

物理学の基礎の基礎:

1. 自然界における最も基本的な3つのパラメータは何か?

$c, G, \hbar (= \frac{h}{2\pi})$

$\approx 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$   $\hbar \approx 1.05 \times 10^{-34}$

$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ (m/s)}$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ (N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)$   
 $\text{[m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2]$

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ (J}\cdot\text{s)}$   
 $\uparrow$   
 $\text{[kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$

2. 「長さ」、 「質量」、 「時間」がこれら3つのパラメータで表されることを示し、それらの値の物理的な意味を説明せよ。

$\hbar c \text{ [kg}\cdot\text{m}^3/\text{s}^2]$       $\frac{\hbar c}{G} \left[ \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^3/\text{s}^2}{\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2} \right] = [\text{kg}^2]$

プランク質量  $\sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \text{ (kg)}$

$2 \times 10^{-8} \text{ (kg)}$

最上のプランクスケール質量

プランク長  $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.6 \times 10^{-35} \text{ (m)}$

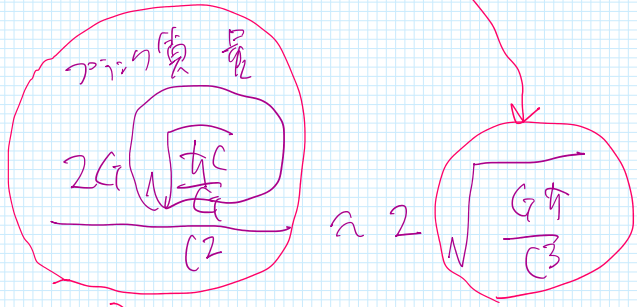
最短の長さ

プランク時間  $\sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5 \times 10^{-44} \text{ (s)}$

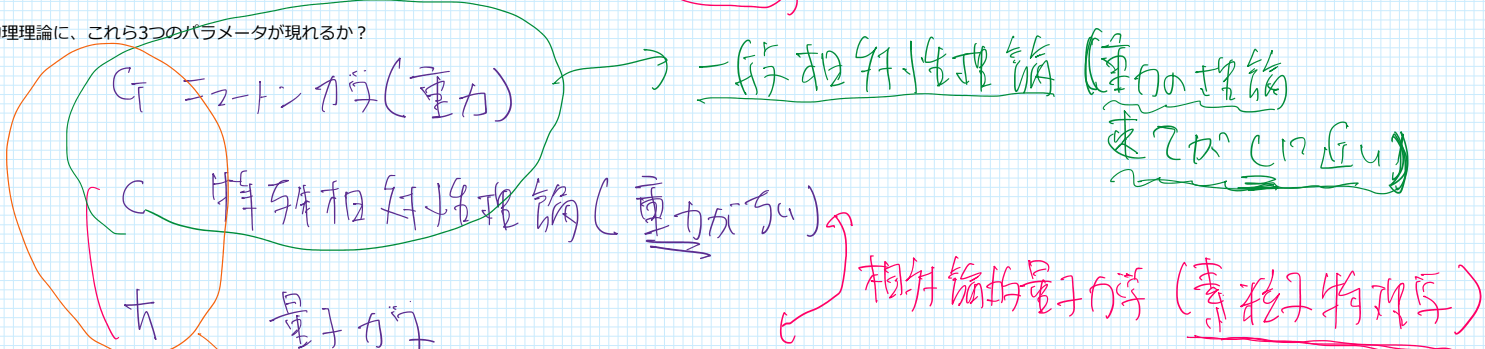
最短(最小)時間

3. プランク長とプランク質量の関係を示せ。プランク長と、プランク質量を持つ粒子のシュワルツシルト半径と比較せよ。

$R_s = \frac{2GM}{c^2}$   $\text{アインシュタイン}$



4. どの物理理論に、これら3つのパラメータが現れるか?



5. 1915年に発表された一般相対性理論は、それ以来全く修正されておらず、ブラックホールの合体など、様々な宇宙現象を完璧に記述する(すごい!)。しかし、一般相対性理論は完璧な理論でない。それはなぜか?

量子重力 (量子重力)  $\leftarrow$  未解決問題

5. 1915年に発表された一般相対性理論は、それ以来全く修正されておらず、ブラックホールの合体など、様々な宇宙現象を完璧に記述する(すごい!)。しかし、一般相対性理論は完璧な理論でないこともわかっている。それは何故か?

量子重力

← 現在 確立していない

量子化されていないから

電磁気学の単位:

1. クーロンの法則を、MKSA単位系とガウス単位系で表せ。

国際的

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{mm'}{r^2}$$

CGS系

$$F = \frac{qq'}{r^2}$$

$$F = \frac{mm'}{r^2}$$

2. ガウス単位系では、電荷と磁荷の単位はどう表されるか?

→ 同次元

$$[q \cdot \text{cm} / \text{s}^2] = \frac{[q]^2}{(\text{cm}^2)}$$

$$[q]^2 = \left[ \frac{q \cdot \text{cm}^3}{\text{s}^2} \right]$$

3. MKSA単位系において、光速  $c$  を、真空の誘電率  $\epsilon_0$  と透磁率  $\mu_0$  を用いて表せ。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$[\text{電荷}] = [\text{元磁荷}] = [q] = \left[ \frac{1}{\text{s}^2} \cdot \text{cm}^{\frac{3}{2}} \right]$$

4. マクスウェル方程式をMKSA単位系とガウス単位系で表せ。

MKSA

GAUSS

$$\text{div } B = 0$$

$$0$$

$$\text{div } D = \rho$$

$$4\pi\rho$$

$$\text{rot } H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\text{rot } H = J + \frac{\partial \vec{z}}{\partial t}$$

$$\frac{4\pi}{c} J + \left(\frac{1}{c}\right) \frac{\partial \vec{z}}{\partial t}$$

$$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$D = \epsilon E$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} E$$

$$B = \mu H$$

$$\frac{\mu}{\mu_0} H$$

1. ガウス単位系では 磁場のエネルギー密度  $\epsilon$  の単位は  $[\text{erg}/\text{cm}^3]$ 、磁束密度  $B$  の単位は  $[\text{gauss}]$ 、MKSA単位系では、それらは  $[\text{J}/\text{m}^3]$  と  $[\text{T}]$  になることを注意して、 $\epsilon$  と  $B$  の関係を、各単位系で表し、両者が一致することを示せ。こちらのメモを参考に (pdf)

$$\epsilon [\text{erg}/\text{cm}^3] = \frac{1}{8\pi} (B [\text{gauss}])^2$$

$$\epsilon' [\text{J}/\text{m}^3] = \frac{1}{2\mu_0} (B' [\text{T}])^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [\text{N}/\text{A}^2]$$

$$1 \text{ T} \leftrightarrow 10^4 \text{ Gauss}$$

$$\left[ \frac{10^7 \text{ erg}}{(10^2 \text{ cm})^3} \right] = 10 [\text{erg}/\text{cm}^3] \quad \epsilon' = \frac{1}{10} \epsilon$$

$$\epsilon' = \frac{1}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} (10^4 B [\text{gauss}])^2 = \frac{1}{8\pi \times 10^{-7}} 10^8 (B [\text{gauss}])^2$$

$$= \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{1}{10} (B [\text{gauss}])^2$$

$$= \frac{1}{10} \epsilon$$