

東京大学大学院理学系研究科天文学専攻
2006 年度冬学期高エネルギー天文学特論 IV 試験問題
2007 年 2 月 13 日 17:00 – 18:00

150 点満点。評価基準 (予定): 135 点以上—優、110 点以上—良、90 点以上—可。

問 1. X 線天文学の歴史、X 線観測装置 (20 点)

以下の文中の空欄を埋めよ。語句が指定されているときは、どちらかを選択すること

宇宙からの X 線は地表まで到達しないため、大気上層、あるいは大気圏外で観測する必要がある。よって、X 線天文学は、ロケットや人工衛星による宇宙開発と共に発展してきた。(1) 年、ジャコーニは観測ロケットにガイガーカウンターを載せて、月によって反射される太陽 X 線の検出を試みた。これは検出されなかったが、偶然、全天で最も明るい X 線源、(2) が観測装置の視野に入った。これが X 線天文学の誕生である。後に、(2) は小質量の主系列星と (3) の連星系であることがわかった。(3) には理論的な最大質量があり、それは太陽質量の約 (4) 倍である。それを越える質量を持つコンパクト星は、(5) と考えられている。Cyg X-1 (白鳥座 X-1) は、(5) と大質量の主系列星からなる連星系である。

1970 年に、初めての X 線天文衛星、(6) が打ち上げられ、全天を 2–10 keV でサバイ観測した。1978 年に出版された (6) 衛星の最終カタログ (第 4 版) は、339 個の X 線天体を含み、そのカタログにちなんだ 4Uhhmm+/-DDMM (hhmm, DDMM は赤経、赤緯) という X 線天体名は今でも使われている。これら 339 個の明るい X 線天体の多くは、銀河系内の (3) や (5) からなる連星系である。

一般に、X 線シグナルは (7) 空に対する開口面積 | 検出装置の面積 に比例し、ノイズは (8) 空に対する開口面積 | 検出装置の面積 に比例するので、S/N は (7)/(8) となる。比例係数管のような非集光系では、(7) $\approx$ (8) であるが、X 線の撮像 (集光) の場合は (7) $\gg$ (8) となるので、飛躍的に感度が上昇する。1979 年にはアメリカから撮像観測が可能な (9) 衛星が打ち上げられた。(9) 衛星は、(3) や (5) はもちろん、通常の星、銀河、超新星残骸、星形成領域など、ほとんどの種類の天体が X 線源であることを確認した。

同年、当時の東大宇宙航空研究所が日本で初めての X 線天文衛星、(10) を打ち上げ、日本でも本格的な X 線天文学研究が始まった。さらに、日本では、1983 年には (11)、1987 年には (12) という X 線天文衛星を打ち上げ、第一線の X 線天文学研究を進めてきた。

1990 年にはドイツから (13) 衛星が打ち上げられた。(13) 衛星は (9) 衛星と同様、低エネルギー X 線 ($\lesssim 2$ keV) で撮像可能であるが、特に、全天をサバイして約 10 万の X 線天体からなるカタログを作成したことが大きな成果である。このカタログの天体は、(13) 衛星にちなみ、RXJhhmm+/-DDMM と呼ばれている。

高エネルギー ($\gtrsim 2$ keV) の X 線を集光することは技術的に困難であり、それは 1993 年、日本の (14) 衛星で始めて実現した。特に、6–7 keV の領域には (15) の輝線が存在し、その観測が天体に関する非常に多くの情報をもたらす。(14) 衛星は過去最高の感度で (15) 輝

線領域の撮像、分光観測を行い、多くの成果をもたらした。また、(14)は、現在ではスタンダードな、撮像と分光を同時に行える観測装置、(16)を搭載した初めての衛星でもあった。(16)は、現在稼働中のアメリカの Chandra 衛星、ヨーロッパの XMM-Newton 衛星にも搭載されている。また、Chandra、XMM-Newton は(17)を搭載しており、これを X 線鏡と検出装置の間に挿入して光を分散させることにより、(16)単独の場合よりもエネルギー分解能にすぐれた分光観測を行うことができる。しかし、(17)は、光を分散させるので暗い天体の観測には使えない、波長を位置情報として取り出すので拡がった天体の観測には使えない、という欠点がある。これらの欠点を持たず、暗くて拡がった天体の分光観測に適しているのが、2005 年に打ち上げられた「すざく」衛星に搭載された(18)である。(18)は、X 線光子のエネルギーを温度に換算し、その温度上昇からエネルギーを正確に測定する。「すざく」搭載の(18)は、軌道上の較正データで ~ 6 eV という素晴らしいエネルギー分解能を実証したが、その直後にすべてのヘリウムを失なって、観測不可能になった。いまだ人類は(18)による宇宙の姿を目にしていなかったわけだが、日本の NeXT 衛星等が切り開こうとしている次世代の X 線天文学においては、(18)は最も重要な観測装置になるであろう。

X 線検出の原理が違ふことによって、エネルギー分解能とエネルギー分解能のエネルギー依存性が違ふことに注意しよう。エネルギー E の無限に細い輝線が検出装置によって ΔE の拡がり (不定性) を持つとする。(16)のように X 線による電離や電子・正孔対の生成を利用した検出装置では、平均電離エネルギーを w とすると一次電子の数は $N \approx E/w$ であり、そのポアソンゆらぎ ΔN が主に ΔE の原因であるから、 $\Delta E \propto E^p$ と書いたとき、 p の値は、(19)となる。一方、(17)に対しては、波長の決定精度 $\Delta \lambda$ が波長 (エネルギー) に依らないことと、 $\Delta E/E \approx \Delta \lambda/\lambda$ より、 p の値は(20)である。

つまり、(17)の場合、エネルギー分解能 $\Delta E/E$ はエネルギーが低いほど小さく、高いほど大きくなる。なお、(18)の場合、 ΔE はエネルギーにほとんど依らないので、 $\Delta E/E$ は逆の依存性を示す。分解能が交差するのは 1 keV あたりであり、それより高エネルギー側では(18)が有利で、低エネルギー側では(17)が有利である。観測対象や興味のあるエネルギー帯に応じて、最も適した観測装置を選ぶことが重要である。

問 2. 基礎的な数値や式 (40 点)

以下の問いに答えよ。有効数字が指定されているときは、それに従うこと。

- (1) X 線のエネルギー E [keV] と波長 λ [Å] の関係式を書け (有効数字 3 桁)。
- (2) 1 eV を erg で表わせ (有効数字 2 桁)。
- (3) 1 eV に対応する温度 T を [K] で表わせ (有効数字 1 桁)。
- (4) ステファンボルツマン係数 σ を [erg/s/cm²/keV⁴] という単位で表せ (有効数字 1 桁)。
- (5) 質量 M の天体のシュバルツシルト半径を M , 光速 c , 万有引力定数 G を使って表わせ。
- (6) 太陽のシュバルツシルト半径を [km] で表わせ (有効数字 1 桁)。
- (7) シュバルツシルトブラックホールのまわりの安定な円軌道の最小半径は、シュバルツシルト半径の何倍か (有効数字 1 桁)?
- (8) チャンドラセカル限界質量 ($\approx$ 中性子星の典型的な質量) は太陽質量の何倍か (有効数字 2 桁)?

- (9) 電子の静止質量エネルギーを [keV] で表わせ (有効数字 3 桁)。
 (10) 1 太陽質量のシュバルツシルト半径を光が通過するのに要する時間は (有効数字 1 桁)?
 (11) トムソン散乱の断面積を [cm²] で表わせ (有効数字 3 桁)。
 (12) 1 pc を [cm] で表わすと? (有効数字 1 桁)。
 (13) 1 A.U. を光秒 (光が一秒間に進む距離) で表すと? (有効数字 1 桁)。
 (14) 磁場の強さを B [gauss] で表わしたとき、それと磁場のエネルギー密度 ϵ [erg/cm³] の関係は?
 (15) 1 Crab に対応する 2–10 keV のエネルギーフラックスを [erg/s/cm²] で表わせ (有効数字 1 桁)。
 (16) 典型的に、星間空間で 1 cm³ あたりの水素原子の数は (有効数字 1 桁)?
 (17) トムソン散乱による opacity を [cm²/g] という単位で表せ (有効数字 1 桁)。
 (18) 星間空間における典型的な宇宙線のエネルギー密度を [eV/cm³] で表すと (有効数字 1 桁)?
 (19) 水素のライマンエッジのエネルギーを [eV] で表すと (有効数字 3 桁)?
 (20) 1.5 keV の X 線と K バンドの赤外線はほぼ同じ透過力を持つが、これらの星間吸収・散乱に対する光学的厚みが ≈ 1 となる水素柱密度を [cm⁻²] で表すと (有効数字 1 桁)?

問 3. 基礎的な関係式の導出 (40 点)

問 3.1: (1) 質量 M の天体のエディントン光度を、 c , G , κ (opacity), M を用いて表わせ。また、エディントン光度の物理的意味を踏まえて、導出過程を説明せよ。

(2) 上式を太陽質量で規格化し、光度を [erg/s] で表わせ (有効数字一桁)。ただし opacity はトムソン散乱だけを考慮すれば良い。

問 3.2: (1) $+Ze$ の電荷を持つ原子核が回りに結合電子が一つだけ存在しているとき (hydrogenic ion)、その結合エネルギーを Z , m_e (電子の質量), e , $\hbar$ で表わせ。ガウス単位系を使い、古典的に考えた場合の運動方程式が

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}$$

となり、角運動量が量子化されて $\hbar$ であることを使うこと。

(2) 微細構造定数 $e^2/\hbar c = 1/137$ と問 2(9) の電子質量を使い、 $Z = 1$ のときの結合エネルギーの値が、問 2(19) の答に一致することを確認せよ (数式だけ書けば良い)。

(3) 鉄の場合 $Z = 26$ である。高温プラズマ中の衝突電離や、強い光電離によって電子が 25 個剥ぎとられた hydrogenic iron ion を考える。そのエッジのエネルギーは何 keV になるか? 有効数字一桁で答えよ。数値だけでなく、上の (1)、(2) との関係も示すこと。

問 3.3: (1) 質量 M 、半径 r の中性子星に質量降着率 $\dot{M}$ で物質が降着し、その重力エネルギーすべてが中性子星表面からの輻射として解放されるとき、その光度 L を G , M , $\dot{M}$, r で表わせ。

(2) 上で得られた式を、質量は問 2(8) の答の値、半径は 10 km、質量降着率は 10^{18} g/s を使って規格化し、そのときの光度を [erg/s] で表わせ (有効数字一桁)。また、これをエディントン光度と比較せよ。

(3) 黒体輻射を仮定して、その光度で光っている中性子星表面の温度を [keV] で求めよ (有効数字一桁)。

問 4. 降着円盤について (50 点)

Shakura and Sunyaev (1973) は、ブラックホールのまわりの幾何学的に薄く光学的に厚い「標準降着円盤」モデルを提唱した。Shakura and Sunyaev の画期的な点は、粘性テンソル $t_{r\varphi} \equiv \alpha P$ で定義される粘性係数 α を導入し、粘性テンソルと圧力 P を関係づけたことである。これにより、円盤を記述する複雑な方程式が解け、円盤の物理量が $M, \dot{M}, \alpha, r$ の関数として求められるようになった。特に円盤の高さを h とすると、常に $h/r \ll 1$ である。

$t_{r\varphi}$ は乱流速度 (v_{turb}) と関係していて、

$$t_{r\varphi} \approx \rho v_{turb}^2 \approx \rho v_r v_\varphi$$

と書ける。ここで v_r は動径方向の速度、 v_φ はケプラー回転の速度である。 v_{turb} は音速 $v_s \approx \sqrt{P/\rho}$ より小さいはずだから、

$$t_{r\varphi} = \alpha P \lesssim \rho v_s^2 = P$$

である。すなわち、粘性係数 α は 1 を越えない。

問 4.1: 鉛直方向のつりあいの式、

$$\frac{dP}{dh} = -\frac{GM\rho h}{r^2 r}$$

を使って、円盤の回転速度が音速よりずっと大きいことを示せ。また、動径方向の速さは α が大きいほど大きくなるが、最大 ($\alpha = 1$) でも音速よりもずっと小さいことを示せ。

問 4.2: ガス圧優勢のディスクを考えると、ガスの密度を ρ 、温度を T 、粒子の質量を m として、

$$P \approx \frac{\rho k T}{m}$$

と書ける。これを用いて、幾何学的に薄い標準降着円盤ではディスクの熱エネルギーは粒子一つあたりの重力ポテンシャルよりはおおざっぱに見積もってみよう。円盤の内縁 r_{in} は、シュバルツシルトブラックホールのまわりの最小の円軌道半径とする。仮に円盤の輻射面積を $\sim \pi r_{in}^2$ 、円盤は単色の黒体輻射をしているとして、その温度を M の関数として、 $10M_\odot$ で規格化して [keV] で求めよ (有効数字一桁)。ここで温度の M 依存性に注目し、ブラックホールの質量が一億倍になると、円盤の温度は何倍になるか答えよ?

問 4.3: 標準降着円盤において、半径 r における有効温度を $T_{eff}(r)$ とする。円盤の内縁より十分外側において、温度の半径依存性を $T_{eff}(r) \propto r^{-p}$ と書いたとき、 p の値は何であるか、円盤が光学的に厚いことを使って、導出せよ。

問 4.4: ブラックホールのまわりの降着円盤がエディントン限界光度で光っているとして、その内縁付近の典型的な温度をおおざっぱに見積もってみよう。円盤の内縁 r_{in} は、シュバルツシルトブラックホールのまわりの最小の円軌道半径とする。仮に円盤の輻射面積を $\sim \pi r_{in}^2$ 、円盤は単色の黒体輻射をしているとして、その温度を M の関数として、 $10M_\odot$ で規格化して [keV] で求めよ (有効数字一桁)。ここで温度の M 依存性に注目し、ブラックホールの質量が一億倍になると、円盤の温度は何倍になるか答えよ?

問 4.5: 正確にはブラックホールのまわりの降着円盤は黒体輻射でない。すなわち、コンプトン散乱によって低エネルギー側の光子が叩き上げられ、色温度 (T_{col}) が有効温度 (T_{eff}) より高くなっている。また、詳しい計算より $T_{col}/T_{eff} (\equiv h)$ はディスクの光度や半径によらず、 $h = 1.7 \sim 1.9$ でほぼ一定であることがわかっている。観測された標準降着円盤スペクトルの形から典型的な T_{col} を求め、 h の値を仮定して、 T_{eff} を計算することができる。観測されたディスクのフラックスを f 、ブラックホールまでの距離を d として、ディスクの光度 L を f と d の関数として表わすことができる。一方、 L を r_{in} と T_{eff} の関数で表わすこともできる。また、 r_{in} はただちにブラックホールの質量 M と関係づけられる。

以上の比例関係を定式化し (係数は必要ない)、観測から推定されるブラックホールの質量 M の h 、 T_{col} 、 d 、 f への依存性を示せ。