

### 3.6 シンクロトロン放射と逆コンプトン (Inverse Compton) 散乱

高エネルギーの電子が存在するとき、シンクロトロン放射や逆コンプトン (Inverse Compton) 散乱による X 線、ガンマ線輻射が支配的になる。両者は全く異なった物理過程であるが、同じ電子分布から両者によって生じたスペクトルを同時に観測することも多い。

X 線天文学で良くお目にかかるのは以下のような場合である。

- Thermal Comptonization

高温プラズマ中の電子 (温度  $\approx kTe$ ) が、低エネルギーの光子 (エネルギー  $\approx E_{soft}$ ) を逆コンプトンで高エネルギー側に叩きあげる。 $E_{soft} \ll E \ll kTe$  のエネルギー範囲のスペクトルは power-law になり (べきは電子温度と散乱の光学的厚みで決まる)、 $E \gtrsim kTe$  では exponential で落ちる。ブラックホール連星の low state<sup>14</sup>、セイファート銀河の X 線スペクトルなどが thermal Comptonization だと考えられている。

- シンクロトロン放射と non-thermal Comptonization

わずかな磁場と非熱的な高エネルギー電子が存在するとき、電波から X 線まで広い範囲にわたってシンクロトロン放射が観測される。また、同じ高エネルギー電子が低エネルギー光子を逆コンプトン散乱で叩き上げることによる高エネルギースペクトルも観測される。

Blazar<sup>15</sup>からの広い波長範囲にわたる放射は、高エネルギーまで加速された電子がシンクロトロン放射 (電波から X 線領域) すると共に、それによって生成された光子の一部を同じ電子が逆コンプトンで叩き上げる (ガンマ線領域)、“Synchrotron Self Compton (SSC) モデル”で説明されている。

超新星残骸のシェルでは衝撃波による電子加速が起きていて、そこからのシンクロトロン放射がシェルに沿って電波や X 線で観測されている。また、同じ電子が宇宙背景放射による光子を MeV  $\approx$  TeV ガンマ線領域まで叩き上げるので、やはりシェルに沿ったガンマ線放射が観測されている。

#### 3.6.1 用語の整理: トムソン散乱、コンプトン散乱、逆コンプトン散乱

以下、培風館の「物理学辞典」の各項目から抜粋。

---

<sup>14</sup>ブラックホール連星系は、high state, low state というはっきりと区別がつく二つのスペクトル状態 (bimodal states) を持つ。

<sup>15</sup>McGraw-Hill, Dictionary of Astronomy による定義: “A type of quasar whose light exhibits strong optical polarization and large variability.” Oxford, Dictionary of Astronomy による定義: “A class of extragalactic, violently objects that includes BL Lacertae objects and optically violently variable (OVV) quasars, from which the name is contracted. They are thought to be the high-speed jet of plasma and radiation from an active galactic nucleus viewed nearly end-on. The OVV quasars have broad emission lines in their spectra, but otherwise show all the characteristics of BL Lac objects.”

### トムソン散乱 (Thomson scattering)

長波長(低エネルギー)の光の自由電子による散乱を言い、短波長(高エネルギー)の光のコンプトン散乱の低エネルギー極限に対応する。古典電磁気学によると電子は入射光に伴う電場により振動する。その際に電子の得る速度を光速に比べ無視すると、電子は入射光と同じ振動数の散乱光を双極放射する。全断面積は、 $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2$  ( $r_0$  は古典電子半径)。

### コンプトン散乱 (Compton scattering)

電子による X 線光子の散乱。単色の X 線が電子に当たって散乱されると散乱 X 線の中に入射 X 線と同じ波長の X 線の他に、入射 X 線の波長よりも  $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$  だけ波長が長いものが含まれる ( $\theta$  は X 線の散乱角)。 $\lambda_C = h/mc \approx 0.02426 \text{ \AA}$  で、 $\lambda_C$  は電子のコンプトン波長と呼ばれる。この効果は古典電磁気学では説明できない。X 線を光子として扱い、電子との衝突を古典力学の弾性衝突と考えることによって定量的に説明できる。

一般に、トムソン散乱を含めてコンプトン散乱ということもあるが、特に区別する必要のあるときはトムソン散乱を除いた部分を狭義のコンプトン散乱と言う。コンプトン散乱の断面積はクライン-仁科の公式で与えられ、これは入射 X 線の波長が長いとき、トムソン散乱の断面積と一致する。

### 逆コンプトン効果 (inverse Compton effect)

高エネルギーの電子がマイクロ波や赤外線のようなエネルギーの低い光子と弹性散乱して、エネルギーの高いガンマ線を生じる現象。一方、コンプトン効果は高エネルギーの光子と低エネルギーの電子との弹性散乱によって、より低いエネルギーの光子が生じる現象であるが、これら二つの過程は見ている座標系が異なるだけで基本的には同一の過程であり、「逆」の字を省くことが多い。

## 3.6.2 電子分布とエネルギースペクトル

黒体輐射の場合を除けば、すでに制動輐射の議論で見たように、ある電子分布(熱的プラズマの場合は Maxwellian; 56 頁)から放出される光子のエネルギースペクトルは、電子一個の電磁相互作用によって放出、あるいは散乱される一個の光子を考え、それを電子の分布で積分することによって得られる(式 3.54)。

一般に、エネルギー  $E$  を持つ電子の位相空間での分布確率を  $n(E)$ 、エネルギー  $E$  の電子一個から周波数  $\nu$  の光子が放出される割合を  $\mathcal{F}(\nu, E)$  とすると、エネルギースペクトルは電子分布を位相空間で積分して、

$$F(\nu) = \int d^3 p n(E) \mathcal{F}(\nu, E). \quad (3.61)$$

あるいは、エネルギー空間での電子分布を  $N(E)dE$  として、

$$F(\nu) = \int dE N(E) \mathcal{F}(\nu, E). \quad (3.62)$$

電子が熱的な場合は、 $n(E) \approx \exp(-E/kT)$ 。エネルギー  $E$  の電子が作る光子の最大周波数は  $h\nu = E$  で与えられ、一般に  $\mathcal{F}(\nu, E)$  は、 $\nu$  に対してゆっくりと変化する関数。よって、非常に大ざっぱな近似として、

$$\mathcal{F}(\nu, E) \sim \begin{cases} \mathcal{F}_0 & \text{for } h\nu \leq E, \\ 0 & \text{for } h\nu > E, \end{cases} \quad (3.63)$$

と考えても良い(制動放射のときは、 $\mathcal{F}_0$  に  $1/\sqrt{E}$  の依存性があった; 式3.44)。すると、(3.62) は、

$$\begin{aligned} F(\nu) &\sim \mathcal{F}_0 \int_{E=h\nu}^{\infty} d^3p \exp(-E/kT) \\ &\sim \mathcal{F}_0 \int_{E=h\nu}^{\infty} \sqrt{E} \exp(-E/kT) dE \\ &\sim \mathcal{F}_0 \exp(-h\nu/kT), \end{aligned} \quad (3.64)$$

となり、カットオフエネルギーが温度で決まる ( $\sim kT$ )、exponential 型のエネルギースペクトルが観測されることがわかる<sup>16</sup>。

次に電子が非熱的な分布をしていて、最高エネルギーが静止エネルギーよりもはるかに高い場合<sup>17</sup>を考える。電子一個のエネルギーは、 $E = mc^2\gamma$  であるが、非常に良く出てくるのは電子のエネルギー分布がべき関数、

$$N(E)dE \propto \gamma^{-p} d\gamma \quad (3.65)$$

で表わされる場合である。様々な物理機構、天体において、このような電子のエネルギー分布が実現していると考えられている。また、エネルギー  $E = mc^2\gamma$  を持つ一つの電子を考えたとき、

1. 放出される光子の典型的なエネルギー ( $\equiv h\nu_c$ ) が  $\gamma^2$  に比例し、
2. 振動数  $\nu$  を持つ光子が放出される割合は  $\mathcal{F}(\nu, E) = S(\nu/\nu_c)$  という関数形で表わされる

場合を考える。相対論的な電子によるシンクロトロン放射、逆コンプトン放射では、これらの条件を満たすことがわかっている (ここがポイント!)。

---

<sup>16</sup>熱制動放射のときは、57頁で見たとおり、 $\mathcal{F}_0$  中の  $1/\sqrt{E}$  と打ち消しあって、きれいな議論になる(式3.54)。 $\mathcal{F}_0$  がコンスタントなときは、 $\int_a^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = \sqrt{a} e^{-a} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{a})$ ,  $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$ ,  $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$  を使う。Mathematica を使えば、さらさらとできますね。

<sup>17</sup> $\gamma \equiv 1/\sqrt{1-(v/c)^2} \gg 1$ ; こういう場合を“相対論的”(relativistic) という。

すると、(3.62) は、

$$F(\nu) = \int S(\nu/\nu_c) \gamma^{-p} d\gamma$$

と書ける。ここで、 $\nu_c \propto \gamma^2$  を使って、積分変数を  $\gamma$  から  $\nu/\nu_c$  に変換する (ここがもう一つのポイント!)。

$$\frac{d\gamma}{\gamma} \propto \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{-1} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)$$

を使って、

$$\begin{aligned} F(\nu) &= \int S(\nu/\nu_c) \gamma^{-p+1} \frac{d\gamma}{\gamma} \\ &= \int S(\nu/\nu_c) \nu_c^{-p/2+1/2} \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{-1} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \\ &= \int S(\nu/\nu_c) \left(\frac{\nu_c}{\nu}\right)^{-p/2+1/2} \nu^{-p/2+1/2} \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{-1} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \\ &= \nu^{-\frac{p-1}{2}} \int S(\nu/\nu_c) \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{\frac{p-3}{2}} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right). \end{aligned} \quad (3.66)$$

(3.65) の電子分布が十分広いエネルギー範囲に渡っているとき、積分範囲を 0 から  $\infty$  にすると、積分値は  $\nu$  に依らない。結局、相対論的な電子のエネルギー分布が power-law、 $\gamma^{-p}$  で表わされるとき、そこから期待されるシンクロトロン放射あるいは逆コンプトン放射のエネルギースペクトルも power-law になり、そのべきは、

$$s = \frac{p-1}{2} \quad (3.67)$$

になる、という重要な結果が得られる。

### 3.6.3 シンクロトロン放射

25 頁で述べたように、磁場に垂直な方向に電子が円運動するときのサイクロトロン振動数 (Larmor frequency) は、

$$\nu_L = \frac{eB}{2\pi m_e c} \quad (3.68)$$

エネルギー  $mc^2\gamma$  の電子がシンクロトロン放射で放出する光子の典型的な振動数は<sup>18</sup>、

$$\nu_c = \frac{3\gamma^2 e B \sin \alpha}{2\pi m_e c}. \quad (3.69)$$

$\alpha$  は磁場と電子の運動の向きのなす角度 (ピッチ角)。一つの電子から単位時間あたりシンクロトロン放射で放出されるエネルギー [erg/s] は、

$$P_{synch} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_B. \quad (3.70)$$

<sup>18</sup>教科書 (論文) によって定義が違う。Katz はこの定義と同じ。Shu, Rybicki & Lightman では、(3.69) の  $1/2$  を  $\nu_c$  としている。

ここで、 $\sigma_T$  はトムソン散乱断面積、 $U_B$  は磁場のエネルギー密度<sup>19</sup>、 $B^2/8\pi$ 。電子が拡がり  $\sigma_T$  を持って、光速で走っている磁場とぶつかりあっているようなイメージ。

### 3.6.4 電子エネルギー、磁場、シンクロトロン光子エネルギーの関係

厳密な計算によると、エネルギー  $mc^2\gamma$  を持つ一つの電子からのシンクロトロン放射スペクトルのピークは、 $0.29\nu_c$  である。具体的な磁場  $B$ 、電子エネルギー  $E_e$  について、シンクロトロン放射スペクトルのピークエネルギー  $E_p$  を求めてみよう。ここで、ボーア磁子  $\hbar e/2mc = 9.3 \times 10^{-21}$  erg/gauss,  $\gamma \approx 2 \times 10^7 (E_e/10 \text{ TeV})$  を用いる。

$$\begin{aligned} E_p &= 0.29 \times h\nu_c \approx 0.29h \frac{3\gamma^2 eB}{2\pi mc} = 0.29 \times 6\gamma^2 B \frac{\hbar e}{2mc} \\ &= 1.7 \times \left(2 \times 10^7 (E_e/10 \text{ TeV})\right)^2 \left(\frac{B}{1\text{mG}}\right) 1\text{mG} \times 9.3 \times 10^{-21} [\text{erg/gauss}] \\ &= 6.3 \times 10^{-9} \left(\frac{E_e}{10 \text{ TeV}}\right)^2 \left(\frac{B}{1\text{mG}}\right) [\text{erg}] \\ &\approx 4 \text{ keV} \left(\frac{E_e}{10 \text{ TeV}}\right)^2 \left(\frac{B}{1\text{mG}}\right). \end{aligned} \quad (3.71)$$

これが、Koyama et al. (1995), Nature, 378, 255, “Evidence for shock acceleration of high-energy electrons in the supernova remnant SN1006” で引用されている式。

Koyama et al. (1995) は、ASCA衛星を用いて、超新星残骸SN1006のシェル部分から、非熱的なエネルギースペクトル (=power-lawで表され、輝線がない)を観測した。これをシンクロトロン放射と考え、典型的に超新星残骸中の磁場強度を  $6\text{--}10 \mu\text{G}$ 、X線スペクトルは  $\sim 20 \text{ keV}$ まで伸びていることから、電子エネルギーは  $200 \text{ TeV}$ 以上と見積った。それまで高エネルギーの宇宙線(cosmic-ray)は超新星残骸中の衝撃波面で加速されているという説はあったが、それを直接検証することはできなかった。ASCAのSN1006の観測が初めて、(間接的にではあるが)超新星残骸中の粒子加速の証拠を示した。

### 3.6.5 “Equipartition” condition

シンクロトロン放射によって単位時間、単位体積から放出されるエネルギー  $S$  [erg/s/cm<sup>3</sup>] は、電子密度を  $N_0$  [cm<sup>-3</sup>] とすると、式(3.70)より、

$$S \propto N_0 \gamma^2 U_B.$$

一方、電子のエネルギー密度は  $U_e \propto N_0 \gamma$ 、磁場のエネルギー密度は  $U_B \approx B^2$  で、全エネルギー密度は、 $U = U_e + U_B$ 。特定の振動数に注目したとき、式(3.69)より  $\gamma \propto B^{-1/2}$  の関係がある。よって、

$$S \propto N_0 \gamma \gamma B^2 \propto N_0 \gamma B^{3/2} \propto U_e U_B^{3/4}.$$

<sup>19</sup> $B$  を Gauss で表わしたとき、 $B^2/8\pi$  は [erg/cm<sup>3</sup>] という単位になることを思いだそう。

全エネルギー密度  $U_B$  は一定として、 $U_e$  と  $U_B$  にどういう割合でエネルギーを分配したら、シンクロトロン放射エネルギー  $S$  が最大になるかを考える。

$$S \propto (U - U_B) U_B^{3/4}$$

$$\frac{\partial S}{\partial U_B} \propto \frac{1}{4} U_B^{-1/4} (-7U_B + 3U) = 0.$$

よって、 $U_B = \frac{3}{7}U$ 、 $U_e = \frac{4}{7}U$  のときに、 $S$  が最大になることがわかる。これはおおざっぱに、 $U_B \approx U_e$  と考えても良い。つまり、磁場のエネルギー密度と電子のエネルギー密度がほぼ等しいとき、そこからのシンクロトロン放射のエネルギーは最大になる。

あるいは逆に、シンクロトロン放射が観測されたとき、そこでは磁場のエネルギー密度と電子のエネルギー密度がほぼ等しくなっている (equipartition) 可能性が高い。限られた観測量から天体のパラメーターを見積もるととき、equipartition の条件を仮定することが多い。

### 3.6.6 ローレンツ変換

実験室系での入射光子の振動数を  $\nu$ 、電子の静止系での入射光子の振動数を  $\nu'$  とする。電子は速さ  $v$ を持ち、 $\beta = v/c$ ,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ 。実験室系で、電子の進む方向と入射光子方向との間の角を  $\theta$  とすると、ドップラー効果の公式より、

$$\nu' = \nu \gamma (1 - \beta \cos \theta). \quad (3.72)$$

電子の静止系で、 $h\nu' \ll m_e c^2$  とすると、この系ではトムソン散乱と考えられて、振動数(エネルギー)は散乱の前後で変化しないので、散乱後の振動数も  $\nu'$ 。電子の静止系で、電子の進む方向と散乱光子方向との間の角を  $\theta'$  とすると、実験室系での散乱後の振動数  $\nu''$  は、

$$\nu'' = \nu' \gamma (1 + \beta \cos \theta'). \quad (3.73)$$

$\theta$  も  $\theta'$  も  $\sim \pi/2$  程度なので、結局上の二つの式から、

$$\nu'' \sim \gamma^2 \nu \quad (3.74)$$

となる。相対論的電子による一回の逆コンプトン散乱で、入射光子のエネルギーは  $\gamma^2$  倍になる。

### 3.6.7 逆コンプトン (Inverse Compton) 散乱

エネルギー  $mc^2\gamma$  の一つの電子がコンプトン散乱によって単位時間に放出するエネルギーの割合 [erg/s]:

$$P_{compt} = \frac{4}{3} \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_{ph} \quad (3.75)$$

ここで、 $U_{ph}$  は光子のエネルギー密度。

(3.70) と (3.75) から、低エネルギー光子 (エネルギー密度  $U_{ph}$ )、磁場 (エネルギー密度  $U_B$ )、高エネルギー電子が共存しているとき、その高エネルギー電子がシンクロトロン放射で放出するエネルギーと、低エネルギー光子を逆コンプトン散乱して放出するエネルギーの比は、

$$\frac{P_{synch}}{P_{compt}} = \frac{U_B}{U_{ph}}. \quad (3.76)$$

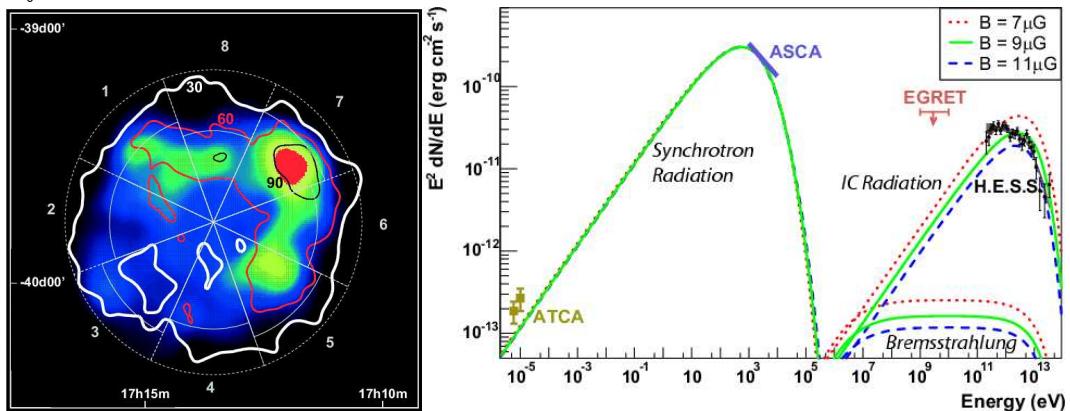
ここで、星間空間の典型的な磁場強度、 $\sim 3\mu\text{Gauss}$  を考えると、

$$U_B \approx (3 \times 10^{-6})^2 / (8\pi) \sim 3.6 \times 10^{-13} [\text{erg/cm}^3] \sim 0.22 [\text{eV/cm}^3]. \quad (3.77)$$

一方、宇宙背景黒体輻射を考えると (p.45 の脚注)、 $U_{ph} \approx 0.26 \text{ eV}$ 。つまり、星間空間に高エネルギー電子が存在するとき、そのシンクトロトロン放射によるエネルギーと、宇宙背景黒体輻射の光子を逆コンプトンで叩き上げて出る逆コンプトン放射によるエネルギーは、ほぼ等しい。

### 3.6.8 超新星残骸 RXJ 1713.7–3946 の例

超高エネルギーに加速された電子 ( $\sim 100 \text{ TeV}$ ) によるシンクロトロン放射と逆コンプトン散乱を起こしていると考えられている天体の一つに、超新星残骸 RXJ 1713.7–3946 (Aharonian et al. A&A 2006, 449, 223 and references therein) がある<sup>20</sup>。超新星のシェル部分で加速された電子の出すシンクロトロン放射が X 線で観測され、その電子が背景の宇宙黒体輻射の光子を逆コンプトンで叩きあげ、TeV ガンマ線で観測される。X 線と TeV ガンマ線のイメージがよく相關していることから (下左図)、同じ電子が両方の輻射を担っていると考えられる。



左は ASCA のイメージ (1–5 keV) と HESS による TeV ガンマ線強度のコントア。北西のシェルに沿って X 線とガンマ線が光っているので、そのシェル中で電子加速が起きていると考えられている。右は、電波 (ATCA)、

<sup>20</sup>本文で述べた、TeV ガンマ線を宇宙背景放射の逆コンプトン散乱で説明するモデルの他に、陽子の  $\pi^0$  崩壊による ( $pp \rightarrow \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ) と考えるモデルもある。

X線(ASCA)、ガンマ線(HESS)のエネルギースペクトルとそれを説明するモデル。仮定した電子のエネルギー分布は、ベキが  $p = 2$ 、exponential cut-off energy=100 TeV。縦軸の単位に注意(いわゆる  $\nu f(\nu)$  プロット、あるいは  $EF(E)$  プロット)。

上右図のスペクトルから、以下を読み取れる。

1. 電子の cut-off energy = 100 TeV なので、 $mc^2\gamma \approx 100$  TeV より、 $\gamma \sim 2 \times 10^8$ 。一方、2.7 K の黒体輻射の単位周波数あたりの放射のピークエネルギーは、 $\sim 2.8kT$  にくるから(式 3.15)、典型的な光子エネルギーは、 $\sim 2.7 \times 2.8/11604 = 7 \times 10^{-4}$  eV。式(3.74)にあるように、逆コンプトン散乱によって光子のエネルギーは  $\gamma^2$  に叩き上げられるから、 $7 \times 10^{-4} \times (2 \times 10^8)^2 \sim 30$  TeV となり、TeV 領域で観測されるガンマ線が逆コンプトン散乱で説明できる。
2. X線のエネルギー：式(3.71)に従い、100 TeV の電子が  $\sim 10\mu\text{G}$  の磁場中で放出するシンクロトロンスペクトルのピークは、 $\sim 4$  keV。よって、ASCA で観測した X線領域(1–10 keV)より下では power-law で、ASCA のバンドより上では急激に落ちるシンクロトロンエネルギースペクトルを理解できる。
3. 電子は(3.65)で表わされる power-law 分布、 $\propto E^{-p}$  に従い、 $p = 2$ 。(3.67)より、シンクロトロン放射と逆コンプトン散乱の「エネルギースペクトル」のベキは  $(2-1)/2 = 0.5$ (縦軸を [erg/s/cm<sup>2</sup>/keV] で表わしたとき、 $\propto E^{-0.5}$ )。ここでは縦軸にもう一つエネルギーを掛けて、 $\nu f(\nu)$  プロット([erg/s/cm<sup>2</sup>])で表わしているから、各成分のべきは  $\propto E^{0.5}$ (右上がりの部分)。
4.  $\nu f(\nu)$  プロットの便利な点は、横軸(エネルギー)を対数で表わしたとき、スペクトルをエネルギーの対数で積分したら、そのエネルギー範囲で放射されるエネルギーになること。実際、

$$\int E^2 \frac{dN}{dE} d(\log E) = 0.434 \int E^2 \frac{dN}{dE} d(\ln E) = 0.434 \int E dN [\text{erg/s/cm}^2].$$

つまり上右図で、二つの「山」型の面積が、それぞれシンクロトロン輻射のエネルギー、逆コンプトン散乱(IC Radiation)のエネルギーになる。その比は、(3.76)で与えられ、そこで議論したように、星間磁場の強度、 $B \sim 3\mu\text{Gauss}$  ならばほぼ等しくなる。超新星残骸のシェル中では衝撃波により圧縮されて、磁場はそれよりも強くなる(強くなるほど、シンクロトロン成分と相対的に IC 成分が弱くなる)。ここでは磁場強度はスペクトルフィットのパラメーターで、観測されたシンクロトロン成分と IC 成分の比より、 $B \sim 9\mu\text{G}$  と見積もられる。