 (左)。

ネルギーである。全エネルギー帯域でこの値を積分すると、単位時間あたりに Si ウェーハヘ入射する宇宙線の総数

$$N_{\rm CR,tot} = \int_{50 \text{ MeV}}^{100 \text{ GeV}} \frac{dN_{\rm CR}}{dE}(E)dE$$
(3.1.4.1)

が求まる。ただし、低エネルギー側では、LiteBIRD 衛星の LFT 構体の厚みを考慮して 50 MeV 以下のエネルギー の宇宙線は全て遮蔽されるとする。また、高エネルギー側では、データがある 100 GeV とし、それより高いエネル ギーはべき乗で頻度が下がるので無視する。

検討する Si ウェーハは c = 2.5 mm の厚みがある。Si 中の飛程 (図 3.1 下) が c を超えるエネルギー帯域では、宇 宙線は検出器面を突き抜け Si ウェーハには E_{dep} MeV = 阻止能 MeV/mm × c mm のエネルギーをデポジットす る。一方、飛程が c 以下のエネルギー帯域では、その宇宙線の全てのエネルギー $E_{dep} = E$ MeV がデポジットされ る。ここで、考えているエネルギー帯域 50 MeV–100 GeV では、陽子の飛程が 2.5 mm 以上であることに留意す る。即ち、全ての陽子は検出器面を突き抜ける。これにより、方向角積分 $\int \Delta \Omega \ \epsilon \times 4\pi$ で近似することが正当化 される。検出器面から θ だけ傾いて入射する宇宙線に対して、実効的な面積は $A \cos \theta$ 、実効的な厚みは $d/\cos \theta$ と なるが、両者の乗算で θ の依存性が消えるからである。

実際には、衛星背面 (太陽方向) ではよりエネルギー遮蔽が強い。さらに、Planck 衛星より感度の高い LiteBIRD 衛星では SEP の検出数が増える可能性がある。これらの効果については、衛星モデルを用いて粒子シミュレーショ ンを行う必要があり、今後の課題である。

単位時間あたりに Si ウェーハに蓄えられる宇宙線の全エネルギー E_{dep,tot} MeV/s は、

$$E_{\rm dep,tot} = \int_{50 \text{ MeV}}^{100 \text{ GeV}} E_{\rm dep}(E) \frac{dN_{\rm CR}(E)}{dE} dE$$
(3.1.4.2)

である。被積分関数を図 3.4 に示す。また、一つの宇宙線が蓄積するエネルギーの平均値 (ECR) MeV は、

$$\langle E_{\rm CR} \rangle = \frac{E_{\rm dep,tot}}{N_{\rm CR,tot}}$$
 (3.1.4.3)

となる。

これらを GCR 由来の陽子について計算すると、 $N_{\text{CR,tot}} \sim 4.3 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$ 、 $E_{\text{dep,tot}} \sim 8.7 \times 10^{-11} \text{ W}$ 、 $\langle E_{\text{CR}} \rangle = 2.1 \times 10^{-13} \text{ J} = 1.3 \text{ MeV}$ となる。宇宙線のエネルギースペクトルのピークは数 100 MeV 付近にある (図 3.3) が、Si ウェーハは薄いターゲットなので、このうちの 1% 未満のエネルギーしかデポジットされない。なお、これによる Si ウェーハの定常的な温度上昇は $E_{\text{dep,tot}}/G = 0.6 \ \mu\text{K}$ ($G = 1.5 \times 10^{-4} \text{ W/K}$ は熱浴への熱伝達率; § 3.3.2) と見

積もられるので、熱設計としてはほぼ無視できる。以下では、宇宙線ヒットにともなうパルス的温度上昇について のみ考える。



図 3.4. LFT Si ウェーハに、単位時間あたりデポジットされるエネルギー量。宇宙線は GCR 由来の H 原子核のみを考慮した。

3.2 超伝導遷移端 (TES) ボロメータ

3.2.1 極低温検出器

LiteBIRD では極低温検出器をボロメータとして用いる。極低温検出器は、一般に、吸収体、温度計、サーマルリンク、熱浴で構成される (図 3.5)*³。吸収体は、 $T = T_{\text{bath}}$ の温度に保たれる熱浴と弱いサーマルリンクを介して熱的に繋がっている。



図3.5. 極低温検出器の概念図。

入力エネルギー E を吸収して熱化することで、吸収体(熱容量 C)は熱平衡状態から ΔT だけ温度上昇する。

$$\Delta T = \frac{E}{C} \tag{3.2.1.1}$$

ここで、抵抗値 R が温度 T に依存して変動する半導体や金属を温度計として用いることで、この微小な温度変化を 抵抗値の変化として読み出す。温度計の感度は、

$$\alpha \equiv \frac{d\log R}{d\log T} = \frac{T}{R} \frac{dR}{dT}$$
(3.2.1.2)

で表現される。

吸収体で吸収されたエネルギーはサーマルリンクを通じて熱浴へ逃げるため、吸収体は再び熱浴と平衡状態に戻る。この時のエネルギー保存の式は、

$$C\frac{d\Delta T}{dt} = G\Delta T \tag{3.2.1.3}$$

と表される。ここで、G はサーマルリンクの熱伝達率を表す。この微分方程式を解くと、

$$\Delta T(t) = \frac{E}{C} \exp\left(-t/\tau_0\right) \tag{3.2.1.4}$$

となり、入射エネルギーによる吸収体の微小な温度上昇は、熱緩和時間

$$\tau_0 = \frac{C}{G} \tag{3.2.1.5}$$

の時定数で指数関数的に減衰することがわかる。

サーマルリンクの熱伝達率は、TES から熱浴へ移動する単位時間当たりの熱エネルギー Pb を用いて

$$G \equiv \frac{dP_b}{dT} \tag{3.2.1.6}$$

^{*&}lt;sup>3</sup> https://kicp-workshops.uchicago.edu/CMB-School/resources/depot/benson_2.pdf \updownarrow ϑ

で定義されるが、温度依存性を持ち、一般には定数 G₀ とべき n を用いて、

$$G \propto G_0 T^{n-1} \tag{3.2.1.7}$$

と表される。電子が熱伝導を担う場合はn=2、格子振動が熱伝導を担う場合はn=4である。

 T_{bath} を1K以下の極低温にして吸収体の熱容量 C をできるだけ下げると、微弱な入力エネルギー E に対して 高い感度を得る。このような検出器を極低温検出器と呼ぶ。X 線光子のように離散的なエネルギーを $\Delta T(t)$ の交流 成分 (パルス)として検出する装置をマイクロカロリメータと呼ぶ。一方、CMB のように連続的なほぼ一定のエネ ルギーを $\Delta T(t)$ の直流成分として検出するものをボロメータと呼ぶ。実際には、偏光変調器 (§ 1.3.6) などを用い て目的信号に変調をかける。

極低温検出器は、高感度化を目指す次世代電磁波センサーの中核であり、現在開発中の天文観測衛星の多くで採用される。ひとみX線衛星に搭載されたSXS装置 (Kelley et al. 2007) やそれとほぼ同設計でXRISM に搭載される *Resolve*装置、Athena 衛星 X-IFU 装置 (Miniussi et al. 2018)の検出器がマイクロカロリメータ、Planck 衛星 HFI 装置 (Lamarre et al. 2010)、LiteBIRD (§ 1.3) や SPICA 衛星 SAFARI 装置 (Audley et al. 2018)の検出器が ボロメータである (表 3.1)。これらは、検出原理が同じなので、衛星全体にわたる設計にいたるまで技術課題の多く が共通する。本論文で扱う宇宙線ノイズも共通の課題である。

| 衛星/装置 | LiteBIRD | Planck/HFI | SPICA/SAFARI | XRISM/Resolve | Athena/X-IFU | | |
|-----------|---------------------|-----------------------------|-------------------|-------------------------------|------------------------|--|--|
| | | | | ひとみ/SXS | | | |
| 用途 | ボロメータ | ボロメータ | ボロメータ | カロリメータ | カロリメータ | | |
| チャンネル数 | $\sim \!\! 4500$ | 54 | ~ 3500 | 36 | 3168 | | |
| 熱浴温度 | 100 mK | 100 mK | 50 mK | 50 mK | 50 mK | | |
| 吸収体 | Sinuous | Spider-web | タンタル | 水銀テルル | 金ビスマス | | |
| | アンテナ | アンテナ | 吸収体 | 吸収体 | 吸収体 | | |
| 温度計 | TES | Ge 半導体 | TES | Si 半導体 | TES | | |
| 電熱フィードバック | あり | なし | あり | なし | あり | | |
| 実効時定数 | $\sim 3 \text{ ms}$ | $\sim \! 10 \text{ ms}$ | $\sim \! 10 \ ms$ | $\sim 3 \text{ ms}$ | $\sim 1050 \text{ ms}$ | | |
| インピーダンス | $\sim 0.5 \ \Omega$ | $\sim 6 \ \mathrm{M}\Omega$ | | $\sim \! 30 \ \text{M}\Omega$ | $\sim \! 10 m \Omega$ | | |
| 增幅 | SQUID | JFET | SQUID | JFET | SQUID | | |
| 多重読出し | 周波数分割 | なし | 周波数分割 | なし | 時分割 | | |

表 3.1. 極低温検出器と読み出しの比較

3.2.2 超伝導遷移端センサーの数理モデル

遷移端温度計 (Transition Edge Sensor; TES) は、超伝導転移温度 T_c を境に、超伝導-常伝導遷移端で急激に抵抗 値が変化することを利用した温度計である (図 3.6)。半導体を用いた温度計が $\alpha \sim 6$ であるのに対し、 $\alpha \sim 1000$ を 実現する非常に高感度な温度計である。

ただし、 α が大きいと微小な変動 ΔT に対しても抵抗値 Rが大きく変動するため、動作点を常に遷移端温度 T_c 近辺に保つ工夫が必要となる。TES では、定電圧バイアス V_S をかけた回路 (図 3.10) により、負のフィードバック を生成する。すなわち、入力電力の増加により TES の温度が平衡状態から上昇すると、抵抗値が急激に増加する。 しかし、これにより電流値が減少するため、Joule 熱 $P_{elec} = V_S^2/R$ の発生量が減少する。これにより TES の温度 が T_c 付近に保たれるのである。以上のような作用を「電熱フィードバック (Electro-Thermal Feedback; ETF)」と 呼ぶ。これにより、TES の感度の線型性が保たれる入力電力の範囲を実効的に広くしている。線型性が失われる限 界を飽和電力 P_{sat} と呼ぶ。



図 3.6. 超伝導遷移端

有効時定数

TES の温度変化 T は、エネルギー保存則から、

$$C\frac{dT}{dt} = -P_b + P_{\text{elec}} + P_{\text{in}}$$
(3.2.2.1)

と書ける。ここで、 $P_{\rm b}$ は熱浴への熱エネルギー流出、 $P_{\rm in}$ は TES へのエネルギー流入である。

まず、TES そのものの性質を知るため、 $P_{\rm in}=0$ とおき、 P_b の温度依存性と $P_{\rm elec}$ を書き下して

$$C\frac{dT}{dt} = -\frac{G}{n}\frac{T^n - T_{\text{bath}}^n}{T^{n-1}} + V_{\text{S}}^2/R$$
(3.2.2.2)

とする。平衡状態からの差分 $T = T_0 + \Delta T$ が微小であるとして線型近似すると、

$$C\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{P_{\text{elec}}\alpha}{T}\Delta T - G\Delta T$$
(3.2.2.3)

から

$$\Delta T(t) = \Delta T(t=0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right)$$
(3.2.2.4)

と解ける。ここで、

$$\tau_{\rm eff} \equiv \frac{C/G}{1 + P_{\rm elec}\alpha/GT} = \frac{\tau_0}{1 + P_{\rm elec}\alpha/GT} = \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{L}}$$
(3.2.2.5)

が実効的な時定数となる。 $\mathcal{L} \equiv P_{\text{elec}} \alpha / GT$ が、電熱フィードバックがない場合の時定数 τ_0 からの率をあらわし、 ループゲインと呼ばれる。

 $P_{\rm in} = 0$ で、TES における Joule 発熱と熱浴へ流出する熱が釣り合って、ある温度で平衡状態になる。この時、

$$P_{\rm elec} = \frac{G}{nT^{n-1}} (T^n - T^n_{\rm bath})$$
(3.2.2.6)

が成り立つことを用いて、

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n} \left(1 - \left(\frac{T_{\text{bath}}}{T}\right)^n\right)}$$
(3.2.2.7)

と書き直せる。TES の温度が熱浴の温度より充分高い場合は、

$$\tau_{\rm eff} \sim \frac{\tau_0}{1 + \frac{\alpha}{n}} \sim \frac{n}{\alpha} \tau_0 \tag{3.2.2.8}$$

となる。ただし、二つ目の近似は α が充分大きい場合である。つまり、α > n が成り立つ場合、有効時定数が小さ くなり、入力電力に対する実効的な応答速度が速くなることがわかる。

電流応答性

TES はエネルギー入力に対して熱的及び電気的に応答するが、実際に信号として、読み出すのは電気的な応答である。そこで、入力電力 P_{in} の変化量に対する TES の電流 I の変化量を定義し、これを「電流応答性」と呼ぶ。

$$S_I \equiv \frac{dI}{dP_{\rm in}} \tag{3.2.2.9}$$

まず、

$$dI = -\frac{V_S}{R^2} \frac{dR}{dT} dT \tag{3.2.2.10}$$

である。一方、式 3.2.2.1 で、微小一定電力 $dP_{\rm in}$ に対してある温度で熱平衡にある (dT/dt = 0) とすると

$$dP_{\rm in} = GdT + \frac{P_{\rm elec}\alpha}{T}dT \tag{3.2.2.11}$$

を得る。式 3.2.2.9 にこれらを代入して整理すると

$$S_I = -\frac{1}{V_S} \frac{\mathcal{L}}{1 + \mathcal{L}} \tag{3.2.2.12}$$

となる。これより、 $\mathcal{L} \gg 1$ の時、電流応答性は $-1/V_S$ であることが分かる。

3.3 Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合

3.3.1 Si ウェーハ内での熱伝導

まず、焦点面に入力された宇宙線のエネルギー *E*_{CR} が、Si ウェーハ中で熱化され、どのように熱伝導するかを 考える。Si ウェーハは極低温なので、diffusion (熱拡散) だけではなく ballistic (非散乱) な伝導も考える必要があ る。詳細は補遺 § A に示す。ここでは、diffusion で概算を行う。

まず、Si ウェーハ内の熱伝導が熱拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{C_v} \nabla^2 u = \kappa \nabla^2 u \tag{3.3.1.1}$$

に従うとする。ここで、u = u(x,t)は位置 x、時刻 t における Si の温度 (平衡温度からの差) である。K W/K/m は 単位時間・単位長さを流れる熱量を表す熱伝導度、 C_v J/K/m³ は定積比熱である。熱拡散は、これらの比 $\kappa = K/C_v$ m²/s だけでパラメータ化され、これを熱拡散度と呼ぶ。

自由境界の場合、拡散方程式の解は Green 関数で表される。

$$G(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{(4\pi\kappa t)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{\boldsymbol{x}^2}{4\kappa t}}$$
(3.3.1.2)

これは、熱拡散が、時間 $(4\kappa t)^{\frac{1}{2}}$ に比例して距離 |x| へ拡散するという描像である。

まず、温度上昇と熱拡散の典型値を得るため、100 mK における Si の C_v と K を 求める。フォノン振動が比熱 を支配するので、 C_v は Debye の法則から、

$$C_v = \frac{\rho}{m_{\rm Si}} k_{\rm B} \frac{12\pi^4}{5} \left(\frac{T}{T_{\rm D}}\right)^3$$
(3.3.1.3)

となる。Debye 温度 $T_{\rm D} = 645 \text{ K}^{*4}$ 、Si の密度 $\rho = 2.33 \text{ g/cm}^3$ 、Si の原子質量 $m_{\rm Si} = 28m_{\rm p} = 4.7 \times 10^{-26} \text{ kg}$ より、 $C_v = 5.98 \times 10^{-4} \text{ J/K/m}^3$ と求まる。

次に、K であるが、100 mK での文献値は存在しないので、既存の 1K 以上での測定値*⁵を外挿する (図 3.7)。 フォノンの気体運動論から、その平均速度 v と平均自由行程 l を用いて、

$$K = \frac{1}{3}C_v vl$$
 (3.3.1.4)

となる (Kittel 2005)。 $C_v \propto T^3$ なので $K \propto T^3$ として、 $K \sim 6.9 \times 10^{-3}$ W/K/m、 $\kappa \sim 11$ m²/s を得る。

ここで、考えている Si ウェーハは、 $x \times y \times z = a \times b \times c = 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 2.5 \text{ mm}$ の薄い直方体である (図 A.1)。熱が拡散する典型的なタイムスケール τ_{diff} は、z 方向で $c^2/(4\kappa) = 0.16 \,\mu\text{s}$ 、x, y 方向で $a^2/(4\kappa) = 0.25 \text{ ms}$ 程度である。一方、Si ウェーハの熱容量 $C_v(abc) = 1.5 \times 10^{-8} \text{ W/K}$ 、サーマルリンクの熱伝達率 $G = 1.5 \times 10^{-4}$ W/K (§ 3.3.2)を用いて、熱浴への熱緩和時間は、 $\tau_{\text{relax}} = C_v(abc)/G = 0.1 \text{ ms}$ である。従って、瞬間的な熱入力 に対して、Si ウェーハの z 方向へはほぼ瞬時に熱拡散 ($\tau_{\text{diff}} \ll \tau_{\text{relax}}$)し、x, y 方向へは熱緩和時間と同程度の時間 で熱拡散する ($\tau_{\text{diff}} \sim \tau_{\text{relax}}$)ことが分かる。

これから、Si ウェーハの温度上昇の時間変化を概算する。宇宙線入射からの時間 t として、熱拡散がウェーハの 端に至るまでの時間 (t < 0.25 ms)を考える。z 方向では瞬時に広がるとして、円柱状に熱が広がることを考える。 t までに熱が広がる体積は

$$Y(t) = 4\pi\kappa tc \tag{3.3.1.5}$$

V

^{*&}lt;sup>4</sup> http://www.knowledgedoor.com/2/elements_handbook/debye_temperature.html を参照。

^{*&}lt;sup>5</sup> https://tpds.db.aist.go.jp/tpds-web/index.aspx?MaterialID=10473 を参照



図 3.7. Si の熱伝導度 K の文献値 (青) とモデルによる外挿 (赤)。T = 100 mK において、 $K \sim 6.9 \times 10^{-3} \text{ W/m/K}$ を得る。

となる。この体積に、入射エネルギー 〈ECR〉が均等に分配されるとして、温度上昇は

$$T(t) = \frac{\langle E_{\rm CR} \rangle}{4\pi\kappa t c C_v} \sim 1.0 \times 10^{-9} \frac{1}{t \text{ (s)}} (\text{K})$$
(3.3.1.6)

となる。但し、温度と言っても熱平衡には達していなので、単位体積当たりの平均エネルギーを表す指標でしかな いことに注意する。

3.3.2 Si ウェーハと TES ボロメータの熱結合

TES ボロメータは、Si ウェーハ基板上に配置され (§ 1.3.4)、熱的に弱く結合している。宇宙線入射によって Si ウェーハの温度が上昇すると、TES ボロメータにエネルギーが入力されて熱的及び電気的な応答を得る。これをモ デル化する。図 3.8 にあるとおり、まず要素ごとにモデル化し (a, b)、最終的なモデル (c) を得る。なお、(d) はマ イクロカロリメータで用いる一般的な電熱モデルである。(c) は (d) の TES とエネルギー吸収体 (Si ウェーハ) を入 れ替えたものになる。

■モデル 最初は Si ウェーハと TES ボロメータの熱結合だけを考える (図 3.8a)。モデルは、1 個の TES、Si ウェーハ、熱浴がそれぞれある温度、熱容量を持ち、互いをある熱伝達率を持つサーマルリンクで接続するとする。 ここで、Si ウェーハの熱容量 C_1 J/K、サーマルリンクの熱伝達率 G_1 W/K、時定数 $\tau_1 = C_1/G_1$ s とする。また、 TES の熱容量 C_2 J/K、TES と Si ウェーハのサーマルリンクの熱伝達率 G_2 W/K、、時定数 $\tau_2 = C_2/G_2$ s とする。 また、熱浴の温度は T_b に固定で、その熱容量は無限大とする。TES、Si ウェーハの温度の時間変化はそれぞれ

$$-\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\delta T_1\\\delta T_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{G_1+G_2}{C_1} & -\frac{G_2}{C_1}\\ -\frac{G_2}{C_2} & \frac{G_2}{C_2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta T_1\\\delta T_2\end{pmatrix}$$
(3.3.2.1)

である。



図 3.8. Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合モデル

■解析解 式 3.3.2.1 は斉次の連立一次微分方程式なので、簡単に解析解が得られる (Minami 2020)。行列の固有 値はそれぞれ

$$\lambda_{1} = -\frac{1}{2} \left[\frac{G_{1} + G_{2}}{C_{1}} + \frac{G_{2}}{C_{2}} - \sqrt{D} \right]$$

$$\lambda_{2} = -\frac{1}{2} \left[\frac{G_{1} + G_{2}}{C_{1}} + \frac{G_{2}}{C_{2}} + \sqrt{D} \right]$$
(3.3.2.2)

と表すことができる。ここで、D は行列式で、

$$D = \left(\frac{G_1 + G_2}{C_1} + \frac{G_2}{C_2}\right)^2 - \frac{4G_1G_2}{C_1C_2}$$
(3.3.2.3)

である。この行列の固有値に対して固有ベクトルをそれぞれ求め、任意の係数 α₁, α₂ を用いることで、解は以下の ように書ける。

$$\begin{pmatrix} \delta T_1 \\ \delta T_2 \end{pmatrix} = \alpha_1 \begin{pmatrix} \frac{G_2}{C_1} \\ \frac{G_1 + G_2}{C_1} + \lambda_1 \end{pmatrix} e^{t\lambda_1} + \alpha_2 \begin{pmatrix} \frac{G_2}{C_1} \\ \frac{G_1 + G_2}{C_1} + \lambda_2 \end{pmatrix} e^{t\lambda_2}$$
(3.3.2.4)

Si ウェーハに宇宙線が入射した場合、初期値は $\delta T_1(0) > 0$ 、 $\delta T_2(0) = 0$ となる。式 3.3.2.4 にこの初期条件を代 入することで、α1,α2の値を得る。

$$\alpha_{1} = -\frac{C_{1}\delta T_{1}(0)}{G_{2}\sqrt{D}} \left(\lambda_{2} + \frac{G_{1} + G_{2}}{C_{1}}\right)$$

$$\alpha_{2} = \frac{C_{1}\delta T_{1}(0)}{G_{2}\sqrt{D}} \left(\lambda_{1} + \frac{G_{1} + G_{2}}{C_{1}}\right)$$
(3.3.2.5)

TES に直接宇宙線が入射した場合、初期値は $\delta T_1(0) = 0$ 、 $\delta T_2(0) > 0$ となる。式 3.3.2.4 に代入すると、

$$\alpha_1 = \frac{\delta T_2(0)}{\sqrt{D}}$$

$$\alpha_2 = -\frac{\delta T_2(0)}{\sqrt{D}}$$
(3.3.2.6)

を得る。

■数値解 実際の数値を代入する。 $\tau_1 = 0.1$ ms (collaboration 2021) と $C_1 = C_v(abc) = 1.5 \times 10^{-8}$ J/K 用いて、 $G_1 = C_1/\tau_1 = 1.5 \times 10^{-4}$ W/K とする。また、 $G_2 = 3.3 \times 10^{-11}$ W/K、 $C_2 = \tau_2 G_2 = 1.1 \times 10^{-12}$ J/K とする。

Si ウェーハに宇宙線が入射した場合について、Runge-Kutta 法による数値計算の結果を図 3.9a に示す。この時、 $\delta T_2(t)$ は $-1/\lambda_1$ と $-1/\lambda_2$ の2つのタイムスケールを持つ指数関数の線形和となり、その最大値は解析的に求まる。 数値を代入すると、 $t \sim 5.8 \times 10^{-4}$ s で最大値 $\sim 3 \times 10^{-3}$ をとることがわかる。すなわち、Si ウェーハの初期温度 $\delta T_1(t=0)$ 上昇幅に対して TES の温度 $\delta T_2(t)$ 上昇幅の最大値は 3×10^{-3} 倍程度と分かる。これは、Si ウェーハ と TES の熱緩和のタイムスケールが 33 ms 程度と長く、その間に Si ウェーハ内部での熱緩和(こちらのタイムス ケール 0.1 ms の方が短い)が先に進むからである。

また、**TES** に宇宙線が入射した場合について、同じく数値計算の結果を図 **3.9b** に示す。この時、 $\delta T_2(t)$ は $-1/\lambda_2$ で減衰する1つの指数関数で近似される。



(b) TES の初期温度上昇があった場合

3.3.3 TES ボロメータの電熱結合

次は、TES ボロメータの電気回路を取り入れてモデル化する。簡単のため、一旦 Si ウェーハを省略する (図 3.8b)。 実際の用途では、CMB などによる TES への入力電力 (P_{in}) が一定に存在する。これで平衡状態にある時に、宇宙 線などの追加エネルギー入力によって瞬間的に微小変化した時の応答を考える。以下、物理量 x が $x + \delta x(t)$ と時 間変化する微小摂動項を加えて線型近似を行う。ここで x は平衡時の値である。

■モデル エネルギー保存則 (式 3.2.2.1) から、0 次項及び1 次項は、それぞれ

$$0 = -P_b + P_{elec} + P_{in} \tag{3.3.3.1}$$

$$C\frac{d}{dt}\delta T = -\delta P_b + \delta P_{\rm in} + \delta P_{\rm elec}$$
(3.3.2)

となる。ここで熱浴への熱伝導 (1 次項については、G の温度依存性は無視する) と Joule 発熱を書き下して、

$$\delta P_b = \delta (G(T - T_{\text{bath}})) = \bar{G} \delta T \tag{3.3.3}$$

$$\delta P_{\text{elec}} = \delta(I^2 R) = 2IR\delta I + I^2 \alpha \frac{R}{T} \delta T$$
(3.3.3.4)

となる。ここで、 \overline{G} はG(T)の平均値(式 3.2.1.7)を用いる。



図 3.10. シャント抵抗による擬似定電圧バイアスを用いた TES の回路 (左)と、Thévenin の定理により変換した電圧 V を持つ同一の回路 (右)。

次に回路方程式を考える。ここでは、§ 3.3.2 で考えた定電圧バイアスより少し現実的な回路を考える。定電圧バ イアスは、実際には定電流バイアス (*I*_{bias}) を抵抗値の小さいシャント抵抗 (*R*_S) に流して実現する。また、電流値 を SQUID を通して読み出すので、SQUID へのインプットコイルが必要で、そのリアクタンスを *L* とする。これ を図 3.10 (左) に示した。更に、Thévenin の定理を用いて図 3.10 (右) のように書き換えることができる。ここで Thévenin の定理とは、複数の直流電源を含む電気回路に流れる電流を内部抵抗を持つ一つの電圧源に変換するとい う定理である。図 3.10(左) に示した並列の回路に流れる電流をそれぞれ *I*₁, *I*₂ とし、a 点における電圧を *V*′とお く。この時、並列回路では電圧が等しいことより、

$$V' = I_2 R_S = RI_1 + L \frac{dI_1}{dt}$$
(3.3.3.5)

である。また、電流値が保存することから、 $I_{\text{bias}} = I_1 + I_2$ を用いて式 3.3.3.5 を整理し、次の V を定義することができる。

$$V \equiv I_{\text{bias}} R_S = R_S I_1 + R I_1 + L \frac{dI_1}{dt}$$
(3.3.3.6)

図 3.10(右) に示した回路は、以上のような電圧源 V をおくことで、電流 $I = I_1$ が流れる閉回路として元の回路を 変換したものであり、Kirchhoff の法則と等価である。

$$L\frac{dI}{dt} = V - IR_S - IR \tag{3.3.3.7}$$

これも、0次項及び1次項に分解すると、

$$0 = -V - IR_S - IR (3.3.3.8)$$

$$L\frac{d}{dt}\delta I = -R_S\delta I - \delta(IR) \tag{3.3.3.9}$$

となる。式 3.3.3.2、3.3.3.9 をループゲイン \mathcal{L} 、時定数 τ_0 を用いて書き直し整理すると、1 次項について以下を得る。

$$-\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\delta T\\\delta I\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{1-\mathcal{L}}{\tau} & -\frac{2IR}{C}\\\frac{\mathcal{L}G}{IL} & \frac{R_S+R}{L}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\delta T\\\delta I\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\frac{\delta P_{\rm in}}{C}\\0\end{pmatrix}$$
(3.3.3.10)

■解析解 式 3.3.3.10 は非斉次の連立一次常微分方程式であり、解析的に解けるが、煩雑なので Fourier 分解して 周波数応答性を見ることにする。特に、入力エネルギー $P_{\rm in}$ のうち、どの程度が熱エネルギーとして熱浴に伝達さ れ、どの程度が Joule 発熱(の減少)で補償されるかを見る。 $\delta x(t) = \delta x e^{i\omega t}$ とすると $\frac{d}{dt} \rightarrow i\omega$ と書き換えられ、 式 3.3.3.10 から以下を得る。

$$\delta P_{\rm in}(\omega) = \left(\frac{1 + \frac{i\omega C}{G}}{\mathcal{L}\left(1 - \frac{2R}{i\omega L + R_S + R}\right)} - 1\right) \delta P_{\rm elec}(\omega)$$
(3.3.3.11)

ここで $A(\omega) \equiv \delta P_{\text{elec}}/\delta P_{\text{in}}$ という量を定義する。これは、TES へのエネルギー流入 δP_{in} のうちどれくらいがが Joule 熱と δP_{elec} して発熱(実際には吸熱)されるかを示す。総 Joule 熱量 E_{elec} は、

$$E_{\text{elec}} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \delta P_{\text{elec}}(t) \qquad (3.3.3.12)$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \delta P_{\text{elec}}(\omega) e^{i\omega t}$$
$$= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \delta(\omega) \delta P_{\text{elec}}(\omega)$$
$$= 2\pi \delta P_{\text{elec}}(\omega = 0)$$
$$= 2\pi \delta P_{\text{in}}(\omega = 0) A(\omega = 0)$$

である。また、 $P_{\rm in}(t) = E_{\rm in}\delta(t)$ とすると、 $\delta P_{\rm in}(\omega = 0) = E_{\rm in}/2\pi$ である。式 3.3.3.11 よりこれを計算すると、

$$E_{\text{elec}} = -\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L} + \frac{R+R_S}{R-R_S}} E_{\text{in}}$$
(3.3.3.13)

を得る。 $R_S \ll R$ の場合は、

$$E_{\rm elec} = -\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}+1} E_{\rm in} \tag{3.3.3.14}$$

である。また、熱浴に伝導される熱エネルギーは、式 3.3.3.2 を時間積分して、

$$E_b = E_{\rm in} + E_{\rm elec} = \frac{1}{\mathcal{L} + 1} E_{\rm in}$$
 (3.3.3.15)

となる。つまり、入力エネルギー $E_{\rm in}$ のうち $\frac{\mathcal{L}}{1+\mathcal{L}}E_{\rm in}$ が Joule 熱として吸熱され、残りの $\frac{1}{1+\mathcal{L}}E_{\rm in}$ が熱浴へ逃げる。 特に $\mathcal{L} \gg 1$ の場合、入力エネルギーの大半が Joule 発熱の減少として吸収されることが分かる。



図 3.11. TES の抵抗値の温度依存性のモデル

■数値解 式 3.3.3.10 の数値解を求める。まず、扱いやすいように、図 3.6 を数式で表現する。その形から $\arctan(x)$ 関数で近似する。常伝導での抵抗を R_N 、超伝導での抵抗を R = 0、遷移温度を T_c 、遷移温度での導関 数の値 $\alpha = \frac{dR}{dT} \frac{T}{R}$ とすると、T と R のスケーリングとオフセットは一意に決まり、

$$R(T) = R_{\rm N} \left[\frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{2\pi\alpha}{T_{\rm c}}(T - T_{\rm c})\right) + \frac{1}{2} \right]$$
(3.3.3.16)

となる。実測に合うように (Ghigna et al. 2020)、 $T_c = 171 \text{ mK}$ 、 $\alpha = 30.0 \text{ とする}$ (図 3.11)。数値解は、0 次項、1 次項をまとめて解くので、以下の式になる。

$$C\frac{dT}{dt} = -P_b + P_{elec} + P_{in} = -G\frac{T^n - T_{bath}^n}{nT^{n-1}} + I^2R + P_{in}$$
(3.3.3.17)
$$L\frac{dI}{dt} = (I_{bias} - I)R_S - IR$$

 $T_{\text{bath}} = 0.1 \text{ K}, L = 6.5 \times 10^{-6} \text{ H}, R_{\text{S}} = 0.02 \Omega, I_{\text{bias}} = 3.3 \times 10^{-5} \text{ A}$ とする (collaboration 2021)。平衡時は 左辺の微分項が 0 になるので、式 3.3.3.17 を Newton 法で解く。 P_{in} に応じて平衡時の $T, I, R, P_b, P_{\text{elec}}$ が変わる ので、 P_{in} を変化させて解いた結果を図 3.12 に示す。 P_{in} が大きくなると、T はわずかに大きくなる。これを動作 点温度という。しかし大半は、Iの減少として平衡が実現されていることが分かる。

代表的な値として $P_{in} = 0.5 \text{ pW}$ を固定し、瞬間的に 0.5 fJ のエネルギーを TES に入力した後の時間発展を Runge-Kutta 法で計算する。結果を図 3.13 に示す。



図 **3.12.** $P_{\rm in}$ を変更した時の平衡値。 $P_{\rm in} = 0$ からの相対値で表す。温度 Tと熱浴への熱エネルギー P_b は小さいので、 α 倍して表示する。



図 **3.13.** TES 電熱モデルの時間発展。時間刻みは 1×10^{-5} s で計算。t = 0.0 s において、0.5 fJ の熱入力を与えた。温度 T と熱浴への熱エネルギー P_b は小さいので α 倍して表示する。
3.3.4 Si ウェーハと TES ボロメータの電熱結合

■モデル 最後に、宇宙線が Si ウェーハにヒットし、TES に対して熱伝導によるエネルギー入力があった場合の 電熱応答について考える (図 3.8c)。式 3.3.2.1、3.3.3.10 を組み合わせて、1 次項は以下のようにモデル化できる。

$$-\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta T_1 \\ \delta T_2 \\ \delta I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{G_1 + G_2}{C_1} & -\frac{G_2}{C_1} & 0 \\ -\frac{G_2}{C_2} & (1 - \mathcal{L})\frac{G_2}{C_2} & -\frac{2IR}{C_2} \\ 0 & \frac{\mathcal{L}G_2}{IL} & \frac{R_S + R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta T_1 \\ \delta T_2 \\ \delta I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\delta P_{\rm in}}{C_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(3.3.4.1)

■解析解式 3.3.3.16 は非斉次の三元連立一次常微分方程式であり、直接解は煩雑なので、Fourier 分解してエネルギー収支だけを見る。 $\delta x(t) = \delta x e^{i\omega t}$ として、

$$G_1 \delta T_1(\omega) = B(\omega) \delta P_{\rm in}(\omega) \tag{3.3.4.2}$$

のように $B(\omega)$ を定義する。これは、周波数 ω の成分で、入力エネルギー P_{in} のうちどれだけが熱浴に熱伝導されるかを表す。これを時間積分して、式 3.3.3.12 と同様に

$$E_{\text{bath}} \equiv \int dt G_1 \delta T_1(t) = B(\omega = 0) E_{\text{in}} = \frac{1}{1 + \frac{\mathcal{L}}{1 + \mathcal{L}} \frac{G_2}{G_1}} E_{\text{in}} \to \frac{G_1}{G_1 + G_2} E_{\text{in}} \left(\mathcal{L} \to \infty\right)$$
(3.3.4.3)

ここで、 $R \gg R_S$ とした。TES の熱エネルギーは収支が 0 になるので、残りのすべては TES の Joule 吸熱分であり、以下のように書ける。

$$-E_{\text{elec}} = E_{\text{in}} - E_{\text{bath}} = \frac{1}{1 + \frac{1+\mathcal{L}}{\mathcal{L}}\frac{G_1}{G_2}} E_{\text{in}} \to \frac{G_2}{G_1 + G_2} E_{\text{in}} \left(\mathcal{L} \to \infty\right)$$
(3.3.4.4)

■数値解 式 3.3.2.1, 3.3.3.17 の組み合わせで、0 次項、1 次項をまとめて以下のように書ける。

$$C_{1}\frac{dT_{1}}{dt} = P_{b,1} - P_{b,2} = G_{2}\frac{T_{2}^{n} - T_{1}^{n}}{nT_{2}^{n-1}} - G_{1}\frac{T_{1}^{n} - T_{\text{bath}}^{n}}{nT_{1}^{n-1}}$$

$$C_{2}\frac{dT_{2}}{dt} = -P_{b,2} + P_{\text{elec}} + P_{\text{in}} = -G_{2}\frac{T_{2}^{n} - T_{1}^{n}}{nT_{2}^{n-1}} + I^{2}R + P_{\text{in}}$$

$$L\frac{dI}{dt} = V - IR_{S} - IR$$
(3.3.4.5)

代表的な値として $P_{in} = 0.5 \text{ pW}$ を固定し、瞬間的にエネルギーを入力した後の時間発展を Runge-Kutta 法 で計算する。結果を図 3.14 に示す。 T_1 の瞬間的な上昇 ($\delta T_1 = 1 \text{ mK}$) で $P_{b,2}$ が負の方向に瞬間的に上昇し (Si ウェーハから TES に熱入力する)、これを相殺するように遅れて $I \ge P_{elec}$ が減少する様子が見える。この時に 入力したエネルギー量は、 $t = 10^{-6}$ s で $\delta T_1 = 1 \text{ mK}$ なので、式 3.3.1.5 から $C_1(t)\delta T_1 = 0.2 \text{ pJ}$ と見積もられ る。これは、宇宙線がデポジットする平均エネルギー $\langle E_{CR} \rangle$ (§ 3.1.4) にほぼ等しい。電気的な応答は図 3.14 から $\delta P_{elec} \sim 0.35 \times 10^{-3} P_{elec}$ である。平衡時は $P_{elec} \sim P_{in} = 0.5 \text{ pW}$ なので、 $\delta P_{elec} = 0.2 \text{ fW}$ と概算できる。



図 **3.14.** Si ウェーハと TES ボロメータの電熱モデルの時間発展。時間刻みは 1×10^{-6} s で計算。t = 0.0 s において、Si ウェーハの温度 (T_1) が 1% (1 mK) 上昇するだけの熱入力を与えた。温度 T_2 は小さいので α 倍、温度 T_1 と $P_{b,2}$ は大きいので 1/20 倍して表示する。

3.4 ノイズ源

3.4.1 ノイズの定量化

ボロメータのノイズの評価は、ノイズ等価電力 (Noise Equivalent Power; NEP) で定量化される。NEP とは、あるノイズ源に対して S/N 比が 1 になるために必要な信号の強度のことで、単位は W/ $\sqrt{\text{Hz}}$ である。NEP 値が小さいほど、微小量の信号入射で S/N=1 が達成できる、すなわち検出器の感度が高いことを表す。

CMB の観測の場合、§ 1.1.1 で述べたように、温度換算表示が便利である。また、積分時間で規格化するため、 $\mu K\sqrt{s}$ という単位にしたい。これをノイズ等価温度 (Noise Equivalent Temperature; NET) と呼ぶ。1 s の積分で Nyquist サンプリング 0.5 Hz の帯域を積分することに注意すると、

$$NET = \frac{NEP}{\sqrt{2}dP/dT}$$
(3.4.1.1)

となる。ここで、dP/dT は $T = T_{\text{CMB}}$ における値を用いる。空の立体角 Ω から輝度 $B_{\nu}(T)$ (式 1.1.1.1) の黒体放 射を $d\nu$ の帯域分だけ集光して、面積 A の検出器で検出する場合を考える。CMB 光子による入射電力 P は

$$P = \int P_{\nu} d\nu = \int d\nu B_{\nu}(\nu, T) A\Omega = 2h\nu \frac{1}{e^{x} - 1} d\nu$$
(3.4.1.2)

となる。ここで、回折限界では波長 λ に対して $A\Omega = \lambda^2$ が成り立つことを用いた。また、 $x = h\nu/k_BT$ である。 P は、単位モードあたり $h\nu$ のエネルギーを持つ光子(偏光があるので $2h\nu$ になる)が、Bose 統計の占有率 $\frac{1}{e^x-1}$ を持つ場合の合計と解釈できる。そこで、

$$\frac{dP}{dT} = 2k_B x^2 \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} d\nu \Big|_{T = T_{\rm CMB}}$$
(3.4.1.3)

から換算係数 dP/dT が求まる。LiteBIRD の検出器毎に帯域 ν ,帯域幅 $d\nu$ 、さらにスループット η (表 3.2) を代入 して換算係数を求めると、図 3.15 のようになる。典型的には、0.1–0.3 aW が 1 μ K に相当する。



3.4.2 ノイズ源の種類

光子ノイズ

黒体放射の強度 $B_{\nu}(T)$ (式 1.1.1.1) は、温度 T における l モードあたりの状態占有率、すなわち光子数 n が

$$n = \frac{1}{\exp(h\nu/k_{\rm B}T) - 1}$$
(3.4.2.1)

| | | AX J.Z. LIEDIKD 1 | ゴ沢山台ッパント哨 | ヨニヘルニ ノット (安谷司 | 今山北穴)。 | |
|-----|------|-------------------|-----------|----------------|--------------|-------------------------------|
| 切遺辞 | 榆虫哭夕 | バンド中心 | バンド幅 | スループット | dP/dT | $\operatorname{NEP}_{\gamma}$ |
| 主巫贶 | 火山矿石 | [Hz] | [Hz] | (η) | $[aW/\mu K]$ | $[aW/\sqrt{Hz}]$ |
| LFT | LF-1 | 40.0 | 12.0 | 0.21 | 0.066 | 18.3 |
| | LF-1 | 60.0 | 14.0 | 0.41 | 0.145 | 15.3 |
| | LF-1 | 78.0 | 18.0 | 0.49 | 0.207 | 16.5 |
| | LF-2 | 50.0 | 15.0 | 0.32 | 0.125 | 17.4 |
| | LF-2 | 68.0 | 16.0 | 0.45 | 0.178 | 15.9 |
| | LF-2 | 89.0 | 20.0 | 0.51 | 0.231 | 17.0 |
| | LF-3 | 68.0 | 16.0 | 0.31 | 0.122 | 19.2 |
| | LF-3 | 89.0 | 20.0 | 0.42 | 0.189 | 18.8 |
| | LF-3 | 119.0 | 36.0 | 0.51 | 0.357 | 22.1 |
| | LF-4 | 78.0 | 18.0 | 0.37 | 0.156 | 19.0 |
| | LF-4 | 100.0 | 23.0 | 0.46 | 0.229 | 19.0 |
| | LF-4 | 140.0 | 42.0 | 0.53 | 0.376 | 22.3 |
| MFT | MF-1 | 100.0 | 23.0 | 0.42 | 0.210 | 19.9 |
| | MF-2 | 119.0 | 36.0 | 0.45 | 0.315 | 23.5 |
| | MF-1 | 140.0 | 42.0 | 0.46 | 0.332 | 23.8 |
| | MF-2 | 166.0 | 50.0 | 0.49 | 0.346 | 23.3 |
| | MF-1 | 195.0 | 59.0 | 0.50 | 0.333 | 22.3 |
| HFT | HF-1 | 195.0 | 59.0 | 0.40 | 0.268 | 24.8 |
| | HF-2 | 235.0 | 71.0 | 0.46 | 0.255 | 21.4 |
| | HF-1 | 280.0 | 84.0 | 0.49 | 0.201 | 18.2 |
| | HF-2 | 337.0 | 101.0 | 0.52 | 0.135 | 14.3 |
| | HF-3 | 402.0 | 92.0 | 0.51 | 0.055 | 9.51 |

表 3.2. LiteBIRD 各検出器のバンド幅とスループット (長谷部孝氏提供),

であることを示している。ここで、n は光子統計より

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = n + n^2 \tag{3.4.2.2}$$

だけのゆらぎを持つ。初項は到来時刻がばらつくことによるポアソンノイズ、第二項は到来電磁波の位相がばらつ くことによるバンチングノイズである。このノイズは CMB 観測においては必ず生じる。現在の CMB 観測の検出 器技術では、この光子ノイズが支配的になるまで他のノイズを抑制することに成功している。

Richards (1994) に従って光子ノイズの NEP_γ を見積もる。黒体放射のエネルギーの二乗平均のゆらぎは、あ る周波数 ν において $h^2\nu^2\langle(\Delta n)^2\rangle$ とかけることから、単位時間あたりに全周波数で発生するノイズの二乗平均 は、偏光 2 成分とモード数 N を考慮して、 $\int h^2\nu^2 2N(n+n^2/q)d\nu$ である。ここで、バンチングノイズの項は、 $q = 2A\Omega\Delta\nu T/\lambda^2$ で割り算する必要があることに注意する Richards (1994)。ここで q は、立体角 Ω 、面積 A の検 出器を用いて、周波数帯域 $\Delta\nu$ で時間 T の間に各偏光方向で観測されるモードの数である。検出器の検出後のバン ド幅を $\mathbf{B} = 1/(2T)$ Hz として、ノイズとして検出される電力 P_N は、

$$\frac{P_N^2}{B} = 2 \times \left(\int 2Nnh^2\nu^2 d\nu + \int 2Nn^2h^2\nu^2/qd\nu\right)$$
$$= 2\int P_{\nu}h\nu d\nu + \int P_{\nu}^2 \frac{c^2}{A\Omega\nu^2}d\nu \qquad (3.4.2.3)$$

スループット η も考えて、

$$(\text{NEP}_{\gamma})^{2} = \frac{2}{\eta^{2}} \int P_{\nu} h\nu d\nu + \frac{1}{q\eta^{2}} \int \frac{P_{\nu}^{2} c^{2}}{A \Omega \nu^{2}} d\nu$$
 (3.4.2.4)

と表される。 $A\Omega = \lambda^2$ として $x = h\nu/kT$ と変数変換する。 $\nu_1 = x_1kT/h$ から $\nu_2 = x_2kT/h$ のバンド幅での NEP₂ は、

$$(\text{NEP}_{\gamma})^{2} = \frac{4(kT)^{5}}{h^{3}\nu^{2}\eta} \left(\int_{x_{1}}^{x_{2}} \frac{x^{4}}{e^{x} - 1} dx + \frac{\eta}{q} \int_{x_{1}}^{x_{2}} \frac{x^{4}}{(e^{x} - 1)^{2}} \right) dx$$
(3.4.2.5)

である。図 3.16 は、これを LiteBIRD 衛星の各周波数バンド (表 3.2) について計算したものである。実際の NEP_γ は、光学要素それぞれの透過率、反射率、放射率を考慮して全ての要素を合算したものを用いて計算する (表 3.3)。

内部ノイズ

検出器や読み出し系において、基本的な検出原理と密接に関係して生じるノイズをまとめて内部 (internal) ノイズと称する。代表的な内部ノイズを以下に記述する。

フォノンノイズとは、TES ボロメータと熱浴の間をフォノンが移動する際に発生するノイズであり、

$$(\text{NEP}_{\text{G}})^2 = \frac{4kT^2G}{\eta^2}$$
 (3.4.2.6)

と表される。

読み出しノイズとは、バイアス電流の微小ゆらぎにより TES の電力出力へ影響を及ぼすノイズである。LiteBIRD 衛星では、ノイズ等価電流 (NEI) で 5 pA/√Hz と見込んでいる。

Johnson ノイズとは、抵抗内部の電子の熱運動により抵抗の両端に生じるノイズである。抵抗値 Rの抵抗から生じる Johnson ノイズの NEP は、電流応答性 S_I を用いて、

$$(\text{NEP}_{\text{J}})^2 = \frac{4kTR}{|S_I|^2} \tag{3.4.2.7}$$

と表される。

更に、長い時間でゆらぐノイズを 1/f ノイズと呼ぶ。その由来は明確ではないが、現象論的に 1/ $f^{-\alpha}$ でモデル化 する。1/f ノイズが卓越し始める周波数を f_{knee} と呼び、LiteBIRD では $f_{\text{knee}} < 20 \text{ mHz}$ が設計要求である。これ を入れた NEP は、

$$(\text{NEP}(f))^2 = (\text{NEP}_{\text{int}})^2 \left(1 + \left(\frac{f}{f_{\text{knee}}}\right)^{-\alpha}\right)$$
(3.4.2.8)

と表される。

外部ノイズ

外部ノイズとは、検出器外部からのノイズをまとめて指す。代表的な外部ノイズを以下に記述する。

- 擾乱ノイズ (NEP_{vib}):衛星各機器からの微小擾乱が焦点面検出器に伝達し、力学的エネルギーが熱化してノ イズとなる。
- 熱ゆらぎノイズ (NEP_{TF}):熱浴の温度ゆらぎによるノイズ。
- 宇宙線ノイズ (NEP_{CR}): 宇宙線によるノイズ。本論文で考察する。
- 電磁干渉ノイズ (NEP_{EMI}):
 - 電磁放射ノイズ:衛星各機器からの(主に)高周波電磁波が、検出器と読み出し回路にピックアップさ れてノイズとなる。

- 磁場放射ノイズ:衛星各機器からの(主に)低周波磁場が、検出器と読み出し回路にピックアップされてノイズとなる。
- 伝導ノイズ:衛星各機器からの(主に)低周波の電圧、電流などのゆらぎが、検出器と読み出し回路に ピックアップされてノイズとなる。

これら外部ノイズの実例は、極低温センサーを搭載した先行衛星 (§ 3.3.1) に広く見ることが出来る。Planck 衛星 HFI 装置の機上で取得されたノイズスペクトル (図 2.10) において、10 Hz 及びその奇数倍高調波 (30, 50 Hz) に現 れる強いラインノイズは、4K ステージ冷凍機のドライバエレキを起源とする電磁干渉ノイズである。また、図 3.17 に、ひとみ衛星 SXS 装置の地上衛星試験中に取得されたノイズスペクトルを示す。36 個の X 線カロリメータセ ンサーの全てに、強いラインノイズが乗っていることが分かる。このうち、15 Hz, 52 Hz 及びそれらの高調波は、 それぞれ、2段 Stirling 冷凍機、Joule-Thomson 冷凍機の駆動によるもので、擾乱ノイズと考えられる。また、衛 星姿勢制御に用いるリアクション・ホイールも、その回転数 1500-4500 rpm (25–75 Hz) に応じた擾乱ノイズをも たらす。同じく衛星姿勢制御に用いる磁気トルカー (ソレノイド磁石) は、その磁場強度をパルス幅変調方式で調 整する。その基本周波数が 127 Hz であり、これによる伝導ノイズもしくは磁場放射ノイズが強く現れている。他 にも、地上でのみ用いる商用電源 (50 か 60 Hz)、機械式冷凍機用の空冷ファンの駆動周波数 200 Hz の電磁干渉 ノイズもある。HFI 装置、SXS 装置は、共に半導体型の高いインピーダンス (≈100 MΩ) を持つ検出器であった (表 3.1)。LiteBIRD で採用する TES 型の低いインピーダンス (≈1Ω) を持つ検出器では全く様相が異なるはずであ る。いずれにせよ、外部ノイズは衛星インテグレーションが進んで後戻りできなくなってから現れて科学的なイン パクトが無視できなくなることがあるので、設計段階から想定しておかないといけない。

ノイズ要求

表 3.3 に、LiteBIRD の各バンドにおけるノイズ種別ごとのバジェット値とその総和、期待される感度 (NEP) を 示す。ここで、内部ノイズは以下の二乗和で定義し、

$$NEP_{int}^{2} = NEP_{\gamma}^{2} + NEP_{G}^{2} + NEP_{readout}^{2}$$
(3.4.2.9)

合計ノイズは以下の二乗和で定義している。

$$NEP_{\text{Aff}}^2 = NEP_{\text{int}}^2 + NEP_{\text{ext}}^2$$
(3.4.2.10)



図 3.17. ひとみ衛星 SXS 装置のノイズスペクトル

| $\mathbb{R} \oplus \mathcal{W}$ P_{opt} NEP _{γ} NEP _G NEP _{readout} NEP _{int} NEP _{ext} NEP _{ext} NEP _{AH} | Hz] [pW] $[aW/\sqrt{Hz}]$ $[aW/\sqrt{Hz}]$ $[aW/\sqrt{Hz}]$ $[aW/\sqrt{Hz}]$ $[aW/\sqrt{Hz}]$ $[aW/\sqrt{Hz}]$ | 0.0 0.358 6.355 4.375 3.536 8.487 4.801 9.751 | 0.0 0.300 6.071 4.002 3.332 7.999 4.525 9.190 | 3.0 0.303 6.441 4.022 3.480 8.352 4.725 9.596 | 0.0 0.386 6.734 4.538 3.721 8.932 5.053 10.262 | 3.0 0.302 6.233 4.016 3.398 8.156 4.614 9.371 | 9.0 0.311 6.789 4.077 3.629 8.711 4.928 10.008 | 3.0 0.367 7.092 4.428 3.831 9.197 5.202 10.566 | 0.0 0.363 7.450 4.400 3.965 9.517 5.384 10.935 | 9.0 0.449 9.037 4.895 4.710 11.305 6.395 12.989 | 3.0 0.367 7.276 4.429 3.904 9.370 5.301 10.765 | 0.0 0.356 7.625 4.362 4.026 9.663 5.466 11.102 | 0.0 0.440 9.504 4.848 4.889 11.736 6.639 13.484 | 0.0 0.411 8.301 4.683 4.368 10.484 5.931 12.045 | 9.0 0.496 9.566 5.147 4.978 11.949 6.760 13.729 | 0.0 0.463 9.765 4.971 5.021 12.053 6.818 13.848 | 6.0 0.416 9.878 4.712 5.015 12.038 6.810 13.831 | 5.0 0.386 10.195 4.542 5.115 12.277 6.945 14.106 | 5.0 0.782 14.881 6.463 7.435 17.846 10.095 20.503 | 5.0 0.603 14.000 5.673 6.922 16.616 9.399 19.090 | 0.0 0.486 13.553 5.092 6.635 15.926 9.009 18.297 | 7.0 0.384 13.128 4.528 6.364 15.276 8.641 17.550 | 2.0 0.290 12.470 3.938 5.993 14.385 8.137 16.527 |
|--|--|---|---|---|--|---|--|--|--|---|--|--|---|---|---|---|---|--|---|--|--|--|--|
| $P_{ m opt}$ N | [pW] [aW | 0.358 6 | 0.300 6 | 0.303 6 | 0.386 6 | 0.302 6 | 0.311 6 | 0.367 7 | 0.363 7 | 0.449 9 | 0.367 7 | 0.356 7 | 0.440 9 | 0.411 8 | 0.496 9 | 0.463 9 | 0.416 9 | 0.386 10 | 0.782 14 | 0.603 14 | 0.486 13 | 0.384 13 | 0.290 12 |
| 協出異名 バンド中心 | 快山砧石 [GHz] | LF-1 40.0 | LF-1 60.0 | LF-1 78.0 | LF-2 50.0 | LF-2 68.0 | LF-2 89.0 | LF-3 68.0 | LF-3 89.0 | LF-3 119.0 | LF-4 78.0 | LF-4 100.0 | LF-4 140.0 | MF-1 100.0 | MF-2 119.0 | MF-1 140.0 | MF-2 166.0 | MF-1 195.0 | HF-1 195.0 | HF-2 235.0 | HF-1 280.0 | HF-2 337.0 | HF-3 402.0 |
| | 主还贴 | LFT | | | | | | | | | | | | MFT | | | | | HFT | | | | |

3.5 天体からの放射

LiteBIRD 衛星による観測では、本来観測したい CMB 以外に、天体からの様々な放射が同時に観測される。観 測データから CMB 偏光のみを抽出するためには、これらの放射の特徴を把握し、最適な方法で除去する必要があ る。天体からの放射の種類と特徴について、以下で説明する。

3.5.1 前景放射

成分

天体からの放射のうち拡散成分をまとめて「前景放射」と呼ばれる。主に銀河系由来の放射である。前景放射は 複数の成分から成る。

- シンクロトロン放射 (Synchrotron radiation) 相対論的な電子が銀河磁場中で螺旋運動することで発生する、非熱 的な放射である。強い直線偏光性を示す。
- ダスト熱放射 (Thermal dust radiation) 主に銀河系内の星間塵 (ダスト) が、星の放つ可視光や紫外線を吸収し、 電波および赤外線領域で再放射する現象である。ダストの非球対象の形状から直線偏光成分を作る。
- 放射超過 (Anomalous Microwave Emission; AME) 電波および赤外線領域で星間空間にほぼ普遍的に見られる放 射。AME の全天分布は銀河系の星間ダストの分布と相関がある。1 nm 程度の小さな粒子が高速回転する と、ちょうどこの周波数帯に双極子放射を出すことから、回転ダスト (spinning dust) が原因であると考えら れている。
- 自由-自由放射 (Free-free emission) 自由電子が原子核とクーロン相互作用することで生じる制動放射 (Bremsstrahlung) である。

スペクトル

図 3.18 に Planck 衛星で得られたこれらの成分の温度及び直線偏光度の周波数依存性を示す。それぞれスペクト ルの形が違うので、広帯域の観測をして、空の各位置で成分分離する。これをコンポーネントセパレーションと呼 ぶ。これにより、放射強度が卓越しない成分(CMB 偏光など)を見積もることができる。



図 **3.18.** Planck 衛星 HFI 装置で観測された高緯度領域における (左) 角度スケール 1°(*l* ~ 180) における温度と (右) 角度スケール 40' (*l* ~ 270) における偏光の RMS を成分ごとに示した (Adam et al. 2016b)。CMB はモノポールとダイポールを除いた成分の強度である。

空間分布

成分ごとに全天での分布も異なる。40,100,400 GHz の周波数で全天観測した場合の前景放射の各種類と、CMB の全天マップを PySM3 (Thorne et al. 2016)を用いて作成した。PySM は、WMAP 衛星および Planck 衛星の公開 データに基づいて全天マップを作成する python ライブラリである。図 3.19 に温度マップ、図 3.20 に Q 偏光マッ プ、図 3.21 に U 偏光マップを示す。Planck 衛星の偏光観測では、前景放射のうち自由-自由放射と AME は無視 できる程度であり、PySM3 で作成した偏光マップでもこれらの成分は反映されていない。



図 3.19. 上から、シンクロトロン放射、ダスト放射、AME、自由-自由放射、CMB の温度 *I* マップ。(左) 40 GHz、(中) 100 GHz、(右) 400 GHz の 3 バンドについて示した。図は PySM3 を用いて作成した。



図 **3.20.** 上から、シンクロトロン放射、ダスト放射、AME、自由-自由放射、CMB の Q 偏光マップ。(左) 40 GHz、(中) 100 GHz、(右) 400 GHz の 3 バンドについて示した。図は PySM3 を用いて作成した。

3.5.2 CMB 放射

CMB 放射は 2.7 K の放射強度を持つ。高銀緯領域において、図 3.18 に示した全帯域で、あらゆる前景放射より 10^3 倍以上強い。CMB 観測では、2.7 K (CMB モノポール) からの差分だけを測定するので、これは観測されな い。次に、CMB ダイポール成分は 2.28 mK (§ 1.1.2) の強度があり、これも図 3.18 に示した帯域では、あらゆる前 景放射より強い。残る $l \ge 2$ の異方性成分の強度は 50 μ K 程度である。前景放射の和が極小となる 50–100 GHz で



図 **3.21.** 上から、シンクロトロン放射、ダスト放射、AME、自由-自由放射、CMB の U 偏光マップ。(左) 40 GHz、(中) 100 GHz、(右) 400 GHz の 3 バンドについて示した。図は PySM3 を用いて作成した。

最も支配的な成分である。一方、CMB の偏光成分は 0.5 μ K 程度 であり、前景放射の和が極小となる 50–100 GHz においても sub-dominant な成分でしかない。

3.5.3 点源放射

WMAP や Planck 衛星の全天観測でも、多数の点源が発見されている (Ade et al. 2011a)。点源と言っても、非常 にビーム幅が大きい望遠鏡で点源に近似できる天体であることに注意する。LiteBIRD 衛星で重要な点源は、フラッ クス較正に用いる惑星(木星、土星など)である。ミッション期間中に惑星を複数回観測する予定である。Planck 衛星でも同様に惑星観測による較正が行われた。CMB データ解析の際は開口部測光や point spread function (PSF) でフィットすることで取り除かれた (Adam et al. 2016a)。

3.6 デジタル信号処理

LiteBIRD 衛星では、観測値はアナログ信号で得られるが、アナログ-デジタル (A/D) 変換によりデジタル化さ れる (§ 3.6.1)。更に、機上デジタルエレキによって、デジタル信号処理を施し、帯域制限とダウンサンプリング (§ 3.6.2) を行う。最後に、テレメトリ制限に収まるようにデータの圧縮 (§ 3.6.3) を行う。本節では、このようなデ ジタル信号処理で用いられるアルゴリズムについて記述する。初めに一般論を数項目述べた後、LiteBIRD の実装 を説明する。実装が未定の場合は、本項で提案する。

3.6.1 アナログ/デジタル変換

サンプリング

A/D 変換は通常一定時間間隔で行う。この間隔 ΔT (s) の逆数をサンプリング周波数 $f_{\rm S} = 1/\Delta T$ (Hz) と呼ぶ。 これを周波数分解して、時系列パワースペクトルを得ることを考える。測定値は実数値なので、周波数 -f と f で のパワーは同じであり、 $f \ge 0$ に限定する。 ΔT (s) 毎のサンプリングでは、Nyquist 周波数 $f_{\rm N} = f_{\rm S}/2$ (Hz) 以下の 帯域の信号しか正しく測定できない。 $t = n\Delta T$ (n は整数) での A/D 変換値を計算すると、任意の整数 N に対して

$$\sin 2\pi (f + Nf_{\rm S})n\Delta T = \sin 2\pi f n\Delta T \tag{3.6.1.1}$$

デジタル処理によりサンプリング周波数を変えることができる。より細かい時間分解能にすることをインターポ レーション、より粗い分解能にすることをデシメーションという。

分解能とダイナミックレンジ

A/D 変換に用いる ADC (A/D converter) はビット数が有限である。従って ADC の最小値が必要な分解能を満たし、最大値が必要な信号の最大値をとるように調整する必要がある。LiteBIRD で用いる 14 ビットバイポーラの ADC なら、 -2^{13} から $2^{13} - 1$ で正負 $2^{13} = 8192$ 倍 (39.1 dB) のダイナミックレンジを取ることができる。

ここで、ビットとはデジタルデータにおける情報の基本単位であり、2 進数で表現する。ある数値を表すビット列のうち、最も桁数の高いものを最上位ビット (MSB; most significant bit; MSB)、小さいものを最小位ビット (least significant bit; LSB) と呼ぶ。分解能は LSB に相当する。デジタル化により、量子化誤差が発生する。これは LSBの整数倍でしか離散化できないため、本来のアナログ信号に –LSB/2 から LSB/2 の範囲の誤差(ノイズ)を乗せることになるからである。その rms は、アナログ値とデジタル値の差を t として t が一様分布に従うとすると、

$$(\text{rms})^2 = \frac{\int_{-\frac{\text{LSB}}{2}}^{\frac{\text{LSB}}{2}} t^2 dt}{\int_{-\frac{\text{LSB}}{2}}^{\frac{\text{LSB}}{2}} dt} = \frac{\text{LSB}^2}{12}$$
(3.6.1.2)

と計算できる。すなわち、rms は LSB の $1/\sqrt{12}$ 倍である。

ダイナミックレンジの上限は変更できないが、下限(分解能)はサンプリングを繰り返すことにより実質的に向上できる。ホワイトノイズに対して、N回のサンプリングの平均をとることにすると、分解能は $1/\sqrt{N}$ 倍になる。すなわち、 4^n 倍のオーバーサンプリングにより *n* ビットだけ分解能が上がり、ダイナミックレンジは 3.0*n* dB だけ広がる。

TES を用いた CMB *B* モード測定実験に必要なダイナミックレンジは次のように概算できる。上限が TES の飽 和電力 P_{sat} (§ 3.2.2) とする。これは通常、optical loading (P_{opt}) の 2.5 倍程度に設定される。 P_{opt} は大半が CMB 放射、すなわち 2.7 K である。従って、ダイナミックレンジの上限は O(10 K) である。一方、*B* モード信号の rms は $O(10^{-2}\mu\text{K})$ である。これは約 90 dB (30 ビット) のダイナミックレンジに相当する。A/D 変換では 40 dB (13 ビット) しか達成できないので、オーバーサンプリング(つまり、同じ信号を多数の検出器で何度も測定する)によ り、残りのダイナミックレンジを実現するというのが基本的な戦略である。これを図 3.22 にまとめた。



LiteBIRD での実装

LiteBIRD 衛星では、7.5 MHz 付近で 3 dB 減衰するアンチエイリアシングのローパスフィルタ (LPF) をかけた 後、14 ビットの深度を持つ ADC で 20 MHz のサンプリングを行う。この後、多段のデジタルフィルタで、20 MHz から 20 Hz まで $1/2^{20}$ 倍のデシメートを機上で行う (図 3.25)。 2^{20} 倍のオーバーサンプリングにより、実効的な分 解能は $\log_2(2^{20}/2^2) = 10$ ビット改善する。従って、19 Hz のデータには 24 ビットのビット幅を持たせる。

ダイナミックレンジの上限は、(i) TES の飽和電力、(ii) 機上較正に用いる惑星の明るさ、(iii) 20 MHz のサンプ リングのホワイトノイズの上限値のうち最も大きいものを選択し、さらに 1/f ノイズのゆらぎを加えて安全係数 (5 倍) をかけたものをバンドごとに計算する。計算結果を表 3.4 及び図 3.23 にまとめた。パラメータは表 3.4 の 注に示した通りである。(i) については、 P_{opt} がある状態で TES が動作点温度にあるように調整しそれからの差分 だけを測定するので、 $P_{\text{sat}} - P_{\text{opt}}$ だけカバーできればよいとする。(ii) については、木星、土星、火星、天王星の 強度を概算した (Ishino 2014)。(iii) については、分散が 1 の Gauss 分布が *a* の値をとる確率に 1 年間の試行回数

| Tolo | | Freq | P_opt | Conv | P_sat- | | DetN | loise | | | Pla | inets | | | Dynam | ic range | | Quant | OverSa | ampling |
|---------|-------|-------|---|--------------------|-------------|------------|-------|-------|------|---------|---------|-----------|---------|------|-------|----------|------|---------|--------|---------|
| scope | Wafer | | | | Popt | Noise | White | Clip | 1/f | Jupiter | Saturn | Mars | Uranus | MSB | MSB | LSB | LSB | Noise | LSB | LSB |
| scope | | GHz | pW | aW/uK | pW | aW/rHz | aW | pW | рW | pW | pW | pW | рW | рW | К | aW | mK | aW/rtHz | aW | uK |
| | LF-1 | 40 | 0.29 | 0.10 | 0.44 | 8.31 | 0.04 | 0.30 | 0.01 | 0.01 | 1.10E-3 | 3.20E-4 | 4.20E-5 | 2.25 | 21.90 | 274.18 | 2.67 | 1.77E-2 | 0.27 | 2.61 |
| | LF-2 | 50 | 0.31 | 0.17 | 0.46 | 8.64 | 0.04 | 0.31 | 0.01 | 0.01 | 2.00E-3 | 6.10E-4 | 7.70E-5 | 2.35 | 13.97 | 287.39 | 1.70 | 6.53E-4 | 0.28 | 1.66 |
| | LF-1 | 60 | 0.24 | 0.17 | 0.36 | 7.84 | 0.04 | 0.28 | 0.01 | 0.02 | 2.50E-3 | 7.60E-4 | 9.30E-5 | 1.87 | 11.00 | 228.03 | 1.34 | 5.11E-4 | 0.22 | 1.31 |
| | LF-2 | 68 | 0.27 | 0.17 | 0.41 | 8.51 | 0.04 | 0.30 | 0.01 | 0.03 | 3.80E-3 | 1.20E-3 | 1.40E-4 | 2.09 | 11.95 | 255.20 | 1.46 | 5.39E-4 | 0.25 | 1.43 |
| | LF-3 | 68 | 0.33 | 0.13 | 0.49 | 9.53 | 0.04 | 0.34 | 0.01 | 0.03 | 3.80E-3 | 1.20E-3 | 1.40E-4 | 2.52 | 19.79 | 308.20 | 2.42 | 1.22E-3 | 0.30 | 2.36 |
| 1.57 | LF-1 | 78 | 0.27 | 0.21 | 0.40 | 8.65 | 0.04 | 0.31 | 0.01 | 0.04 | 5.70E-3 | 1.80E-3 | 2.10E-4 | 2.07 | 9.94 | 253.13 | 1.21 | 3.75E-4 | 0.25 | 1.18 |
| | LF-4 | 78 | 0.33 | 0.17 | 0.49 | 9.69 | 0.04 | 0.35 | 0.01 | 0.04 | 5.70E-3 | 1.80E-3 | 2.10E-4 | 2.52 | 15.17 | 307.70 | 1.85 | 7.20E-4 | 0.30 | 1.81 |
| | LF-2 | 89 | 0.30 | 0.21 | 0.44 | 9.36 | 0.04 | 0.33 | 0.01 | 0.06 | 8.10E-3 | 2.50E-3 | 2.90E-4 | 2.28 | 10.75 | 278.69 | 1.31 | 3.99E-4 | 0.27 | 1.28 |
| | LF-3 | 89 | 0.32 | 0.21 | 0.47 | 9.72 | 0.04 | 0.35 | 0.01 | 0.06 | 8.10E-3 | 2.50E-3 | 2.90E-4 | 2.44 | 11.56 | 297.70 | 1.41 | 4.32E-4 | 0.29 | 1.38 |
| | LF-4 | 100 | 0.31 | 0.25 | 0.46 | 9.78 | 0.04 | 0.35 | 0.01 | 0.07 | 1.10E-2 | 3.40E-3 | 3.90E-4 | 2.36 | 9.38 | 288.43 | 1.14 | 2.93E-4 | 0.28 | 1.12 |
| | LF-3 | 119 | 0.38 | 0.39 | 0.56 | 11.27 | 0.05 | 0.40 | 0.02 | 0.15 | 2.20E-2 | 7.00E-3 | 7.50E-4 | 2.90 | 7.42 | 354.19 | 0.91 | 1.50E-4 | 0.35 | 0.88 |
| | LF-4 | 140 | 0.36 | 0.42 | 0.53 | 11.44 | 0.05 | 0.41 | 0.02 | 0.22 | 3.20E-2 | 1.00E-2 | 1.00E-3 | 2.75 | 6.52 | 335.23 | 0.80 | 1.22E-4 | 0.33 | 0.78 |
| | MF-1 | 100 | 0.36 | 0.21 | 0.53 | 10.64 | 0.05 | 0.38 | 0.01 | 0.07 | 1.10E-2 | 3.40E-3 | 3.90E-4 | 2.74 | 13.07 | 334.76 | 1.60 | 4.91E-4 | 0.33 | 1.56 |
| | MF-2 | 119 | 0.44 | 0.31 | 0.66 | 12.25 | 0.05 | 0.44 | 0.02 | 0.15 | 2.20E-2 | 7.00E-3 | 7.50E-4 | 3.37 | 10.84 | 411.85 | 1.32 | 2.74E-4 | 0.40 | 1.29 |
| MFT | MF-1 | 140 | 0.42 | 0.33 | 0.63 | 12.52 | 0.06 | 0.45 | 0.02 | 0.22 | 3.20E-2 | 1.00E-2 | 1.00E-3 | 3.24 | 9.89 | 395.61 | 1.21 | 2.38E-4 | 0.39 | 1.18 |
| | MF-2 | 166 | 0.39 | 0.33 | 0.59 | 12.68 | 0.06 | 0.45 | 0.02 | 0.17 | 2.50E-2 | 8.10E-3 | 7.70E-4 | 3.02 | 9.15 | 368.41 | 1.12 | 2.19E-4 | 0.36 | 1.09 |
| | MF-1 | 195 | 0.36 | 0.30 | 0.54 | 12.77 | 0.06 | 0.46 | 0.02 | 0.22 | 3.10E-2 | 1.00E-2 | 9.10E-4 | 2.77 | 9.13 | 337.73 | 1.11 | 2.38E-4 | 0.33 | 1.09 |
| | HF-1 | 195 | 0.63 | 0.33 | 0.94 | 17.19 | 0.08 | 0.62 | 0.02 | 0.22 | 3.10E-2 | 1.00E-2 | 9.10E-4 | 4.83 | 14.71 | 590.18 | 1.80 | 3.53E-4 | 0.58 | 1.75 |
| | HF-2 | 235 | 0.47 | 0.29 | 0.71 | 15.77 | 0.07 | 0.56 | 0.02 | 0.34 | 4.60E-2 | 1.60E-2 | 1.40E-3 | 3.64 | 12.41 | 444.29 | 1.52 | 3.34E-4 | 0.43 | 1.48 |
| HFT | HF-1 | 280 | 0.38 | 0.22 | 0.57 | 15.04 | 0.07 | 0.54 | 0.02 | 0.46 | 6.30E-2 | 2.30E-2 | 1.90E-3 | 2.93 | 13.41 | 357.81 | 1.64 | 4.83E-4 | 0.35 | 1.60 |
| | HF-2 | 337 | 0.30 | 0.13 | 0.45 | 14.42 | 0.06 | 0.52 | 0.02 | 0.63 | 9.20E-2 | 3.20E-2 | 2.40E-3 | 3.25 | 24.64 | 396.63 | 3.01 | 1.47E-3 | 0.39 | 2.94 |
| | HF-3 | 402 | 0.22 | 0.05 | 0.33 | 13.34 | 0.06 | 0.48 | 0.02 | 0.76 | 1.10E-1 | 3.90E-2 | 2.80E-3 | 3.89 | 79.56 | 475.07 | 9.71 | 1.28E-2 | 0.46 | 9.48 |
| Referen | ces | | | Sens | sivitity ca | alculation | v28 | | | | Ishino, | LBN, 2020 | | | | | | | | |
| Paramet | ters | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | Safety n | nargin | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2.5 | | | Psat/Pop | pt | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | MHz | ADC sar | mpling ra | ite | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | sigma | ADC clip | ping | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | ADC dep | oth exclu | ding a b | it for sig | n | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | Additional depth by oversampling with DAN | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | mHz | f_knee i | n 1/f noi | se | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Power in | vower in 1/f noise | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | yr | Total observation time | | | | | | | | | | | | | | | | | |

表 3.4. ダイナミックレンジ



88

(20 MHz × 1 yr) をかけて O(1) 回になるよう a = 8 とした。また 1/f ノイズによるゆらぎは

$$\sigma^2 \frac{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \left\{ 1 + \left(\frac{f}{f_{\text{knee}}}\right)^{-\alpha} \right\} df}{f_{\max} - f_{\min}}$$
(3.6.1.3)

とした。その結果、HFT の 337, 402 GHz バンドでは木星強度、それ以外では $P_{\text{sat}} - P_{\text{opt}}$ を採用する。各バンド での上限値は 1.9–4.8 pW であり、ADC での分解能は 228–590 aW/bit である。オーバーサンプリングにより 10 ビット分だけ改善した後の分解能は 0.22–0.58 aW/bit となる。温度で換算すると、0.8–9 μ K/bit に相当する。

3.6.2 デジタルフィルタ

A/D 変換して得るデータは1 チャンネルあたり 24 bit × 20 MHz あるので、到底ダウンリンクできないが、その 必要もない。目的信号は $4_{\text{HWP}} \sim 3$ Hz に重畳されるので、この周波数帯域の S/N 比を保持しながら高周波の情報 をデジタル信号処理で落としていく。そのための数学的な背景を概観する。

種類

デジタル信号処理のうち最も良く使われるものが、「デジタルフィルタ」と呼ばれる、必要な周波数帯域の信号だ けを選択する処理である。入力信号が通過する周波数領域を「通過域」、阻止する周波数領域を「阻止域」と呼ぶ。 デジタルフィルタは主に以下に分類することができる。

- ローパスフィルタ: 低周波成分のみを透過する
- ハイパスフィルタ: 高周波成分のみを透過する
- バンドパスフィルタ:特定の範囲の周波数成分のみを透過する
- ノッチフィルタ: 特定の範囲の周波数以外の成分のみを透過する

インパルス応答と伝達関数

A/D 変換は信号を量子化することに等しい。すなわち、アナログ信号にデルタ関数 $\delta(n)$ を作用させ、パルス状のデジタル信号を得る。ここで、n は、任意の測定点である。 $\delta(n)$ により記述される入力信号を線形時不変システムをに入力した時の出力を「インパルス応答」と呼ぶ。ここで、線形時不変システムとは、

- システムへある入力信号の和を作用させると、出力信号がそれぞれの出力の和に等しい(線形)
- ・システムへの入出力が時間によって変化しない(時不変)

ようなシステムである。

入力信号 x(k) にインパルス応答 h を作用させ、畳み込むことで以下のような出力 y(n) を得る。

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n} x(k)h(n-k)$$
(3.6.2.1)

例えばh(k) = 1/nとすれば、平均を求めることと同値である。

システムの入出力を周波数空間で考える際には、パルス状の時系列信号を周波数 ω のパラメータzに書き換える [z変換」が便利である。時系列信号x(n)のz変換を

$$X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(n) z^{-n}$$
(3.6.2.2)

で定義する。式 3.6.2.1 に対し z 変換を行うと、

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(n) z^{-n}$$

= $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{n} h(k) x(n-k) z^{-n}$
= $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} h(k) x(n-k) z^{-(n-k)} z^{-k}$
= $\sum_{k=0}^{\infty} x(k) z^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} h(n-k) z^{-(n-k)}$
= $X(z) H(z)$

を得る。ただし、

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n) z^{-n}$$
(3.6.2.3)

である。H(z) はインパルス応答 h(n) を z 変換したものであり、「伝達関数」と呼ばれる。z は、周波数 ω とサン プリング周期 T を用いて以下のように書ける。

$$z = e^{\sigma T} e^{i\omega T} \tag{3.6.2.4}$$

すなわち、時間 T後の振幅応答が $e^{\sigma T}$ 、周波数応答が $e^{i\omega T}$ であることを表している。 $H(\omega)$ の振幅及び周波数応 答を図示するボード線図を用いて視覚的に理解される。

FIR と IIR

インパルス応答 *h*(*n*) には、代表的な二種類のシステムが存在する。「FIR (finite impulse response)」システムと「IIR (infinite impulse response)」システムである。これらの両システムの違いは、インパルス応答が有限時間で終わるか、無限時間であるかという点である。

FIR は、図 3.24 (a) に示すとおり、過去の入力値のみに基づく計算で、伝達関数が

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}$$
(3.6.2.5)

となる。N をタップ数と言う。FIR は、有限のインパルス応答に対し線形和を取るため、出力の有限性が保障され、 常に安定なシステムである。

IIR は、図 3.24 (b) に示すとおり、フィードバックを含む計算で、伝達関数が、

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}$$
(3.6.2.6)

となる。FIR に比べて、より望ましいフィルタ特性を設計できるが、フィードバックを行うために各回の計算の丸 め誤差が蓄積する。また、出力の有限性を保障するため、うまく係数を設計する必要がある。

LiteBIRD での実装

LiteBIRD では、常温ステージにある常温エレキ (WE; Warm Electronics) の ADC でデジタル変換された後、ポ リフィルターバンク (PFB) で信号多重化をほどく (demux)。これにより 20 MHz/2⁵ =625 kHz のデータレートに なる。この後、ローパスフィルタの一種である「CIC (Cascaded Integrator Comb)」フィルタ2段で更に 1/2¹² 倍の



図 3.24. FIR と IIR システムの伝達関数を表すブロック図。https://ednjapan.com/edn/articles/1403/17/news023.html より引用。

デシメーションがされて 20 MHz/2¹⁷ =152.6 Hz のデータレートになる。上記の処理は FPGA でなされる。これ が更に、ミッション部デジタル処理器 (PLM-DPU; Payload Module Data Processing Unit、mission DPU などと呼ぶ) にわたされ、更に FIR フィルタで $1/2^3$ 倍のデシメーションがされて 20 MHz/2²⁰ =19.1 Hz のデータレートに なる。ミッション部デジタル処理器 は CPU を有しており、FIR は FPGA もしくは CPU で処理される (図 3.25)。



サンプリングが速いステージの処理は単純だがリアルタイム性を担保できる FPGA が担い、遅いステージの処理 はリアルタイム性は担保できないが複雑な処理ができる CPU が担う、という分担をする。後述するように、CIC フィルタは加算器だけで計算できるので、とりわけ FPGA などの実装に適している。但し、周波数カットオフは急 峻ではないので、FIR と組み合わせる必要がある。

■CIC CIC とは、Integrator (積分器) と Comb (櫛形演算、微分器)の演算をカスケードにしたデジタルフィルタ であり、サンプリング周波数の変更と共に使用される (Hogenauer 1981)。図 3.26 にブロック図を示す。積分器は 単純な IIR で、1 つ前の出力を現在のサンプルに足して出力とするものであり、伝達関数は $H_I(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$ であ る。微分器は単純な FIR で、1 つ前のサンプルとの差分を出力とするものであり、伝達関数は $H_C(z) = 1 - z^{-1}$ である。但し、1/R のデシメーションと一緒に使用する場合は、R 個のサンプルの移動平均を採ることになるので、 $H_C(z) = 1 - z^{-R}$ となる。これを1 段ずつ組み合わせると伝達関数は $H_C(z)H_I(z)$ となる。N 段カスケードして、

最終的な伝達関数は

$$H_{\rm CIC}(z) = \left(\frac{1-z^{-R}}{1-z^{-1}}\right)^N = \left(\sum_{k=0}^{R-1} z^{-k}\right)^N$$
(3.6.2.7)

となる。積分器が入っているものの、全体としては N 段の FIR として表現され、インパルス応答は有限である。



これを解いて
$$|H(\omega)| = \left| \frac{\sin M \frac{\Theta}{\Theta_s} \pi}{\sin \frac{\Theta}{\Theta_s} \pi} \right|$$

図 3.26. CIC フィルタの伝達関数を表すブロック図。http://radiun.net/excel_cic/main.html より引用。

この伝達関数の周波数特性は以下の通りである (§ 3.6.2)。

$$H_{\rm CIC}(e^{i2\pi f}) = \left(\frac{1 - e^{-i2\pi fR}}{1 - e^{-i2\pi f}}\right)^N = e^{-i(R-1)\pi fN} \left|\frac{\sin \pi fR}{\sin \pi f}\right|^N$$
(3.6.2.8)

第一項はある周波数の振動において位相がどれだけずれているかを示す「位相特性」を表す。位相遅延は f に比例 することが分かる。第二項はある周波数における伝達関数の大きさを示す「振幅特性」を表す。ヌル点が f = nR(n は整数)に存在することが分かる。これに直流入力 f = 0 を加えた時の振幅は、

$$\lim_{f \to 0} \frac{\sin \pi R f}{\sin \pi f} = \lim_{f \to 0} \frac{\pi R \cos \pi R f}{\pi \cos \pi f} = R$$
(3.6.2.9)

であるから、規格化するために出力結果に 1/R をかける必要がある。

図 3.27 に、*R*, *N* を変えた時のボード線図 (a, c, e) と時空間での係数 (b, d) を示す。*R* に応じて第一ヌル点まで の帯域が 1/*R* に制限されることが分かる。これらを実現するには、時空間で (b), (c) のような係数をかけて演算す ればよい。その後、*R* 個に1 個のデータを取り出せば、データレートを 1/*R* に落とすことができる。この時、CIC は等価特性が急峻でないため、1/*R* 以上の帯域にもそれなりに感度があり、これらは全て折り返し雑音として 1/*R* の帯域に入る。これを抑制するには、*N* を増やすとよい。LiteBIRD のように、多段の CIC フィルタを用いて大幅 なデシメーションをする場合、最終的なデータ帯域に入る折り返し雑音の総和を十分に小さくしておく必要がある。 その程度を以下で概算する。

問題を一般化して、 f_0 Hz でサンプリングされた信号を M ステージからなる CIC を順にかけて $(1/R)^M$ 倍のデ シメートをし $f_1 = f_0(\frac{1}{R})^M$ Hz にすることを考える。アンチエイリアシングフィルタは、階段関数状に $f_0/2$ Hz に かかっているとする。各ステージの CIC フィルタの段数は N とする。各ステージの振幅の伝達関数は

$$H_{\rm cic}(f;R,N) = \left| \frac{1}{R} \frac{\sin(\pi fR)}{\sin(\pi f)} \right|^N$$
(3.6.2.10)

である。k 番目のステージの CIC ($k = 0 \dots M - 1$)の伝達関数は、式 3.6.2.10 の f を $2^k \frac{f}{f_0}$ と置き換えたもので



図 3.27. CIC フィルタの周波数応答。MATLAB で作成。

あるので、全てを合成した伝達関数は、

$$H_{\text{total}}(f; R, N, M) = \prod_{k=0}^{M-1} \left| \frac{1}{R} \frac{\sin(\pi 2^k \frac{f}{f_0} R)}{\sin(\pi 2^k \frac{f}{f_0})} \right|^N$$
(3.6.2.11)

となる。 $1/R^M$ 倍のデシメートをする場合、 $R \ge M$ のとり方に任意性はあるが、 R^M が一定である限りは伝達関数は同じなので、一般性を失うことなく R = 2 とできる。この場合、式 3.6.2.11 は隣接項同士が約分されて

$$H_{\text{total}}(f; N, M) \equiv H_{\text{total}}(f; R = 2, N, M) = \left(\frac{1}{2}\right)^{NM} \left|\frac{\sin\left(\pi 2^{M} \frac{f}{f_{0}}\right)}{\sin\left(\pi \frac{f}{f_{0}}\right)}\right|^{N}$$
(3.6.2.12)

となる。ここで、デシメーション後の帯域 ($0 < f < \frac{f_1}{2}$)に含まれる折り返し雑音の量を以下のように評価する。

$$r(N,M) \equiv \frac{\int_0^{\frac{f_0}{2}} H_{\text{total}}(f;N,M) df}{\int_0^{\frac{f_1}{2}} H_{\text{total}}(f;N,M) df} = \frac{f_0 \int_0^{\frac{1}{2}} H_{\text{total}}(f_0f;N,M) df}{f_1 \int_0^{\frac{1}{2}} H_{\text{total}}(f_1f;N,M) df}$$
(3.6.2.13)

まず、N = 1の場合を考える。式 3.6.2.13 で分子を評価すると、M = 1, 2 でそれぞれ

$$\int_{0}^{1/2} H_{\text{total}}(f_0 f; N = 1, M = 1) df = \frac{1}{2} \int_{0}^{1/2} \left| \frac{\sin 2\pi f}{\sin \pi f} \right| df = \int_{0}^{1/2} \left| \cos(\pi f) \right| df = 1/\pi$$
(3.6.2.14)

$$\int_{0}^{1/2} H_{\text{total}}(f_0 f; N = 1, M = 2) df = \frac{1}{4} \int_{0}^{1/2} \left| \frac{\sin 4\pi f}{\sin \pi f} \right| df = \int_{0}^{1/2} \left| \cos(\pi f) \cos(\pi 2f) \right| df = \frac{1}{3\pi} (2\sqrt{2} - 1) = 0.609/\pi$$
(3.6.2.15)

となる。M に対して等比数列になるので、任意の M に対して

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}} H_{\text{total}}(f_0 f; N = 1, M) df = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{3}\right)^{M-1}$$
(3.6.2.16)

となる。一方、式 3.6.2.13 で分母を評価すると

$$\int_{0}^{1/2} H_{\text{total}}(f_1 f; N = 1, M) df = \left(\frac{1}{2}\right)^M \int_{0}^{1/2} \frac{\sin \pi f}{\sin \pi \frac{f}{2^M}} df \approx \frac{1}{\pi} \int_{0}^{1/2} \frac{1}{f} \sin \pi f df = \frac{f_1}{\pi} \int_{0}^{\pi/2} \frac{1}{x} \sin x dx = \frac{1}{\pi} \text{Si}(\frac{\pi}{2}).$$
(3.6.2.17)

となるので、あわせて

$$r(N=1,M) = \frac{2\left(\frac{4\sqrt{2}-2}{3}\right)^{M-1}}{\operatorname{Si}(\frac{\pi}{2})}$$
(3.6.2.18)

これは $M \to \infty$ で $r(N = 1, M) \to \infty$ となり、折返し雑音の寄与が極めて大きくなる。 M = 20の場合は r = 62.8 である。

次に、N=2の場合を考える、N=1の場合と同じ考察で、式 3.6.2.13 で分子は

$$\int_{0}^{\frac{1}{2}} H_{\text{total}}(f_0 f; N = 2, M) df = \left(\frac{1}{2}\right)^M$$
(3.6.2.19)

となり、分母は

$$\int_{0}^{1/2} H_{\text{total}}(f_1 f; N = 2, M) df = \left(\frac{1}{2}\right)^{2M} \int_{0}^{1/2} \left|\frac{\sin \pi f}{\sin \pi \frac{f}{2^M}}\right|^2 df \approx \frac{1}{\pi^2} \int_{0}^{1/2} \frac{1}{f^2} \sin^2(\pi f) df = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{Si}(\pi) - \frac{2}{\pi}\right).$$
(3.6.2.20)

となるので、あわせて

$$r(N=2,M) = \frac{\pi}{\mathrm{Si}(\pi) - \frac{2}{\pi}} = 2.58$$
 (3.6.2.21)

となる。この場合、Mによらずr(N = 2, M)は定数である。

更に、 $N \ge 3$ の場合を考えると、 $M \to \infty$ で $r(N,M) \to 0$ となる。すなわち、折り返し雑音の寄与を十分に小さくするには、 $N \ge 3$ とすればよいことが分かる。LiteBIRD の場合、R = 64, M = 1, N = 3の第一 CIC フィルタで 20 MHz/2⁵/2⁶=9.765 kHz に落とし、更に R = 64, M = 1, N = 6の第二 CIC フィルタで 20 MHz/2⁵/2⁶/2⁶=152.6 Hz に落としている (図 3.25)。その結果、144 dB のエイリアス雑音除去(10 Hz のバン ドパスに対して、24 ビット分のダイナミックレンジに相当)を実現している (図 3.28)。

■FIR LiteBIRD では、多段 CIC フィルタでデータレートを 152.6 Hz に落とした後、最後に FIR フィルタで 1/8 のデシメートを行い、20 MHz/2⁵/2⁶/2⁶=19.1 Hz とする。Nyquist 周波数は 9.53 Hz であり、この帯域に高周波 からの折返し雑音ができるだけ入らないように、急峻な周波数カットオフ特性を持つ FIR を用いる。LiteBIRD で の仕様は未定なので、以下のように設計する。

まず、目的信号は HWP の回転周波数の 4 倍 4 f_{HWP} で変調される (§ 1.3.6)。LFT, MFT, HFT の場合、それぞれ、4 f_{HWP} =3.1, 2.6, 4.1 Hz となる。次に、FIR で折り返す帯域 9.53–152.6 Hz に含まれる可能性があるノイズを考える。§ 3.4.2 で考察したノイズ源のうち、この帯域に含まれるラインノイズを表 3.5 に示す。これらは基本波であり、正弦波からのずれは高調波として現れる。

本論文では、pyfda*⁶を用いて FIR を設計する。サンプリングレート、通過域、阻止域、阻止域での低減率、タッ プ数などを指定すると、最適な係数を返すツールである。本論文では、サンプリングレートを 153 Hz、通過域 <10 Hz、阻止域 >15 Hz のローパスフィルタを設計する。低減率が高いほど、高周波からの漏れ込みを小さくで きる。タップ数が少ないほど、計算コストは小さい。ただし、両者は相反し、低減率が高くてタップ数が少ないと、 通過域上限付近でリップルが生じる (図 3.29)。リップルとは、*H*(*ω*) と *h*(*n*) が Fourier 級数の関係であることか ら、無限級数を有限項で打ち切った場合に元の関数を再現できないことに起因する。なので、タップ数と低減率を

^{*&}lt;sup>6</sup> https://pyfda.readthedocs.io/en/latest/



図 3.28. Warm electronics でのデジタルフィルタの応答。G. Smecker 氏 (McGDill 大学/Three-Speed Logic 社) 提供。

| 表 3.5. | ライ | ンノ | イズ |
|--------|----|----|----|
|--------|----|----|----|

| 周波数 (Hz) | 項目 |
|----------------------|-------------------------------------|
| 3. 1 <i>n</i> | LFT の $4f_{HWP}$ の高調波 ($n \ge 3$) |
| 2.6n | MFT の $4f_{HWP}$ の高調波 ($n \ge 4$) |
| 4. 1 <i>n</i> | HTT の $4f_{HWP}$ の高調波 ($n \ge 3$) |
| 15 | Stirling 冷凍機の駆動周波数 |
| 33.3 | 衛星リアクションホイールの回転周波数 (2000 rpm の場合) |
| 52 | Joule-Thomson 冷凍機の駆動周波数 |
| 64 | スペースワイヤー通信のタイムコード |







第3章 宇宙線



いくつか試した結果、タップ数が 64、低減率が 35 dB のフィルタを選択した (図 3.30)。この時のインパルス応答 を図 3.31 に示した。

3.6.3 データ圧縮

デジタル信号処理による帯域制限とデシメーションによりデータ量は大幅に小さくなったが、これでもまだ衛星 と地上局との間の通信ボトルネックを通過することはできない。1日あたりの観測データ量を概算すると、

(データ深度 24 bit)×(サンプリング周期 20 Hz)×(チャンネル数 ~ 5000)×(観測時間 24 hr) ~ 25.9 GB (3.6.3.1)

である。このデータ量は観測期間を通してほぼ一定である。X バンド通信 (10 Mbps) で毎日ダウンリンクすると、 5.8 時間かかる。現在の LiteBIRD の想定では、JAXA 美笹局を用いる。L2 点の可視時間は、季節と高度の閾値に 依存するが、それぞれ夏季と 10 度とすると、約7 時間である (図 3.32)。観測データ以外の HK データ、各種のオー バーヘッド、局を他衛星と共用することなどを考えると、観測データのダウンリンク時間は1 日あたり数時間程度 に収める必要がある。従って、機上で約 50% のデータ圧縮を施さなければいけない。すなわち、24 ビットのデー タを実効ビット長 12 ビット程度に収める必要がある (図 3.22)。観測データがもつ情報エントロピーの性質を利用 すると、データの中身を失わずにデータ量を圧縮できる。ここでは、そのための数学的な背景を以下で説明する。

データ圧縮

■圧縮率 データの実際のサイズをデータ量と呼ぶ一方、そのデータ自体に含まれる正味の量を情報量と呼ぶ。 データ量は通常、情報量より多く、これを「データの冗長性」と呼ぶ。冗長性を減らすことがデータ圧縮の目標で ある。元のデータ量に対し、圧縮されたデータ量の割合を圧縮率と呼ぶ。本論文では、100 MB のデータが 80 MB に圧縮された時、圧縮率を 0.2 倍と定義する。

■可逆圧縮と非可逆圧縮 可逆圧縮とは、圧縮後のデータから元のデータを完全に再現できる圧縮方法である。一 方、非可逆圧縮は、元のデータは完全に再現されない圧縮方法である。一般に後者のほうが圧縮率は高い。例えば、 画像や音楽データの圧縮では、人間が知覚できない高周波のデータを落として非可逆圧縮することで高い圧縮率を 達成している。LiteBIRD のデータ圧縮は、不要な系統誤差を導入したくないので、可逆圧縮を基本とする。





情報量

■情報エントロピー 情報量は、その事象が発生する確率を用いて数学的に定義される。確率の低い事象は、一度 その情報を得るだけで情報の価値が高く、情報量が大きいと考える。情報量の加算性を要求すると、確率 p の事象 に対し、情報量は - log₂ p と定義できる。

複数の事象から情報源が構成される場合を考える。i番目の事象は確率 p_i で発生するとする。 $\sum_i p_i = 1$ である。 この情報源の情報エントロピー I は

$$I = -\sum_{i} p_i \log_2 p_i$$
 (3.6.3.2)

で表される。これは「平均符号長」としてビット単位で表される。 $\sum_i p_i = 1$ の条件下で I が最も大きくなるのは、 Lagrange の未定乗数法から任意の係数 λ を用いて定義される

$$\tilde{I} \equiv I - \lambda (\sum_{i} p_i - 1) \tag{3.6.3.3}$$

に対し $\frac{\partial I}{\partial p_i} = 0$ を満たす場合であり、これは $p_i = \text{const}$ の場合である。

■Shannon の情報源符号化定理 Shannon の情報源符号化定理(Shannon の第一定理とも言う)とは、ある情報 源を情報量の損失なく符号化するとき、その圧縮率には限界があるという定理である(Shannon 1948)。すなわち、 その情報量が持つ情報エントロピーが I ビットの場合、これを符号化すればその平均長(平均符号化長と言う)は 必ず I ビットより長くなる、というものである。これを Shannon 限界という。ここで符号化とは、データの値ごと にビット列(符号)を割り振る作業のことである。この定理は、実際の符号化のアルゴリズムによらずに成立する。 I はデータから計算できるので、アルゴリズムを考えずに圧縮率の最大値を求めることができる。

ただし、Shannonの定理は、データの値が過去のデータに依らずに一定の確率で出現する場合(「記憶がない情報源」と呼ぶ)のみ成り立つことに注意する。データの値が過去のデータに応じて出現頻度を変える場合(「記憶のある情報源」と呼ぶ)では、その記憶を利用して、Shannon限界より更にデータ量を減らすことが可能である。

■予測 記憶を利用するとは、過去のデータに基づいて現在の値を予測することである。過去のデータを小数のパ ラメータでモデル化し、モデルで計算した予測値と実際の値の差をとって、0付近に分布を持つ新たな情報源にす る。情報エントロピーは一様分布のときに最も大きいので、予測の精度を上げて0付近のピークをできるだけ細く した情報源を定義すると、元の情報源の Shannon 限界を超えた圧縮率を目指すことができる。

符号化のアルゴリズム

以下で代表的な符号化のアルゴリズムを説明する。なお、以下では2ビットでデータを表現するものとする。

■連長 (run length) 符号化 連長符号化とは、データ中の同じデータが並んでいる場合のその連続数を記録する方法。例えば、「0,0,0,0」というデータ配列に対しては、値 (=0) と連長数 (=5) のみを取り出し、「50」などと記録する。ただし、同じ値が並ばない場合には圧縮率が低いため、同じ画素値が固まって存在するような画像データに対しては有効であるが、その適用範囲はあまり広くない。

■エントロピー符号化 エントロピー符号化は、出現頻度の多いデータに短い符号を割り振る方法である。ある情 報源からデータ列を作成する場合、*i* 番目の値の出現頻度を *p_i*、符号長を *n_i* とすると、平均符号長は ∑_{*i*} *p_in_i* で表 され、データの出現頻度によらず均等に符号化する場合より平均符号長を小さくすることができる。ただし、データ は可変長のビット列で与えるため、各データの長さが異なり、データの切れ目がわからなくなる恐れがある。デー タを一意に復元するために、いくつかの方法が検討されている。

Huffman 符号化 Huffman 符号化 (Huffman 1952) とは、出現頻度の小さいデータから順にまとめ上げて符号化を 行う方法である。最も基本的な符号化方式で、ASTRO-H 衛星搭載 SXS 装置の機上デジタル機器のデータ符号化 にも用いられている (Ishisaki et al. 2018)。具体的には、出現頻度が最も少ない二つの事象をまとめ、二つの事象の 合計を出現頻度として持つ新たな事象とし、改めて出現頻度の少ない二つの事象を探す。このように二つの事象を まとめ上げる作業を、最終的に全データがひとまとめになるまで繰り返す。すると、ある一点から二つずつに枝分 かれするように樹形図 (これを Huffman tree と呼ぶ)を描くことができ、出現頻度の少ないデータが徐々に細分化 する様子を再現できる。枝分かれする際に片方を 0、もう一方を 1 と定めてビット列を決めることで、複合する際 に Huffman tree を参照しつつ、一意に復元することが可能となる。

算術符号化 算術符号化とは、出現頻度が高い事象から順に、0から1までの実数値を割り当てる手法である。例 えば、a, b, c, d という四つの値が4:3:2:1の割合で出現する時、図3.34に示すように、a が最も広範囲を占めるよ うに実数値を割り振る。データ全体を一つの符号として扱う算術符号化では、平均符号長を最小符号長に近づけや すくなるが、データが欠損した場合に元データの損失範囲が大きくなってしまうという欠点がある。

Golomb-Rice 符号化 予測との差分値はデータの値が0を中心に偏って出現することが多い。Golomb-Rice 符号 化は、このような差分値の記録によく用いられる符号化の一つである。まず、1 以上の任意の整数 m を定める。 Golomb 符号化 (Golomb 1966) は m が任意の正整数、Rice 符号化はハードウェア演算が容易なように m を 2 の整数乗 $m = 2^k$ に限定したものであり (Rice & Plaunt 1971)、計算機資源が限られた深宇宙探査(具体的には Voyager 計画) に向けて提案された。本質的には同じなので、Golomb-Rice 符号化とまとめて呼ばれる。

このパラメータ m を用いて、正の値 x を符号化する場合、具体的には次のような操作を行う。

$$x = q \times m + r \tag{3.6.3.4}$$

として商 q と剰余 r を求める。ただし、m > r とする。次に q を unary 符号 (表 3.6) を用いて符号化し、前半部 分とする。unary 符号は、q 個の 0 の後に 1 を足したものであり、q+1 ビットのビット列で表現される。最後に、 $\log_2 m$ が整数の場合、 $\log_2 m$ ビットで r を表現し、後半部分とする。一方、 $\log_2 m$ が整数でない場合、 $\log_2 m$ を 小数点第一位で繰り上げた値を b とし、 $r < 2^b - m - 1$ ならば b - 1 ビットを用いて r を表現し、後半部分とする。 $r \ge 2^b - m - 1$ であれば、 $r + 2^b - m$ を b ビットで表現し、後半部分とする。Golomb-Rice 符号化の例を表 3.7 に示す。

xを符号化したもののビット数をb(x)とする。xが小さいと、b(x)が小さくなる。予測値の引き算の結果は、xが小さいものに分布が集中するので、これで実効的にデータ圧縮ができる。この時、xがどれだけ大きくなればb(x)がどれだけ大きくなるか、すなわちdb(x)/dxに相当する値を Golomb-Rice 符号化のパラメータmで調整で



図 3.33. Huffman 符号化の概要と Huffmann tree。https://cse-robotics.engr.tamu.edu/dshell/cs314/sa6/sa6.html より引用。



| | J 13 3 |
|---------|----------|
| 符号化する数値 | unary 符号 |
| 0 | 1 |
| 1 | 01 |
| 2 | 001 |
| 3 | 0001 |
| 4 | 00001 |
| 5 | 000001 |

表 3.6. unary 符号

| 表 3.7. Golomb-Rice 符号 | | | | | | | |
|-----------------------|-------|-------|-------|--|--|--|--|
| 符号化する数値 | m = 4 | m = 5 | m = 6 | | | | |
| 0 | 100 | 100 | 100 | | | | |
| 1 | 101 | 101 | 1011 | | | | |
| 2 | 110 | 1101 | 1100 | | | | |
| 3 | 111 | 1110 | 1101 | | | | |
| 4 | 0100 | 1111 | 1110 | | | | |
| 5 | 0101 | 0100 | 1111 | | | | |

66° 🖂

きる。m が小さいと、|db(x)/dx| が大きく、x が少し大きくなると急激に b(x) も大きくなるが、x が小さいときの b(x)を小さくできる。一方、mが大きいと、|db(x)/dx|が小さく、急激なb(x)の増大が抑制できるが、xが小さい ときも b(x) はあまり小さくならない。結局、x の頻度分布に基づいて m を最適に設定する必要がある。

そこで、Rice 符号化に絞って一般的な考察を試みる。予測との差分値の値 x_i は、平均が 0、分散が σ の Gauss 分布に従うと仮定する。この時、値 x_iの規格化された頻度を y_i として、

$$y_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.6.3.5}$$

に従う。Rice 符号化は正整数に対して行うため、次のように X_i を定義する。

$$X_{i} = \begin{cases} 2x_{i} & (x_{i} \ge 0) \\ -2x_{i} - 1 & (x_{i} < 0) \end{cases}$$
(3.6.3.6)

 X_i の頻度分布は、式 3.6.3.4 において σ を 2σ とすれば良い。また、 σ が十分大きい時、 X_i を連続変数と見做すこ とができるため、この規格化された頻度を $Y(X;\sigma)$ として、

$$Y(X;\sigma) = \frac{1}{\sqrt{8\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{X^2}{8\sigma^2}\right)$$
(3.6.3.7)

となる。

 $m = 2^k$ (k は正の整数)を用いた Rice 符号化により、正整数 X がビット数 b(X,m) で符号化されるとする。 Rice 符号の場合は $k = \log_2 m$ が必ず整数になるので、後半部分のビット列のビット数は $k = \log_2 m$ に固定である ことに留意すると、

$$b(X,m) = \begin{cases} k+1 & (0 \le X < m) \\ k+2 & (m \le X < 2m) \\ \dots \\ k+n & ((n-1)m \le X < nm) \\ \dots \end{cases}$$
(3.6.3.8)

である。ここで n は正の整数である。X について平均値を計算すると、

$$\langle b(m,\sigma) \rangle = \int_0^\infty b(X;k) Y(X;\sigma) dX = \sum_{n=1}^\infty (m+n) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{(n-1)m}{\sqrt{8\pi}}}^{\frac{nm}{\sqrt{8\pi}}} e^{-t^2} dt = \sum_{n=1}^\infty \frac{k+n}{2} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{nm}{\sqrt{8}\sigma}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{(n-1)m}{\sqrt{8}\sigma}\right) \right\}$$
(3.6.3.9)

を得る。ここで、 $\operatorname{erf}(x)$ は誤差関数

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$
 (3.6.3.10)

であり、これ以上解析的に解けないので、数値計算する。 σ が 10¹, 10², 10³, 10⁴ について、m ごとに $\langle b(\sigma, m) \rangle$ の 計算結果を図 3.35 に示した。これより、 σ の Gauss 分布を持つ x_i を Rice 符号化する時のパラメータ m は $\log_2 \frac{\sigma}{2}$ に近い 2^k とすれば平均ビット列 $\langle b(m, \sigma) \rangle$ を最も小さくできて、その値が $\log_2 \frac{\sigma}{2}$ 程度になることがわかる。



図 3.35. Rice 符号化によるビット数の変化を、 σ =10¹, 10², 10³, 10⁴ について計算した。垂直方向、水平方向の破線は $\log_2 \sigma/2$ を表す。

Planck での実装

HFI での実装を述べる。*7 HFI は約 1.4 秒 (全天の約 8 度に相当) で 254 個のデータを出力する。これをデータ 圧縮を行う 1 ユニットと定義する。各ユニット内のデータの平均値を計算(「予測」)して記録する。次に各ユニッ ト内のデータと平均値の差を記録する。この時、チャンネルごとのホワイトノイズσに対して、LSB = σ/2.5 を 1 ビットとする符号化を行う。LSB 以下のデータは捨てており、非可逆圧縮である。圧縮後のデータは量子化誤差 (§ 3.6.1)を含むが、HFI での科学成果に影響は微小であるとの判断から、このようなデータ圧縮が採用された。

^{*&}lt;sup>7</sup>https://wiki.cosmos.esa.int/planckpla/index.php/HFI_data_compression を参考に記述した。

第4章

シミュレーション

Contents

| 4.1 | シミュレーションの方法 |
|-----|--------------------------------------|
| | 4.1.1 時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線 |
| | 4.1.2 時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB |
| | 4.1.3 全天マップと角度パワースペクトルの作成 |
| 4.2 | 宇宙線の系統誤差の評価 |
| | 4.2.1 結果 |
| | 4.2.2 妥当性の確認 |
| | 4.2.3 依存性の確認 |
| 4.3 | 宇宙線の系統誤差抑制の提案127 |
| | 4.3.1 ピクセル間の熱的相関の抑制 |
| | 4.3.2 直交する偏光成分の熱的相関の強化 |
| | 4.3.3 ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去 |
| | 4.3.4 TES 直接ヒットイベントの除去130 |
| 4.4 | 機上データ圧縮率の評価 |
| | 4.4.1 TOD の作成 |
| | 4.4.2 機上デジタルデータ処理133 |
| | 4.4.3 模擬 TOD |
| | 4.4.4 圧縮率の予測 |
| 4.5 | 機上データ圧縮の高圧縮率化の提案 |
| | 4.5.1 予測 |
| | 4.5.2 符号化 |

本章では、シミュレーション手法を用いて、2つの課題に取り組む。1つ目は宇宙線に起因する系統誤差の評価 である。§3.1-§3.3 で説明した物理に基づき構築したモデルを用いて模擬観測データを生成し (§4.1)、実際のス キャン観測をシミュレートして宇宙線のみの角度パワースペクトルを作成し、その影響を定量評価する (§4.2)。ま た、影響の抑制の提案も行う (§4.3)。2つ目は機上データ圧縮率の評価である。§3.6 で説明した数学に基づき、模 擬観測データの情報量エントロピーを求める (§4.4)。更に、実際のデータ圧縮を行い、圧縮率を高くする提案を行 う (§4.5)。

4.1 シミュレーションの方法

4.1.1 時系列データ (TOD) の作成 (1) 宇宙線

モデルと計算例

End-to-end のシミュレーションは、各ステップで非常に大きな計算量を要するので、我々は全焦点面検出器の 一部のみを用いて計算することにした (図 4.1)。具体的には、LFT 焦点面の LO1 ウェーハを選択して計算を行う。 LO1 ウェーハ (図 4.2) には 36 個の検出器があるが、そのうち TOD を計算するのは 3 つの検出器に限定する。そ れらの配置を図 4.3 に示す。各検出器は、偏光 2 成分・バンド 2 波長 (78 と 100 GHz) に感度をもつ sinuous アン テナが配置され、4 つの TES がその周囲に配置されている、とする。想定した各検出器内の TES の配置を図 4.4 に示す。



図 4.1. LFT 焦点面のレイアウト (Tominaga et al. 2020)。うち、赤丸で示した LF-1 ウェーハの3つのピクセルを対象としてシミュレーション する。

■宇宙線入力 End-to-end のシミュレーションは、検出器面に宇宙線を入力するところから始まる。まず、太陽活 動極小期の PAMELA(Adriani et al. 2014; Casolino et al. 2009; Picozza et al. 2006)の観測から予測される宇宙線 のフラックスを計算し、SPENVIS を用いて、宇宙線を構成する荷電粒子のエネルギー分布を計算する (§ 3.1.3)。こ れは GCR の極大期であり、最も厳しい条件である。これが衛星に等方的に照射されるとする。LFT 構体を仮定し て、50 MeV にカットオフを加え、単位時間あたり検出器面に入射する宇宙線のエネルギー分布を得る。

検出器面は図 4.2 に示すとおりである。1つの Si ウェーハの上に複数のアンテナが格子状に配置され、それぞれのアンテナの上に集光レンズレットがある。またウェーハは三層構造になっており、全体の厚みは 2.5 mm である。 ウェーハとレンズレットを Si として、レンズレットを平面的に均したモデルを用いる。

■熱拡散 入射荷電粒子は、検出器面の物質 (すなわち Si) と電離損失や制動放射などの相互作用をし、自身のエネ ルギーの一部をデポジットする。基本的な物理過程は §3.1.4 で述べたとおりである。デポジットされたエネルギー



図 4.2. シミュレーションで仮定した構造 (Stever et al. 2021): (上) LF-1 ウェーハ半分の構造、(下) 1ピクセルの断面図。

は、その場ですぐに熱平衡分布になるとする。

次に、検出器面内で、エネルギーが入力された位置からそれぞれの TES までの熱伝導を計算する。基本的な物理 過程は § 3.3.1 で述べたとおりである。熱拡散方程式を 3 次元で計算し、TES 位置 (図 4.4) での温度を計算する。 シミュレーションには COMSOL *¹ ソフトウェアを用いる。COMSOL は有限要素法に基づいて偏微分方程式を数値的 に解くソフトウェアフレームワークである。計算例を図 4.5 に示す。

熱拡散方程式は線型であるため、各点 (x_i)、各時刻 (t_i) でのエネルギーデポジット $Q(x_i, t_i)$ に対して COMSOL で計算した熱拡散応答を重畳させ、線形和をとる。これにより、Si ウェーハに連続的に入射する宇宙線に対して、 ウェーハの任意の位置での温度が時間の関数 $T_{wafer}(x, t)$ として求まる。12 個の各 TES 直下でのウェーハの温度 を求める。

■電熱結合 これを、§ 3.3.4 で述べたとおり、Si ウェーハと *i* 番目の TES 検出器の熱結合を解いて、TES 検出 器の温度を時間の関数 *T*_{TES,*i*}(*t*) として求める。一部の宇宙線は、Si ウェーハではなく TES 検出器に直接ヒット する。その場合、全てのエネルギーが Si ウェーハを経ずに TES にデポジットされるとする。このようにして、各 TES の温度プロファイル *T*_{TES,*i*}(*t*) が求まる。計算例を図 4.6(上) に示す。更に、§ 3.3.4 で述べたように、TES の 温度プロファイルをを電気回路の方程式に入れる。これは連立常微分方程式なので、python のモジュールを用い て解ける。これで、TES の出力電流及び電力値の時間プロファイルを得る。計算例を図 4.6(下) に示す。

■TOD 生成 宇宙線をエネルギースペクトルに従ってランダムに入射し、上記の計算を行なって TOD をシミュ レートする。その結果の一部を図 4.7 に示す。これらのシミュレーションは、岡山大学 S. Stever 氏 (熱計算)、IPMU T. Ghinga 氏 (電気回路計算)の研究成果 (Stever et al. 2021) である。本論文では、その成果を利用する。

^{*1} https://www.comsol.jp/



図 4.3. シミュレーションで仮定した検出器面 (Tominaga et al. 2020)。LiteBIRD で現在想定されている検出器配置の一部である。LFT 焦点面 の L01 ウェーハに偏光 2 成分・バンド 2 波長に感度のある 3 つの検出器を配置した。円の大きさは波長を、矢印の向きはアンテナの偏光感度 方向を示す。座標は望遠鏡中心方向からのずれ。

概算による計算結果の確認

■熱拡散 これらのシミュレーション結果を順に、オーダー計算で確かめていく。まず、宇宙線のエネルギーデポ ジットと Si ウェーハの温度上昇 (図 4.5 上) について確認する。デポジットエネルギー 1 MeV でのピーク値は、 $t = 2 \times 10^{-5}$ s で 0.1 mK 程度である。これは、式 3.3.1.6 で概算できて、 $\langle E_{CR} \rangle = 1$ MeV, $t = 2 \times 10^{-5}$ s を代 入すると 0.04 mK となり、数倍の範囲で一致する。また、デポジットエネルギーを 10 倍 (10 MeV) にした場合の ピークの値は大体 10 倍程度になっている。

次に、宇宙線の入射位置と Si ウェーハの温度上昇 (図 4.5 下) について確認する。例えば、宇宙線の入射位置が 4.0 mm (紫)、8.0 mm (青)、16.0 mm (青緑) の場合を比較する。距離が 2 倍変化すると、Si ウェーハ上の熱拡散 範囲は 2² 倍大きくなるため、ピーク温度は 1/2² 程度になることが予想され、実際そのようになっている。また、 ピークの遅延時間は、距離 *d* に対して d^2/κ 程度と見積もられるが、d = 4 mm、 $\kappa = 11$ m²/s (§ 3.3.1) を代入する と、~ 2 × 10⁻⁶ s となり、これも大体計算結果と合致している。このように、遅延時間は距離の 2 乗に比例すると 期待されるが、実際そのようになっている。

■電熱結合 次に、電熱計算のシミュレーション (図 4.6) を確認する。Si ウェーハの温度 (上) と比例した TES の温度 (中) と電流 (下) が見られる。ただし、TES の時定数のほうが長いので、プロファイルは鈍っている。 t = 0.35 s 付近のピークの値を比較することにすると、平衡状態から Si ウェーハの温度は 1.5% 上昇、TES の温度



図 4.4. シミュレーションで仮定した TES の配置 (Tominaga et al. 2020)。円は検出器上面のレンズの大きさを表す。平行に並んだ四つの長方 形が TES を表す。上二つが 78 GHz、下二つが 100 GHz の周波数アンテナに対応する。また、2 組の TES はそれぞれ上から順に図 4.3 の黒、 青矢印で示した方向に感度を持つアンテナに対応する。

は 1.5×10⁻³% 上昇、電流は 0.025% 減少している。これらは、図 3.14 の計算結果と概ね合致している。

■TOD作成 最後に、図 4.7 の値が妥当か確認する。これは § 3.3.4 で述べたとおり、 $\langle E_{CR} \rangle$ のエネルギー入力 が TES 直下の Si ウェーハにあった場合、TES の電気的な出力 $\delta P_{elec} = 0.2$ fW となる。図 4.7 の時間分解能は $\Delta T = 6.5$ ms (153 Hz) であり、また図 3.14 の時間発展のタイムスケールは $\tau_2 = 3.3$ ms である。時間発展を Ae^{-t/τ_2} として (A は図 3.14 中の T_2 のピーク値 ~ 0.003)、時間分解能 ΔT で平均化すると、

$$\frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} A e^{-t/\tau_2} dt = A \frac{\tau_2}{\Delta T} \left(1 - e^{-\frac{\Delta T}{\tau_2}} \right) \sim 0.1 \text{ fW}$$
(4.1.1.1)

となる。これは図 4.7 のピーク値と概ね合致している。但し、図 4.7 には宇宙線のエネルギースペクトルや Si ウェーハ上のヒット位置による応答で重畳された結果なので、ばらつきは大きい。



図 4.5. COMSOL による熱拡散のシミュレーションによるある点での温度の時間プロファイル (Stever et al. 2021):(上) 宇宙線によるデポジット エネルギーによる違いを示す。エネルギーが大きいほど、T_{wafer}(x,t) のピークが大きいが、減衰時間に大きな差はない。(下) 宇宙線の入射位 置からの距離 (mm) による違いを示す。宇宙線が入射した位置からより離れた地点では、温度プロファイルの立ち上がりが遅れ、ピーク値も下 がることがわかる。


図 **4.6.** 電熱計算のシミュレーション (Stever et al. 2021): (上) 0.1 K で規格化した TES 直下の Si ウェーハの温度、(中) 0.17 K で規格化した TES の温度、(下) TES の電流。右は 60 s の TOD で左はその拡大図。



図 **4.7.** シミュレーションより得られた各 TES における出力の時間変化一部 (Stever et al. 2021)。上は 0.5 s を線形表示、下は 6.5 s 分を対数表 示で表す *t* = 4.960 s における ch8 のピークは TES に直接ヒットしたイベントである。

4.1.2 時系列データ (TOD) の作成 (2) 前景放射と CMB

データの作成に用いるツール

■前景放射と CMB 非等方成分 PySM3(§ 3.5.1) で作成した前景放射 (シンクロトロン放射、ダスト放射、AME、 自由-自由放射) と CMB 非等方成分 の全天マップを、TOAST (§ 4.1.3 で後述) を用いて擬似観測を行うことで各成 分の TOD を作成する。スキャンストラテジーは図 1.8 に従う。LFT, MFT, HFT それぞれの HWP の回転速度を 設定する。

■CMB 双極子成分 双極子成分の TOD は、TOAST に実装されている dipole 関数により作成することができる。 dipole 関数では、衛星の速度と太陽系の運動と検出器面の指向性から双極子成分の計算を行う。ここでは、CMB モノポール成分は 2.72548 K とし、CMB 静止系に対する太陽系中心の運動速度を 369.0 km/s としたまた、双極子 の極を銀経銀緯で (±48.26, ±263.99) degree とした。

検出器の選択

前景放射の強度が観測周波数に依存することから、LiteBIRD 衛星の LFT/MFT/HFT の焦点面で観測を行う全 15 周波数の TOD を作成する。更に、LFT と MFT、MFT と HFT には同じ周波数を観測する別の検出器があるの で、これらは別として考えると、22 個の観測周波数がある。これらから偏光ペアを1つずつ選択した (表 4.1)。

観測時期の選択

前景放射は銀河面方向を観測するときに強度が強まり、双極子成分は二つの極を持つ形状であるため、約半年間で全天を一掃する LiteBIRD 衛星による観測では、観測時期に応じて TOD の最小・最大値が変化する。TOAST ではデフォルトで 0 日目に春分点方向を中心軸として観測を始める。銀河面方向は 270 日目、双極子成分の極は 150 日目に hit 数が多い (図 4.8)。ゆえに、150, 270 日目の 1 日ずつのスキャンを TOAST により再現し、各成分の TOD を作成した。

| 胡浩盛 | ウェーハタ | バンド中心 | 夕砾 |
|-----|-------|-------|-----------------|
| 主述現 | リェーハ石 | [Hz] | 石朴 |
| LFT | 3 | 40 | L00_003_QA_040B |
| LFT | 3 | 60 | L00_003_QA_060B |
| LFT | 3 | 78 | L00_003_QA_078B |
| LFT | 0 | 50 | L00_000_QA_050B |
| LFT | 0 | 68 | L00_000_QA_068B |
| LFT | 0 | 89 | L00_000_QA_089B |
| LFT | 1 | 78 | L01_000_QA_078B |
| LFT | 1 | 100 | L01_000_QA_100B |
| LFT | 1 | 140 | L01_000_QA_140B |
| LFT | 1 | 68 | L01_018_UA_068B |
| LFT | 1 | 89 | L01_018_UA_089B |
| LFT | 1 | 119 | L01_018_UA_119B |
| MFT | 0 | 119 | M00_000_QA_119B |
| MFT | 0 | 166 | M00_000_QA_166B |
| MFT | 2 | 100 | M02_030_QA_100B |
| MFT | 2 | 140 | M02_030_QA_140B |
| MFT | 2 | 195 | M02_030_QA_195B |
| HFT | 0 | 195 | H00_063_U_195B |
| HFT | 0 | 280 | H00_063_U_280B |
| HFT | 1 | 235 | H01_063_U_235B |
| HFT | 1 | 337 | H01_063_U_337B |
| HFT | 2 | 402 | H02_084_U_402B |

表 4.1. 前景放射と CMB の時系列データ作成のための検出器面レイアウト。今回は偏光が B 方向の検出器のみ TOD を作成した。



図 4.8. TOAST で (左) 150 日目と (右) 270 日目のヒットマップ。上は赤道座標、下は銀河座標により、モルワイデ図法で全天表示した。カラー バーは ヒット数を表す。150 日目の図中に双極子成分の極方向を白点で示した。

4.1.3 全天マップと角度パワースペクトルの作成

次に、TOD を全天マップに変換し、角度パワースペクトルを算出するアルゴリズムと具体的な手法を説明する。

全天マップの作成

まず、TOD から全天マップを作成する。全天を N_{pix} 個のピクセルに分割するとき、p 番目のピクセルでの天体強度を m(p) とする。ここで、全天の分割には、CMB 用に開発され、現在は天文学全般で標準的に用いられる HEALPix*² (Gorski et al. 2005) 及びその python 実装である healpy(Zonca et al. 2019) を用いる。HEALPix で は $N_{\text{side}} = 2^{(整数)}$ というパラメータを用いて分割の細かさを表現する。この時、全天は、

$$N_{\rm pix} = 12 \times N_{\rm side}^2 \tag{4.1.3.1}$$

個の等面積のピクセルに分割される。表 4.9 に、 N_{side} で全天を分割した時の各セルの大きさを、等面積になる角距離に換算して表示する。LiteBIRD の望遠鏡の FWHM を考慮すると、 $N_{\text{side}} = 256$ で十分である。これは、各セルの面積が 13.7 分角四方に相当する。

| k | $N_{\rm side} = 2^k$ | $N_{\rm pix} = 12 N_{\rm side}^2$ | $\theta_{\rm pix} = \Omega_{\rm pix}^{1/2}$ |
|----|----------------------|-----------------------------------|---|
| 0 | 1 | 12 | 58°.6 |
| 1 | 2 | 48 | 29°.3 |
| 2 | 4 | 192 | 14°.7 |
| 3 | 8 | 768 | 7°.33 |
| 4 | 16 | 3072 | 3.66 |
| 5 | 32 | 12,288 | 1.83 |
| 6 | 64 | 49,152 | 55.'0 |
| 7 | 128 | 196,608 | 27.'5 |
| 8 | 256 | 786,432 | 13.7 |
| 9 | 512 | 3,145,728 | 6.'87 |
| 10 | 1024 | 12,582,912 | 3.'44 |
| 11 | 2048 | 50,331,648 | 1.'72 |
| 12 | 4096 | 201,326,592 | 51."5 |
| 13 | 8192 | 805,306,368 | 25."8 |
| 14 | 214 | 3.22×10^{9} | 12."9 |
| 15 | 215 | 1.29×10^{10} | 6."44 |
| 16 | 216 | 5.15×10^{10} | 3."22 |
| 17 | 217 | 2.06×10^{11} | 1."61 |
| : | : | | |
| 29 | 229 | 3.46×10^{18} | 3.93×10^{-4} |

SUMMARY OF NUMBER OF PIXELS AND PIXEL SIZES ACCESSIBLE TO HEALPIX

Notes.—Currently, the use of 32 bit signed integers for the pixel indexing restricts the resolution accessible to $N_{\text{side}} \leq 8192$. The use of 64 bit signed integers will allow a value $N_{\text{side}} = 2^{29}$ to be achieved. Note that *k* corresponds to the "resolution parameter" referred to by the *WMAP* team.

図 4.9. HEALPix の N_{side} 毎の全天分割のセルの大きさを、等面積になる角距離に換算 (Gorski et al. 2005)。

TOD、すなわち、検出器 i が受け取る各時刻の信号 $d_i(t)$ は、天体強度 m(p) にその検出器の応答関数 $P_i(t,p)$ を

^{*&}lt;sup>2</sup> http://healpix.sourceforge.net

重畳して

$$d_i(t) = P_i(t, p)m(p)$$
(4.1.3.2)

となる。ここで、1 検出器あたりの TOD $d_i(t)$ の要素数は、サンプリングレートと観測時間の掛け算である。 LiteBIRD の場合、単純計算では、20 Hz × 3 年で ≈ 2×10⁹ 個である。一方、m(p) は、位置 p における CMB の ストークスパラメータ [I(p), Q(p), U(p)] であり、その要素数は $N_{\text{side}} = 256$ で 3 × $N_{\text{pix}} ≈ 2 × 10^6$ 個である。す なわち、圧倒的に多い観測データ $d_i(t)$ (i = 0, 1, ...) から、逆問題を解いて、少数の天体パラメータ m(p) を求める ことになる。これを map making と呼ぶ。

ここで、検出器の応答関数 $P_i(t,p)$ は、いくつかの要素に依存する。まず、LiteBIRD のスキャン方式であり、t から p への変換を決める。これは4つのパラメータで表現される (表 4.2)。さらに、各時刻における半波長回転板 (§ 1.3.6) の角度が、Q, U に対する応答を決める。実際には以下のように書き下せる。

$$d_i(t) = I(p) + Q(p)\cos 2\psi_i + U(p)\sin 2\psi_i$$
(4.1.3.3)

ここで、 ψ_i は検出器 iの測定偏光角であり、

$$\psi_i = \psi_0(t) + \psi_i + 2\omega t \tag{4.1.3.4}$$

と分解できる。ここで ψ_0 は、空に対する焦点面全体の角度 (スキャン方式、即ち t に依存する)、 ψ_i は焦点面内で の各検出器の固定角度、2 ω t が半波長回転板による位相変調である。 $P_i(t,p)$ を pointing matrix と呼ぶ。

ここまでは空の信号のみが検出されるという仮定の元で計算を行なったが、実際は様々なノイズ *n* が存在する。 式 4.1.3.2 は、

$$d_i(t) = P_i(t, p)m(p) + n_i$$
(4.1.3.5)

と書き換えられる。最小二乗法により上式の解を求めるため、ノイズの共分散 $C_n = \langle nn^T \rangle$ を導入し、 χ^2 を定義 する。

$$\chi^{2} = (d - Pm)C_{n}^{-1}(d - Pm)$$
(4.1.3.6)

ここで、d, n, P, m はそれぞれ $d_i, n_i, P(t, p), m(p)$ の行列表現である。 χ^2 を最小にするような最も尤もらしい $m \in \tilde{m}$ とすると、

$$\tilde{m} = (P^T C_n^{-1} P)^{-1} P^T C_n^{-1} d$$
(4.1.3.7)

と求まる。

最後に、ノイズについて何らかの前提条件がおける場合の m の求め方について考える。よくある例が、検出器固 有の 1/f ノイズである。これは、長時間における変動成分なので、衛星の1回のスキャン中は一定 (但し、スキャ ン毎には変動する) と単純にモデル化できる。この拘束の元で map making を行うテクニックを destriping と呼 ぶ。1/f のノイズを残して作成した map には stripe 状の模様が残り、それを有効に除去できるゆえの名前である (Keihänen et al. 2010)。

このように、TOD からマップの作成、もしくは逆に、仮定したマップから TOD のシミュレーションを行うソフ トウェアパッケージが TOAST*³ である。本論文で用いた TOAST のパラメータを表 4.2 にまとめる。 Map making では、主に以下の 4 つの項目の作業を行う。

- Pointing matrix の計算
- 望遠鏡ビームによる天体信号の重み付け
- 最尤推定法によるストークスパラメータ m の計算

^{*&}lt;sup>3</sup> https://github.com/hpc4cmb/toast

TOD から、(1) 各ピクセルでの観測有無を示すヒットマップ、(2) desriping なしで得るマップ (binned map と呼ぶ)、(3) striping ありで得るマップ (destriped map と呼ぶ) を I, Q, U 毎にそれぞれ計算し、HEALPix の書式に 基づいて FITS ファイルに保存する。

| カテゴリ | パラメータ | โ | 直 | |
|---------|----------------------|-------|-------|--|
| 衛星スキャン | 歳差角 (deg) | 5 | 0 | |
| | スピン角 (deg) | 4 | 5 | |
| | 歳差周期 (min) | 192. | .348 | |
| | スピン周期 (min) | 2 | 0 | |
| 半波長回転板 | 回転速度 (rpm) | 4 | 6 | |
| 観測期間 | 1日あたりの観測時間 (hr) | 2 | 24 | |
| | 観測時間 (days) | 36 | 55 | |
| 検出器 | 検出器数 | 6 | 6 | |
| | 周波数 (GHz) | 78 | 100 | |
| | ビームサイズ FWHM (arcmin) | 36.9 | 30.2 | |
| | サンプリングレート (Hz) | 19. | .53 | |
| | 偏光角 | 0/90 | 0/90 | |
| 1/f ノイズ | Knee 周波数 (mHz) | 20 | 20 | |
| | スロープ | 1 | 1 | |
| | NET (µK√s) | 58.61 | 54.88 | |
| 全天の分割 | Nside | 256 | 256 | |
| | | | | |

表 4.2. LiteBIRD 計画で現在想定されている衛星運動の各パラメータ (図 1.8) と、本論文で設定したパラメータ。

角度パワースペクトルの作成

このようにして得られた全天マップから角度パワースペクトル C_l (§ 1.2.2) を計算する。これには healpy の anafast を用いる。anafast は入力された全天マップに対して球面調和展開を行い、その展開係数 a_{lm} を出力す る。また、T, Q, U のチャンネルを持つマップを入力すると、E, B モード分解を行った上で、相関角度パワースペ クトル $C_l^{TT}, C_l^{BB}, C_l^{EE}, C_l^{TE}, C_l^{BE}, C_l^{TB}$ も出力する。

この時、*l*の最大値として、healpyでは、

$$l_{\rm max} = 3N_{\rm side} - 1 \tag{4.1.3.8}$$

を用いる。 $N_{\text{side}} = 256$ の場合、 $l_{\text{max}} = 767$ となる。球面調和展開 (式 1.1.2.9)では、各 l に対して m = -lから lの値をとる。従って展開係数 a_{lm} は全部で $(l_{\text{max}} + 1)^2$ 個ある。ただし、実数値をとる球面分布を展開する場合は $a_{lm}^* = (-1)^m a_{l-m}$ であるから、 $m \ge 0$ のみを用いれば十分である。ゆえに、実質的な要素数は

$$\frac{(l_{\max}+1)^2 - (l_{\max}+1)}{2} + (l_{\max}+1) = (l_{\max}+1)(\frac{l_{\max}}{2}+1)$$
(4.1.3.9)

となる。 $l_{\max} = 767$ の場合、295296の要素を持つ。HEALPixでは a_{lm} を

$$index(l,m) = m(2l_{max} + 1 - m)/2 + l$$
 (4.1.3.10)

の順に並べた配列として定義する。また、healpy では、

$$index(l,m) = l^2 + l + m + 1$$
 (4.1.3.11)

の順の配列として定義する。

4.2 宇宙線の系統誤差の評価

4.2.1 結果

TOD の長時間化

シミュレーション (§ 4.1.1) により、12 個の TES (DetID = 0–11 の 12 チャンネル) に対して、約 156 Hz でサン プリングされた観測時間 90 分に相当する TOD を得た。さらに、FIR によるローパスフィルタを施して 1/8 の周 期にデシメートした (§ 3.6.2) 19 Hz の TOD を計算した。これらを図 4.10 に示す。また、電力 aW から天体強度 μ K への単位換算は、表 3.2 の dP/dT の値を用いた。



図 4.10. TOD (左) と時系列パワースペクトル (右)。DetID = 0, 1, 10, 11 及び 0 と 1 、2 と 3 の差分を 10 倍して表示した。実線が 156 Hz の 入力データ、点線が FIR をかけて 19 Hz にしたデータ。TOD の時間幅は 4 f_{HWP} 2 周期分に相当する。

この TOD は LiteBIRD の総観測時間である 3 年に満たないため、この結果から長時間の TOD を生成する必要 がある。評価する項目に合わせて、以下の2つの方法を併用する。

■方法 A:宇宙線 TOD の複製 シミュレーションで得た宇宙線 TOD を複製して長時間化する。例えば、90 分の TOD を1 年の長さにするためには、

$$365 \times 24 \times 60/90 = 5840 \tag{4.2.1.1}$$

倍に複製しなければならない。この時、単純に 90 分の TOD を繰り返して 1 年分の TOD を作成すると、全天マッ プに 90 分ごとの相関が現れてしまう。そこで「チャンク処理」による複製を行う。すなわち、90 分の TOD を 10 個に分割し、10 個のチャンクを生成する。1 年分の TOD は 9 分ごとに 10 個のチャンクのいずれかをランダムに 選択し、つなぎ合わせることで生成する。この時、チャンクの選択は 12 チャンネル間で共通とし、チャンネル間の 相関を保つようにする。このように 1 年分の TOD を作る方法は 10⁵⁸⁴⁰ 通りの並び替えが存在するので、十分な数 の realization が生成できる。チャンネル間の相関の影響を評価する場合は方法 A で作成した TOD を使用する。

■方法 B:ホワイトノイズ TOD の作成 チャンク処理によっても基本的には同じ数値を使いまわしているため、 完全にランダムではなく、時間方向に相関が存在するので、時間のスケーリングの評価などには使用できない。そ こで、宇宙線の時系列パワースペクトル (図 4.10) を元に、TOD を作成する。フラットなスペクトルなのでホワイ トノイズで代用できるとして、Gauss 分布に従う乱数を1年分発生させて TOD を作成する。式 4.1.3.3 から Q, U マップに対しては、それぞれの検出器の TOD ではなく差分 TOD (図 4.10) が関係するので、Gauss 分布の中心は 0とする。振幅は、(i) チャンネル間に相関がない場合、各チャンネルの値 8.5 aW/√Hz の √2 倍、(ii) 宇宙線シ ミュレーションの結果に基づく場合は 0.5 aW/√Hz である。シミュレーションには差分の詳細まで完全に再現して いないと考えられるので、ここでは 1 aW/√Hz を仮定して進める。この TOD を 12 チャンネル分作成する。方法

第4章 シミュレーション

A とは異なり、チャンネル間の相関は再現されない。

ヒットマップの確認

LiteBIRD は図 1.8 のスキャンストラテジーに従い、視野を連続的に変える。TOAST によるマップ作成 (§ 4.1.3) を行うことで、空の各ピクセルにおいて観測時間内に LiteBIRD の視野に入った回数を示すヒットマップが生成さ れる。図 4.11 は複数のヒットマップを赤道座標のモルワイデ図法で示したものである。LiteBIRD はスピン軸周り に衛星を 20 分周期で回転させつつ、衛星自体が歳差角 50°で約 180 分運動する。従って、180 分のヒットマップ は小さい円を 180/20=9 個描きつつ、一つの大きな円を埋めるような形状になる (図 4.11 左)。1 日観測を続けるこ とで、この大きな円の内部を網羅することができる。歳差の中心軸は L2 点における反太陽方向であり、1 日に約 1 度の割合の角速度で移動する。従って、1 ヵ月のヒットマップでは、中心部分のヒット数が多い部分の長さが 30° ほどになる (図 4.11 中)。半年で1 回、全天を掃過する。1 年間のヒットマップ (図 4.11 右) で、全天を覆っている ことがわかる。



図 4.11. LiteBIRD による (左) 180 分、(中) 1 ヵ月、(右) 1 年の観測により生成されるヒットマップ。カラーバーは空の各ピクセルが視野内に 入った回数を示す。グレーの領域は観測期間中一度も LiteBIRD の視野内に入っていないことを示す。

マップ

観測時間 1 年の TOD から TOAST を用いて作成した全天マップデータ (§ 4.1.3) を作成する。図 4.12 は方法 A、 図 4.13 は方法 B で作成した TOD を用いたものである。healpy によりモルワイデ図法で示した。なお、シミュ レーションに用いた 12 チャンネルの検出器は 2 帯域 (78, 100 GHz) あるが (図 4.3)、両帯域を合わせたマップを 作成している。



図 4.12. 宇宙線 TOD(方法 A) を用いた 1 年間の宇宙線観測により得られる全天マップ。(左) T、(中) Q、(右) U を表す。単位は µK。

角度パワースペクトル

全天マップのデータに対し、anafast を用いて角度パワースペクトルを計算(§4.1.3)した結果を図 4.14 に示す。



図 4.13. ホワイトノイズ TOD(方法 B) を用いた 1 年間の宇宙線観測により得られる全天マップ。 (左) T、(中) Q、(右) U を表す。単位は µK。



図 4.14. (左) 宇宙線 TOD(方法 A) と (右) ホワイトノイズ TOD(方法 B) を用いた1年間の観測により得られる角度パワースペクトル。

4.2.2 妥当性の確認

マップの値

TOAST によるマップ作成で得た *Q*, *U* マップ (図 4.12) の値の妥当性を確認する。ここでは、時間相関がないこと が見積もりの前提なので、ホワイトノイズ TOD(方法 B) による結果だけを用いる。表 4.3 に、マップの各ピクセ ルの値の統計値を示す。但し、*T* マップはモノポール成分を除いた値である。全てのマップで平均値がほぼ 0 なの で、標準偏差と RMS (root mean square) はほぼ同じ値である。これがゆらぎのパワーを表すため、以降、RMS で 評価する。これが、TOD から期待される値と合致するか確認する。

表 4.3. 1年間のホワイトノイズ TOD(方法 B) により得られた T, Q, U マップの統計値と、角度パワースペクトルの推定値 C_{l.est}。

| マップ | 平均值 (μK) | 最小值 (μK) | 最大值 (μK) | RMS (μ K) | $C_{l,est}(\mu \mathbf{K}^2)$ |
|-----|-----------------------|----------|----------|----------------|-------------------------------|
| Т | -1.4×10^{-4} | -1.2 | 1.2 | 0.23 | 2.4×10^{-6} |
| Q | -2.6×10^{-4} | -1.8 | 1.7 | 0.33 | 4.8×10^{-6} |
| U | -1.3×10^{-4} | -1.9 | 1.6 | 0.33 | 4.8×10^{-6} |

空のある 1 ピクセルでの 1 年間の平均観測時間は、ピクセル数 $N_{\text{pix}} = 12N_{\text{side}}^2 = 786432$ ($N_{\text{side}} = 256$) に対して、

$$t_{\rm pix} = 1 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 / N_{\rm pix} \sim 40 \,\mathrm{s}$$
 (4.2.2.1)

である。各ヒットでの平均積分時間は Δt_{pix} として、各ヒットで 0 から $\frac{1}{2\Delta t_{\text{pix}}}$ Hz の帯域の積分をし、それが $t_{\text{pix}}/\Delta t_{\text{pix}}$ 回独立に行われるので、RMS の値は、方法 B で仮定した時系列パワースペクトルの値 1 aW/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ~

 $5 \,\mu \mathrm{K} \sqrt{\mathrm{Hz}}$ から、

$$\sim 5.0 \ \mu K / \sqrt{Hz} / \sqrt{2t_{\text{pix}} N_{\text{det}}} \sim 0.4 \ \mu K$$
 (4.2.2.2)

と概算できる。但し N_{det} = 3 は検出器面上で異なる位置に配された検出器の数 (§ 4.2.3) である。これは Q, U マップの RMS の値 (表 4.3) ~0.33 μK と概ね一致する。

角度パワースペクトルの値

続いて、anafast で得た角度パワースペクトルの値 $C_l^{EE} \sim C_l^{BB}$ が妥当か確認する。マップ値の RMS、球面調 和関数係数 a_{lm} の全要素数を $N_{sph} = 295296$ (§ 4.1.3) とすると、 a_{lm} の定義 (式 1.1.2.11) からその概算値は

$$|a_{lm,\text{est}}| \sim \text{RMS}\sqrt{\frac{4\pi}{N_{\text{sph}}}}$$

$$(4.2.2.3)$$

となる。更に、角度パワースペクトル Cl は、ガウス分布する alm の二乗和 (式 1.1.2.12) なので、

$$C_{l,\text{est}} \sim |a_{lm,\text{est}}|^2 \tag{4.2.2.4}$$

と概算できる。ここで、E, B のゆらぎは Q, U のゆらぎと同等とする。 $C_{l,est}$ の概算値を表 4.3 にまとめた。これ は角度パワースペクトル C_l^{EE} 、 C_l^{BB} (図 4.14) の値と桁で一致している。

これにて、ホワイトノイズ TOD の値から始めて、マップ及び角度パワースペクトルの値が妥当であることが確認できた。

ガウシアン性

最後に、方法 B の前提となる仮定、すなわち 宇宙線 TOD (方法 A) の差分 TOD が Gaussian 分布であることを マップドメインで確認する。この場合、マップの球面調和関数展開の係数 a_{lm} の値が Gauss 分布になることが期待 される。図 4.15 に、実数、虚数成分の a_{lm} の分布を示す。ここで、T マップについては、モノポール成分を含め た平均値が正値のため、m = 0 で必ず $a_{l0} = 0$ となる。それを除いて単一のガウス関数でフィットし、よく再現で きる。

4.2.3 依存性の確認

シミュレーションの誤差

まず realization 毎に角度パワースペクトルの結果がどの程度変わるかを確認する。§ 4.2.1 で説明したホワイト ノイズ TOD(方法 B) を用いて異なる realization を行い、1 年の長さを持つ TOD を 5 回生成し、それぞれマップ を作成し、角度パワースペクトルを計算した。図 4.16 に、角度パワースペクトル C_l^{EE} と C_l^{BB} を示した。また、 l = 2-4 について 5 個の角度パワースペクトルの値の統計値を表 4.4 にまとめた。なお、 $C_1^{EE} = C_1^{BB} = 0$ である。 大角度ほど値のばらつきが大きくなるが、角度パワースペクトルの値は $1-2 \times 10^{-6} \mu \text{K}^2$ 程度でだいたい一致して いる。

観測時間に対する依存性

観測時間に対する依存性を確認する。時間軸に相関がなければ、観測時間に反比例してパワースペクトルの値が 減少することが期待される。ホワイトノイズの TOD (方法 B) を用いて評価を行う。

前述の 5 回分の 1 年間の観測結果を示す全天マップをヒット数で重み付け平均を取ることで 5 年分相当の全 天マップを作成し、角度パワースペクトルを作成した。これと 1 年間の観測に相当する角度パワースペクトルを 図 4.17 に比較する。角度パワースペクトル C^{EE}_l、C^{BB}_l それぞれの値について、1 年と 5 年の値の比を求め、表 4.5 にまとめた。期待通り、観測時間に反比例して、角度パワースペクトルの値が減少する。



図 **4.15.** 宇宙線 TOD (方法 A) で求めた (上) T、(中) Q、(下) U 全天マップにおける球面調和関数の展開係数 *alm* の (左) 実数成分と (右) 虚数 成分の分布。計算値を青、Gauss 関数によるフィット結果を橙、その残差を緑で示す。

| C_l | l | 平均值 (μK ²) | 標準偏差 (µK ²) | 最小值 (μK ²) | 最大値 (µK ²) |
|------------|---|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| C_l^{EE} | 2 | 1.1×10^{-6} | 6.7×10^{-7} | 4.4×10^{-7} | 2.2×10^{-6} |
| | 3 | 9.1×10^{-7} | 3.9×10^{-7} | 4.2×10^{-7} | 1.5×10^{-6} |
| | 4 | 1.6×10^{-6} | 3.3×10^{-7} | 1.0×10^{-6} | 2.0×10^{-6} |
| C_l^{BB} | 2 | 2.1×10^{-6} | 1.2×10^{-6} | 5.4×10^{-7} | 3.4×10^{-6} |
| | 3 | 1.4×10^{-6} | 6.6×10^{-7} | 6.1×10^{-7} | 2.6×10^{-6} |
| | 4 | 2.5×10^{-6} | 1.4×10^{-6} | 1.2×10^{-6} | 5.2×10^{-6} |

表 4.4. 5 回の 1 年間のホワイトノイズの観測により得られた $C_l^{TT}, C_l^{EE}, C_l^{BB}$ の統計値。



図 4.16.1 年間のホワイトノイズの観測シミュレーション (方法 B) を 5 回 realization して得た角度パワースペクトル C₁^{EE} (左) と C₁^{BB} (右)。



表 4.5.1 年間と 5 年間の観測による角度パワースペクトルの C_l^{EE}, C_l^{BB}の強度比。分母を 5 年の値、分子を 1 年の値とした。

| 角度パワースペクトル | 比の平均 | 比の標準偏差 |
|------------|------|--------|
| C_l^{EE} | 5.1 | 0.71 |
| C_l^{BB} | 5.1 | 0.62 |

検出器数に対する依存性

次に、観測に使用する検出器数 (N_{det}) に対する依存性を調べる。図 4.10 の通り、チャンネル間には非常に強い 相関があるので、角度パワースペクトルの値は単純に N_{det} に反比例しないと考えられる。そこで、宇宙線 TOD (方 法 A) を用い、12 個のチャンネルの部分集合を比較することで、その影響を見る。TOD は全て 1 年間の宇宙線観 測で得られたものとする。LiteBIRD では B モード偏光に興味があるので、以下では C_l^{BB} の値で評価する。

マップ作成に使用する検出器のセットを変えることで角度パワースペクトルの違いを求める。使用する検出器 の名称は図 4.3 に示した「Det (番号)」の通りである。ただし、元の TOD の値はチャンネルごとにばらつきが ある (表 4.6)。これは、LF-1 ウェーハ上のそれぞれのピクセルの位置が異なり、そこでの温度が違うからである (§ A.2.1)。ここでは、純粋に検出器数への依存性だけを見たいので、この影響を排除するため TOD を規格化する。 すなわち、*i* 番目の TOD の平均値 \bar{P}_i から、さらにそれらの平均値 $\langle \bar{P}_i \rangle$ を求め、各 TOD の値を $\langle \bar{P}_i \rangle$ る。規格化処理を施した 12 個の TOD と、参照する元の 12 個の TOD を使用した場合の角度パワースペクトルは 図 4.18 の通りであり、両者の差は realization 誤差の範囲と同程度である (図 4.16)。

| | 10 | |
|-------|------------------------------------|-------------------------------------|
| DetID | 元の TOD の平均値 (×10 ⁻¹⁶ W) | 元の TOD の標準偏差 (×10 ⁻¹⁶ W) |
| 0 | 1.4 | 0.98 |
| 1 | 1.5 | 1.0 |
| 2 | 1.6 | 1.1 |
| 3 | 1.6 | 1.1 |
| 4 | 1.1 | 0.73 |
| 5 | 1.1 | 0.75 |
| 6 | 1.2 | 0.78 |
| 7 | 1.2 | 0.79 |
| 8 | 1.6 | 1.2 |
| 9 | 1.6 | 1.1 |
| 10 | 1.5 | 1.0 |
| 11 | 1.4 | 0.98 |

表 **4.6.** TOD の値の偏り



図 4.18. 元の 12 個の TOD と、規格化処理を施した 12 個の TOD を使用した場合の角度パワースペクトルの比較。

まず、DetID = 0のみの角度パワースペクトルを図 4.19 に示す (表 4.7)。 C_l^{BB} の値が非常に大きいことから、1

チャンネルでのみを観測した場合は *C*^{BB} が正確に計算されない。式 4.1.3.3 において、2つの偏光成分の情報があ る場合は、宇宙線ノイズの大半は *T* に帰着できるが、1つの偏光成分の情報しかない場合は *Q* や *U* にも帰着され るからと推定される。



図 4.19. DetID=0 (赤) と DetID=0,2 (緑) で観測した場合の角度パワースペクトル C_l^{BB}。参考のため、DetID=0-11 全ての検出器で得られる 角度パワースペクトル (水色) も示した。

| | | | | l | | |
|---------|----|------|-----|----------------------|----------------------|--|
| DetID | 偏光 | ピクセル | バンド | C_l^{BB} の平均 | C_l^{BB} の標準偏差 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 5.1×10^{-4} | 9.5×10^{-5} | |
| 0,2 | 1 | 1 | 2 | 4.7×10^{-4} | 9.3×10^{-5} | |
| 0,1 | 2 | 1 | 1 | 4.8×10^{-7} | 4.6×10^{-8} | |
| 0,1,2,3 | 2 | 1 | 2 | 3.8×10^{-7} | 3.7×10^{-8} | |
| 0,1,4,5 | 2 | 2 | 2 | 2.7×10^{-7} | 2.4×10^{-8} | |
| 0-11 | 2 | 3 | 2 | 1.3×10^{-7} | 1.3×10^{-8} | |

表 4.7. 使用する検出器と角度パワースペクトル C₁^{BB}の関係

次に、DetID = 0, 1 と DetID = 0, 1, 2, 3 を比較する。この場合、TOD において、DetID = 0-1 間と DetID = 2-3 間の差同士の相関は小さい (図 4.10)。従って、偏光については追加の情報が得られ、角度パワースペクトルの 値がやや改善すると考えられる (表 4.7)。

次に、DetID = 0,1 と DetID = 0,2 を比較する。この場合、空の同じ位置を同じ時刻に見ているが、前者では直 交する偏光成分を、後者では異なる周波数を見ており、共に追加の情報が得られる。DetID = 0,1 の角度パワース ペクトルの値は、DetID = 0,2 に比べて大幅に小さい (図 4.19, 4.20)。実際の観測で1 偏光方向のみの観測データ から角度パワースペクトルを計算することは想定しづらいが、直交する偏光成分のデータを使用すると角度パワー スペクトルが大きく改善する。

次に、DetID = 0,1 と DetID = 0,1,4,5 を比較する。この場合、同じ時刻に同じ偏光方向を見ているが、観測 する空の場所は別である。すなわち、同じ空の場所を見る時刻が異なり、従って強い相関はなくなる。図 4.22 に角



図 **4.20.** DetID=0, 1 (赤) と DetID=0,1,2,3 (緑) で観測した場合の角度パワースペクトル C_l^{BB}。参考のため、DetID=0-11 全ての検出器で得られる角度パワースペクトル (水色) も示した。



図 **4.21.** DetID=0,1 (赤) と DetID=0, 2 (緑) で観測した場合の角度パワースペクトル C_l^{BB}。参考のため、DetID=0-11 全ての検出器で得られ る角度パワースペクトル (青) も示した。

度パワースペクトルを示した。実際、DetID = 0, 1, 4, 5 の角度パワースペクトルの値は DetID = 0, 1 に比べて改 善している。



図 4.22. DetID=0, 1 (赤) と DetID=0,1,4,5 (緑) で観測した場合の角度パワースペクトル C_l^{BB}。参考のため、DetID=0-11 全ての検出器で得 られる角度パワースペクトル (水色) も示した。

以上より、宇宙線ノイズによって 12 個の検出器は強く時間相関しているが、同じ時刻に違うもの (偏光方向、空の位置) を見る場合は、同じ情報を実質的に別時刻に観測することになるので、角度パワースペクトルの値は改善する。また、同じ時刻に同じ空の位置の同じ偏光方向の別の偏光ペアで見る場合も、ペア間の TOD の差分同士の相関は小さいために新しい情報が得られ、パワースペクトルの値は改善する。それらの改善度合いは異る。(1) 直交する偏光成分、(2) 空の異なる位置、(3) 異なる偏光ペアを追加した時の順に角度パワースペクトルの改善幅が大きい。(2) の場合は、N_{det}でスケールすると期待され、大体その程度になっている (表 4.7)。

CMB *B* モード偏光との比較

宇宙線による C_l^{BB} の値と、目的信号の強度を比較する。図 1.7 から、r = 0.01 の宇宙論モデルでは l = 10 で

$$l(l+1)C_l^{BB}/(2\pi) \sim 5 \times 10^{-5} \ (\mu K^2)$$
 (4.2.3.1)

を予想する。今回の宇宙線シミュレーションによると、1 年間 3 ピクセルで観測した場合、角度パワースペクトルの値は 1–2×10⁻⁶ μ K² 程度である (図 4.14)。これは、

$$l(l+1)C_l^{BB,CR}/(2\pi) \sim 5 - 8 \times 10^{-5} \ (\mu K^2)$$
 (4.2.3.2)

に相当する。3 年間観測を行うことでこの値は3 倍減少し、ピクセル数の増加によりさらに 100 倍程度減少することが予想される。よって、r = 0.01のBモード偏光は、宇宙線ノイズに対して 100 倍程度の有意度で検出可能だと考えられる。なお、r = 0.001のBモード偏光は

$$l(l+1)C_l^{BB}/(2\pi) \sim 5 \times 10^{-6} \ (\mu K^2)$$
 (4.2.3.3)

程度であるため、この場合も 10 倍程度の有意度で検出可能である。

4.3 宇宙線の系統誤差抑制の提案

宇宙線ノイズは同じウェーハに属する検出器間で非常に強く相関する (図 4.7)。これがもたらす効果は、これらの検出器間で独立な情報が得られないことではない。§ 4.3.3 の考察から、同じ時刻に別の空の位置か偏光方向を見ている検出器間は、無相関とみなせるためである。むしろ、以下の2点が問題になる。

- 角度パワースペクトルの特定の l でのクロストーク。検出器間の各距離は常に一定なので、同じ時刻で別の 検出器が見る天空位置の相対位置は常に一定である。LF-1 ウェーハ (図 4.3) では、隣の検出器間の角距離の 最短値は 0.75 度 (l = 240)、最長値はその 6√2 倍 (l ~ 28) である。検出器間の距離の数は離散化されて有 限であり、それぞれに相当する l で角度パワースペクトルに線状のノイズが見られると期待される。ここに 提示したシミュレーションでは l = 240 で特異な信号はないので、有意なノイズは見えていないが、LF-1 全 体を用いて 6×6 個の検出器を使うと、l = 240 でのノイズが 30 倍になるはずである。
- ・帯域間のコモンモード。LiteBIRD で使用する検出器は、1検出器で2-3帯域を一度に観測する(§1.3.4)。
 これらの帯域間では、用いる検出器の位置は全て同じなので、宇宙線ノイズ成分は強く相関し、帯域間のコ モンモードとして作用するはずである。

いずれも望ましくない効果なので、以下のような改善案を提案する。

4.3.1 ピクセル間の熱的相関の抑制

宇宙線の TOD は全チャンネル (12 チャンネル) 間で強く相関しており、偏光ペア (直交する 2 方向の偏光に感度 を持つ TES) の差をとった場合も、6 ペアの間である程度の相関が残ってしまう (図 4.10)。主な原因は、サーマル リンクが Si ウェーハの側面にのみ設置されているため、宇宙線のイベントが Si ウェーハ全体の温度を上げること である (§ A.1.1)。そこで、Si ウェーハの下面にもサーマルリンクを設置し、隣接するピクセルに熱が伝搬するより も速く熱を熱浴へ逃がすことができれば、ピクセル間の TOD の相関を抑制できると期待される (§ A.1.2)。

この効果をシミュレーションにより調べる。TOD の長時間化 (§ 4.2.1) でデータを複製するときに、それぞれの ピクセル位置に相当する 4 つずつの検出器の TOD 内でのみ同時性を保つ。これにより、異なるピクセル間で熱的 無相関な状況を再現する。この時の TOD の時系列パワースペクトルを図 4.23(右上) に示した。なお、参照となる 元の TOD の時系列パワースペクトルを図 4.23(左上) に示す。

全チャンネルが熱的相関を持っていた元の場合においても、隣接するピクセルは同時刻に異なる空の位置を見る ため、同じ空の位置では別時刻の無相関なデータとして角度パワースペクトルの値に寄与していた (図 4.24)。従っ て、隣接ピクセルの相関をなくしても、角度パワースペクトルの改善に直接寄与はしない。ただし、先に述べたよ うに、ピクセル間に相関がある場合、隣のピクセルまでの角距離に相当する角度で角度パワースペクトルに線状の ノイズが現れる可能性がある。これは現状のシミュレーション結果では確認されておらず、Si ウェーハ上の全ての 検出器を模擬したシミュレーションが必要であり、今後の課題である。

4.3.2 直交する偏光成分の熱的相関の強化

偏光ペア (直交する 2 方向の偏光に感度を持つ TES) の熱的相関は大きい方が有利である。差分をとった際に宇宙線信号が相殺され、差分 TOD の分散が小さくなり、*Q、U*成分での角度パワースペクトルの値が小さくなるためである。

この効果をシミュレーションにより調べる。ここでは偏光ペア間の相関を作為的に小さくし、参照する元のデータ(偏光ペア間の相関が強い)と比較する。TODの長時間化 (§ 4.2.1) で、偏光の一方向 6 チャンネルずつの TOD



図 4.23. 宇宙線の系統誤差抑制を考慮した TOD の時系列パワースペクトル。DetID=0(緑)、5(赤)、1-0(青)、5-4(橙) をそれぞれ示す。(左上) 元の TOD、(右上) ピクセル間の相関を取り除いた TOD、(左下)2 方向間の相関を取り除いた TOD、コモンモードを除去した TOD を用いた。



図 **4.24.** ピクセル間の熱的相関を無くした場合の (実線) の角度パワースペクトル C_l^{TT} (青)、 C_l^{EE} (緑)、 C_l^{BB} (赤)。参考のため、元の角度パ ワースペクトル (点線) も示した。マップは DetID=0–11 全ての検出器のデータを用いて作成した。

内でのみ同時性を保ち、二方向間では無相関にデータを複製する。すなわち、DetID=0, 2, ..., 10 が相関、DetID=1, 3, ..., 11 が相関しているが、両者の間に相関はないという TOD である。この時の TOD の時系列パワースペクト ルを図 4.23(左下) に示した。個々のチャンネルの値 (DetID=0, 5) は、参照する元のデータと同程度の値であるが、 偏光ペアの差分の値 (DetID=1-0, 5-4) は 1 桁程度増加していることがわかる。これは相関が抑制され、TOD の 差分の分散が大きくなったためである。角度パワースペクトルは、 C_l^{TT} は個々のチャンネルの時系列パワースペク トルの値、 C_l^{EE} 、 C_l^{BB} は差分値を、それぞれ二乗して反映する。よって、偏光ペアの相関を抑制した場合、 C_l^{TT} は参照する元のデータから変化しないが、 C_l^{EE} 、 C_l^{BB} の値が 2 桁程度増加する (図 4.25)。

偏光ペア間の熱的相関を抑制した場合にパワースペクトルの値が大きくなることは明らかであり、熱的相関は 保った設計にする必要があると提案する。これは、偏光ペアのレイアウトの最適化 (例えば、両者の距離をできる 限り小さくするなど) により実現できる。実験とシミュレーションにより実際の効果を確認するのが今後の課題で ある。



図 **4.25.** 直交する偏光成分の熱的相関を無くした場合 (実線) の角度パワースペクトル C_l^{TT} (青)、 C_l^{EE} (緑)、 C_l^{BB} (赤)。参考のため、元の角度 パワースペクトル (点線) も示した。マップは DetID=0–11 全ての検出器のデータを用いて作成した。

4.3.3 ダーク検出器を用いた周波数間のコモンモードの除去

CMB 全天観測では、ある角度スケール *l* に対し、観測周波数ごとに複数のスペクトル成分 (CMB, 前景放射各成 分など) が異なる割合で寄与する (図 3.18)。LiteBIRD 衛星においても、観測データから CMB 成分のみを抽出す るためには、除くべき成分の角度スケールおよび周波数依存性を理解することが必須である。特に、低周波側 (主に LFT のエネルギー帯域) で CMB 異方性成分のスペクトルがフラットである (Adam et al. 2016a) ことは、周波数間 でコモンモードとして共通する宇宙線成分との区別をより困難にする。

LiteBIRD 衛星には空からの光子を検出せずノイズのみを検出するダークチャンネルが各 Si ウェーハに一定数搭 載できる (表 1.22)ので、チャンネルに共通するコモンモードノイズの TOD が得られる。観測した信号からコモン モードを除去することで、宇宙線成分の漏れ込みを相殺できる。ここでは、宇宙線信号からコモンモード除去する 前後で、観測周波数間の角度パワースペクトルがどのように変化するかを比較し、コモンモード除去の効果を評価 する。

これを以下のシミュレーションにより確認する。12 チャンネルの TOD のうちどれか一つをダークチャンネルと すると偏光ペアの対称性が失われてしまうため、ここでは 12 チャンネルの TOD の各時刻における平均値をダー クチャンネルの TOD と仮定する。コモンモードを引いた TOD の時系列パワースペクトル (図 4.23(右下)) におい て、偏光ペア間の差は参照する元の値と一致するが、個々のチャンネルの値は 1 桁程度低下している。これはコモ ンモードを引いたことにより、単純に TOD の値が減少したことに起因する。問題は、周波数間、すなわち 78 GHz バンド (DetID=0,1,4,5,8,9) と 100 GHz バンド (DetID=2,3,6,7,10,11) の相関がどのように変化するかである。

参照する元のデータを用いて2バンド間で全天マップの相関を計算し、角度パワースペクトルとして図 4.26 に点線で示した。一方、ダークデータを引き算した TOD を用いた結果は実線で示した。対数表示 (左) では変化がみられないが、線形表示 (右) では、 $C_{l=0}^{TT}$ の値が2桁程度減少していることがわかる。一方、 C_{l}^{EE} , C_{l}^{BB} の値はほとんど変化しない。これより、コモンモード除去は温度のモノポール成分のバンド間相関のみ低減し、温度の $l \ge 1$ 成分と偏光成分には大きな影響を及ぼさないことがわかった。



図 **4.26.** コモンモードを引いた TOD を用いて、78 GHz バンド (DetID=0,1,4,5,8,9) と 100 GHz バンド (DetID=2,3,6,7,10,11) の間の相関を 示した角度パワースペクトル C_l^{TT} (青)、 C_l^{EE} (緑)、 C_l^{BB} (赤)。(左)x 軸を対数表示した場合と、(右)線形表示かつ low-l のみに注目した場合を 示す。

4.3.4 TES 直接ヒットイベントの除去

TES に直接宇宙線が当たる場合は、ウェーハ上で熱伝導することなく単一チャンネルに影響を及ぼすため、偏光 ペアの同相性が崩れ、*Q*,*U* 成分への影響が大きくなると考えられる。よって、適切な閾値を設定し、これを取り除 くことを考える。

これまでシミュレーションに用いてきた TOD では、宇宙線の持つエネルギーと TES の有効時定数を用いて、入 力電力のプロファイルを E_{dep}/τ_{TES} として計算していた。しかし、TES の温度を直接上昇させるこのイベントで は、サンプリング周期 $t_{sampling}$ (~20 MHz) を用いて $E_{dep}/t_{sampling}$ でプロファイルを求めることで、応答の早く ピークの大きな電力変化を再現することができる。よって、本節では、TES 直接ヒットのプロファイルのみを上述 した計算式に変更して作成した、サンプリング周波数 ~153 Hz の 90 分間の TOD を用いて議論を行う。データは ~ 153 × 90 × 60 = 826200 点である。その他の計算過程は変更しない。図 4.27(左) に TOD の差分値 (DetID = 8–9) を示した。大きなパルスは、片方の TES に直接宇宙線がヒットしたことを示す。

この TOD に対し、TES 直接ヒットのイベントを以下のように摘出する。偏光ペアを組むチャンネルの TOD を $t_A(t)$ 、 $t_B(t)$ として、その差分の TOD を $\Delta t_{AB}(t) \equiv t_A(t) - t_B(t)$ とする。各 t における $\sigma_{AB}(t)$ を

$$\sigma_{AB}(t) = \frac{\Delta t_{AB}(t) - \text{median}(\Delta t_{AB})}{\text{sdev}(\Delta t_{AB})}$$
(4.3.4.1)

と定義する。ここで、median, sdev は、それぞれ $\Delta t_{AB}(t)$ のすべての t を通した中央値と標準偏差である。正規分 布に従うとすると、7 σ の誤検知は ~ 1.3×10^{-12} であるため、90 分間で誤った検出をする可能性は無い。ゆえに、 ±7 と閾値を定めた。絶対値が 7 σ を上回る信号を除去し、その前後のイベントの値の平均値で TOD の値を上書き する。差分 TOD (DetID=8–9) の時系列パワースペクトル (図 4.27(右)) は値が 1 桁程度減少しており、TES 直接 ヒット除去の効果が確認できる。

これは 153 Hz のデータにおいて宇宙線のイベントを検出したものである。地上にダウンロードされるデータは、 デジタルフィルタで平滑化された上に 20 Hz にデシメートされている。従って、イベントの検出は機上機器で行う のが望ましい。実際には、Δt_{AB} には HWP によって変調される成分の振幅が乗るが、それでも宇宙線のピーク値 は十分高いので、検出は可能と考える。



図 4.27. (左) TES 直接ヒット除去前後の TOD。DetID = 8-9 の結果を示す。水平方向の直線は 7σ の閾値を示す。(右) TES 直接ヒット除去前 後の時系列パワースペクトルの変化。DetID = 8-9 の結果を示す。

4.4 機上データ圧縮率の評価

本節では、機上でのデータ圧縮率の見積もりを行う。実際にデータ圧縮するのではなく、模擬 TOD の情報エン トロピーを計算して、Shannon 限界で可能な圧縮率を見積もる。

4.4.1 TOD の作成

全天観測では、宇宙線以外にも、CMB や複数の成分を持つ背景放射 (§ 3.5)、宇宙線以外のノイズ (§ 3.4) が出 現する。これは観測周波数と観測方向によって大きく変動する。すなわち、周波数ごと、観測日ごとに TOD の ダイナミックレンジや頻度分布が異なり、情報エントロピー (式 3.6.3.2) が変わる。そこで、周波数については、 LiteBRID 衛星に搭載される全周波数チャンネルから1つずつ選び、表 4.1 に示した 22 チャンネルを代表として 見積もる。また、観測日については、スキャン中に銀河中心を掃過して前景放射の値が最も強くなる 270 日目と、 CMB の双極子極付近を掃過してその振幅が最も大きくなる 150 日目の 2 日を代表とする。作成する TOD は、22 周波数で、2 日のものを作成する。それぞれ、以下の成分を含み、サンプリング周波数 153 Hz で 1 日分の長さを持 たせる。なお、FDM による読み出しでは、搬送波の電力が TOD の大きな DC 成分として乗るが、これは予めデジ タル処理で取り除けるものとして、それからの差分を議論する。

宇宙線信号

シミュレーションによる宇宙線の TOD (§ 4.1.1) を用いる。これは、12 チャンネル × 90 min 長のデータなので、 22 周波数 × 1 日長のデータに複製する必要がある。ただし、情報エントロピーの計算ができればよいので、人為的 な相関の発生は気にしなくて良い。そこで、簡単のため、12 チャンネルの宇宙線 TOD を連結し、1 チャンネルの TOD とみなす (12 × 90 = 1080 min= 18 hr)。さらにこれを最初から 6 hr に相当する長さだけ繰り返して、合計 1 日分の宇宙線 TOD を作成する。12 チャンネルの TOD は検出器面上の位置に応じた温度勾配を持つが、ここで はダイナミックレンジを評価することが目的であり、チャンネル間の差は他の成分の範囲と比べて十分小さいため、 シミュレーション結果をそのまま用いて良いとする。22 チャンネル全てで、この TOD を用いる。

天体信号

§4.1.2 で示した方法で、天体信号の TOD をサンプリング周波数 153 Hz、長さ 1 日分でシミュレーションにより作成する。これらは、 μ K 単位なので、表 3.2 の dP/dT を用いてチャンネル毎に W 単位に換算する。

検出器ノイズ

式 3.4.2.8 に従って、1/f ゆらぎを含む検出器ノイズを生成する。振幅には、周波数ごとに表 3.3 の NEP_{int} を用 いて、NEP_{int} × $\sqrt{153 \text{ Hz}}$ の値を用いる。また、1/f 成分は $f_{\text{knee}} = 20 \text{ mHz}$ 、 $\alpha = -2$ (§ 3.4.2) とする。

T/P leakage

HWP により *I* 成分が *Q*, *U* 成分へ漏れこむ (§ 1.3.6) とき、TOD 上でこの成分を T/P leakage と呼ぶ。これは 式 1.3.6.13 に従い、時系列で記述する。HWP の回転角速度の 2 倍波成分を cos 関数で記述する。振幅は、CMB の平均温度である 2.73 K と、LiteBIRD における漏れ込み相対強度 10^{-3} の積とする。ここでは簡単のため、衛星 本体の歳差や回転による位相の変化 $\phi_{FP}(t)$ は十分変動が遅いとして無視している。

4.4.2 機上デジタルデータ処理

デジタル化

§3.6.1 に述べた方法で、シミュレーションで作成した TOD をデジタル化する。各チャンネルのダイナミックレ ンジは表 3.4 に示した通りである。24 ビットの深度を持つが、正負の符号を表すために 1 ビット使用するとして、 周波数ごとに最大値 MSB と LSB = MSB/2²⁴⁻¹ が異なる。作成した TOD はアナログ信号に相当するので、各時 刻の値を LSB で割り、絶対値を四捨五入することで、符号つき整数値へ変換する。

クリッピング

デジタル化した値が $-MSB_{int}$ から $MSB_{int} - 1$ の範囲内になければならない。それを上下に超える値は、それ ぞれ上限値・下限値にクリッピングする。

デジタルフィルタ

整数化した TOD に対し、図 3.31 に示したタップ数 64 の FIR によるローパスフィルタを施し、1/8 周期にデシ メートして 19 Hz の TOD を作成する (§ 3.6.2)。この FIR は 64 個の符号ありの浮動小数 (値の合計は 1) により表 される。これらを係数として TOD に畳み込むことでローパスフィルタのかかった TOD を得る。ただし、FPGA での処理を想定し、FIR の係数を整数化する。FIR の係数の整数化で誤差が生じないように、その深度は 24 ビット 以上確保する (図 4.28)。整数演算だけで TOD と FIR 係数を重畳した後、FIR 整数係数の合計値で割り算して 24 ビットの深度を毀損しないようにする。最後に時系列データを 1/8 に間引き、ダウンサンプリングを行う。



図 4.28. 整数化前後の FIR 係数の比較

4.4.3 模擬 TOD

整数化した TOD を示す。図 4.29、4.30 に、150 日目の 600 s (衛星スピンの半分の時間) の TOD を成分ごとに 表示する。また、図 4.31、4.32 に、150 日目の 60 s の TOD を周波数ごとに表示する。図 4.33 は、それぞれ 150 日目、270 日目の 1 日長の 5400 s (衛星歳差の半分の時間) の TOD (合計値のみ)を表示する。これらが Planck 衛星 HFI 装置の TOD (図 2.6) に対応する LiteBIRD のシミュレーションである。

ほぼすべてのデータで、最も振幅が大きいのは CMB の双極子放射である。周波数ごとにピーク位置がずれるの は、焦点面において位置が異なるためである。また、T/P leakage による 2ω_{HWP} の成分が顕著に現れる。これは HWP を通した CMB 偏光観測の特徴である。前景放射は、銀画面を通過する時間帯で急激に大きくなる。シンク ロトロン放射と自由-自由放射は低周波数側のチャンネル、ダストの熱放射は高周波数側のチャンネルで卓越してい る (図 3.18)。シンクロトロン放射のように高い偏光度を持つものは、HWP による変調がデータにはっきり見える (図 4.29e)。双極子成分の極方向を観測する 150 日目の方が、270 日目に比べ、観測周波数によらず双極子成分が 強い。一方、銀河中心を観測する 270 日目の方が前景放射は大きい値を持つ。

4.4.4 圧縮率の予測

150 日目と 270 日目の TOD のヒストグラムを図 4.34, 4.35 にそれぞれ示す。ヒストグラムから、式 3.6.3.2 に 従って成分毎に情報エントロピーを計算した結果を図 4.36 に示す。情報エントロピーはほぼ 16 ビットであり、こ のままデータ圧縮すると Shannon の定理から、圧縮アルゴリズムによらず、平均符号長が 16 ビットにしかならな い。すなわち、24 ビットのデータに対して (24-16)/24 = 33% の圧縮率しか達成できず、§ 3.6.3 で設定した 50% の圧縮率の要求を満たせないことがわかる。



図 4.29. 成分ごとの TOD (1)







図 4.31. 周波数ごとの TOD (1)











(b) 270 日日

図 4.33. 150 日目、270 日目の TOD。20 分ごとに、銀河面通過のピークが見える。高い、低いピークがそれぞれ中心に近い側と遠い側の銀河 面の掃過である。変動の遅い成分を示すため、5000 サンプルごとに間引きして表示している。



図 **4.34.** 整数化した 150 日目の TOD の値のヒストグラムを成分毎に規格化して示した。左列は右列を拡大したもの。上から、40 GHz (LFT), 166 GHz (MFT), 402 GHz (HFT) を示す。



図 **4.35.** 整数化した 270 日目の TOD の値のヒストグラムを成分毎に規格化して示した。左列は右列を拡大したもの。上から、40 GHz (LFT), 166 GHz (MFT), 402 GHz (HFT) を示す。



(b) 270 日日

図 4.36. 150 日目と 270 日目の TOD から情報エントロピーを 22 チャンネルで各成分毎に表示した。

4.5 機上データ圧縮の高圧縮率化の提案

§4.4 で示したとおり、模擬 TOD の可逆圧縮で達成できる圧縮率は、圧縮アルゴリズムによらず、最大約 33% であると分かった。これは、要求の 50% (§3.6.3)を満たさない。図 4.36 を見ると、CMB の双極子成分や T/P leakage、高周波でのダスト熱放射などが大きな情報エントロピーを稼いでいることがわかる。これらの成分は、記憶のある情報源であり、予測可能である。適当なモデルで予測してその差分を符号化すれば、圧縮率を高くできると推測できる。そこで、本節では、これらの予測モデルの作り方を検討し (§4.5.1)、そのモデルとの差分に実際の符号化アルゴリズムを適用して要求を満たすようにできることを示す (§4.5.2)。

4.5.1 予測

まず、予測モデルについて、ミッション部のデジタル処理器で計算可能な2つの方法を考える。

1. TOD を一定の長さに区切り、区間ごとに簡単な関数で現象論的にフィットする。

2. 衛星バスから姿勢情報を得て、既知の双極子成分と前景放射を計算して差し引く。

前者では、区間ごとに、最適関数でフィットすることを考える。後者では、機上で衛星バスを通して、ある機器 から別の機器にリアルタイムに情報を伝達することが可能であることを利用する。このようなデータを Payload Collection Data (PCD) と呼ぶ。例えば 地球低軌道を採る ASTRO-H や XRISM 衛星の場合、姿勢系のデジタル 処理器で認識している、もしくは、計算した軌道データ (時刻や軌道パラメータ) や姿勢データ (指向方向の q パラ メータ、衛星 3 軸の角速度など)を、衛星内 SpaceWire 通信を通して、ミッション部のデジタル処理器に 1 Hz の レートで常時配信する。デジタル処理器は、これに基づいて SAA (§ 3.1.2) 通過時刻を計算し、ミッション機器を 自動的に SAA モードにするという設計である。これと同様に、LiteBIRD 衛星でも、姿勢系から姿勢の q パラメー タをミッション部のデジタル処理器に配信することは可能と考えられる。q パラメータにより観測方向が定まれば、 あらかじめ分かっている双極子成分や前景放射を計算し、元の TOD からこれらを差し引くことができる。それら の値は、Planck 衛星の結果と LiteBIRD の応答関数を考慮して地上で予め計算したものをミッション部デジタル処 理器にロードし、ルックアップテーブルなどで検索できる。

今回は前者のフィット予測を、シミュレーションで作成した TOD (§ 4.4) に適用した。サンプリング周波数 153 Hz の TOD を、区間ごとに、変数 *A*, *ϕ*, *c* のモデル関数

$$A\cos\left(2\omega_{\rm HWP}t + \phi\right) + c \tag{4.5.1.1}$$

でフィットする。これで、2 ω_{HWP} の成分を持つ T/P leakage と、区間長より変動の遅い CMB 双極子成分や前景放 射成分を除く。その後、FIR (図 4.28) を用いて、19 Hz ヘダウンサンプリングする。

ここで、フィットを行う区間長を最適化する必要がある。考慮すべき点は、

- 1. 区間長が短いと、フィッティング係数がデータに占める割合が大きくなるので、区間長が長い方が望ましい。
- 2. 雑音が入った信号から T/P leakage の成分の振幅と位相を確実にフィットで捕捉するに十分な区間長が必要 である。
- 3. 衛星運動のため T/P leakage の位相が刻々とドリフトし、式 4.5.1.1 ではフィットできない。従って、この位相のドリフトが無視できるほどの短い区間長を選択する必要がある。
- 4. 前景放射成分は、銀河面通過時に急激な変動を示す。これに追随できるだけの短い区間長がよい。

である。

長い区間長を選好する前2者について検討する。フィッティング係数3つを24ビットの深度でダウンロードす

るとすると、区間長が T サンプルの場合に 3/T だけのオーバーヘッドが発生する。T/P leakage の捕捉について は、10 周期分が確実なフィットに必要とすると、 $20\pi/\omega_{HWP}$ s だけの区間長が必要である。

次に、短い区間長を選好する後2者について検討する。LiteBIRD 衛星は、歳差運動とスピン運動を組み合わせ て観測を行うが、ここではより変化の速いスピン運動を考える。スピン運動は 2.5 arcmin s⁻¹ (表 1.1) であるから、 *t* s の区間長での位相ドリフト量は 2.5/60*t* × 2 = *t*/12 程度である。これによる振幅の残差は $A \frac{(t/12)^2}{360}^2$ 程度である。 また、銀河面で急激に前景放射の強度が変動する典型的な各距離を 1 arcdeg とすると、60/2.5 s より短い区間長で 十分追随できる。

これらを勘案すると、区間長は 1000 サンプル (6.5 s) 程度が適切であると分かる。なお、Planck HFI 装置の フィッティングの区間長は 1.4 s であった (§ 3.6.3)。

以上のフィット結果を図 4.37 に示す。

4.5.2 符号化

以上の二種類の方法で得られたモデルとの差分を、実際のアルゴリズムで符号化する。ここでは Rice 符号化 (§ 3.6.3) を用いる。単純かつロバストでハードウェア親和性が高いながら、パラメータの最適化で高い圧縮率を達 成できる。TOD は符号つき整数なので、式 3.6.3.6 にて正値に変換する。Rice 符号化により得られる平均ビット 数は式 3.6.3.8 に従い計算する。更に、フィッティング係数のオーバーヘッド (24×3 ビット) を区間長ごとに足す。 Rice パラメータの最低値は § 3.6.3 の考察 (図 3.35) に従って、フィット法では *m* = 2¹⁰ を用いる。

図 4.38 に、元の TOD (図中の raw)、フィッティング +Rice 符号化したもの (Fit)、更に FIR で平滑化してダウ ンサンプルしたもの (Fit+FIR) の平均符号長を示す。元のデータは平均符号化長が 13–19 ビットなので、50% の 圧縮率には達していない。しかし、T/P leakage の予測値の差分の Rice 符号化は平均符号化長を 13 ビット以下程 度に短くできている。図 4.36 で示したホワイトノイズの情報エントロピーよりもビット数が短くなるのは、ホワイ トノイズも記憶を持つ情報源だからである。定義からホワイトノイズに時間相関はないが、同じ Gauss 分布に従う というのが記憶に該当する。さらに、FIR によりダウンサンプリングすることで平滑化され、平均符号化長が 12 ビット以下程度になる。銀河中心を通過する 270 日目の高周波のバンド (H01_063_337, H02_084_402) では 12 ビットを超えているが、検出器の数でウェイトして平均すると約 11.6 ビットとなり、12 ビットを下回っている。 以上の手法を用いることで、 (24-12)/24 = 50% の圧縮率要求が達成されることが分かった。


図 **4.37.** 整数化した 150 日目 (左)、270 日目 (右)の TOD、T/P leakage の予測値、その差分を示す。上から、40 GHz (LFT), 166 GHz (MFT), 402 GHz (HFT) を示す。







(b) 270 日目

図 **4.38.** 観測日、周波数ごとの元 TOD (Raw) と T/P leakage の予測値との差分 (Fit)、さらにダウンサンプリングしたもの (Fit+FIR) を Rice 符号化した時の平均ビット長。

第5章

ハードウェア

Contents

| 5.1 | システム概要 |
|-----|---------------------------|
| | 5.1.1 開発目的とプラットフォームの選択148 |
| | 5.1.2 システムの構成 |
| | 5.1.3 開発環境 |
| | 5.1.4 開発手法 |
| 5.2 | システム実装 |

§ 5.1 では、ハードウェア開発に用いるボードの選定と、用いるツールを説明と使い方を例とともに説明する。 ここでは、『FPGA プログラミング大全 Xilinx 編』(Kobayashi 2016)、『VHDL によるハードウェア設計入門』 (Hasegawa 2004)、『わかる Verilog HDL 入門』(Kimura 2006)を参考に記述した。§ 5.2 では、§ 3, § 4 で述べた 軌道上データダウンサンプリングのアルゴリズムを、ハードウェアに実装する。

5.1 システム概要

5.1.1 開発目的とプラットフォームの選択

本論文のこれまでの考察から、ミッション部のデジタル処理器で以下の機能を有するべきことを明らかにした。

- FIR を用いた平滑化と 1/8 (153 Hz から 19 Hz) のダウンサンプリング (§ 3.6.2)
- データ値の予測とその差分値の Rice 符号化 (§ 3.6.3, § 4.5)
- ・ 偏光ペア検出器の差分から、TES に直接ヒットした宇宙線イベントの検出 (§ 4.3.4)

ミッション部デジタル処理器は図 1.10 に示した LiteBIRD 衛星のミッション部のブロックダイアグラムで "mission DPU" と記されているものである。この機器の処理アルゴリズムの開発は日本側が主に担う。

現段階における我々のハードウェア開発の目標は、

- 1. アルゴリズムを模擬データで検証するための環境 (テストベンチ)を構築すること
- 2. 今後行われる試験で使用する地上支援装置 (Ground Support Equipment; GSE) とすること
- 3. 開発を通して、上流側(Warm Electronics)・下流側(衛星バス)とのインターフェイスの仕様を確定する こと

このうち、本論文では1を目標とする。

現在の衛星設計や今後の開発効率を考慮し、テストベンチで用いるボードが満たすべき要件を次に設定した。

- データを処理する CPU と FPGA が搭載されていること
- SpaceWire 通信インターフェイスへ拡張可能であること
- 比較的入手しやすい市販品であること
- FPGA ロジック, CPU ソフトウェアともに、開発環境の構築が容易であること

以上の要求から、Xilinx 社の提供する Zynq を持つボードを選択する。

Zynq とは、ARM 社の CPU と Xilinx 社の FPGA を結合した SoC 集積回路である。CPU の持つ柔軟性と FPGA の持つ同時性を同時に実現できる。ここで FPGA (Field Programmable Gate Array) とは、書き換え可能な論理集 積回路のことである。コスト重視からハイエンドまで、様々なラインナップがある。うち、Zynq-7000 のブロック ダイアグラムを図 5.1 に示す。

CPU 側を PS (Processing System)、FPGA 側を PL (Programmable Logic) と呼ぶ。PS は CPU、メモリ、周辺機器 (ペリフェラル) で構成される。PS のペリフェラルには、汎用入出力端子 (General Purpose Input/Output; GPIO)、SPI、USB、I²C、CAN などが準備されている。PS と PL の間は AXI (Advanced eXtensible Interface) バスインターフェースで接続される。PS 部の CPU で OS を起動し、その後、作成した論理回路を PL (FPGA) に書き込む (コンフィギュアする) ことで FPGA 回路を動作させる。

Zynq を搭載したボードはいくつか市販されている。Digilent 社の ZYBO *1 シリーズやシマフジ電機社の ZDAQ ボード *2 などがある。本論文では、Digilent 社の PYNQ-Z1 *3を採用する。これは、Zynq ベースのボードに、各種 周辺機器の実装と、python による設計が可能な環境まで構築されたものである。Zynq シリーズのうち、コスト重 視の Zynq-7020 を採用する。PS 部には、ARM 社の Cortex-A9 CPU (クロック周波数 650 MHz) を2台搭載する。

^{*1} https://reference.digilentinc.com/reference/programmable-logic/zybo/

^{*&}lt;sup>2</sup> http://www.shimafuji.co.jp/products/837

^{*&}lt;sup>3</sup> https://reference.digilentinc.com/reference/programmable-logic/pynq-z1/



図 5.1. Zynq-7000 デバイスのブロックダイアグラム。Xilinx 社提供。

5.1.2 システムの構成

実験のセットアップを図 5.2 に、接続を図 5.3 に示す。PYNQ-Z1 ボード、作業 PC、DHCP サーバ は、イーサ ネットで繋がれている。ボードは USB 接続により作業 PC から給電される。ボードの中央に Zynq があり、内部は PS、PL 部分に分かれている。ボード表面には DDR3 メモリが装備されており、ボード裏面にはマイクロ SDRAM カード用のスロットがある。これらは PS 部からアクセスする。PL 部分にも、Block RAM やレジスタなどの記憶 装置がある。これら記憶装置の特徴と用途を表 5.1 にまとめた。

5.1.3 開発環境

■OS とライブラリ PYNQ には Ubuntu ベースの Linux が OS として搭載されている。http や ssh サーバが走っ ているので、ssh でログインしてコマンドライン操作ができる。Linux 同様の開発環境を構築し、パッケージ管理を

| 表 5.1. ボードの記憶装置 | | | | | |
|------------------------|------|--------|----------|--|--|
| 名称 | 通信速度 | 容量 | 主な用途 | | |
| SDRAM | 遅 | 16 GB | OS、ライブラリ | | |
| DDR3 | 中 | 512 MB | TOD データ | | |
| BRAM | 速 | 630 KB | パラメータ | | |



図 5.2. 実験のセットアップ。(左) 作業環境と(右) 使用ボード PYNQ Z-1 を示した。



図 5.3. ハードウェア開発環境の接続

行うことができる。PYNQ では、python 言語を使用する環境が整えられている。numpy などの標準的なライブラ リに加えて、PYNQ 専用のライブラリ pynq*⁴ も搭載されている。同ライブラリには、PS、PL 部の管理やビット ストリームの管理を行う基本モジュール、MMIO や GPIO などのインターフェースを操作するモジュール、レジス タにアクセスしたり電力値を測定して回路の動作を確認するモジュールなどが含まれている。

*4 https://pynq.readthedocs.io/en/v2.5.1

■Vivado Vivado とは、FPGA で実現するロジック回路を構築するための統合開発環境である。Vivado の IP インテグレータで IP を組み合わせてロジック回路を設計する。ここで IP とは、FPGA 回路を合成するための回路 情報と入出力データの通信方式が含まれるパッケージのことである。Zynq 用に開発された IP が多数提供されてい る。また、独自の IP を、ハードウェア記述言語 (Hardware Description Language; HDL) を用いて合成することも できる。これらをボードの設計に応じて適切な論理合成を行い、回路の配置・配線を生成する。最終的に、FPGA で使用可能なビットストリームとして、PL のロジックを定義するビットファイルと、PYNQ を用いてハードウェ アモジュールを使用するための情報ファイルを出力する。

■Vivado HLS Vivado HLSは、C 言語または C++ 言語で記述されたアルゴリズムを、Vivado の入力に即した HDL のコードに変換するツールである。このように、CPU 用に抽象化されたプログラミング言語を用いてアルゴ リズムを記述し、これを元に FPGA の設計を行う技術を高位合成 (High-Level Synthesis; HLS) と呼ぶ。FPGA 用 の HDL を用いた従来の設計 (RTL 設計と呼ぶ)では、配線やレジスタレベルで記述する必要があった。これに対し て、HLS では、遥かに抽象的なレベルでアルゴリズムの設計ができる。Vivado HLS では高位合成だけでなく、元 のプログラミング言語で記述した回路を確認し、IP 化と IP に伴う API を自動生成することもできる。また、HDL 化前後の回路を用いてソフトウェア上でプログラムを検証できるため、実機を用いて検証する手間が省け、開発効 率が上がる。

5.1.4 開発手法

開発するもの

PYNQ は、ビットストリーム、ドライバ、API、アプリケーションの4つのレイヤーからなるフレームワークで ある。概念を図 5.4*5) に示す。アプリケーションレイヤーは、アプリケーションからなり、実際の用途に応じて 自分で開発する。作業 PC でウェブブラウザを起動し、PYNQ 上で走っている http サーバに接続して Jupyter notebook で開発を行う。通常の組み込み開発では、Tera term などの端末ソフトウェアを用いて PC とシリアル通 信を行うのと比較して、通常の CPU ソフトウェア開発と全く同じ手法で FPGA の操作ができる。API (Application Programming Interface) レイヤーは、アプリケーションから利用できる OS やライブラリなどからなる。ドライバ レイヤーは、Linux のカーネルと、周辺機器のドライバからなる。API とドライバは必要なものが一通り揃ってお り、本研究では新たに開発する必要はない。最後に、ビットストリームレイヤーは、FPGA で動作させるビットス トリームからなる。これも、実際の用途に応じて自分で開発する。これには、すでに提供されている PYNQ 用の IP や、HTL/RTL 設計に基づいて自分で開発した IP を組み合わせて作成する。

開発の流れ

PYNQ を用いたアプリケーションの開発は、(1) デザインの設計、(2) 回路合成、(3) ボードへの実装、の三段階 で行うことができる。ここでは簡単な数値計算 (四則演算や行列計算など) を例にとり、HLS 手法を用いて自作の IP を作成する場合を考える。https://qiita.com/jin0g/items/8e59b5abb003df3b847d に標準的な流れの 解説がある。

はじめに、C++ を用いて FPGA で実行する計算過程を記述する関数を定義する。Vivado HLS で高位合成を行 い、ボードに対応した入出力を持つ IP コアを作成する (図 5.5)。次に、Vivado の IP インテグレータでブロックデ ザインを作成する。Zynq を示すブロックと、独自に HLS 設計した IP を追加し、両者をボードファイル*⁶に基づい

^{*&}lt;sup>5</sup> https://github.com/Xilinx/PYNQ_Workshop/blob/master/01_PYNQ_Workshop_introduction.pdf より引用

^{*6} PYNQ-Z1のボードファイルは、https://github.com/cathalmccabe/pynq-z1_board_files/raw/master/pynq-z1.zip で取 得できる



て半自動で最適に配線する。また、Vivado で合成を行い、ビットファイルと情報ファイルを得る (図 5.6)。Jupyter Notebook でこれらのファイルを読み込み、合成した回路を PS を通して FPGA に書き込む。適当なインターフェ イスを通じて設定した数値計算の入力値を書き込み、回路が終了すれば結果が表示される (図 5.7)。

| フォルダの構 | 造高位合成実行 | 出力 | 結果のレポート | | | | |
|--|--|---------------------------------|---------|---|------------------------------|--|--|
| A Vivado HLS 2019.1.3 - matrix_pr | oduct2 (C:¥Users¥cmb¥AppData¥Roaming¥Xilin | ix¥Vivado¥matrix_product2) | | | - a × | | |
| File Edit Project Solution Wir | idow Help | | | | | | |
| 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 | 5 🖆 🏶 🐿 🛸 📾 🎜 🕨 👌 🗧 🔳 | E [™] (& C | | | Pebug 💫 Synthesis 🖉 Analysis | | |
| Explorer 🖾 🕜 🗖 🗖 | kernel.cpp | duct_csynth.rpt) 🛙 | · | BE Outline Contractive | | | |
| matrix_product2 matrix_product2 | Synthesis Report for 'product' | | | General Information Performance Estimates | | | |
| ✓ ≣ Source | General Information | | | Timing (ns) | | | |
| kernel.cpp | Date: Wed Jan 13 15:31:29 2021 | | | Latency (clock cycles) | | | |
| v 🖕 solution1 | Version: 2019.1.3 (Build 2642998 or | n Wed Sep 04 10:25:22 MDT 2019) | | Summary | | | |
| v 🏶 constraints | Project: matrix_product2 | | | Detail | | | |
| % script.tcl | Product family: zvng | | | Summary | | | |
| v 😂 impl | Target device: xc7z020-clg484-1 | | | | | | |
| > 🗁 misc > 🗁 verilog | Performance Estimates | | | | | | |
| > 🗁 vhdl | Timing (ns) | | | | | | |
| > 🗁 syn | Summary | | | | | | |
| | Clock Target Estimated Uncert | ainty | | | | | |
| | ap_cik 10.00 6.047 | .23 | | | | | |
| | Summary | | | | | | |
| | Latency Interval | | | | | | |
| | min max min max Type | | | | | | |
| | 8737 8737 8737 8737 none | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | E Loop | | | | | | |
| | Litilization Estimator | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | Name Deta | ils | | | ^ | | |
| | All Categories | | | | ~ | | |
| | < | | | | > | | |
| | solution1 🛛 | | | | | | |
| | | | | | | | |

図 5.5. Vivado HLS による高位合成



図 5.6. Vivado による回路合成





5.2 システム実装

§ 5.1.1 に示した必要機能のうち、FPGA 化に最も適している FIR の処理を FPGA に実装し、残りは CPU で実 装することを考える。

■データ 入力データとして 153 Hz × チャンネル数 × (観測時間)のデータを用意する。試験用のデータは、 チャンネル数が 12、観測時間が 100 サンプル分とする。データの内容は、§ 4.1.1 に示した物理シミュレーション による宇宙線の時系列データである。ビット数は、§ 3.6.1 に議論により、1 サンプルあたり 24 ビットである。

Zynq では、バス幅が 32 ビットなので、データ列もそれに合わせる。データは 24 ビットなので、残りの 1 ビッ トをデータ種を表すフラグ、7 ビットをチャンネル番号に用いる。2⁷=128 個のチャンネルを表すことができる。観 測データの読み出しは SQUID 単位で行い、1 つの SQUID では 68 チャンネルまでしか読まないため (§ 1.3.5)、 チャンネルの区別はこれで十分である。また、サンプルごとに 24 ビットで時刻を記述する。時刻表示の LSB を 153 Hz とし、24 ビットで時刻を記述するとき、MSB は LiteBIRD 衛星がちょうど全天を掃く半年に相当し、ダイ ナミックレンジとしては十分である。データ列が時刻と TOD (かつチャンネル) のどちらを表すかは、最上位の 1 ビットで区別する。このようなデータ列の例を図 5.8 に示す。



図 **5.8.** データ列の例。ただし、簡単のため、12 チャンネルのみ使用した。最上位の 1 ビットでデータ列の種類を区別する。0 の場合、下位 24 ビットで時刻を表す。これは時刻に相当する。最上位ビットが 1 の場合、続く 7 ビットでチャンネルを示し、下位 24 ビットで TOD の値を記 述する。

■IP コア § 3.6.2 で設計した FIR を FPGA で計算するため、専用の IP コアを高位合成で作成する。高位合成の コードは § B に示す。これを用いた Zynq のブロックデザインを図 5.9 に示す。FIR の係数は、IP コアに組み込む。

■処理の流れ Jupyter notebook(図 5.10) で処理の流れを示す。CPU を起動した後、自作 IP コアを含む FPGA イメージをロードして、配線を行う。FPGA には Memory Mapped I/O (MMIO) を通して CPU と通信する。CPU からデータを入力し、IP コアの計算が終了したら CPU からデータを取り出す。



図 5.9. FIR を計算する自作 IP を用いた Vivado による回路合成

```
import pynq
from pynq import Overlay
import numpy as np
from pynq import allocate
# 合成した回路をPYNQを通じてFPGAに書き込む
ol=pynq.Overlay('./calc_fir/calc_fir2_20210125_2.bit')
 mmio = ol.calc_fir_0.mmio
reginfo = ol.ip_dict['calc_fir_0']['registers']
# Memory Mapped 1/0を通じてNumpyインターフェイスでAXI LITEレジスタにアクセスできる
# Numpyのアクセス幅が32bit器数であるため、アドレスを32bit/8bit(lbyte)=4で割る
def ndarray_from_mmio(name, size):
    reginfo = ol.ip_ditt['calc_fric']['registers'][name]
    addr_start = reginfo['address_offset'] // 4 #+6*i
    addr_end = addr_start + reginfo['size'] // 4
    mmio_array = mmio.array[addr_start:addr_start+1200]#addr_end]
    mmio_array.dtype = np.int32
    return mmio_array.reshape(size)
mmio_x1 = ndarray_from_mmio('Memory_ins', size=(100,12))
mmio_y1 = ndarray_from_mmio('Memory_outs',size=(100,12))
DONE = 0x02
def mydot(x1: np.ndarray) -> np.ndarray:
# 入力データを書き込む
mmio_x1[:] = x1
# 回路の動作開始の指示
              mmio.write(0, 1)
              # 回路が終了するのを待つ
while not mmio.read(0) & DONE: pass
# 結果を返す
              return mmio_x1, mmio_y1
 # TOD を読み込む
f = open("int_tod12ch.txt")
txt_data = f.read()
f.close()

  txt_data.replace("'"
  lines = txt_data.split(",")
input_buffer = allocate(shape=(100,12) ,dtype=<sup>~</sup>i4<sup>~</sup>) # Numpy の配列からデータ受け渡し用の領域を確保
zero_buffer = allocate(shape=(100,12) ,dtype=<sup>~</sup>i4<sup>~</sup>)
 for j in range(100):
    for i in range(12):
        input_buffer[j][i]=int(lines[12*i+j])
  # 入力
x1=input_buffer
print(x1)
 [[ 2450 5203 4301 ..., 4690 5299 3286]
[ 415 6114 6315 ..., 6874 5932 6348]
[ 3164 6699 6980 ..., 6713 8232 7858]
    [ 5237 6874 5932 ..., 5945 4988 7935]
[ 9287 6713 8232 ..., 7735 9636 10067]
[ 2954 3520 2207 ..., 2419 1836 3294]]
# 出力
mmio_x1 = ndarray_from_mmio('Memory_ins', size=(100,12))
mmio_y1 = ndarray_from_mmio('Memory_outs',size=(100,12))
x_test, y_test = mydot(x1)
for i in range(100):
    if i%3==2:
        print("out=",y_test[i])
print(00t+,________(test[1])

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]

out= [14994 4626 5444 4446 5035 5611 5680 5173 4258 4606 6043 5712]

out= [14934 4626 5444 4446 5035 5611 5680 5173 4258 4606 6043 5712]

out= [15438 6712 5440 5762 6524 6336 5608 5038 6162 7209 6744 6102]

out= [15434 5712 5440 5762 6524 6336 5608 5038 6162 7209 6744 6102]

out= [15434 5434 5256 5985 6062 5884 5588 5810 5783 6039 5617 6435]

out= [1499 4186 4719 5335 5330 4850 4041 4382 5726 5553 6298 6528]

out= [149 5355 6078 5840 5420 4779 5754 6625 6287 5553 6298 6528]
```



第6章

結論

6.1 本研究の成果

§2.3 で挙げた目的に1対1対応させて、本研究の成果を述べる。

1. シミュレーションによる時系列観測データの作成

LiteBIRD 衛星用に、初めて、CMB(ダイポール成分を含む異方性も含む)、前景放射、検出器ノイズ、宇宙線を全て含んだ時系列データを全周波数帯域でシミュレートした (図 4.33)。

CMB と前景放射の時系列データは、既存の全天マップ (図 3.19, 3.20, 3.21) に対し PySM3 と TOAST を用いて衛 星のスキャン運動と偏光変調を重畳し作成した。一方、宇宙線は、検出器 Si ウェーハの熱伝導と TES への電熱結 合を解いた物理シミュレーション (Stever et al. 2021) に基づいて作成した。これらを検出器の出力電力に換算し、 同じ物理量で合算できるようにした。時系列データは、衛星のスキャンや偏光変調器による変調、望遠鏡や検出器 の最新の設計値が取り込まれており、現時点で最も現実的なシミュレーションデータである。本研究以外にも、広 く LiteBIRD 衛星設計の検討に利用できる。

2. 宇宙線の影響の end-to-end の定量評価

宇宙線の入力から初めて、全天の角度パワースペクトルまで、物理計算に基づく定量評価の手法を確立し、実行した (図 4.18-図 4.27)。

L2 点における宇宙線のエネルギースペクトルから、一つの宇宙線が LiteBIRD 衛星の検出器面に蓄積するエネル ギーを求めた (図 3.4)。次に、検出器面での熱拡散を解析的 (§ A.1) 及び数値的 (§ A.2) に解いた。更に、TES へ の熱入力に対する電気応答について、TES のエネルギー保存則と回路方程式に基づく電熱モデルを作成し (図 3.8)、 出力を算出した (図 3.13)。基本的な物理の考察から、物理シミュレーション (Stever et al. 2021) の結果が妥当であ ることを確認した。また、TOAST による全天マップの作成 (図 4.12,4.13) および anafast による角度パワー スペクトルの作成 (図 4.14) を行い、その結果の妥当性も概算で確認した。

宇宙線ノイズによる角度パワースペクトルの値は、観測時間 (図 4.17)、検出器面上の検出器の偏光ペア数 (表 4.7) に比例して低減することがわかった。これより、LiteBIRD 衛星による 3 年間の観測で、宇宙線信号による C_l^{BB} の 値はインフレーションモデルが予測する low-l 領域での CMB の C_l^{BB} の値に対し、 $10^{-1}-10^{-2}$ 程度に抑えられる ことが分かった。偏光の測定には、直交する偏光方向に感度を持つ2つの検出器の差分信号が用いられるが、宇宙 線はコモンモードとして乗ることと2つの検出器が熱的に強く結合していることから、うまく差し引けていること が重要だと明らかにした。

宇宙線の影響をさらに低減するために、サーマルリンクを下面に設置すること、偏光ペアの熱的相関が大きいこ と、ダーク検出器によりコモンモードを除去すること、検出器に直接ヒットする宇宙線イベントを除去すること、

第6章 結論

を提案し、シミュレーションによる検証を行った。

3. 機上データ処理方法の検討

宇宙線に対して最適なデジタルフィルタを設計した (図 3.30)。また、観測データの予測とその差分の Rice 符号化 により、テレメトリ帯域幅に収まる可逆データ圧縮が可能であることを示した (図 4.38)。

LiteBIRD 衛星におけるデータレート (図 3.25)、搭載される全観測周波数帯のダイナミックレンジ (表 3.4) を検 討し、機上で行う信号離散化の分解能を決定した。また衛星からダウンリンクするデータ量も見積もり、テレメト リ帯域幅に収めるには機上で 50% 以上のデータ圧縮が必要であることを示した。

シミュレーションにより作成した時系列観測データ (§ 4.1) に対し、信号離散化とデジタルフィルタを適用し、情報エントロピーを計算して可能な圧縮率を見積もった (図 4.36)。その結果、~33%の圧縮率しか達成できないことが分かった (§ 4.4)。そこで、高圧縮率化のため、機上で時系列データを一定の長さに区切り、区間ごとに定時の関数で現象的にフィットし、FIR で平滑化し、その差分を Rice 符号化した。その結果、50%の圧縮率要求を達成することがわかった。

4. 機上データ処理器の試験モデルの開発

研究 2,3 から、宇宙線に対処するために必要なミッション部のデータ処理器の必要機能

- FIR を用いた平滑化と 1/8 (153 Hz から 19 Hz) のダウンサンプリング (§ 3.6.2)
- データ値の予測とその差分値の Rice 符号化 (§ 3.6.3, § 4.5)
- 偏光ペア検出器の差分から、TES に直接ヒットした宇宙線イベントの検出 (§ 4.3.4)

を抽出した。FPGA と CPU が一体化した Zync というデバイスの商用評価ボードを用いて、実装例を示した。これにより、今後の開発のテストベンチを作成することができた。

6.2 今後の課題

本研究の成果 (§ 6.1) を踏まえ、今後の課題を述べる。

■実験結果との比較による物理シミュレーションの検証 現在、LiteBIRD 衛星で用いる TES 検出器、ウェーハ、 読み出しエレキをいくつかの参加機関で整備中である。これらを用いて、放射線実験を行い、物理シミュレーショ ンにより作成した時系列データの検証とモデルの改良を行うのが大きな課題である。また、我々は、検出器面の設 計についても改善を提案し、シミュレーションによる感度解析を行った (§ 4.3)。これも実験的に検証する必要が ある。

本研究は、Planck/HFI と LiteBIRD の違い (§ 2.1.2) を元に「Planck/HFI で見られた」種類の宇宙線イベントに ついて考察を進めるという方針で進めてきた。しかし、LiteBIRD で採用する新技術により、「Planck/HFI では見ら れなかった」種類の宇宙線イベントが発生する可能性がある。これには LiteBIRD の技術が先行採用されている気 球実験の結果が参考になる。特に、2015 年の SPIDER 実験の観測データは格別の重要性を持つ。SPIDER は 128 個の TES (熱浴温度 300 mK)を共通の Si ウェーハに形成した焦点面を、SQUID を通して多重化読出するという、 LiteBIRD で採用される技術を多数用いている。そして、上空 37 km での宇宙線イベントを検出し、その特徴づけ が行われた (Osherson et al. 2020)。この結果、以下のことが分かった。

- 1. 宇宙線イベントは大きく2種類ある。1つは Planck/HFI でも見られたグリッチ、もう1つは SQUID の飽 和に起因するステップイベントである。
- 2. 宇宙線イベントのレートは十分低かった。グリットイベントは3分に1イベント、ステップイベントは1時

間に1イベント程度である。科学的な結果にはほとんど影響しなかった。

- 低いイベントレートは、TES 及びその近傍を直接ヒットするイベントだけを見ていることを意味する。 ウェーハヒットイベントを見ればもっと高いレート (250 Hz 程度) になると予測されるが、実際にはそうで はなかったからである。
- 複数の検出器にまたがる同時イベントがいくつか見られた。特に多いのは、偏光ペアをなす2つの TES 検出器(物理的に近い)と、多重読出しの隣接検出器(物理的には遠い)である。後者は、読出し線のクロストークによるものと解釈される。

これらより、「Planck/HFI では見られなかった」種類の宇宙線イベント — SQUID 採用によるステップイベントの 発生や、多重化読出しにともなうクロストークする宇宙線イベント — が実際にあることが分かった。これらは本 論文でも扱っておらず、将来への課題である。

■全検出器、全観測時間をカバーするフルシミュレーション 本研究では、LiteBIRD 衛星のレイアウトのうち、 一部だけ (図 4.4) の宇宙線のシミュレーションを行った。また、シミュレーション時間も 90 分と短く、積分時間 による効果はホワイトノイズで代替する必要があった (§ 4.2.2)。これらを、LiteBIRD 全検出器、全観測時間をカ バーするフルシミュレーションをするのが次の課題である。これにより、部分的なシミュレーションでは評価でき なかった重要な効果 — 検出器面にわたる温度勾配とそれによる応答の変化 (図 4.18)、ピクセル間の相関がもたら す特定の角度スケールでのノイズ (§ 4.3.1)、コンポーネントセパレーションでの影響 — などを調べることができ る。また、別の系統誤差 — 偏光ペアを組む TES のゲインの違い、HWP の非理想性による I から P への漏れ込み — と組み合わさった時の評価も重要である。

これらを評価する手法は本研究で確立されたものの、現在のハイエンド PC を用いた計算では、本論文で示した部分的なシミュレーションが限界である。機械学習による宇宙線 TOD の学習と高速生成、high performance computing を用いた並列処理などを開拓する必要がある。

■ミッション部デジタル処理器の試験モデルの完成 本研究では、Zynq ベースのボードを用いて、ミッション部デ ジタル処理器に必要な機能を実装した。その一部は FPGA による計算である。実際の機能の大半は FPGA で実装 できるので、これを行う。扱えるチャンネル数を増大させ、フライト用のリソースの見積もりを行う。また、Zynq ベースのボードに SpaceWire 通信機能をもたせる拡張ボードも開発されているので、これを用いて GSE として使 えるようにし、上流機器である Warm Electronics の GSE である ICE board と組み合わせて、読み出し用のシステ ムに整備する。

付録 A

Si ウェーハ中の熱伝導

§ 3.2.1 で述べた Si ウェーハでの熱拡散について、解法をまとめる。Si ウェーハは 100 mK の極低温に冷却さ れる。この時、比熱はフォノン振動が卓越する。また、温度とともに散乱も低下するため、フォノンの平均自由行 程 (mean free path; l_{mfp}) が系のサイズ (l_{sys}) と同程度になる。この比が Knudsen 数 ($Kn \equiv l_{mfp}/l_{sys}$) である。 $Kn \ll 1$ の場合は diffusion 方程式、 $Kn \gg 1$ の場合は ballistic 方程式で熱伝導が記述される。LiteBIRD のデー タレート 20 Hz では ballistic の効果は見えないと考えられるので、ここでは diffusion だけを解く。

A.1 Diffusion 方程式の解析解

焦点面に入力されたエネルギー (§ 3.1.4) が、 Si ウェーハ中で熱拡散方程式 (式 3.3.1.1) に従うと仮定して、 ウェーハ内において熱拡散方程式を解き、温度分布を求める。解析解 (A.1) と数値解 (A.2) を併用し、表 A.1 にあ るケースを解いていく。

| Casa | Boundary condition | | Initial | Parameters | | Solution | | Demerile | |
|------|--------------------|---------|---------|------------|----------|----------|------------|-----------|--------------------|
| Case | Sides | Bottom | Тор | condition | alpha | gamma | Analytical | Numerical | Remarks |
| 1 | Robin | Neumann | Neumann | 0 | 2.59E-04 | 5.43E-02 | | 4.2.1 | 定常熱入力 (底面熱リンクなし) |
| 2 | Robin | Robin | Neumann | 0 | 2.59E-04 | 5.43E-02 | | A.2.1 | 定常熱入力 (底面熱リンクあり) |
| 3 | Robin | Neumann | Neumann | 1 | 0 | 5.43E-02 | A.1.1 | A.2.2 | 初期熱入力(底面熱リンクなし) |
| 4 | Robin | Robin | Neumann | 1 | 0 | 5.43E-02 | A.1.2 | | 初期熱入力(底面熱リンクあり) |
| 5 | Robin | Neumann | Neumann | 1 | 2.59E-04 | 5.43E-02 | | | 初期+定常熱入力(底面熱リンクなし) |
| 6 | Robin | Robin | Neumann | 1 | 2.59E-04 | 5.43E-02 | | A.2.5 | 初期+定常熱入力(底面熱リンクあり) |
| 7 | Robin | Neumann | Neumann | 1 | 2.59E-04 | 5.43E-01 | | A.2.4 | 熱リンク強化(底面熱リンクなし) |
| 8 | Robin | Robin | Neumann | 1 | 2.59E-04 | 5.43E-01 | | | 熱リンク強化(底面熱リンクあり) |

表 A.1. Diffusion 方程式の解ケース

A.1.1 サーマルリンクが側面にある場合

問題設定

表 A.1 の case 03 から解く。Si ウェーハを $a \times b \times c$ (a = b) mm³ の直方体とモデル化する。Si ウェーハには、 宇宙線により、単位体積・単位時間あたり \dot{q} W/m³ の熱入力があるとする (Source term)。側面が熱伝達率 G W/K のサーマルリンクで熱浴と接続されている (§ 3.3.1)。上下面は、断熱的とする(境界条件)。t = 0 において、原点 を中心とする一辺 d の微小立方体空間 d^3 mm³ に、宇宙線による熱入力 Q J が発生すると仮定する (初期条件)。こ れが、熱拡散方程式(支配方程式)に従ってどのように熱伝導するか、という問題である。

Si ウェーハ内で、時刻 t、位置 x における熱浴との温度差を u(x,t) として、支配方程式、初期条件、境界条件は



以下のようになる。この偏微分方程式を解く。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{C_v} \nabla^2 u + \frac{\dot{q}}{C_v}$$
(A.1.1)

$$u(\boldsymbol{x}, t = 0) = \begin{cases} \frac{Q}{C_v d^3} & (|x| \le \frac{d}{2}, |y| \le \frac{d}{2}, |z| \le \frac{d}{2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$
(A.1.1.2)

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial x} \right|_{x=\pm\frac{a}{2}} = \mp \frac{g}{K} u(\boldsymbol{x},t)|_{x=\pm\frac{a}{2}}$$
(A.1.1.3)

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial y} \right|_{y=\pm \frac{b}{2}} = \mp \frac{g}{K} u(\boldsymbol{x},t)|_{y=\pm \frac{b}{2}}$$
(A.1.14)

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial z} \right|_{z=\pm \frac{c}{2}} = 0 \tag{A.1.1.5}$$

ここで、*K* W/m/K は熱伝導率、*C*_v J/K/m³ は定積比熱、*g* は単位面積あたりの熱伝達率 $g = \frac{G}{2(a+b)c}$ である。上下 面 (式 A.1.1.5) は ∇u =const の Neumann (第二種) 境界条件である。側面 (式 A.1.1.3,A.1.1.4) は Robin (第三種) 境界条件と呼ばれ、Neumann 条件と Dirichlet (第一種) 境界条件 (*u* =const) の線型結合で表されるものである。

無次元化

長さ、時間、温度のスケールは任意に採れるので、まず、無次元化を行う。

$$\frac{x}{c} \to x$$
 (A.1.1.6)

$$\frac{\kappa}{c^2} t \to t \tag{A.1.1.7}$$

$$u(x = 0, t = 0) = \frac{Q}{C_v d^3} \to 1$$
 (A.1.1.8)

と変数変換することで、支配方程式、初期条件、境界条件は以下のように無次元化できる。この時、 $|x| \leq 20$ 、 $|z| \leq 1$ である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla^2 u + \alpha \tag{A.1.19}$$

$$u(\boldsymbol{x}, t = 0) = \begin{cases} 1 & (|x| \le \frac{\beta}{2}, |y| \le \frac{\beta}{2}, |z| \le \frac{\beta}{2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$
(A.1.1.10)

$$\frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial x}\Big|_{x=\pm\frac{\delta}{2}} = \mp \gamma u(\boldsymbol{x},t)|_{x=\pm\frac{\delta}{2}}$$
(A.1.1.1)

$$\frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial y}\Big|_{y=\pm\frac{\delta}{2}} = \mp \gamma u(\boldsymbol{x},t)|_{y=\pm\frac{\delta}{2}}$$
(A.1.12)

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial z} \right|_{z=\pm\frac{1}{2}} = 0 \tag{A.1.1.13}$$

ここで、 $\alpha = \dot{q}(c\beta)^3/Q$ 、 $\gamma = cg/K$ 、 $\delta = a/c$ 、 $\beta = d/c$ である。表 A.1 にあるように、これらのパラメータを変えて様子を見る。まず case 03 を解く。

変数分離

変数分離法に従って、u(x,t)を以下のように分離する。

$$u(x,t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t)$$
 (A.1.1.14)

これを、波数 k_i と係数 $A(k_i), B(k_i)$ を用いて、各変数の関数を以下のように Fourier 展開する。ただし、i = x, zである。

$$X(x) = \sum_{k_x} A_x(k_x) \cos k_x x + B_x(k_x) \sin k_x x$$
 (A.1.1.15)

$$Y(y) = \sum_{k_y} A_x(k_y) \cos k_y y + B_y(k_y) \sin k_y y$$
 (A.1.1.16)

$$Z(z) = \sum_{k_z} A_z(k_z) \cos k_z z + B_z(k_z) \sin k_z z$$
 (A.1.1.17)

$$T(t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} e^{-(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)t}$$
(A.1.1.18)

以降、 $x \ge y$ は対象なので、Y(y)は省略する。

一般解

初期及び境界条件から、各変数分離形の関数は x = 0, z = 0 に対して対称なので、奇関数の係数 $B(k_x) = B(k_z) = 0$ として、

$$X(x) = \sum_{k_x} A_x(k_x) \cos k_x x$$
 (A.1.1.19)

$$Z(z) = \sum_{k_z} A_z(k_z) \cos k_z z$$
 (A.1.1.20)

と書いて良い。x 方向について、境界条件を満たすには

$$k_x \tan \frac{k_x \delta}{2} = \gamma \tag{A.1.1.21}$$

と離散化される。同様に、z方向では、整数 $n_z > 0$ を用いて、

$$k_z = 2n_z \pi \tag{A.1.1.22}$$

と離散化される。

z 方向は通常の Fourier 級数、x 方向は一般化 Fourier 級数 (無限数列 k が等間隔ではない) であるが、いずれも 直交しており、二つの異なる波数 k,k'を持つ成分に対して、デルタ関数を用いて以下の関係が成り立つ。

$$\int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} \cos(k_x x) \cos(k'_x x) dx = \left(\frac{1}{2k_x} \sin(k_x \delta) + \frac{\delta}{2}\right) \delta(k_x - k'_x)$$
(A.1.1.23)

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(k_z z) \cos(k'_z z) dz = \frac{1}{2} \delta(k_z - k'_z)$$
(A.1.1.24)

 $Ax(k_x), Az(k_z)$ の係数は初期条件を満たすように決めればよい。式 A.1.1.2 は

$$X(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \le \frac{\beta}{2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$
(A.1.1.25)

$$Z(z) = \begin{cases} 1 & (|z| \le \frac{\beta}{2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$
(A.1.1.26)

となるので、Fourier 級数の直交性から各係数は、

$$A_x(k_x) = \frac{4\sin\frac{k_x\beta}{2}}{\sin(k_x\delta) + k_x\delta}$$
(A.1.1.27)

$$A_z(k_z) = \begin{cases} \frac{4\sin\frac{k_z\beta}{2}}{k} & (k_z > 0)\\ \beta & (k_z = 0) \end{cases}$$
(A.1.1.28)

と求められる。

以上をまとめて、以下の解析解

$$u(\boldsymbol{x},t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z} (A_x(k_x) \cos k_x x) (A_y(k_y) \cos k_y y) (A_z(k_z) \cos k_z z) e^{-(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)t}$$
(A.1.1.29)

が求まる。

時間発展

図 A.2、A.3 はそれぞれ、x 方向、z 方向について、無次元化した温度の変化uの時間発展の様子を図示する。解 析解の場合は、時間の広い範囲について簡単に解を得ることができる。t = 0 にウェーハの中心に与えられた熱がx方向に拡散するには、

$$t_x \sim 1 \times 10^3 \times \frac{c^2}{\kappa} \sim 6 \times 10^{-4}$$
 (A.1.1.30)

秒程度を要する。一方、z方向には、

$$t_z \sim 1 \times \frac{c^2}{\kappa} \sim 6 \times 10^{-7} \tag{A.1.1.31}$$

秒程度を要する。

A.1.2 サーマルリンクが側面と下面にある場合

問題設定

次に、表 A.1 の case 04 を解く。サーマルリンクを側面だけでなく、Si ウェーハの下面にも設置した場合である。 モデルと記号は図 A.1 に示したものと同様であるとする。ただし、側面だけでなく、下面もサーマルリンクで熱浴



図 A.2. 無次元化した場合の x 方向における温度 u の時間発展。Fourier 展開は有限個で打ち切っているので、特に t = 0 の場合はサイドローブが残る。



図 **A.3.** 無次元化した場合の z 方向における温度 u の時間発展。Fourier 展開は有限個で打ち切っているので、特に t = 0 の場合はサイドローブが残る。

と接続されているとする。上面は、断熱的とする(境界条件)。t = 0において、原点を中心とする一辺 d の微小立 方体空間 d^3 mm³ に、宇宙線による熱入力 Q J が発生すると仮定する(初期条件)。

この場合、支配方程式は式 A.1.1.9、初期条件は式 A.1.1.10、*x*, *y* 方向の境界条件はそれぞれ式 A.1.1.11, A.1.1.12 だが、*z* 方向の境界条件が以下のように変わる。以下では *z* 方向についてのみ議論する。

$$\frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial z}\Big|_{z=-\frac{c}{2}} = \gamma u(\boldsymbol{x},t)|_{z=-\frac{c}{2}}$$
(A.1.2.1)

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial z} \right|_{z=\frac{c}{2}} = 0 \tag{A.1.2.2}$$

ここで、§ A.1.1 と同様に、*K* は熱伝達率、*C*_v は定積比熱、 $\gamma = \frac{C_{vg}}{K}$ で、*g* は単位面積あたりの熱伝達率 $g = \frac{G}{2(a+b)c}$ である。上面 (式 A.1.2.2) は Neumann (第二種) 境界条件であり、下面 (式 A.1.2.1) は Robin (第三種) 境界条件である。

無次元化と変数分離

無次元化と変数分離は §A.1.1 と同様に行うが、z方向の境界条件(式 A.1.1.13)を以下のように変更する。

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial z} \right|_{z=-\frac{1}{2}} = \gamma u(\boldsymbol{x},t)|_{z=-\frac{1}{2}}$$
(A.1.2.3)

$$\left. \frac{\partial u(\boldsymbol{x},t)}{\partial z} \right|_{z=\frac{1}{2}} = 0 \tag{A.1.2.4}$$

また、境界条件より、z 方向は z = 0 について対称でないため、Z(z) (式 A.1.1.17) の係数 $B_z(k_z)$ は 0 ではない。ここでは三角関数の合成を用いて、

$$Z(z) = \sum_{k_z} A_z(k_z) \cos(k_z z + \phi_{k_z})$$
(A.1.2.5)

を改めて Z(z) として定義する。

一般解

上面の境界条件より、

$$\sum_{k_z} k_z A_z(k_z) \sin\left(\frac{k_z}{2} + \phi_{k_z}\right) = 0$$
(A.1.2.6)

が成り立つ。一方、下面の境界条件は、

$$\sum_{k_z} k_z (A_z(k_z) \sin\left(\frac{k_z}{2} - \phi_{k_z}\right)) = -\gamma \sum_{k_z} A_z(k_z) \cos\left(-\frac{k_z}{2} + \phi_{k_z}\right)$$
(A.1.2.7)

である。これらを整理して、

$$\phi_{k_z} = n_z \pi - \frac{k_z}{2} \tag{A.1.2.8}$$

$$\tan k_z = -\frac{\gamma}{k_z} (-1)^{n_z} \tag{A.1.2.9}$$

を得る。ここで、n_zは任意の整数である。

また、この場合も一般 Fourier 級数の直交性が成り立ち、二つの異なる波数 k, k' を持つ成分に対して、デルタ関数を用いて以下の関係が成り立つ。

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos\left(k_z z + \phi_{k_z}\right) \cos\left(k'_z z + \phi_{k'_z}\right) dz = \left(\frac{\sin\left(k_z + 2\phi_{k_z}\right) + \sin\left(k_z - 2\phi_{k_z}\right)}{4k_z} + \frac{1}{2}\right) \delta(k_z - k'_z) \quad (A.1.2.10)$$

これらと初期条件 (式 A.1.1.10) を用いて、解析解の係数を求めると、

$$A_{z}(k_{z}) = \begin{cases} \frac{4\left(\sin\frac{k_{z}(\beta-1)}{2} + \sin\frac{k_{z}(\beta+1)}{2}\right)}{\sin\frac{k_{z}}{2} + \sin\frac{3k_{z}}{2} + 2k_{z}} & (k_{z} > 0)\\ \beta & (k_{z} = 0) \end{cases}$$
(A.1.2.11)

を得る。

時間発展

図 A.4 は z 方向について、無次元化した温度の変化 u の時間発展の様子を図示する。t = 0 にウェーハの中心に 与えられた熱が z 方向に拡散するには、

$$t_z \sim 0.1 \times \frac{c^2}{\kappa} \sim 6 \times 10^{-8}$$
 (A.1.2.12)

秒程度を要し、下面にサーマルリンクが無い場合 (図 A.3) に比べて 1/10 程度で熱が拡散することがわかる。



図 **A.4.** サーマルリンクが下面にもある場合の無次元化した場合の x 方向における温度 u の時間発展。Fourier 展開は有限個で打ち切っているので、特に t = 0 の場合はサイドローブが残る。z = -0.5 に接するサーマルリンクから熱が抜かれる様子がわかる。

A.2 Diffusion 方程式の数値解

表 A.1 にあるうち、定常熱入力がある場合は x, y, z への変数分離法を用いることができないため、数値解を求め る。偏微分方程式の数値解法には、有限要素法、境界要素法、有限差分法が3大汎用解法とされるが、ここでは有 限要素法を用いる。有限要素法は、解空間を多数の微小な空間に分割し、各空間で微分方程式を変分形式にして行 列計算に落とし込むことで、方程式を解く方法である。Dirichlet, Neumann, Robin などの境界条件も容易に計算で きる。

多数の実装のうち、FEniCS *¹ (Langtangen & Logg 2016) を用いる。これは python でプログラムができる有 限要素法のパッケージであり、無償かつ汎用で比較的高速に解が得られる。また、プログラムのコマンドが解くべ き微分方程式の変分形式になるように設計されているため、数学に基づいたコードの理解と修正が可能であるとい う特徴がある。計算結果は pdv ファイルに出力し、これを可視化ソフトウェアである ParaView*² で表示する。

A.2.1 定常熱入力がある場合

無次元化された支配方程式(式A.1.1.9)で、定常熱入力あり($\alpha \neq 0$)、定常状態($\frac{du}{dt} = 0$)の場合を解く。空間 セル数は 80×80×10 であり、各セルを 6 個の三角錐にメッシュ分割する。サーマルリンクが側面だけにある場合 (case 01)と側面及び底面にある場合 (case 02)を解く。Si ウェーハ上面 (z = 1)での温度分布を図 A.5、x 方向の 依存性を y = 20, z = 0.5の直線上で示したものを図 A.6a、z 方向の依存性を x = 20, y = 20の直線上で示したも のを図 A.6b に示す。Case 02 では、全体にわたって温度上昇が~0.1 倍に抑制できていることが分かる (図 A.5)。 規格化すると、x-y平面での分布はほぼ同じ(図 A.6a)である。z軸に沿った分布は、底面にサーマルリンクをつけ た case 02 で緩い勾配を持つ (図 A.6b)。



(a) Case 01

(b) Case 02

図 A.5. 定常熱入力がある場合の Si ウェーハ上面の温度分布

^{*&}lt;sup>1</sup> https://fenicsproject.org

^{*&}lt;sup>2</sup> https://www.paraview.org/



A.2.2 初期熱入力がある場合

初期熱入力だけがある場合(表 A.1)の時間発展を調べる。サーマルリンクが側面だけにある場合(case 03)と側 面及び底面にある場合(case 04)を解く。空間メッシュ数は§A.2.1と同じであるとする。時間間隔は $\Delta t = 0.01$ で、t = 10まで解く。t = 1の時のウェーハ上面(z = 1)の温度分布を図A.7に示す。底面にサーマルリンク をつけた case 04 の方が、x-y平面上の熱拡散範囲が小さく、温度も低いことがわかる。また、x方向の依存性 をy = 20, z = 0.5の直線上で示したものを図A.8a、z方向の依存性をx = 20, y = 20の直線上で示したものを 図A.8bに示す。x-y平面での分布は、case 04 の方が早く温度が低下することがわかる(図A.8a)。z軸に沿った 分布は底面にサーマルリンクをつけた case 04 ではサーマルリンクがある方(z = 0)から熱が引かれ、緩い勾配を 持つことがわかる(図A.8b)。



図 **A.7.** 初期熱入力がある場合の Si ウェーハ上面 (z = 1)のt = 1 での温度分布

この場合はそれぞれ解析的に解けている (§ A.1) ので、その結果とも比較する。ただし、解析解では、x, y, z 方向 の熱拡散を同時に計算していないので、数値解とは相対値だけを比較する。解析解の x 方向の時間発展 (図 A.2) と 図 A.8a 中の t = 1.0 における値を比較すると、数値解 (図 A.8a) の値の方が case 03 では 5 倍、case 04 では 25 倍 程度減少していることがわかる。また、解析解の z 方向では、下面にのみ熱リンクを設置したことによる非対称性 が中心から上側に $\delta z = 0.3$ 程度進んだ位置から顕著に現れている (図 A.4)。数値解においても同様の勾配特性が見



図 A.8. 初期熱入力がある場合の初期熱入力がある場合の温度プロファイルの時間変化。実線が底面にサーマルリンクなし(case03)、点線が底 面にサーマルリンクあり(case04)を示す。

られる (図 A.8b)。

A.2.3 初期 + 定常熱入力がある場合

初期熱入力に加え、定常熱入力がある場合(表 A.1)の時間発展を調べる。サーマルリンクが側面だけにある場合(case 05)と側面及び底面にある場合(case 06)を解く。空間及び時間メッシュ数は§A.2.2と同じである。t = 1の時のウェーハ断面(x = 20)の温度分布を図 A.9 に示す。底面にサーマルリンクをつけた case 06 の方が、x-y 平面上の熱拡散範囲が小さく、温度も低いことがわかる。また、x方向の依存性をy = 20, z = 0.5の直線上で示したものを図 A.10a、z方向の依存性をx = 20, y = 20の直線上で示したものを図 A.10b に示す。x-y 平面での分布は、case 06 の方が速く温度が低下することがわかる(図 A.10a)。z軸に沿った分布は、底面にサーマルリンクをつけた case 06 ではサーマルリンクがある底面(z = 0)から熱が引かれ、緩い勾配を持つことがわかる(図 A.10b)。



(a) Case 05

(b) Case 06

図 A.9. 初期 + 定常熱入力がある場合の Si ウェーハ上面の温度分布

A.2.4 サーマルリンクを強化した場合

初期熱入力と定常熱入力がある場合(表 A.1)で、サーマルリンクの熱伝達率を 10 倍に強化した場合の時間発展を調べる。サーマルリンクが側面だけにある場合 (case 07)と側面及び底面にある場合 (case 08)を解く。空間及び時間メッシュ数は § A.2.2 と同じである。この時、x 方向の依存性を y = 20, z = 0.5の直線上で示したものを図 A.11a、z 方向の依存性を x = 20, y = 20の直線上で示したものを図 A.11b に示す。case 08 では、case 06



図 A.10. 初期 + 定常熱入力がある場合の温度プロファイルの時間変化。実線が底面にサーマルリンクなし(case05)、点線が底面に熱リンクあり(case06)を示す。

(図 A.10b) に比べて、サーマルリンク (z = 0) による温度勾配が急になり (図 A.11b)、温度の下降も速くなること がわかる (図 A.11a)。

0.1





(a) x 方向の規格化温度依存性を y = 20, z = 0.5 の直線上で示したもの

(b) *z* 方向の規格化温度依存性を *x* = 20, *y* = 20 の直線上で示したもの

図 A.11. サーマルリンクを強化した場合の温度プロファイルの時間変化。実線が底面にサーマルリンクなし(case07)、点線が底面にサーマル リンクあり(case08)を示す。

付録 B

高位合成のソースコード

§ 5.2 で用いた FIR 計算をする IP コア作成のための高位合成のソースコードを以下に示す。

Listing B.1. FIR 重畳の C 言語コード

```
1 #include <hls_stream.h>
2 #include <stdint.h>
3 #include <stdio.h>
4 #include <stdlib.h>
5 #include <ap_int.h>
6
7 #define DEBUG 1
8 void calc_fir(int ins[100][12],int outs[100][12]){
9
          #pragma HLS interface s_axilite port = return
          #pragma HLS interface s_axilite port = ins
10
          #pragma HLS interface s_axilite port = outs
11
12
13
      int i;
14
      int j;
15
      int k;
16
17
      int y;
      int ch = 12;
18
      int fir_len = 65;
19
      int tod_len = 100;
20
      int calc_len = (fir_len-1)/2;
21
          long long fir[65] = {-5670661, -16009182, 5469575, 2350837, 7898011,
22
             9735492, 10076528, 7023173, 1078743, -6676391, -14128832, -18831890,
             -18658693, -12569608, -1167255, 13159753, 26600235, 34798885,
             34041456, 22496875, 1135574, -25961607, -52070987, -69067915,
             -69209863, -47058063, -1085856, 65461822, 144733075, 225487120,
             295155237, 342309128, 358979228, 342309128, 295155237, 225487120,
             144733075, 65461822, -1085856, -47058063, -69209863, -69067915,
             -52070987, -25961607, 1135574, 22496875, 34041456, 34798885, 26600235,
              13159753, -1167255, -12569608, -18658693, -18831890, -14128832,
             -6676391, 1078743, 7023173, 10076528, 9735492, 7898011, 2350837,
             5469575, -16009182, -5670661};
```

```
24
25
           int store[fir_len][ch];
26
           int store_new[fir_len][ch];
27
28
           //int sum;
29
           long long sum;
30
           for (int i=0;i<fir_len;i++){</pre>
31
                   fir_sum += fir[i];
32
           }
33
34
           for(int y=0; y<tod_len; y++){// time order</pre>
35
                   for (j = 0; j < ch; j++) {// ch order}
36
37
                            if (y < fir_len-1){
38
39
                                    store_new[y][j] = ins[y][j];
                            }
40
41
                            else{
42
                                    for (i=0;i<fir_len-1; i++){
43
                                             store_new[i][j] = store[i][j];
44
                                    }
45
                                    store_new[fir_len-1][j] = ins[y][j];
46
47
                                    sum = 0;
48
                                    for (i=0; i<fir_len; i++){
49
                                             sum += (long long)(store_new[i][j]*fir[i]);
50
                                    }
51
                            }
52
53
                            if (y<fir_len-1){</pre>
54
                                    outs[y][j] = 0;
55
                            }
56
57
                            else{
58
                                    outs[y][j] = (int)(sum/fir_sum);
59
                            }
60
61
                            for (i=1;i<fir_len; i++){</pre>
62
                                    store[i-1][j] = store_new[i][j];
63
                            }
64
                   }
65
           }
66
67 }
```

改定履歴

表 B.1. 改定履歴

| 改定日時 | 改定内容 |
|------------|---|
| 2021/09/29 | 加筆 (§ 6.2) |
| 2021/05/31 | 加筆 (§ 2.2) |
| 2021/04/05 | 誤字修正 |
| | 加筆 (§ 2.2) |
| | 図の追加 (図 4.37) |
| 2021/02/19 | 誤字訂正 |
| | 参考文献の追加 (§ 1.2.3) |
| | 図の変更と追加 (図 1.2, 図 1.4, 図 1.5, 図 1.7, 図 1.8, |
| | 図 1.20, 図 4.27, 図 4.29, 図 4.30, 図 4.31, 図 4.32, 図 4.33, |
| | 図 4.34, 図 4.35, 図 4.36, 図 4.38) |
| | I からの漏れ込みの追記 (§ 1.3.6) |
| | 機上データ圧縮評価の変更 (§ 4.4, § 4.5) |
| | 謝辞追記 |
| 2021/01/25 | 修論審查提出版 |

謝辞

本論文を執筆するにあたり、ご協力くださった方々に深く感謝申し上げます。

指導教官である海老沢研教授には、宇宙研で開講された X 線天文学演習、定期的に開催されるミーティング、学 会発表や申請書作成など、大学院生生活のあらゆる面で大変熱心にご指導いただきました。天文学の基本的な内容 について何度も質問に伺いましたが、その度に丁寧に答えていただき、参考になる教科書や論文を教えていただき ました。お忙しい中嫌な顔1つせず対応していただき、感謝しております。研究室ミーティングでは「自分の研究 内容を簡潔に伝える」ことを毎週強調され、はじめは何を説明すればわからなかった自分の研究内容も、徐々に要 点を掴んで説明することができるようになってきたと思います。今年度は自宅待機の期間があり、私生活と研究生 活の境がなくなって戸惑いを感じたこともありました。しかし、研究室ミーティングで研究室メンバーが精力的に 研究を進める様子を定期的に聞くことができ、自分も頑張ろうという気持ちに切り替えることができました。この 2 年間、学会の要旨作成や天体観測のプロポーサルなどを度々執筆する機会がありました。海老沢先生には毎回、 大変丁寧に添削していただきました。使用言語が日本語であれ英語であれ、文章力の重要性を実感しました。また、 様々な研究会に出席する機会をいただきました。個人的には、宇宙研で開催された衛星開発会議は非常に印象的で した。世界中の研究者が各々のチームの要求を主張し議論する様子を見て、神業のような観測衛星は人智を結集し て開発されるものなのだ、と改めて気づくことができました。自分も海老沢先生のように、第一線で活躍するよう な人間になりたいと思います。来年度からもよろしくお願いします。

本修士論文を作成するにあたり、最もお世話になったのが宇宙科学研究所 辻本匡弘准教授です。LiteBIRD 衛星 のプロジェクトメンバーである辻本さんのおかげで、このような貴重かつ重要な研究を修士論文のテーマにするこ とができました。本修士論文は、シミュレーション結果の確認のために、物理過程を考え、支配方程式から手計算 で数値を確認する、という過程が多数ありました。これには、物理現象を根幹から理解し、それらを適切に組み合 わせる必要があります。シミュレーションソフトは大変便利なものですが、中身を理解せず結果を鵜呑みにしては いけません。辻本さんとの議論では、その重要性を改めて認識させられました。本修士論文は夏頃より執筆を開始 しましたが、当初の私の文章は壊滅的なものだったと思います。約半年間、毎週のように添削していただき、何度 もボロクソに書かれましたが、的を射たコメントをいただいたおかげで本修士論文は完成しました。本当にお忙し い中時間を割いていただきありがとうございました。頭が上がりません。研究は作業だけでなく、文章執筆能力が 重要であることを痛感した半年間でした。来年度からはもっと成長したいと思います。

共同研究者である岡山大学/東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構の Samantha Stever さんには、TOD シミュ レーションの結果をご提供いただきました。本研究結果は Stever et al. (2021) にも記載されます。オックスフォー ド大学/東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構の Tomasso Ghigna さんには TES の電熱シミュレーションの結果を ご提供いただきました。岡山大学の石野宏和教授には、全天マップ作成の過程や、妥当性評価について、多数のご 助言をいただきました。こちらの三名の方々とは、LiteBIRD 衛星の宇宙線国内チームとして、シミュレーション 結果の整合性や国際学会での発表について定期的に議論をさせていただきました。英語でのミーティングや資料作 成を行う大変貴重な機会でした。この経験は必ず将来活きると思います。

LiteBIRD collaboratin の多数のメンバーの方々にもご協力いただきました。LiteBIRD チームの責任者であ

る、高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所/東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構の羽澄昌史教授は、 LiteBIRD チーム内で行われている多数の研究分野を取りまとめてくださいました。宇宙線チームのミーティング では、俯瞰的な観点からご指摘をいただくこともありました。本論文を回覧した際もコメントをいただきました。 東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構の松村知岳准教授、宇宙科学研究所の関本裕太郎教授、小栗秀悟助教にも、 本論文に対してコメントをいただきました。お忙しい中大変丁寧に読んでいただき、誠にありがとうございました。 宇宙科学研究所の長谷部孝さんには、検出器ノイズの取り扱いについて研究結果を共有していただきました。大阪 大学の南雄人助教には、検出効率の計算や、角度パワースペクトルの計算方法についてもご提案いただきました。 ローレンス・バークレー国立研究所の鈴木有春さんには、LiteBIRD 衛星の検出器レイアウトの詳細設計図をご提 供いただきました。カリフォルニア大学バークレー校の Giuseppe Puglisi さんには、TOAST を用いた計算結果の 妥当性評価について確認していただき、何度も質問させていただきました。TOAST の開発チームであるローレン ス・バークレー国立研究所の Theodore Kisner さんは、東京大学で 2020 年 1 月に開催された TOAST 請習会に参加 した際からお世話になり、TOAST の詳細な計算過程を教えていただきました。同じく TOAST の開発チームである ローレンス・バークレー国立研究所の Reijo Keskitalo さんには、TOD とマップの値から妥当性を検証する手法を 教えていただきました。マギル大学の Joshua Montgomery さんと Graeme Smecker さんには、カナダが担当する Warm Electronics の信号処理の詳細や、チャンネル間のクロストークの取り扱いを教えていただきました。

Planck HFI チームの Andrea Catalano さんには、HFI の詳細な構造と、宇宙線信号の影響について詳しい資料 をご提供いただきました。また、本修士論文の一部をまとめた SPIE (Tominaga et al. 2020)の執筆時には、上述の 方々に加え、Radek Stompor さん、Hans-Kristian Eriksen さん、Adrian Lee さん、Giullaume Patanchoen さんに もコメントをいただき、感謝しております。

査読員である国立天文台の原弘久准教授には、隅々まで修士論文を読んでいただき、大変重要なコメントをいた だきました。ありがとうございました。

宇宙科学研究所の山崎典子教授には、Athena 衛星に搭載される X-IFU の検出器について情報をご提供いただき ました。同研究所の和泉究さんには、重力波検出で用いられるデジタル信号処理の情報をご提供いただきました。 辻本さんと同室でいらっしゃるため、ミーティングの際に何度もご助言をいただきました。海老沢研究室の先輩で ある御堂岡さんと、東京大学の同期である八木くん、松本くんとは、自宅待機中でも研究をしっかり進めるべく、ス プレッドシートでその日やったことを共有し、お互いを高め合うことができました。宇宙論ゼミやアーカイブ紹介 ゼミも一緒に始めることができ、日々励みになっています。博士課程でも切磋琢磨したいです。海老沢研究室の後 輩である長塚くんが、例年にないの状況での大学院生活でも、意欲を持って研究を進めている姿勢には刺激を受け ました。宇宙科学研究所同期である伊藤さん、鈴木さん、桶屋くんのおかげで、研究生活を充実したものにするこ とができました。

趣味の尺八のお稽古をオンラインでしてくださった先生、また、度々連絡をくれた京都大学時代の同期や、天文 学を通じて知り合った親友のおかげで息抜きをすることができました。

最後に、これまで支えてくれた家族には本当に感謝しています。

本当に多くの方々に支えられ、本研究を行うことができました。ありがとうございました。

■ソフトウェア Some of the results in this paper have been derived using the healpy and HEALPix package.

■計算機資源 本研究は、宇宙航空研究開発機構スーパーコンピュータシステム『JSS2』を事業名:『CMB 偏光観 測衛星 LiteBIRD の宇宙線影響評価』(事業コード: CWU10) で利用しました。This research also used resources of the National Energy Research Scientific Computing Center (NERSC), a U.S. Department of Energy Office of Science User Facility operated under Contract No. DE-AC02-05CH11231. ■研究費 本研究は、東京大学宇宙地球フロンティア国際卓越大学院プログラム、及び、日本学術振興会科研費 JP18K03715 基盤 (C) 『宇宙マイクロ波背景放射 LiteBIRD 衛星搭載デジタル信号処理器評価システム開発』の助 成を受けたものです。

参考文献

- Adachi, S., Aguilar Faúndez, M. A. O., Arnold, K., et al. 2020, The Astrophysical Journal, 904, 65
- Adam, R., Ade, P. A., Aghanim, N., et al. 2016a, Astronomy and Astrophysics, 594, 27
- Adam, R., Ade, P. A. R., Aghanim, N., et al. 2016b, Astronomy & Astrophysics, 594, A1
- Ade, P. A., Aghanim, N., Ansari, R., et al. 2011a, Astronomy and Astrophysics, 536, 7
- Ade, P. A., Aghanim, N., Ansari, R., et al. 2011b, Astronomy & Astrophysics, 536, A6
- Ade, P. A., Aghanim, N., Armitage-Caplan, C., et al. 2014a, Astronomy and Astrophysics, 571, 31
- Ade, P. A., Aghanim, N., Arnaud, M., et al. 2011c, Astronomy and Astrophysics, 536, A1
- Ade, P. A. R., Ahmed, Z., Aikin, R. W., et al. 2018, Physical Review Letters, 121, 221301
- Ade, P. A. R., Aikin, R. W., Barkats, D., et al. 2014b, Physical Review Letters, 112, 241101
- Adriani, O., Barbarino, G., Bazilevskaya, G., et al. 2014, Physics Reports, 544, 323
- Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., et al. 2020, Astronomy & Astrophysics, 641, A6
- Ali, A., Ashton, P. C., Bryan, S., et al. 2018, Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy IX, 10708, 143
- Asenovski, S., Velinov, P., & Mateev, L. 2016, AIP Conference Proceedings, 1714, 040001
- Audley, M. D., de Lange, G., Jackson, B. D., et al. 2018, Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy IX, 107080K, 18
- Bagli, E., Asai, M., Brandt, D., et al. 2014, The European Physical Journal C, 74, 2996
- Bender, A. N., Cliche, J.-F., de Haan, T., et al. 2014, Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy VII, 9153, 5
- Bersanelli, M., Mandolesi, N., Butler, R. C., et al. 2010, Astronomy and Astrophysics, 520, A4
- Brandt, D., Asai, M., Brink, P. L., et al. 2012, Journal of Low Temperature Physics, 167, 485
- Casolino, M., De Simone, N., Bongue, D., et al. 2009, Journal of the Physical Society of Japan, 78, 35
- Catalano, A., Ade, P., Atik, Y., et al. 2014, Astronomy & Astrophysics, 569, A88
- collaboration, L. 2021, Progress of Theoretical and Experimental Physics
- Conklin, E. K. 1969, Nature, 222, 971
- Dicke, R. H., Peebles, P. J. E., Roll, P. G., & Wilkinson, D. T. 1965, The Astrophysical Journal, 142, 414
- Dobbs, M. A., Lueker, M., Aird, K. A., et al. 2012, Review of Scientific Instruments, 83, 073113
- Flauger, R., Hill, J. C., & Spergel, D. N. 2014, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2014, 039
- Ghigna, T., Stever, S., Matsumura, T., et al. 2020, LiteBIRD note, 62
- Golomb, S. 1966, IEEE Transactions on Information Theory, 12, 399
- Gorski, K. M., Hivon, E., Banday, A. J., et al. 2005, The Astrophysical Journal, 622, 759
- Hasebe, T. 2020, LiteBIRD note, 65
- Hasegawa, H. 2004, VHDL によるハードウェア設計入門 (CQ 出版社)

- Hazumi, M., Ade, P. A., Adler, A., et al. 2020, Space Telescopes and Instrumentation 2020: Optical, Infrared, and Millimeter Wave, 114432F, 249
- Hogenauer, E. 1981, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 29, 155
- Huffman, D. 1952, Proceedings of the IRE, 40, 1098
- Ishikawa, T. 1999, 放射線概論 (通商産業研究社)
- Ishino, H. 2014, LiteBIRD note, 2
- Ishisaki, Y., Yamada, S., Seta, H., et al. 2018, Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 4, 1
- Keihänen, E., Keskitalo, R., Kurki-Suonio, H., Poutanen, T., & Sirviö, A.-S. 2010, Astronomy and Astrophysics, 510, A57
- Kelley, R. L., Mitsuda, K., Allen, C. A., et al. 2007, Publications of the Astronomical Society of Japan, 59, S77
- Kimura, S. 2006, わかる Verilog HDL 入門 (CQ 出版社)
- Kittel, C. 2005, キッテル 固体物理学入門 (丸善出版)
- Kobayashi, M. 2016, FPGA プログラミング大全 Xilinx 編 (秀和システム)
- Komatsu, E. 2019, 宇宙マイクロ波背景放射 (日本評論社)
- Lamarre, J. M., Puget, J. L., Ade, P. A., et al. 2010, Astronomy and Astrophysics, 520, 9
- Langtangen, H. P. & Logg, A. 2016, in Solving PDEs in Python (Cham: Springer International Publishing)
- Mather, J. C. 1982, Optical Engineering, 21, 769
- Mather, J. C., Cheng, E. S., Eplee, R. E., J., et al. 1990, The Astrophysical Journal, 354, L37
- Matsubara, T. 2010, 現代宇宙論 時空と物質の共進化 (東京大学出版会)
- Minami, Y. 2020, Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2020
- Minami, Y., Akiba, Y., Beckman, S., et al. 2020, Journal of Low Temperature Physics, 199, 118
- Miniussi, A. R., Adams, J. S., Bandler, S. R., et al. 2018, Journal of Low Temperature Physics, 193, 337
- Montier, L., Mot, B., de Bernardis, P., et al. 2020, Space Telescopes and Instrumentation 2020: Optical, Infrared, and Millimeter Wave, 114432G, 250
- Osherson, B., Filippini, J. P., Fu, J., et al. 2020, Journal of Low Temperature Physics, 199, 1127
- Peebles, P. J. E. & Yu, J. T. 1970, The Astrophysical Journal, 162, 815
- Penzias, A. A. & Wilson, R. W. 1965, The Astrophysical Journal, 142, 419
- Picozza, P., Galper, A. M., Castellini, G., et al. 2006, Astroparticle Physics, 27, 296
- Rice, R. & Plaunt, J. 1971, IEEE Transactions on Communication Technology, 19, 889
- Richards, P. L. 1994, Journal of Applied Physics, 76, 1
- Roll, P. G. & Wilkinson, D. T. 1966, Physical Review Letters, 16, 405
- Sekimoto, Y., Ade, P., Adler, A., et al. 2020, Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and Instrumentation for Astronomy X, 1145310, 37
- Shannon, C. E. 1948, Bell System Technical Journal, 27, 623
- Smoot, G., Bennett, C., Weber, R., et al. 1990, The Astrophysical Journal, 360, 685
- Smoot, G. F., Bennett, C. L., Kogut, A., et al. 1992, The Astrophysical Journal, 396, L1
- Stever, S., Couchot, F., Coron, N., & Maffei, B. 2019, Journal of Instrumentation, 14, P01012
- Stever, S. L., Ghigna, T., Tominaga, M., & Tsujimoto, M. 2021, Journal of Cosmology and Astroparticle Physics
- Suzuki, A. 2013, PhD thesis, University of California, Berkeley
- Thorne, B., Dunkley, J., Alonso, D., & Naess, S. 2016, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 469, 2821
- Tominaga, M., Tsujimoto, M., Stever, S. L., et al. 2020, Millimeter, Submillimeter, and Far-Infrared Detectors and

Instrumentation for Astronomy X, 114532H, 18

Tsujimoto, M., Nishino, H., Sekimoto, Y., et al. 2018, Space Telescopes and Instrumentation 2018: Optical, Infrared, and Millimeter Wave, 10698, 9

Westbrook, B., Raum, C., Beckman, S., et al. 2020, in Space Telescopes and Instrumentation 2020: Optical, Infrared, and Millimeter Wave, ed. M. Lystrup, N. Batalha, E. C. Tong, N. Siegler, & M. D. Perrin (SPIE), 114

Zonca, A., Singer, L., Lenz, D., et al. 2019, Journal of Open Source Software, 4, 1298