第4章　宇宙線と粒子加速

前章で述べたように、超新星残骸のシェル部分の X 線、ガンマ線観測から、そこでは数 100 TeV という高エネルギーに達する粒子加速が起きていることが推測されている。また、それが宇宙線 (cosmic rays) の加速源 (の一つ) だと考えられている。

4.1　宇宙線の観測[1]

広く地球外からやってくる高エネルギーの放射線を宇宙線 (cosmic ray) と呼ぶ (通常はガンマ線–電磁波–は含めない)。主成分は陽子である。電荷と質量をもつ宇宙線は電磁波のように宇宙空間を直進しないから、宇宙線の到来方向から宇宙線源を知ることはできない。星間空間での宇宙線エネルギー密度は ~ 1 eV/cm^3。

4.1.1　宇宙線のエネルギー分布

宇宙線強度のエネルギー分布は下図のように測定されていて、人が椅子に座ったところを横から見た様子になぞらえて、$\sim 5 \times 10^{15}$ eV の “Knee” と $\sim 3 \times 10^{18}$ eV の “Ankle” が定義されている。宇宙線スペクトルは Knee より低いエネルギーでは $E^{-2.7}$ で、高いエネルギーでは $E^{-3.3}$ で近似される。Knee と Ankle の物理的な解釈は、まだ確立していない。

4.1.2　宇宙線と磁場

宇宙線 (主に陽子) は、磁場によって曲げられる。磁場と垂直方向の速度を v とすると、運動方程式より

$$m\gamma\frac{v^2}{r} = \frac{evB}{c}. \tag{4.1}$$

高エネルギーの宇宙線 $v \approx c$ を考えると、そのエネルギー $m\gamma c^2 = E$ として、ジャイロ半径は[2]、

$$\begin{aligned} r &= \frac{m\gamma vc}{Be} \approx \frac{m\gamma c^2}{Be} = \frac{E}{Be} = \frac{E}{B}\frac{2m_e c}{\hbar e}\frac{\hbar c}{2m_e c^2} \\ &= \left(\frac{E}{10\mathrm{GeV}}\right) 10\mathrm{GeV} \left(\frac{1\mu\mathrm{G}}{B}\right) \frac{1}{1\mu\mathrm{G}} \frac{1}{9.3\times10^{-21}\mathrm{erg/G}} \frac{2\mathrm{keV\AA}}{2\times511\mathrm{keV}} \end{aligned}$$

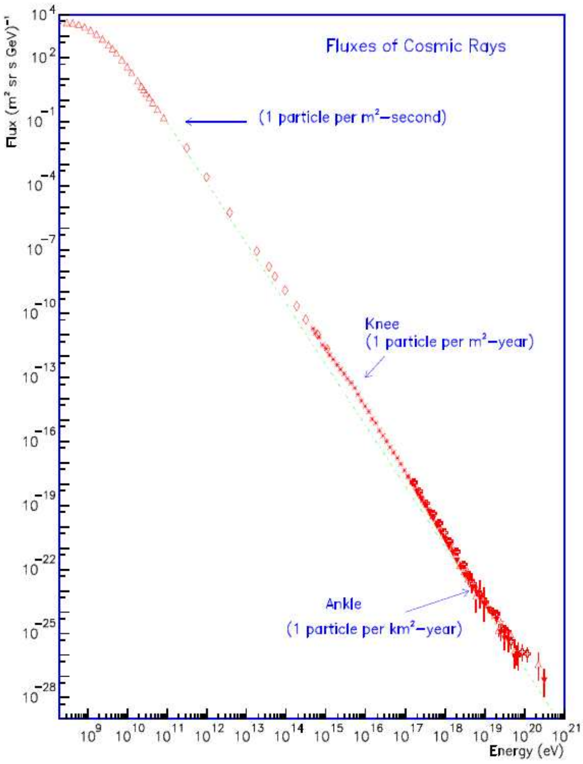
[1]木舟先生が最近出された「宇宙高エネルギー粒子の物理学」が良い教科書です。

[2]ボーア磁子 $\hbar e/2m_e c = 9.3\times10^{-21}$ erg/gauss を使った。p.25 も参考に。

$$\approx 3 \times 10^{13}\ \mathrm{cm}\ \left(\frac{E}{10\mathrm{GeV}}\right)\left(\frac{1\mu\mathrm{G}}{B}\right). \tag{4.2}$$

磁場が強いほど「閉じこめ」が効き、エネルギーが高いほど宇宙線は磁場の影響を受けにくい。

地球磁場 ($B \sim 0.1$G) を考えると、10 GeV の宇宙線のジャイロ半径は $\sim 3 \times 10^8$ cm となり、地球半径 ($\sim 6 \times 10^8$ cm) と同程度になる。よって、$\lesssim$10 GeV のエネルギーを持つ宇宙線は、地磁気に曲げられて、地球に突入できない。地球上空の磁場強度を表す指標として、宇宙線を「防御」する観点から、これ以下のエネルギーの宇宙線は突入できない、というエネルギー (GeV) を"Cut-off Rigidity (COR)" と呼ぶ[3]。



宇宙線のエネルギースペクトル。縦軸は宇宙線の「個数」であることに注意。点線は E^{-3} を示す。単位ステラジアンあたりのフラックスも示してある。Anchordoqui et al. 2003, Int. J. Mod. Phys. A18, 2229 より。図には示されていないが、$E \gtrsim 10^{20}$eV の "super-GZK" cosmic ray の頻度は、1 ステラジアン、1km^2、1 世紀あたり、約 1 個である。

星間磁場の強度は $\sim 3\mu$G, 超新星残骸中の磁場はその数倍程度だと考えられている。典型的に、~ 1 pc ($\approx 3\times10^{18}$ cm) の大きさ、$B \sim 10\mu$G を持つ超新星残骸を考えると、$E \gtrsim 10^{16}$ eV (ほぼ Knee エネルギー) の宇宙線は超新星の磁場に閉じこめられずに逃げてしまう。よって、超新星残骸が宇宙線加速源だとしても、Knee エネルギーより高いエネルギーまで加速することは困難である。

[3] 人工衛星の運用、衛星データの解析をする人にはお馴染のはず。COR が低いところでは宇宙線バックグラウンドが高いので、衛星運用やデータ解析に影響を与える。

さらに 1〜2 桁エネルギーが高くなると、銀河磁場によるジャイロ半径は銀河円盤の厚み ($\sim$ 100 pc) を越えてしまう。よって、$E \gg 10^{17}$ eV の高エネルギー宇宙線は銀河系外起源だと考えられている。しかも、特定の宇宙線源が知られておらず、到来方向が等方なので、高エネルギー宇宙線加速源は宇宙論的な距離にあると考えられる。

4.1.3 銀河系内宇宙線のエネルギー収支

銀河円盤の厚みを $\sim$ 100pc, 半径を $\sim$ 20kpc として、宇宙線のエネルギー密度は $\sim$ 1 eV/cm^3 だから、銀河円盤中の宇宙線の全エネルギーは、

$$E_{cr} = \pi \times (20\mathrm{kpc})^2 \times 100\mathrm{pc} \times 1\mathrm{eV/cm}^3 \approx 5 \times 10^{54}\ \mathrm{erg}. \tag{4.3}$$

宇宙線中の同位体元素の分布より、典型的な宇宙線の寿命は $\sim 10^7$ 年と見つもられている。銀河磁場により $\sim 10^7$ 年は銀河面に閉じこめられ、その後銀河系から逃げだすと考えて良い。逃げだす宇宙線の割合は、5×10^{54} erg/10^7 year $\sim 10^{40}$ erg/s。定常状態であるためには、これだけの宇宙線エネルギー源が必要である。

そのエネルギー源は超新星爆発と考えられている。ひとつの超新星爆発で放出されるエネルギーは典型的に $\sim 10^{51}$ erg、超新星爆発の頻度は銀河系全体で約 30 年に一個なので、エネルギー放出の割合は、10^{51} erg /30 year $\approx 10^{42}$ erg/s。そのうち 10 %が爆風の運動エネルギーに転換され、さらにその 10 %が粒子加速に使われるとすると、10^{40} erg/s の宇宙線エネルギーを供給できることになる。

4.1.4 超高エネルギー宇宙線

宇宙線のエネルギーが $\sim 10^{20}$ eV を越えると、2.7 K の宇宙背景黒体輻射の光子と衝突し、

$$p + \gamma \to p + \pi^0, p + \gamma \to n + \pi^+ \tag{4.4}$$

という反応が起きて、宇宙線はエネルギーを失なう。π^0、π^+ のエネルギーはそれぞれ 134.9630 MeV, 139.563 MeV である。陽子のエネルギーが $\sim 10^{20}$ eV を越えるとき、$\gamma \gtrsim 10^{20}/10^9 \sim 10^{11}$ である。 陽子の静止系で 2.7 K の宇宙背景黒体輻射の光子 (静止系でのエネルギーは $\sim 10^{-3}$ eV) を見たとき、そのエネルギーは γ 倍になるので、100 MeV を越える。よってエネルギー保存則より、$\sim$ 140 MeV の π^0, π^+ の生成が可能になる。

陽子と光子によるパイオン生成の断面積は $\sim 10^{-28}$ cm^2, 宇宙背景黒体輻射の光子密度は $\sim$ 410 cm^{-3} (p.46 参照) だから、平均自由行程は、$(10^{-28} \times 410)^{-1} \sim 2.4 \times 10^{25}$cm $\sim$ 8 Mpc。よって、$\sim$ 8 Mpc より遠方で発生した $\gtrsim 10^{20}$ eV の宇宙線は、(4.4) の反応でエネルギーを失ってしまうので、地球まで届かない。$\sim$ 8 Mpc より近傍に既知の宇宙線源は存在しないので、宇宙線エネルギースペクトルには $\sim 10^{20}$ eV にカットオフが存在するはずである。これを **Greisen Zatsepin Khuzmin カットオフ (GZK カットオフ)** と呼ぶ。

しかし、AGASA、Fly's Eye 等の観測装置によって、$\sim 10^{20}$ eV を越える宇宙線 (Ultra-High-Energy Cosmic Ray; UHECR) の検出が報告されている。$\sim$ 100 g の野球ボールが時

速 100 km で飛んでいるときの運動エネルギーが、$\sim 3 \times 10^{20}$ eV である。そこには $\sim 10^{26}$ 個の陽子が含まれるが、それと同じエネルギーを一つの陽子が担っているのが UHECR である。UHECR の存在自体が論争の的であり、もし存在するとしても、その起源は説明できない[4]。

自然界の基本定数、$G, \hbar, c$ からエネルギーの次元の数を作ると、

$$E_p = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 10^{28} \text{ eV} \tag{4.5}$$

となる。これがプランクエネルギーで、重力の量子効果が重要になると考えられるエネルギースケールである。将来的にも加速器を用いて実現することは不可能と考えられていて、このエネルギースケールの観測手段として可能性があるのは宇宙線だけである。(しかし、まだ 8 桁足りない!)

4.2 Fermi 加速

超新星残骸のシェル中で、"Fermi 加速" によって粒子[6]が $\sim 10^{15}$ eV まで加速されていると考えられている。

速さ V で動いている巨大な分子雲 (何でも良い) にエネルギー E の粒子が" ランダム" にぶつかり、正面衝突と追衝突を平均すると、エネルギーの増加 $\Delta E/E$ は $(V/c)^2$ に比例する (式 4.10; second-order Fermi accerelation)。一方、粒子が二つの分子雲に挟まれて、その間隔が段々狭まってくるような状態を考えると、正面衝突だけを繰りかえすことになり、$\Delta E/E$ は (V/c) に比例する (式 4.9; first-order Fermi accerelation)。粒子が超新星残骸中の磁場によって閉じこめられ、衝撃波面の上流と下流を行ったり来たりすることによって、同様の状況が実現している (上流と下流の速度差が V に対応する)。粒子が $10^{15} \approx 10^{16}$ eV まで加速されるにつれて、ジャイロ半径が大きくなり、超新星から逃げ出して宇宙線になる。

Section 3.6.8 で述べたように、 超新星残骸 RXJ 1713.7–3946 の X 線、ガンマ線観測は、シンクロトロン放射と逆コンプトン放射を担っている電子の個数スペクトルを $\propto E^{-2}$ とするとうまく説明できたが、超新星残骸中での Fermi 加速を考えると、このスペクトル分布も自然に説明できる (式 4.17)。

4.2.1 Lorentz Transformation

Consider two systems, one of which is moving at the constant velocity **u** relative to the other.

The following “four vectors” follow the Lorentz transformation:

[4]宇宙ステーション上の観測装置から、広い範囲で大気に突入する UHECR を観測し、GZK カットオフの検証をする EUSO (Extreme Universe Space Observatory) 計画が国際的に進められている。

[6]Fermi 加速は力学的な機構で、電荷を問わない。電子、陽子、原子核に同様に適用できる。

$$x^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \ U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \begin{pmatrix} c\frac{dt}{d\tau} \\ \frac{dx}{d\tau} \\ \frac{dy}{d\tau} \\ \frac{dz}{d\tau} \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} c \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, P^\mu = m_0\gamma \begin{pmatrix} c \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

where $\gamma = (1-u^2/c^2)^{-1/2}$ and m_0 is the rest-mass. "Lengh" of the four vectors is Lorentz invariant. They are respectively the following:

$$-(ct)^2 + (x^2+y^2+z^2),$$

$$\gamma^2(-c^2+u^2) = -c^2,$$
$$-E^2/c^2 + p^2 = m_0^2\gamma^2(-c^2+u^2) = -m_0^2c^2.$$

Lorentz transformation can be written as

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu,$$

where $\Lambda^\mu{}_\nu$ is the 4×4 transformation matrix. In the case that the relative movement is in the x-direction,p $\Lambda^\mu{}_\nu$ may be written as follows:

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4.2.2 Fermi 加速のメカニズム

Let's consider head-on collision of a light particle with the mass m traveling fast with the velocity v and an infinitely heavy cloud with the mass M moving slowly with the velocity V ($v \gg V$ and $M \gg m$). The mass and the cloud collide elastically (but the cloud does not change velocity). In this case, the center of momentum frame is that of the cloud.

Let's put the energy and momentum of the particle in the rest-frame E and p. Lorentz transformation of E and p to the frame of the cloud gives,

$$E' = \gamma\left(E + Vp\right), p' = \gamma\left(p + \frac{VE}{c^2}\right),$$

where $\gamma = (1-\frac{V^2}{c^2})^{-1/2}$.

Since we consider elastic collision, in the frame of the cloud, $E'_{before} = E'_{after}$, and the momentum only changes the sign. Therefore, Lorentz transformation back to the rest-frame gives,

$$
\begin{aligned}
E'' &= \gamma\left(E' + Vp'\right) \\
&= \gamma\left(\gamma\left(E + Vp\right) + V\gamma\left(p + \frac{VE}{c^2}\right)\right) \\
&= \gamma^2\left(E + 2Vp + \frac{V^2E}{c^2}\right) \\
&= \gamma^2 E\left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right) + 2\gamma^2 Vp \\
&= E\frac{\left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)} + 2\gamma^2 Vp \\
&= E + E\frac{\frac{2V^2}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}} + 2\gamma^2 Vp \\
&= E + 2\gamma^2 E\frac{V}{c}\left(\frac{V}{c} + \frac{cp}{E}\right) \\
&= E + 2\gamma^2 E\frac{V}{c}\left(\frac{V}{c} + \frac{v}{c}\right),
\end{aligned}
$$

where we used $cp/E = v/c$.

Namely, if we put the energy gain of the particle ΔE,

$$\Delta E = 2\gamma^2 E\frac{V}{c}\left(\frac{V}{c} + \frac{v}{c}\right). \tag{4.6}$$

For the tail-on collision, we put $-V$ instead of V, then the energy gain will be negative:

$$\Delta E = -2\gamma^2 E\frac{V}{c}\left(\frac{v}{c} - \frac{V}{c}\right). \tag{4.7}$$

Probability of the head-on collision is $\frac{1}{2}\left((V+v)/v\right)$ and that of the tail-on collision is $\frac{1}{2}\left((v-V)/v\right)$. Consequently, the mean energy gain per collision is

$$
\begin{aligned}
\Delta E &= \frac{1}{2}\left(\frac{V+v}{v}\right)2\gamma^2 E\frac{V}{c}\left(\frac{V}{c} + \frac{v}{c}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{v-V}{v}\right)2\gamma^2 E\frac{V}{c}\left(\frac{v}{c} - \frac{V}{c}\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{V}{v}\right)2\gamma^2 E\left(\frac{V}{c}\right)^2\left(1 + \frac{v}{V}\right) + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{V}{v}\right)2\gamma^2 E\left(\frac{V}{c}\right)^2\left(1 - \frac{v}{V}\right) \\
&= \gamma^2 E\left(\frac{V}{c}\right)^2\left\{\left(1 + \frac{V}{v}\right)\left(1 + \frac{v}{V}\right) + \left(1 - \frac{V}{v}\right)\left(1 - \frac{v}{V}\right)\right\}
\end{aligned}
$$

$$= 4\gamma^2 E \left(\frac{V}{c}\right)^2. \tag{4.8}$$

In the equation (4.6), since $V << v \approx c$,

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 2\frac{Vv}{c^2} \approx 2\frac{V}{c}. \tag{4.9}$$

This is the case of the *first-order Fermi acceleration* when only head-on collision is taken into account. When we consider both head-on and tail-on collision, from equation (4.8),

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 4\left(\frac{V}{c}\right)^2. \tag{4.10}$$

This is the case of the *second-order Fermi acceleration*.

4.2.3 Fermi 加速による粒子のエネルギー分布

Let's consider the case that a particle is confined between two walls (i.e., magnetic mirrors) being apart by the distance l, and one of the wall is approaching with the velocity V. Namely,

$$V = -\frac{dl}{dt}. \tag{4.11}$$

The first Fermi acceleration takes place by the head-on collision of the particle by the approaching wall. The number of collision per second is $\frac{c}{2l}$. Hence, from equations (4.9) and (4.11),

$$\frac{1}{E}\frac{dE}{dt} \approx 2\frac{V}{c}\frac{c}{2l} = -\frac{1}{l}\frac{dl}{dt},$$

or equivalently,

$$\frac{d(\ln E)}{dt} \approx -\frac{d\ln l}{dt}.$$

Namely, the confined particle accelerates as the two magnetic mirrors are approaching. The same mechanism happens when charged particles go back and forth between the upstream and downstream sides of a collision-less shock in the supernova remnants.

In equation (4.9), a relativistic particle ($v \approx c$) with the energy E gains the additional energy ΔE from a single, elastic *head-on* collision with the massive "wall" moving at the velocity V. In the case of shock wave, i.e., the particle goes from the up-stream to the down-stream then back to the up-stream, V may be taken as the discontinuity of the flow velocity on either side $\Delta u \equiv u_1 - u_2$.

In general case (i.e., not head-on), this equation has to be averaged over the angle. Note, the number of collision per unit area is proportional to $\cos\theta$, and additionally the momentum transfer is proportional to $\cos\theta$. Consequently,

$$\langle\frac{\Delta E}{E}\rangle = 2\frac{V}{c}\frac{2\pi\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos^2\theta d\theta}{2\pi\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos\theta d\theta} = \frac{4}{3}\frac{V}{c}. \tag{4.12}$$

If we define β as the fractional energy gain before and after the collision,

$$\beta = 1 + \frac{4}{3}\frac{u_1 - u_2}{c} \tag{4.13}$$

Next, let's consider the probability that the particle goes from the up-stream to the down-stream, then back to the up-stream again. In the up-stream, the cosmic ray particles have nearly the light velocity c, and direction of the motion is random. If we take the particle number density N_1, the number of particles which cross the unit surface area per second is proportional to $\cos\theta$, thus

$$N_1 c \frac{2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta\cos\theta d\theta}{2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta} = \frac{N_1 c}{4}.$$

On the other hand, in the down-stream, the particles are swept away by the flow and the $u_2 N_2$ particles will go away to the downward. Therefore, the probability of the particles going to down-stream and coming back to the up-stream is

$$P = \frac{\frac{1}{4}N_1 c - u_2 N_2}{\frac{1}{4}N_1 c}.$$

where we may assume $N_1 = N_2$ (i.e., cosmic rays do not know the presence of shock front),

$$P = 1 - \frac{4u_2}{c}. \tag{4.14}$$

From equations (4.13) and (4.14), using the fact $u_1 \ll c$ and $u_2 \ll c$,

$$\ln\beta \approx \frac{4}{3}\frac{u_1 - u_2}{c}, \ln P \approx -\frac{4u_2}{c}, \tag{4.15}$$

therefore,

$$\frac{\ln P}{\ln\beta} = -\frac{3u_2}{u_1 - u_2} = -1, \tag{4.16}$$

where we used $u_1 = 4u_2$, which is derived from the strong shock condition $\rho_2 = 4\rho_1$ and the mass conservations says $\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$.

After the k collision, $E = E_0\beta^k$ and $N = N_0 P^k$, where N is the number of particles having at least energy E. Eliminating k,

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\frac{\ln P}{\ln\beta}},$$

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-1+\frac{\ln P}{\ln\beta}}.$$

Using (4.16), in the case of shock acceleration, the particle energy spectrum is approximated with

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-2}. \tag{4.17}$$