東京大学大学院理学系研究科天文学専攻
2006年度冬学期
高エネルギー天文学特論IV講義ノート

宇宙科学研究本部
宇宙科学情報解析センター
海老沢 研
〒2298510 神奈川県相模原市由野台3-1-1
A1251室; tel/fax 042-759-8351/8353
ebisawa AT isas.jaxa.jp

December 28, 2018

Contents

Chapter 1

序論

14 回の講義を聞くと…
• X 線天文学専攻の学生が、データを解析して解釈したり、観測提案や論文を書くための基礎知識が得られる
• X 線以外の専攻の学生は X 線の論文を読んで理解できるようになる
というのが目標です。このノートの各章が一回の講義に対応しています。毎回、対応する章のコピーを配布し、適宜、パワーポイントで補足説明します。いずれ、このノートと講義に使ったパワーポイントファイルは私のホームページ (準備中) から取って来れるようにします。

「きっちり」とした事項は以下に挙げるような教科書に書かれていますが、膨大な教科書を 1 頁ずつ読んでいくのは大変です。また、研究の現場ではデータを眺めて、大雑把に物理を掴みとることが大事ですが、そういうことはなかなか一人で教科書を読んでも身につきません。この講義では、若手の皆さんが、今後 X 線天文学の研究者として日々データと格闘していく際に役に立ちそうな、「現場の知恵」を伝えることを目指します。

1.1 教科書、参考書

高エネルギー天文学

- "High Energy Astrophysics", Longair
  ざっと見渡す限り、最もすぐれた高エネルギー天文学のテキストのように見える。

- "High Energy Astrophysics", J. Katz, Addison-Wesley
  直感的、半定量的な理解を目指して、読みやすい。残念ながら絶版のよう。

- 「宇宙高エネルギー粒子の物理学=宇宙線・ガンマ線天文学」 木舟 正
  文字通り、宇宙線・ガンマ線天文学の記述がほとんどだが、素過程は X 線天文学にも役に立つ。(しかし、大学院レベルの日本語で書かれた X 線天文学の教科書というのはいまだ存在しないなあ。みんな忙がしくて教科書を書く暇がないから。。。)

X 線光学系、検出装置

- "X-ray Detectors in Astronomy", Fraser
  希少な X 線検出装置の教科書
- "X 線結像光学", 波岡 武、山下広順、培風館
  山下氏は日本の X 線天文グループの重鎮。

天体物理一般

- "Radiative Processes in Astrophysics", Rybicki and Lightman
  X 線天文の学生は必ず輪講しているはず。
- "The Physics of Astrophysics", Shu
  標準的な天体物理の教科書
- Allen's Astrophysical Quantities
  X 線に限らず定番のリファレンス
- "Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars", Shapiro and Teukolsky
  コンパクト星に関する理論の教科書。観測の記述は古い。
- "Black-Hole Accretion Disks", Kato, Fukue and Mineshige
  降着円盤に関する優れた (最高の？) 教科書
- 「天体物理学基礎理論」 加藤 正二、 ごとう書房
  日本語では珍しい、きっちりとした大学院レベルの教科書。基礎的な物理の記述が大半。

統計など

- "Data Reduction and Error Analayis for the Physical Sciences", Bevinton and Robinson, McGrawhill
  古いけど、データ解析に必要な統計の標準的なリファレンス
- "Numerical Recipes" Press, Teukolsky, Vettering and Flanney
  数値計算の本だが、統計、データ解析、アルゴリズムの参考になる

1.2 役に立つウェブアドレス

- http://www.jaxa.jp/news_topics/vision_missions/xray/index_j.html
  JAXA の広報活動の一環として日本の X 線グループの紹介。必読。
- http://www.astro.isas.jaxa.jp
  宇宙科学研究本部 X 線グループのページ。「すざく」の最新情報はここから。

- http://www.astro.isas.jaxa.jp/xjapan
  日本の X 線グループの成果の紹介。目を通しておいてください。

- http://darts.isas.jaxa.jp
  日本の科学衛星アーカイブス。これから充実させていかなくては。

- http://heasarc.gsfc.nasa.gov
  NASA/Goddard Space Flight Center にある High Energy Astrophysical Science Archival Research Center(ヒーサーク)。私の古巣です。スイスに派遣された 3 年半を除き、1992 年から 2005 年までいました。「すざく」、XMM, INTEGRAL も含め、NASA が関わっている衛星のユーザーサポート (Guest Observer Facility; GOF) はこちらから。

- http://cxc.harvard.edu
  Chandra X-ray Center. ハーバード・スミソニアン天体物理学研究所 (Center for Astrophysics; CfA) の中にある。

- http://xmm.vilspa.esa.es
  XMM-Newton Science Operations Centre
  スペインの Vilspa に ESA(ヨーロッパ宇宙機構) の科学衛星の運用センターがあります。

- http://isdc.unige.ch
  INTEGRAL Science Data Centre
  私が 2001 年から 2004 年にかけて所属していた研究所。レマン湖のほとりの、のどかな村にあります。仕事をしていると、草を食む牛のカウベルの音色や、馬がてくてく歩く足音が聞こえてきました。

Chapter 2

準備

2.1　高エネルギー天文学

- X 線天文学、ガンマ線天文学の総称
- スペースに行かないと観測できないため、1960 年以降の宇宙開発と並行して発展してきた
- X 線のほうが検出が容易なため先に発展した
- 本講義では主に X 線天文学を扱う

2.2　X 線天文学の歴史

- 1962 年、Giacconi らが、ロケットで偶然 **Sco X-1** を発見 (全天でもっとも明るい X 線源)。 もともとの狙いは月で反射された太陽 X 線の観測 (1990 年になって ROSAT 衛星で検出された)。「X 線天文学」の誕生。これにより、Giacconi は 2002 年のノーベル物理学賞を受賞
- 1960 年代、気球、ロケットによる X 線観測の時代
- 小田稔の「**すだれコリメーター (modulation collimator)**」により、X 線天体の位置が正確に決まり、可視光による同定が可能になった
- 明るい銀河系内 X 線の多くは、**ブラックホール** または **中性子星**
- 1960 年代、1970 年代の X 線天文学は、「実験物理学」
- 1970 年、**Uhuru 衛星** の打ち上げ、 本格的な X 線天文学の幕開け

- 1970 年代、多くの X 線天文衛星が欧米から打ち上げられた
- 1979 年 「**はくちょう**」、日本で最初の X 線天文衛星
- 1979 年 **Einstein 衛星**、最初のイメージング衛星。X 線天文学の成熟
- 1980 年代 EXOSAT、「てんま」、「ぎんが」
- 1980 年代 後半、アメリカ、ヨーロッパの X 線天文学は冬の時代
- 「**ぎんが**」は当時では、2 keV 以降で最高感度。アメリカ、ヨーロッパの X 線天文衛星が寿命を終えたのち、世界で唯一の X 線衛星として大活躍
- 1990 年代 ROSAT, CGRO, ASCA, RXTE, BeppoSAX
- **ROSAT** は全天サベイを行い、詳細なカタログを作成
- ASCA は、**2 keV 以上の硬 X 線で初めてイメージング**。**初めて X 線 CCD カメラを搭載**、エネルギー分解能にすぐれた観測
- 2000 年代 大型 X 線天文衛星の時代。Chandra, XMM-Newton, Suzaku。相補的な性格。どれも世界に観測時間を解放。データアーカイブスを自由に使える。
- **Chandra 衛星の位置分解能は** $\sim 0.5''$。究極の位置分解能。これを越える位置分解能を持った衛星の計画はまだ存在しない。
- 2000 年代 硬 X 線、ガンマ線ミッション、INETGRAL, HETE2, Swift
- 2005 年、Suzaku **X 線マイクロカロリメーター**の失敗。世界最高のエネルギー分解能を誇るはずだった。
- 日本の NeXT 計画 (2010 年代の早い時期)。**X 線マイクロカロリメーター**の再挑戦、$\sim$70 keV までの硬 X 線イメージング (どちらも世界で初めて？)
- アメリカ、ヨーロッパの大型 X 線天文衛星将来計画は、まだ認可されていない

2.3 X 線観測装置

天体からやってくる X 線光子ひとつひとつの**入射方向**、**エネルギー**、**到達時刻**をできるだけ正確に測定することが、X 線観測装置の目的である。実際には観測装置の性能限界により、これらの物理量の測定には、**位置分解能**、**エネルギー分解能**、**時間分解能**の不定性が伴う。いずれにしろ、ひとつひとつの光子の物理量を測定できることが、X 線天文学の特徴である [1]。

[1] さらに、重要な物理量に偏光がある。天体からの X 線偏光の観測は少数ながら存在し、次世代 X 線偏光計の開発も進められているが、それは X 線天文学の主流とは言い難い。

人工衛星に搭載する X 線観測装置は、X 線を集光したり分散させたりする「X 線光学系」と、X 線光子を検出する「X 線検出装置」からなる。

2.3.1 X 線光学系

X 線を反射させるには、斜入射で臨界角が小さいときの全反射を利用する (2.3.3 節参照)。X 線鏡を作るのは技術的に難しいので、本格的な天文衛星としては 1979 年の Einstein 衛星まで実現しなかった (2 keV 以下のみ)。2 keV 以上で X 線鏡を使って長期間観測を行ったのは 1993 年の ASCA が初めて。

コリメーター

X 線鏡を使わない「非結像系」においては、検出装置の視野をコリメーターで区切る。視野内に入った二つ以上の天体は区別できない (source confusion)。コリメーターを使った装置でも、スキャンを行えば、そのスキャンプロファイルから大ざっぱなイメージング観測が可能である。

すだれコリメーター (modulation collimator)

「すだれコリメーター」を用いて視野を細かく区切れば、スキャンと同じ原理で、非結像系でも時系列データから画像を構成することが可能である。

Coded Mask

「位置検出型」の検出装置の前に、検出器と同程度のサイズの、特殊パターンを持ったマスク (coded mask) を置く。入射点源の位置により、異なったパターン (shadowgram) が検出器上に表われる。Shadowgram に対してマスクパターンを考慮して、最も確率の高い入射イメージを計算する (deconvolution)。

Deconvolution には計算機資源 (メモリー、CPU) が必要。Deconvolution の解は、アルゴリズムに依存し、一意的には決まらない。マスクによって X 線を受光する有効面積が減少し、バックグラウンドは検出器の面積に比例するので、感度は良くない。しかし、2006 年の時点では、$\sim$ 20 keV 以上の硬 X 線領域でイメージングができるのは、coded mask を搭載した、INTEGRAL 衛星と Swift 衛星のみ。

X 線鏡

軌道上天文台としては、1979 年の **Einstein 衛星**で初めて実現した。同じ焦点を持つ、**放物面**と**双曲面**を組みあわせた、**Wolter Type1** ミラー。

ガラスを研磨したミラー (Chandra) は面精度は良いが、非常に重く、高価で、多層化が困難。反射面を円錐近似し、アルミ多層膜を重ねたミラー (あすか、すざく) は軽く、有効面積を稼げるが、位置分解能に劣る。

ミラーの表面をニッケル (Einstein)、金 (あすか、XMM)、イリジウム (Chandra) 等でコーティングする。これらの金属に X 線が非常に 90° に近い入射角 (=小さな仰角 [grazing angle]; ほぼ金属面と平行) で 入射したとき、全反射が起きる。**全反射を起こす臨界角 (critical angle) は、3 keV のときに 約** 1°。臨界角はエネルギーが高いほど**小さく**なるので、エネルギーの高い X 線を反射するには、より**長い**焦点距離が必要になる (2.3.3 節参照)。

多層膜反射鏡

X 線ミラーの表面に、重元素 (たとえば Au、Pt) と軽元素 (たとえば C) からなる薄膜を交互に蒸着させ (多層膜)、ブラッグ反射に対する強め合いの干渉を起すことができる。さらに表面からの深さに応じて膜の周期長を調整することにより、高エネルギー側 ($\gg$ 10 keV) での X 線反射率を格段に向上させることができる。これが日本の NeXT を始めとする次世代 X 線天文衛星に搭載が予定されている、「スーパーミラー」の原理である。

2006 年時点では、$>$ 10 keV において結像できる X 線天文衛星は存在せず、非結像系 (Coded Mask) によるイメージング観測 (Swift, INTEGRAL 衛星など) ははるかに感度が劣る。NeXT 衛星のイメージング観測により、$\gg$ 10 keV の硬 X 線領域における、新たな宇宙像が明らかになることが期待されている。

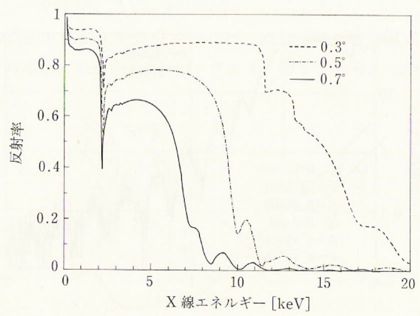


図 4・13 斜入射角と X 線エネルギーに対する Pt(厚さ 20nm)の反射率

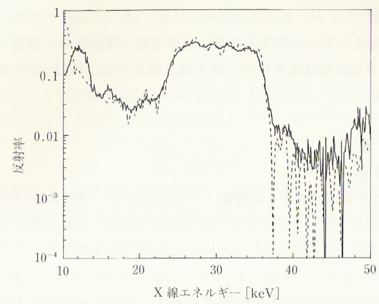
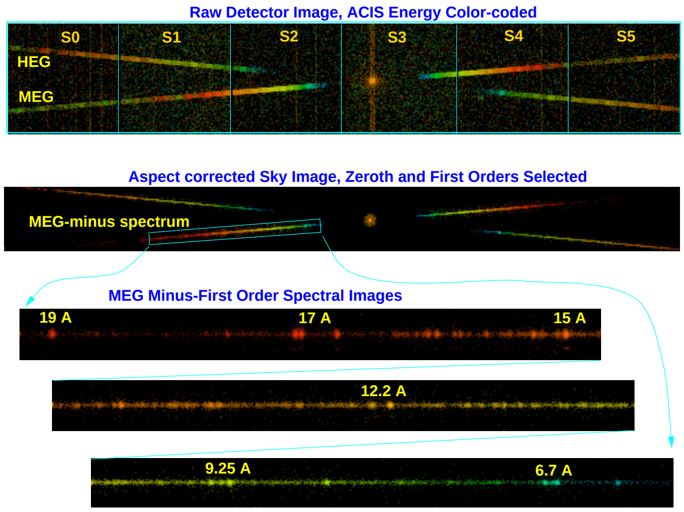


図 4・25 Pt/C 多層膜スーパーミラーの斜入射角 0.3° での X 線エネルギーに対する反射率の実測値(実線). 表面から基板面に向かって, (d[nm], N[組]) = (5, 1), (4.9, 1), (4.8, 1), (4.7, 1), (4.6, 1), (4, 8), (3.6, 13) の多層膜が積層されている. 界面粗さ σ を 0.4nm として計算値(破線)を適合した.

「X 線結像光学」(培風館) より。

Grating (回折格子;分散系)

X 線ミラーと組みあわせて、X 線分光観測に使う。ミラーで集光された X 線を透過型 (Chandra) あるいは反射型 (XMM) の回折格子により、波長に応じて分散させる。分散された X 線の到達位置を、CCD や Microchanel Plate などの位置検出型装置で測定し、検出器上の位置情報を X 線波長 (エネルギー) に換算する。X 線を透過、反射するときの効率が悪いため ($\sim$ 20 %)、感度が悪い。



Chandra High Energy Transmission Grating (HETG) による Capella 観測時の画像データ
(http://cxc.harvard.edu/proposer/ogplots/HETGS_capella_example.ps)
HEG (High Energy Grating), MEG (Medium Energy Grating) という二台の grating を持ち、
両方の分散光が同時に取得できる。検出装置は X 線 CCD。

X 線干渉計

電波干渉計による観測は日常的になり、光干渉計の実用化に向けた開発も活発に行われている。原理的にスペースからの X 線干渉計も可能で、究極の位置分解能 (∼ マイクロ秒角) が期待される。ただし、X 線波長と同程度の (∼ Å) 衛星位置、姿勢制御が必要で、それは現在の技術レベルではとても不可能。

また、電波や光干渉計では、位置分解能を上げるほど、対象とする小さな領域から放射されるフラックスが弱くなり、観測できる対象が限られてくる (表面輝度が低い)。一方、X 線の場合は、ブラックホール近傍のごく小さな領域から X 線が放射されるため (表面輝度が高い)、将来 X 線干渉計が実現しても、観測対象に困ることはない。実際、近傍の AGN 中のブラックホール (周辺) の直接観測を目標に、X 線干渉計の基礎実験が進められている [2]。

2.3.2 X 線検出装置

X 線検出原理 (マイクロカロリメーター以外)

エネルギー E を持ったひとつの X 線光子が検出器内のガスや半導体中で、Xe や Si 原子の内殻 (多くの場合 L 殻なので、ここではそれを仮定; binding energy を $-E_L$ とする ($E_L > 0$)) に光電吸収されると、エネルギー $E - E_L$ を持った光電子 (photoelectron) が発生する。L 殻に穴があいた原子は基底状態よりエネルギーが E_L だけ高く、不安定である。この原子に M

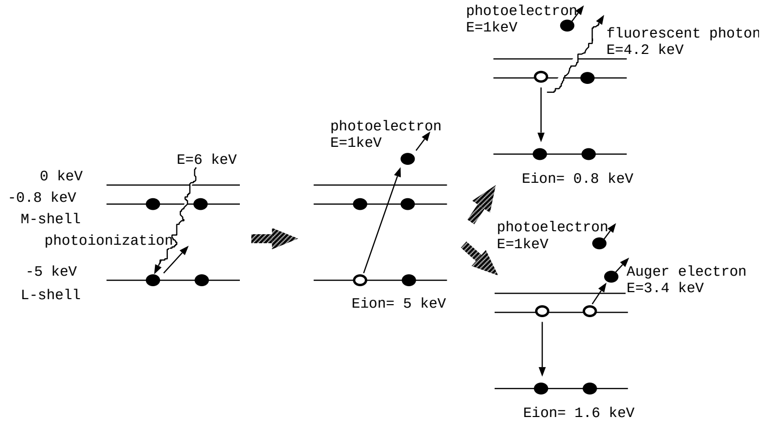
[2] http://maxim.gsfc.nasa.gov

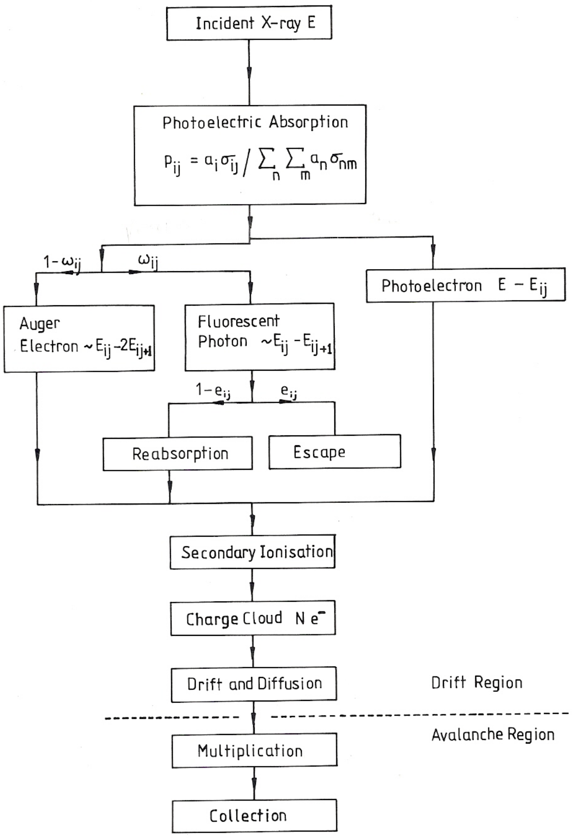
殻から電子が落ちてきて、エネルギー $E_L - E_M$ の励起光 (fluorescent light) か、エネルギー $E_L - 2E_M$ のオージェ電子 (Auger electron) を発生する。前者の場合、M 殻にひとつ穴が空いて、原子のエネルギーは基底状態より E_M だけ高くなり、後者の場合は、M 殻にふたつ穴が空いて、原子のエネルギーは基底状態より $2E_M$ だけ高くなる。一部の励起光は検出器の外に逃げてしまう (escape) が、それ以外は原子に外殻電子により再吸収される。オージェ電子も原子にエネルギーを与える。基底状態よりエネルギーが高い原子は不安定で、さらに外殻からの励起光やオージェ電子の放出を繰りかえし、最終的には基底状態に落ちつく。

最終的に、検出器に吸収された入射光子の持っていたエネルギーは (エスケープしてカウンターから逃げた分を除くと)、検出器中のたくさんの Xe や Si 原子から電子を剥ぎとるのに使われたことになる。吸収物質の平均電離エネルギーを w、入射 X 線エネルギーを E とすると、一次電子の数 N は、

$$N = E/w \tag{2.1}$$

で与えられる。比例計数管や蛍光比例計数管によく用いられる Xe については w =21.5 eV、CCD に用いられる Si については $w = 3.65$ eV である。その一次電子群をなんらかの方法で増幅して、X 線光子一つに対応する電気パルス信号として検出する。パルス信号の波高 (pulse-height) が X 線エネルギーに対応し、波高のゆらぎ (不定性) がエネルギー分解能を決める。





"X-ray detectors in astronomy" (Fraser) より。

比例計数管 (Proportional Counter)

X 線天文学の伝統的な検出装置。Xe や Ar などのガス中で吸収された X 線による光電子を高電圧で増幅し、芯線から電気信号として取りだす。最近では、「ぎんが」搭載 Larege Area Counter(LAC)、RXTE 搭載 Proportional Counter Array (PCA) など。「電子なだれ」を起こすので、それによって生成される電子数 (≈ パルスハイト) がまちまちで、エネルギー分解能が悪い (2.4.2 節参照)。

位置検出型比例係数管

Einstein, ROSAT の焦点面検出器。芯線を二次元に張り、X 線の入射位置が測れるようにする。やはりエネルギー分解能が悪いので、Einstein, ROSAT はイメージング性能に優れていたが、精密なエネルギースペクトル観測はできなかった。

蛍光比例係数管 (Gas-Scintillation Proportional Counter; GSPC)

「てんま」、EXOSAT に塔載。X 線の光電吸収によって発生した一次電子を加速し、ガスを励起させて発生した紫外線を、光電子増倍管などで測定する。「電子なだれ」を起こさないので、エネルギー分解能が比較的良い。GSPC により 6.4 keV (中性)、6.7 keV (He-like)、7.0 keV (H-like) の 3 本の鉄輝線を、はじめて分解することができ、X 線スペクトルの研究が進んだ。

位置検出型蛍光比例係数管

ASCA の焦点面検出器、GIS (Gas Imaging Sensor) 位置検出型の光電子増倍管を使用し、撮像と分光が同時にできた。

CCD に比べてエネルギー分解能は劣るが、時間分解能に優れているので、「あすか」では SIS (X 線 CCD) では不可能なパルサーの観測などで活躍した。

Microchannel Plate

主に X 線 CCD 出現以前に、高精度の位置検出型検出器として使われた。Einstein, ROSAT, Chandra に塔載。位置検出型比例係数管よりも位置分解能 (従って空間分解能) が良い。パイルアップの問題がないので、明るいソースの早い時間分解能の観測が可能。エネルギー分解能はほとんどない。

半導体検出器

Si 等の半導体に X 線が吸収されたときにできる電子・正孔対を利用する。気体検出器に比べて平均電離エネルギーが小さいので、エネルギー分解能が良い (2.4.2 節)。「すざく」Hard X-ray Detector 塔載の HXD-PIN 等。

CCD

X 線天文衛星としては「あすか」の SIS (Solid-state Imaging Spectrometer; SIS) が最初。たくさんの Si 半導体検出器をピクセル化して並べたようなものだと思ってよい。エネルギー分解能、位置分解能に優れ、2006 年の時点では X 線天文学の標準的な検出器。読み出し時間内に、ひとつのピクセルに二つ以上の X 線光子が入ると分別できない (パイルアップ)。読み出し時間が時間分解能になり、通常は数秒。よって明るい天体のスペクトル観測や、早い時間分解能を要するタイミング観測には向かない。

マイクロカロリメーター

非常に低温に保った吸収体に X 線光子一つが入ってきたときの微少な温度上昇 (これがエネルギーに比例) を測定。Grating よりも格段に効率が良く、CCD に比べエネルギー分解能に優れている。

X 線のエネルギー E、吸収物質の熱容量 C として、温度上昇

$$\Delta T = E/C \tag{2.2}$$

を測定する。すざく XRS では、$C \approx 0.18$ pJ/K。よって、1 keV $\approx 1.6 \times 10^{-16}$ J の X 線光子による温度上昇は、~ 0.9mK。すざく XRS は ∼65 mK まで冷却することによって、これほど僅かな温度上昇でも測定できた。

一つの X 線光子が入射して吸収体の温度が上昇、元に戻るまでにレスポンス時間 (数ミリ秒) が生じる。その間に別の X 線光子が入力すると、正確な温度 (エネルギー) が測れない。よって、明るい天体の観測の際には、フラックスを減少させるためのフィルターを使う。

Astro-E1, 「すざく」に搭載した XRS (X-Ray Spectrometer) が最初だった。冷却系 (cryogenics) が技術的に非常に難しい (すざく XRS の失敗も冷却系に起因する)。

ピクセル化が困難。XRS は ~ 30 ピクセル足らずで、精密な画像は取得できなかった。ピクセル化は次世代のカロリメーターの課題。

吸収体の温度測定の精度が、エネルギー分解能を決める。XRS はサーミスタを使い、温度変化を抵抗の変化として測定。次世代のマイクロカロリメーターとして、超伝導と常伝導の境で温度によって急激に抵抗が変ることを利用した Transition Edge Sensor (TES) の開発が進められている。高ピクセル化した TES マイクロカロリメーターが、現在考えられる最高の X 線検出装置と言える (X 線の位置とエネルギーを正確に測れる)。

2.3.3 電波天文学と X 線ミラー

プラズマ振動数

二枚の平板の間のプラズマを考える (電子密度=n)。電子を一様に d だけ上方にひっぱると、上方の板には単位面積あたり $-nex$、下方には nex の電荷が現われる。ガウスの定理 "電気量 q の正電荷からは $4\pi q$ 本の電気力線が出て、$-q$ の負電荷には $4\pi q$ 本入る"[3] より、平板間の単位面積あたりの電気力線の数 (電場の強さ) は、$4\pi nex$。これにより、各電子は、下向きに $4\pi ne^2x$ の力で引き戻される。電子の運動方程式は、

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = -4\pi ne^2 x. \tag{2.3}$$

[3] 電磁気学の応用には MKS 単位系が広く使われるが、天文学の教科書、論文では、慣用的にガウス単位系を使うことが多い。

これを解くと、

$$x(t) = Ae^{\pm i\omega_p t}, \omega_p = \left(\frac{4\pi ne^2}{m_e}\right)^{1/2}. \tag{2.4}$$

ω_p をプラズマ振動数と呼ぶ。

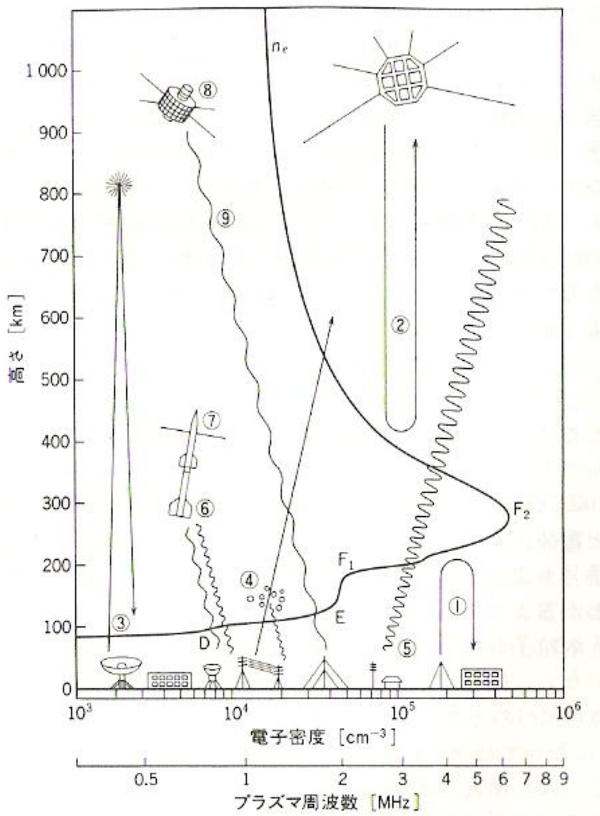
プラズマ (あるいは金属) に電磁波が入射したとき、入射波の振動数が ω_p より低ければ、プラズマ中の電子はそれに追随して振動するので、電磁波は透過する。入射波の振動数が ω_p より高いときは、電磁波はプラズマに侵入できず、反射される。

電波天文学

プラズマ振動数は電子密度だけから決まり、

$$\omega_p/(2\pi) = 8.9 \times 10^3 \ (n\ [\mathrm{cm}^{-3}])^{1/2} \ \ \mathrm{Hz} \tag{2.5}$$

と書ける。地球の上空の電離層の電子密度は時間変化するが、F 層の密度は $10^5 \approx 10^6\ \mathrm{cm}^{-3}$。式 (2.5) より、対応するプラズマ周波数は、$(3 \approx 9)$ MHz (波長にして 30m から 100m)。宇宙からやってくるこれより長波長の電波は電離層で反射されてしまうので、地球上の「電波天文学」が対象とするのは、周波数が > 10 MHz、波長が ~30m より短い電波。



「物理学辞典」(培風館)、電離層の項目より。

X 線ミラー

金属の電子密度は、以下の表にあるように、several $\times 10^{22}$ cm^{-3} で、プラズマ振動数に対応するエネルギーは、

$$\hbar\omega_p = 3.7 \times 10^{-11} (\mathrm{n}[\mathrm{cm}^{-3}])^{1/2} = 8.3 \left(\frac{\mathrm{n}[\mathrm{cm}^{-3}]}{5 \times 10^{22}} \right)^{1/2} \ \mathrm{eV}. \tag{2.6}$$

これより高いエネルギーを持った紫外線、X 線は、金属面に直入射したときには反射されない。しかし、X 線を金属反射面にほぼ平行に入射すると、(=小さな仰角 [grazing angle])、全反射が起きて反射される。エネルギー $E = \hbar\omega$ の X 線が金属に入射したとき仰角がこれより小さければ反射される、という臨界角は、

$$\theta_c \approx \hbar\omega_p / E \tag{2.7}$$

で与えられる。入射 X 線のエネルギーが高いほど、臨界角が小さくなるので、集光するためには長い焦点距離が必要であることに注意。

表 14・2 自由電子に対するフェルミ・エネルギーやその他のパラメーターの計算値

	電子濃度 N/V(単位は cm^{-3})	速度 v_F (単位は cm/sec)	フェルミ・エネルギー ϵ_F (単位は eV)	フェルミ温度 $T_F = \epsilon_F / k_B$(単位は °K)
Li	4.6×10^{22}	1.3×10^8	4.7	5.5×10^4
Na	2.5	1.1	3.1	3.7
K	1.34	0.85	2.1	2.4
Bb	1.08	0.79	1.8	2.1
Cs	0.86	0.73	1.5	1.8
Cu	8.50	1.56	7.0	8.2
Ag	5.76	1.38	5.5	6.4
Au	5.90	1.39	5.5	6.4

キッテル「熱物理学」(丸善) より。

2.4 X 線観測装置の性能

2.4.1 感度

"Imaging advantage" $(A_s/A_b)^{1/2}$,A_s は天体からのイベント数、A_b はバックグラウンドイベント数。有効面積を増やして (A_s 増加)、バックグラウンドを減らせば (A_b 減少) 感度があがる。しかし、A_b は検出器の面積 (あるいは体積) に比例する。
よって、感度を上げるにはできるだけ**大きな** X 線鏡を使い、できるだけ**小さな**検出器に集

光させてやれば良い。究極的な感度は A_b で決まることに注意。(ミラーの面積が足りない分は観測時間で稼げる。)
$\sim 400\ \mathrm{cm}^2$ の範囲にやってくる X 線を $\sim 24\mu\mathrm{m}^2$ に集光する Chandra 衛星が、史上最高の感度を誇る。Chandra の感度は background limited でなく、photon-limited。観測時間が長いほど、暗い天体を観測できる。

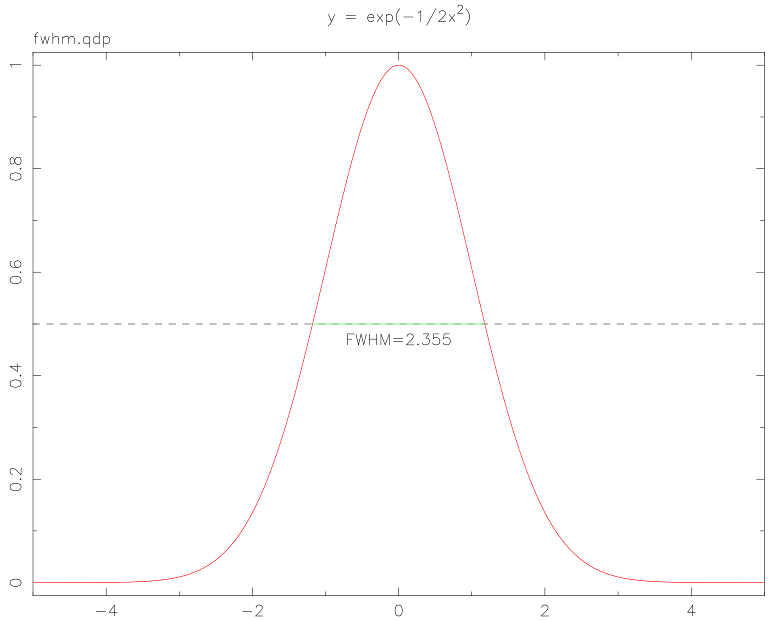
2.4.2 エネルギー分解能

半値幅

X 線検出器に細いラインが入射してきても、それは検出器のエネルギー分解能でなまされてしまい、観測されるラインプロファイルは、ガウシアンで近似される。多くの場合、検出器のエネルギー分解能はラインプロファイルの**半値幅** (Full-Width at Half Maximum; **FWHM**) で表わされる。下図からただちにわかるように、FWHM と標準偏差 σ の間には、

$$FWHM = 2.355 \times \sigma$$

という関係がある。



光電吸収や電子・正孔対を利用した検出器

式 (2.1) で与えられる一次電子群をなんらかの方法で増幅、パルス信号として検出し、その波高 (pulse-height) P が X 線エネルギーに対応し、波高のゆらぎ (不定性)σ_P がエネルギー分解能に対応している。

FWHM で表わしたエネルギー分解能は以下のように書ける。

$$\Delta E/E = 2.355 \times \sigma_P/P = 2.355 \times \sqrt{(\sigma_N/N)^2 + (\sigma_S/P)^2} \tag{2.8}$$

ここで、σ_N^2 は一次電子数 N の統計ゆらぎで決まり、σ_S^2 はそれ以外のシステマティックな原因によるパルス波高の不定性でよる。たとえば比例計数管の場合は電子なだれによる増幅過程、CCD の場合は信号読み出しノイズが σ_S^2 に寄与し、エネルギー分解能を悪化させる。

一次電子の数がポアソン分布に従うならば、$\sigma_N^2 = N$ である。しかし、実際には、2.3.2 節で述べたように、一次電子の生成過程は互いに独立ではないので、一次電子数のゆらぎはポアソン分布の場合よりも小さくなり、平均電離エネルギー w を使って、

$$\sigma_N^2 = NF = \frac{E\,F}{w} \tag{2.9}$$

と書ける。F はファノファクターと呼ばれ、Xe 等を使った比例計数管の場合は ∼0.17、Si を使った CCD の場合は ∼0.1 である。

エネルギー分解能が一次電子数の統計的ゆらぎだけで決まる、理想的な場合を考えよう。式 (2.8) と (2.9) から、

$$\Delta E/E = 2.355 \times \sigma_P/P = 2.355\sqrt{\frac{Fw}{E}}. \tag{2.10}$$

光電吸収を利用した検出器の場合、種類によらず**エネルギーが高いほどエネルギー分解能が良くなる** ($\Delta E/E \propto E^{-1/2}$) ことを覚えておこう。

Xe ($w = 21.5$ eV; $F = 0.17$) と Si ($w = 3.65$ eV; $F = 0.1$) について具体的な値を求めると、

$$\Delta E/E = 14\,\%\sqrt{\frac{1}{E[\mathrm{keV}]}}\ \ \text{for Xe}$$

$$\Delta E/E = 4.5\,\%\sqrt{\frac{1}{E[\mathrm{keV}]}}\ \ \text{for Si.}$$

上記の理想値を実際の検出装置のエネルギー分解能と比較しよう。「あすか」衛星塔載の GIS、SIS は、それぞれ Xe を使った蛍光比例計数管、Si を使った CCD である。GIS の実際のエネルギー分解能は ∼14 % @ 1.5 keV (理想値は 11 %; 以下同様)、∼7.7 % @ 6 keV (5.7 %)、SIS については ∼5 % @ 1.5 keV (3.7 %), ∼2 % @ 6 keV (1.8 %) であり [4]、数々のノイズ削減機構が効果的に働いているお陰で、理想値に近いエネルギー分解能を実現していることがわかる。

[4] Tanaka, Inoue and Holt 1994, PASJ, 46, L37

Grating[5]

Chandra 衛星の HETG (High Energy Transmission Grating) を例にとって、Grating (回折格子) のエネルギー分解能がどうやって決まるか考えてみよう。HETG は二種類の grating、HEG (High Energy Gratings) と MEG (Medium Energy Gratings) を搭載している (9 頁の図参照)。それぞれの格子間隔 (period) p は、~ 2000 Å, ~ 4000 Å である。光軸から β ずれた方向で波長 λ の回折光が強め合いの干渉を起こすとすると、

$$p \sin\beta \;=\; m\lambda \;\; (m \;=\; 1, 2, 3, , , ,) \tag{2.11}$$

の関係がある。入射光は、回折格子と焦点面との距離 R を直径とする円 (ローランド円) の上に、スペクトルとなって結像する [6]。

以下、一次光、$m = 1$ の場合を考える。光軸から一次光までの距離を y とすると、下図より $y = R\sin\beta$、よって、(2.11) より、

$$\lambda = \frac{p\,y}{R}, \tag{2.12}$$

$$\Delta\lambda = \frac{p\;\Delta y}{R}. \tag{2.13}$$

これらの式より、

$$\Delta\lambda/\lambda = \Delta y/y. \tag{2.14}$$

つまり、分散した光の「位置」決定精度で、波長 (エネルギー) 分解能が決まることがわかる。ここで、$\Delta\lambda = p\,\Delta y/R$ は波長 (エネルギー) によらないことに注意。よって、**grating のエネルギー分解能は波長が長いほど (エネルギーが低いほど) 良くなる**。

また、拡がった天体 (超新星残骸、銀河団など) を grating で見ると、それ自体の拡がりと、波長の違いによる位置のずれ y の区別がつかないので、grating による拡がった天体の分光観測は非常に困難である [7]。

[5] この節、"Chandra Proposer's Observatory Guide", http://cxc.harvard.edu/proposer/POG/html を参考にしました。

[6] 光軸上には"0 次光" が現われる。これは分散されておらず、回折格子がない場合の光が弱まったものと考えて良い。

[7] だからこそ X 線マイクロカロリメーターへの期待が大きい!

Δy は分散光の検出器上の位置精度で、望遠鏡の空間分解能を $\Delta\theta$ とすると、$\Delta y \approx R\Delta\theta$。よって、$\Delta\lambda \approx p\Delta\theta$ となる。これは、ミラー不定性に装着された grating を「観測」して格子定数の値を測定、その不定性が波長の不定性に対応する、というイメージ。

Chandra HETG を例にとると $p \approx 2000\text{Å}, \theta = 1''$ だから、$\Delta\lambda \approx 2000 \times \pi/(3600 \times 180) \approx 0.01\text{Å}$ となる (Proposers' Observatory Guide による実測値は 0.012 Å(FWHM))。

マイクロカロリメーター

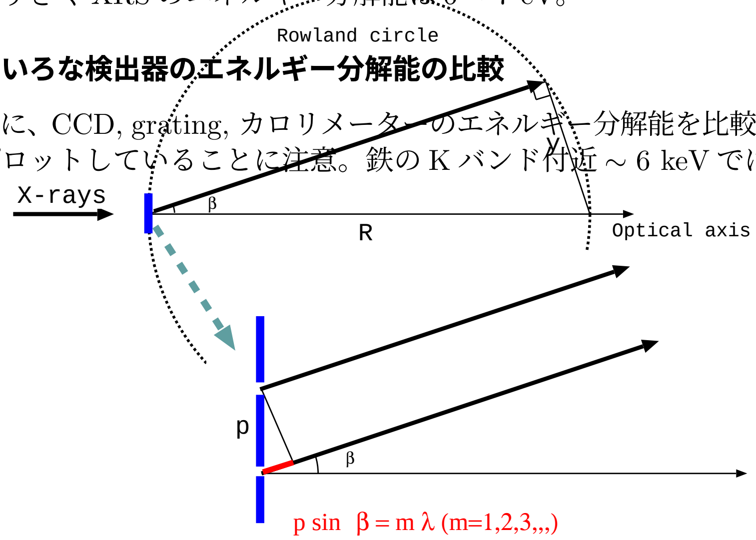
気体検出器や半導体検出器と同様、マイクロカロリメーターのエネルギー分解能は統計的ゆらぎ (カロリメーターの場合は電子でなくフォノン) とシステマティックエラーからなる。式 (Eres) と同様に、フォノン数 N のゆらぎだけで決まる原理的なエネルギー分解能を見積ってみる。吸収体の動作温度を T とすると、式 (2.2) に出てきた比熱 C を使って、内部エネルギーは $\sim CT$ と見積もられる。一方、フォノン一個あたりのエネルギーは、$\sim kT$ なので、フォノンの数は、$N \sim CT/kT = C/k$ である。よって、フォノン数のゆらぎによるエネルギーのゆらぎ (FWHM) は、

$$\Delta E \sim 2.355\sqrt{N}kT \sim 2.355\sqrt{kT^2C}.$$

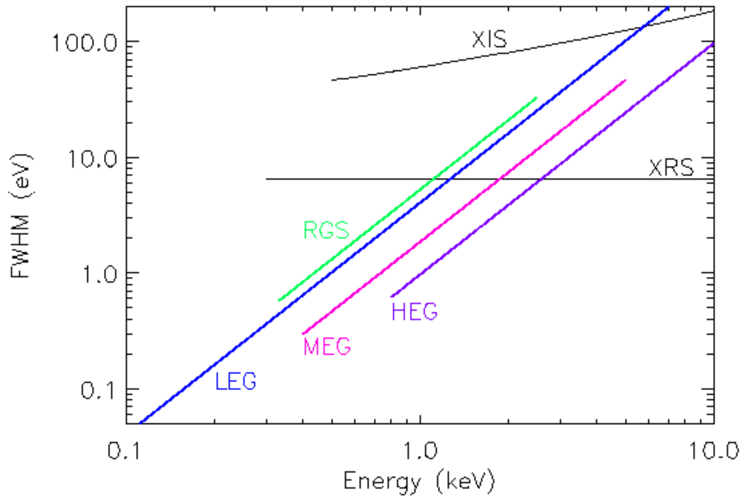
カロリメーターの ΔE (検出器の分解能による幅) は入射エネルギーによらないことに注意。 XRS の値、T $\sim$ 65 mK、C$\sim$ 0.18 pJ/K を用いると、この値は $\sim$ 1.5 eV になる。実際には、すざく XRS のエネルギー分解能は 6 $\sim$ 7 eV。

いろいろな検出器のエネルギー分解能の比較

下図に、CCD, grating, カロリメーターのエネルギー分解能を比較する。$\Delta E/E$ でなく、ΔE をプロットしていることに注意。鉄の K バンド付近 $\sim$ 6 keV では、カロリメーターがもっ



とも優れているが、低エネルギー側では grating のほうが優れていることがわかる。観測対象に応じて、装置を使い分けることが大切である。



いろいろな観測装置のエネルギー分解能によるライン幅の比較。
http://suzaku.gsfc.nasa.gov/Images/astroe/performance/spectro_enres.gif より。
XRS は「すざく」搭載の X 線マイクロカロリメーター。XIS は Chandra 搭載の CCD, LEG/MEG/HEG は、Chandra 搭載の grating。RGS は XMM 搭載の grating。

Chapter 3

X線データの眺め方

3.1　覚えておくと便利な数値、事項など

ここに書いた数値、事項を暗記しておく、あるいは電卓なしでも即座に導けるようにしておくと便利です。正確な値は文献を参考にしてください。

3.1.1　基本中の基本

1 pc $\approx 3 \times 10^{18}$ **cm**

光速 $c \approx 3 \times 10^{10}$ cm/s

1 年 $= 3.15 \times 10^{7} \approx \pi \times 10^{7}$**sec**

地球と太陽との距離 1Astronomical Unit (AU) $\approx$ 500 **light-seconds**

X 線観測では、ひとつひとつの X 線光子の到達時刻を精密に測定することができる (検出装置によっては ~ マイクロ秒の精度)。パルサーなどの時刻解析を行うときには、地球の運動、衛星の運動、天体の方向を考慮して"barycentric correction" を適用し、衛星上の X 線光子到達時刻を太陽系重心 (太陽の中にある) における到達時刻に変換する。Barycentric correction によって、到達時刻は最大 ~500 秒補正される。

X 線の波長とエネルギーの換算式

$$E\ [\mathrm{keV}] \approx \frac{12.4}{\lambda\ [\text{Å}]}$$

「12.4 keV の X 線の波長は 1 Å」と覚えておこう。

X 線のエネルギーと温度の換算式

$$1\ \mathrm{eV} = 11604\ \mathrm{K} \approx 10^4\ \mathrm{K}$$

非常に大ざっぱに言って、「1 keV で光っている天体の温度は約 1000 万度」。

エネルギーの単位の換算 $1\ \mathrm{eV} \approx 1.6 \times 10^{-12}\ \mathrm{erg}$

ボルツマン定数 $k = 1.38 \times 10^{-16}$ **erg/K**

ステファン-ボルツマン定数 $\sigma = 1.03 \times 10^{24}$ $\mathbf{erg/s/cm^2/keV^4}$

導出は、p.46 参照。この単位で覚えておくと実用的。たとえば、2 keV の黒体輻射をしている半径 10 km の中性子星の光度 L は、

$$L = 4\,\pi\,(10\ \mathrm{km})^2\,\sigma\,(2\mathrm{keV})^4 \approx 2 \times 10^{38}\ \mathrm{erg/s}.$$

また白色矮星が Eddington 光度 (3.6) の黒体輻射をしているときの温度は、

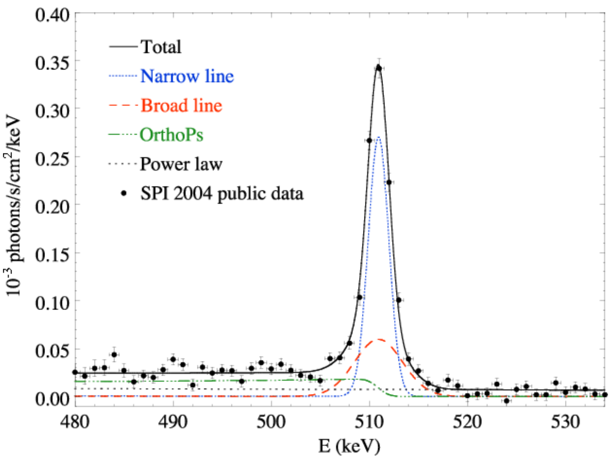
$$T = \left(\frac{L}{4\pi\sigma R^2}\right)^{1/4} \approx 80\ \mathrm{eV}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/4}\left(\frac{R}{5000\mathrm{km}}\right)^{-1/2}.$$

ROSAT 衛星が、典型的に $\sim 50 \approx 100$ eV の温度を持つ “Super-soft Sources” を多数発見したが、上式による簡単な見積りから、その起源は (ほぼ) 黒体輻射している白色矮星だと考えられている。

3.1.2 原子物理の復習

電子/陽電子の質量

$m_e c^2 \approx 511$ keV e^+-e^- の対消滅で、二つのガンマ線光子が発生する。これが、511 keV の対消滅線 (annihilation line) として、銀河中心から観測されている (下図参照)。



Knödlseder et al. 2006, A&A, 445, 579 より。

コンプトン波長

511 keV を波長で表したのが「コンプトン波長」

$$m_e\, c^2 = h\nu = hc/\lambda$$

より、$\lambda_c = h/m_e\, c.$ 波長で表すと、12.4 keVÅ/511 keV $\approx$ 0.024$\AA$。

核子の質量

$m_p c^2 \approx m_n c^2 \approx 940$ MeV ≈ 1 GeV

微細構造定数

$$\frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

プランク定数の覚え方

$$\hbar c = 1973 \text{ eV Å} \approx 2000 \text{ eV Å}$$

これと微細構造定数を覚えておけば、いろいろな基本的なパラメターを導ける。

古典電子半径

古典的には電子は「古典電子半径」r_0 を持った球と近似できる。 r_0 は電気ポテンシャルと静止質量が等しくなる条件

$$\frac{e^2}{r_0} = m_e c^2$$

で定義される。上で示した数値を覚えておけば値を導くことができる。

$$r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{e^2}{\hbar c}\frac{\hbar c}{m_e c^2} \approx \frac{1}{137}\frac{2000 \text{ eV Å}}{511 \text{ keV}} \approx 3 \times 10^{-5} \text{ Å}.$$

より正確には $r_0 = 2.818 \times 10^{-5}$ Å.

トムソン散乱の断面積 σ_T

古典電子半径を持つ球の断面積と思っていいが、正確には

$$\sigma_T = \frac{8}{3}\pi r_0^2 = 6.65 \times 10^{-25}\mathrm{cm}^2.$$

その逆数は、1.5×10^{24} cm^{-2}。水素柱密度 N_H がこれを越える物質は、トムソン散乱に対して光学的に厚くなる (Thomson thick; Compton thick)。

ボーア半径

単純に電子が陽子の回りで半径 r_B の円運動をしていて、角運動量は量子化されていると考える。

$$m_e \frac{v^2}{r_B} = \frac{e^2}{r_B^2}$$

$$m_e\, v\, r_B = \hbar$$

これから v を消去して

$$r_B = \frac{\hbar^2}{m_e\, e^2}.$$

$r_B \approx 0.5\mathring{A}$ と覚えておくと良いが、微細構造定数と $\hbar c$ を覚えておけば、以下のようにしても導ける。

$$\frac{\hbar^2}{m_e\, e^2} \approx \frac{\hbar c}{m_e c^2}\frac{\hbar c}{e^2} \approx \frac{2000\ \mathrm{eV\AA}}{511\ \mathrm{keV}}\ 137 \approx 0.5\ \mathrm{\AA}.$$

電子を一個だけ残して電離したイオン (hydrogenic-ion) についても、同様の議論ができる。原子番号 Z の時、原子核の正電荷は Ze。一つの e の代わりに Ze としたら良いから、電子の半径はボーア半径の $1/Z$ となる。(正電荷が強いので、より中心集中する。)

水素のライマンエッジ

水素原子中の電子の結合エネルギー (binding energy) は、

$$E = \frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{e^2}{r_B} = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{r_B} = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}.$$

電子にこれだけのエネルギーを与えてやれば、陽子から離れられる (無限遠で $v > 0$)。これがライマンエッジに対応する。13.6 eV と覚えておくと良いが、以下のように導くこともできる。

$$\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = \frac{m_e\, c^2}{2}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 = \frac{511\ \mathrm{keV}}{2}\left(\frac{1}{137}\right)^2 = 13.6\ [\mathrm{eV}].$$

また、波長にすると、12.4 [keV Å]/13.6 eV = 911 $\mathring{A}$ も覚えておこう。

Hydrogenic-ion のライマンエッジ

水素原子の結合エネルギーは

$$E = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{r_B}$$

であったが、原子番号 Z の原子が電子一つだけを残して電離したとき (hydrogenic-ion) は、r_B は $1/Z$ になり (上記参照)、ひとつの e の代わりに Ze とすればよい。よって、原子番号 Z の hydrogenic-ion の結合エネルギーは、水素の場合の Z^2 倍になるので、13.6 Z^2 eV。

特に X 線天文で重要なのが、鉄 ($Z = 26$) の K エッジのあたりの構造。Fe 26 の K エッジのエネルギーは、13.6 [eV] $\times$ 26 $\times$ 26 $\approx$ 9.2 keV。

磁場の単位とエネルギー密度

おそらく教養、学部の電磁気学の授業では MKSA 単位系 (応用物理には便利) を用いたと思うが、天体物理のほとんどの教科書では Gauss 単位系を用いていて (このノートでもすでにそうだが)、実際このほうが天文学の議論には便利。

特に磁場の強さ B を [gauss] で表わすと、エネルギー密度 ϵ [erg/cm^3] は、

$$\epsilon\ [\mathrm{erg/cm^3}] = \frac{1}{8\pi}\left(B\ [\mathrm{gauss}]\right)^2 \tag{3.1}$$

と簡単に表わされる。MKSA では、真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [kg·m· C^{-2}=N/A^2] を用いて、以下のようになる。

$$\epsilon\ [\mathrm{J/m^3}] = \frac{1}{2\mu_0}\left(B\ [\mathrm{Wb/m}]\right)^2.$$

1 [Wb/m] = 10^4 [gauss]、[Wb/m]=[N/(A·m)] を思い出せば上の二つの式が等価であることがわかる。

サイクロトロン振動数

磁場中の電子の、磁力線に垂直方向の運動を考える。

$$m_e\frac{v^2}{r} = \frac{e\,v\,B}{c} \tag{3.2}$$

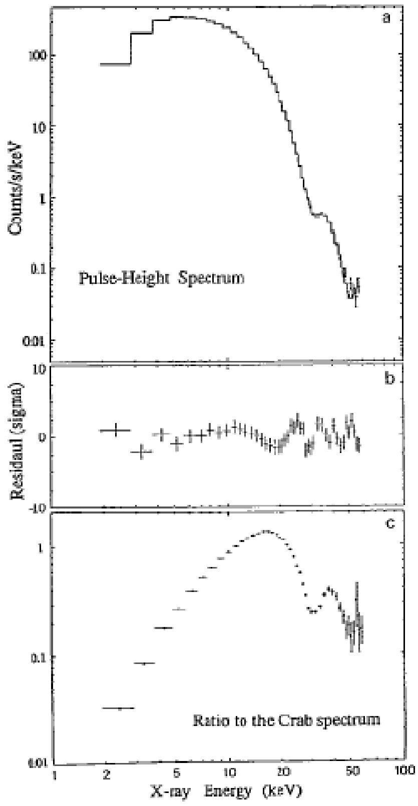
電子は磁力線のまわりに円運動を行う。上式より、その角振動数は $\omega = v/r = eB/mc$ で、同じ角振動数の電磁波が放射される (サイクロトロン放射)。よってサイクロトロンエネルギー E_c は、

$$E_c = \frac{\hbar eB}{m_e c} = \frac{\hbar e}{2m_e c}\ \ 2B.$$

ここで、$\hbar e/(2m_e c)$ は「ボーア磁子」で、9.3×10^{-21} erg/gauss という値を持つ。 X 線観測では以下の値を覚えておくと便利。

$$E_c = 11.6\ \ \mathrm{keV}\ \ \frac{B}{10^{12}\ [\mathrm{Gauss}]} \tag{3.3}$$

実際、X 線連星パルサー中の中性子星は 10^{12} Gauss 以上の強い磁場を持ち、中性子星大気中のサイクロトロン吸収線が、式 (3.3) で表わされるエネルギーに観測されている。



「ぎんが」が観測した X0331+35 からの 28.5 keV のサイクロトロン吸収線 (Makishima et al. 1990, ApJ, 365, L59)。

また、ブラックホール周辺の磁場の強さは $B\sim10^7$G と考えられていて、それによるサイクロトロン放射のエネルギーは、~ 0.1 eV $\approx 10\mu$m で、赤外線領域にくる。これらの低エネルギー光子が種となり (seed photons)、ブラックホール周辺の高エネルギー電子による逆コンプトン散乱 (inverse compton) を受けて、X 線領域で観測される、というモデルがある。

3.1.3 宇宙物理/X 線天文学ことはじめ

カニ星雲 (Crab nebula) の X 線スペクトル

カニ星雲自体、興味深い観測対象であるが、単純なベキ関数 (power-law) スペクトルを持ち、明るくてフラックスが変化しないため、ほぼすべての X 線天文衛星がカニ星雲を標準光源、"standard candle" として、検出器の較正 (calibration) に使っている。

1 keV ≈ 100 keV の範囲で「photon spectrum」は、

$$f(E) \approx 10\,(E/1\,\mathrm{keV})^{-2.1}\ [\mathrm{photons/s/cm^2/keV}].$$

photons/s/cm^2/keV というのが、X 線天文観測でよく使われるスペクトルの単位。「1 keV のところで 1 平方 cm あたり毎秒 ∼10 個の光子が来る」と覚えておく。

Crab unit

カニ星雲は標準光源なので、特定のエネルギー範囲のカニ星雲のエネルギーフラックスを "Crab unit" として、X 線天体のおおざっぱな光度を示す慣用的な単位として用いている。「LMC X-3 の 2-10 keV における X 線強度は、∼10mCrab から ∼40mCrab の間で変化する」等。

Xe や Ar を使った比例計数管の感度が 2–10 keV に高い感度を持つので、X 線天文学の初期の時代より、このエネルギーバンドで精力的に観測が行なわれてきた。2–10 keV において、1 Crab の「エネルギーフラックス」は photon spectrum にエネルギーを掛けて積分して、

$$\int_2^{10} 10\,E^{-2.1}\,E\,dE = 13.9\ \mathrm{keV/s/cm^2} \approx 2\times10^{-8}\ \mathrm{erg/s/cm^2}$$

に対応する。「理科年表」の宇宙 X 線の項もそうだが、X 線天体の強度を示す際、2 – 10 keV の範囲のエネルギーフラックスを erg/s/cm^2 を単位として表すことが多い。

Opacity

星の大気中の輻射輸送で、光の経路に沿って 1 g あたりの断面積を良く使う。記号、単位は通常、 κ、[cm^2/g]。X 線領域では、トムソン散乱による opacity、κ_T が支配的。厳密には κ_T は元素組成によるが (核子と電子の割合)、ほとんどが水素だと思って、

$$\kappa_T \approx \frac{\sigma_T}{m_p} \approx \frac{\sigma_T\,c^2}{1\mathrm{GeV}} \approx \frac{6.65\times10^{-25}\mathrm{cm^2}\times(3\times10^{10}\mathrm{cm/s})^2}{10^9\times1.6\times10^{-12}\mathrm{erg}} \approx 0.4\ [\mathrm{cm^2/g}] \qquad (3.4)$$

典型的な星間密度

≈ 1 Hydogen atom/cm^3

これを使って、銀河系内の天体までの距離 d と水素柱密度 (hydrogen column density) の関係：$\approx 3\times10^{21}\ (d/\mathrm{kpc})\ \mathrm{cm}^{-2}$

星間磁場と銀河系内のエネルギー密度

星間磁場の典型的な強度は、$B \approx 3\mu$auss。(3.1) より、エネルギー密度は $\approx 3.6 \times 10^{-13}$ erg cm^{-3} ≈ 0.2 eV。

宇宙背景輻射 (Cosmic Microwave Background) のエネルギー密度は ≈ 0.3 eV/cm^3 (p.46 の脚注を参照) で、 星間磁場のエネルギー密度と同じくらい [1]。

一方、宇宙線のエネルギー密度は、$\approx$ 1 eV/cm^3。これが星間空間のエネルギー密度のうち最大を占める [2]。

太陽のシュバルツシルト半径

$$\frac{2GM_\odot}{c^2} = 2.95 \text{ km} \approx 3 \text{ km}$$

シュバルツシルト半径の導きかたは、正確ではないが、以下のように覚えておいても良い。質量 m の物体が質量 M の天体に拘束されているときの全エネルギーは、

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{mM}{r}.$$

物質は無限遠まで飛んでいくためには、$r \to \infty$ のとき $E > 0$ であることが必要。$E = 0$ となる速度が脱出速度。r が小さいほど重力が大きくなり、脱出速度が大きくなる。脱出速度が光速になる半径が、シュバルツシルト半径 $2G\,M/c^2$.

シュバルツシルトブラックホール (回転していないブラックホール) の回りの安定な最小円軌道の半径

シュバルツシルト半径の 3 倍。

降着円盤の内縁はこれよりも小さくなれない。X 線観測から、降着円盤の内縁は光度が大きく変化してもほとんど変化しないことがわかっている。これが、最小安定軌道に対応していると考えられ、X 線観測から内縁のサイズを求め、それからブラックホールの質量を推定することができる。

ブラックホールが回転している場合 (カーブラックホール) は、最小安定軌道は回転が早いほど小さくなる。最大回転のとき、シュバルツシルト半径の約半分にまで下がる。降着円盤の内縁が小さくなるにつれて、より顕著な相対論的効果が観測される。

---

[1] 一般に、磁場中に低エネルギー光子と高エネルギー電子が共存するときにはシンクロトン放射と逆コンプトン散乱による放射が観測されるが、磁場のエネルギー密度と低エネルギー光子密度の比が、両エネルギースペクトルの強度比を与える (式 4.76)。よって、星間磁場中の高エネルギー電子 (たとえば超新星残骸中) がシンクロトロン放射するとともに宇宙背景輻射光を逆コンプトン散乱で叩きあげるとき、観測される両スペクトル成分のエネルギーはほぼ等しくなる (4.6 節)。

[2] ただし、銀河面リッジ X 線輻射 (Galactic Ridge X-ray Emission) が拡がったプラズマからの輻射だったら、そのエネルギー密度のほうが大きくなる可能性がある。

エディントン光度 (Eddington Luminosity)

質量 M の天体が球対象で放射しているとき、これ以上明るくなると光圧で大気が飛ばされてしまう、という限界光度。大気中で質量 m を持っている粒子が、光に対する断面積 σ を持っていると考えると、

$$\frac{L_E}{4\pi r^2}\frac{\sigma}{c} = \frac{GMm}{r^2}$$

より、

$$L_E = \frac{4\pi\, c\, G\, M}{\sigma/m} = \frac{4\pi\, c\, G\, M}{\kappa}. \tag{3.5}$$

κ として、トムソン散乱の場合の値、0.4 [cm^2/g] (Eq. 3.4) を使って、まあ間違いない。

$$L_E = \frac{2\,\pi\; c^3}{0.4\,[\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}]}\frac{2G\,M_\odot}{c^2}\frac{M}{M_\odot} = \frac{2\,\pi c^3 \times 2.95\,\mathrm{km}}{0.4\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}}\frac{M}{M_\odot} = 1.3\times 10^{38}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)\ \mathrm{erg/s}. \tag{3.6}$$

球対象の場合はエディントン光度を越えられないときは明らかだが、降着円盤の X 線光度がエディントン光度を越えられるかどうか、大きな論争になっている。10^{40} erg/s を越える Ultra-luminous X-ray Sources (ULXs; Chapter **??**) が多数見つかっているが、これがエディントン光度以下で光っている $> 100M_\odot$ の「中質量ブラックホール」か、やや重めのブラックホール ($\sim 20M_\odot$) がエディントン光度を越えて光っているのか ($L > 5\ L_E$)、まだ決着がついていない。

X 線吸収と空間吸収 (extinction) の関係

星間ガス中の C, N, O, Ne, Mg, Fe などの重元素により、X 線は光電吸収を受ける。その大きさは、宇宙組成を仮定して、水素柱密度 (N_H) で見積られる [3]。一方、可視光、赤外の空間吸収 (extinction) と赤化 (reddening) はダストによる。水素柱密度の量と、各バンドの extinction, reddening の間には経験則がある。いくつかの例を挙げる。

$$N_H/A_V = 1.9\times 10^{21}\ \ \mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{mag}^{-1} \tag{3.7}$$

$$N_H/A_J = 5.6\times 10^{21}\ \ \mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{mag}^{-1} \tag{3.8}$$

$$N_H/E(J-K) = N_H/(A_J - A_K) = 1.1\times 10^{22}\ \ \mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{mag}^{-1} \tag{3.9}$$

式 (3.7) と (3.9) は Allen's Astrophyscal Quantities より。式 (3.8) は、Vuong et al. 2003, A&A, 408, 581 より。式 (3.8) と (3.9) から、

$$N_H/A_K = 1.1\times 10^{22}\ \ \mathrm{cm}^{-2}\ \mathrm{mag}^{-1}. \tag{3.10}$$

$V \to J \to K$ と波長が長くなるにつれ、一等級暗くなるのに必要な水素柱密度が大きくなる。つまり、より銀河面を「深く」見通せることに注意 [4]。

[3] 水素自身は X 線吸収に全く効かないことに注意。ヘリウムも同様。

[4] なぜか、N_H/A_K を陽に書いてある文献が見当たらない。御存知の方、教えてください。

空間吸収 (extinction) と光学的厚み (optical depth) の関係

空間吸収の量を A, それに対応するダストの光学的厚みを τ とする。空間吸収を受ける前のフラックス、等級を f_b, m_b、受けた後のフラックス、等級を f_a, m_a とすると、

$$f_a = f_b\, e^{-\tau}$$

$$m_b = -2.5 \log f_b + C, m_a = -2.5 \log f_a + C$$

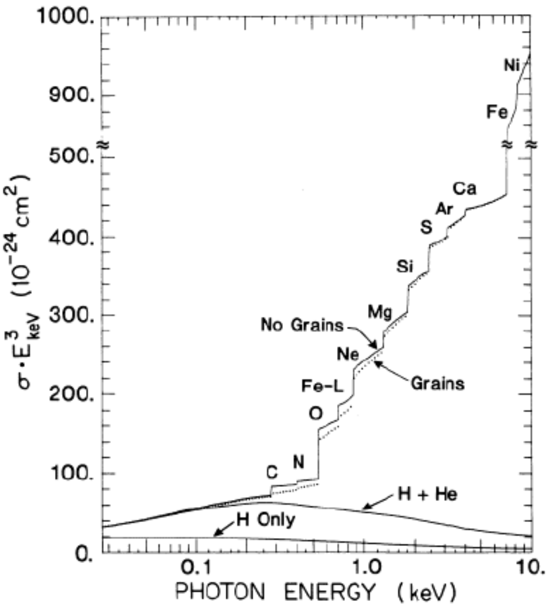
だから、

$$A = m_a - m_b = 2.5 \log(f_b/f_a) = 2.5\,\tau\ \log e = 1.09\,\tau \approx \tau. \tag{3.11}$$

つまり、extinction により星のフラックスを一等級暗くする星間ダストの量は、ほぼ光学的厚みが 1 に対応している。

X 線と K バンドの透過力の比較

式 (3.10) と (3.11) より、K バンドで $\tau \approx 1$ となるのは、$N_H \approx 1.1 \times 10^{22}$ cm^{-2} のとき。X 線に対する星間吸収の吸収断面積はエネルギーに大きく依存するが (下図参照)、1.5 keV のときに $\sim 9 \times 10^{-23}$ cm^2 となり、$N_H \approx 1.1 \times 10^{22}$ cm^{-2} に対して $\tau \approx 1$ となる。つまり、**K バンドの赤外線と 1.5 keV の X 線は、星間物質に対してほぼ同じ透過力を持つということになる。**濃い物質に遮られて可視光では見えない天体が、X 線と赤外線では観測できる、という例がよくある。



Morrison and McCammon, 1983, ApJ, 270, 119 より。

ちなみに、$l \approx 28^\circ$ の方向で、銀河円盤を貫いたときの水素柱密度は $\sim 6 \times 10^{22}\mathrm{cm}^{-2}$。$K$ バンド、あるいは 1.5 keV の X 線では貫くことは非常に難しいが、さらに高エネルギーの X 線を用いれば、簡単に銀河面の向こう側を見ることができる [5]。

重力エネルギーを解放して光っているコンパクト天体の光度

質量 M、半径 r の天体に質量降着率 $\dot{M}$ で物質が降着し、その重力エネルギーがすべて輻射に変換されたとしたときの光度 L は、

$$L \approx \frac{G M \dot{M}}{r}. \tag{3.12}$$

- 中性子星の場合

$$L \approx 2 \times 10^{38}\ \mathrm{erg/s} \left(\frac{M}{1.4\ M_\odot}\right)\left(\frac{\dot{M}}{10^{18}\ \mathrm{g\ s^{-1}}}\right)\left(\frac{r}{10\ \mathrm{km}}\right)^{-1}.$$

  小質量連星系 (Low Mass X-ray Binaries) は、小質量 ($\lesssim 1M_\odot$) の晩期型星と中性子星の連星系で、ロッシュローブオーバーフローで $\sim 10^{18}$ g s^{-1} の質量降着を引き起こす。実際に観測されている、Sco X-1 等の明るい小質量連星系 (Low Mass X-ray Binaries) の X 線光度はこの程度である。

- ブラックホールの場合
  表面がないので、アクリーションディスクでのみ重力エネルギーが解放される。ディスクの内縁を r_{in} とすると、そこでの重力ポテンシャルは単位質量あたり $-GM/r_{in}$ であるが、ケプラー回転 [6] している物体は単位質量あたり $\frac{1}{2}v^2$ の運動エネルギーを持っているので、無限遠から r_{in} に落ちるまでに円盤中で解放するエネルギーは、単位質量あたり $GM/r_{in} - \frac{1}{2}v^2 = \frac{1}{2}GM/r_{in}$. ここで運動方程式、$v^2/r_{in} = GM/r_{in}^2$ を用いた。 よって、質量降着率が $\dot{M}$ のときディスク中で解放されるエネルギーは、

$$L \approx \frac{1}{2}\frac{G M \dot{M}}{r_{in}}$$

  となる [7]。残り半分の運動エネルギーは r_{in} より中に持ちこまれ、(標準降着円盤モデ

[5] 銀河面上 $l \approx 28^\circ$ で観測された暗い ($\sim 3 \times 10^{-15}$ erg/s/cm^2 [2–10 keV]) 硬 X 線天体の大部分が背景の AGN、というのが Ebisawa et al. 2001, Science, 293, 1633 の結論。

[6] 光学的に厚い標準円盤中の物質は、中心天体の回りでケプラー回転していると考えてよい。

[7] ビリアル定理からファクター 1/2 が出てくると考えても良い。一般にビリアル定理は、閉じた粒子系 ($k = 1, 2, , , N$) について

$$\langle K \rangle = \frac{1}{2}\langle \sum_{k=1}^{N} x_k\ \frac{\partial V}{\partial x_k} \rangle.$$

ここで、$\langle K \rangle$ は運動エネルギーの時間平均、V はポテンシャル、x_k は k 番目の粒子の座標。ケプラー運動の場合は、単位質量あたりの重力ポテンシャルは $V = -GM/r$ だから、単位質量あたりの運動エネルギーの時間平均は、$\frac{1}{2}GM/r$。

ルを考える限りは) 観測されることはない。中性子星の場合は、r_{in} より内側に持ちこまれたエネルギーもすべて中性子星表面で解放されることに注意。

シュバルツシルトブラックホールの場合、$r_{in} = 3r_s = 6GM/c^2$ なので、

$$L \approx \frac{1}{12}\dot{M}c^2.$$

上の見積りは Newtonian でやっているので、正確ではない。ちゃんと一般相対論で計算すると、シュバルツシルトブラックホールの場合、

$$L = 0.057\dot{M}c^2$$

である。カーブラックホール (回転しているブラックホール) の場合、角運動量が大きいほどディスクの内縁は小さくなり、重力エネルギー解放の効率は高くなる。最も早く回転しているとき、内縁の半径はシュバルツシルト半径の半分程度、効率は ~ 0.4.

- 白色矮星の場合
  半径が中性子星の 50 倍ほどなので、重力エネルギーの解放は $\sim 1/50$ になり、

$$L \approx 3 \times 10^{35}\ \mathrm{erg/s} \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{\dot{M}}{10^{18}\ \mathrm{g\ s^{-1}}}\right) \left(\frac{r}{5000\ \mathrm{km}}\right)^{-1}.$$

22 頁で述べたように、$\sim 50 \approx 100$ eV の温度を持つ “Super-soft Sources” は、Eddington 光度 ($\sim 10^{38}$ erg/s) で光っているが、上式よりこのエネルギー源は重力エネルギーではありえないことがわかる。実際、SSS のエネルギー源は白色矮星表面における定常的な核反応と考えられている。

白色矮星のパラメーター

- 白色矮星が電子の縮退圧で支えられる最大限界質量 $\approx 1.4M_\odot$.
  これを Chandrasekhar limit という。Chandrasekhar は、1983 年の ノーベル物理学章受賞。Chandra 衛星の名前は Chandrasekhar の業績に由来する。

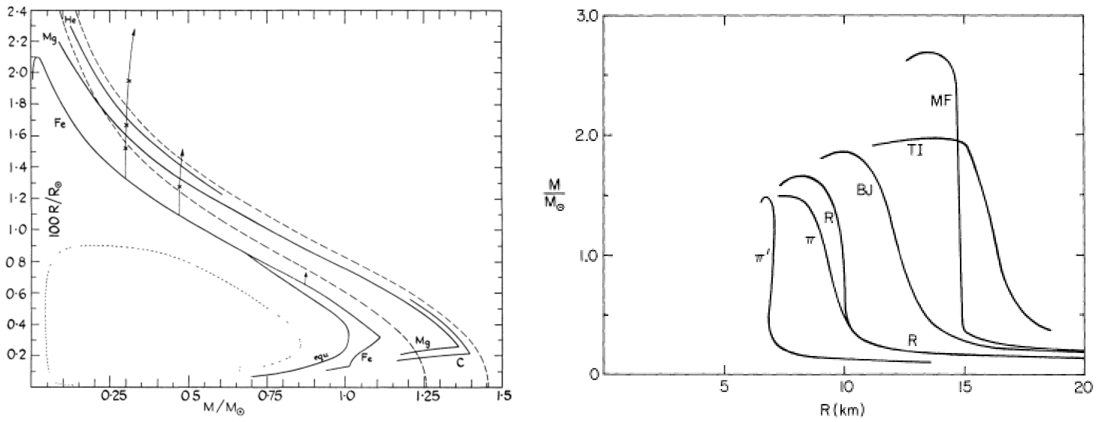
- 典型的な質量 $\approx 1M_\odot$

- 典型的な半径 ≈ 6000 km
  太陽くらいの質量で地球くらいの大きさ、と覚えておく。

- 組成と状態方程式が決まれば、質量と半径の間に一意的な関係がある。**重いほど小さくなる。**

中性子星のパラメーター

- 典型的な質量 $\approx 1.4M_{\odot}$
  進化した星 (Type II 超新星の progenitor) の縮退したコアの質量が Chandrasekhar limit に対応している
- 典型的な半径 ≈ 10 km
- 最大限界質量 $\approx 3M_{\odot}$ (これ以上重くなると中性子の縮退圧で支えきれなくなる)
- 組成と状態方程式が決まれば、質量と半径の間に一意的な関係がある。**重いほど小さくなる。**



白色矮星 (左; Hamada and Salpeter 1961,ApJ, 134, 683) と
中性子星 (右; Baym and Pethick ARAA 1979, 415) の質量-半径関係

ブラックホールのパラメーター

- 最小質量 $\approx$ 中性子星の最大限界質量 $\approx 3M_{\odot}$
- 測定されている最大の stellar black hole の質量 $\sim 14M_{\odot}$ (GRS1915+105)
- 我々の銀河中心のブラックホールの質量:$(3.7 \pm 0.2) \times 10^6 [R_0/(8\ \mathrm{kpc})]^3 M_{\odot}$ (Ghez et al. 2005, ApJ, 620, 744)
- 星の進化の最終段階でできるブラックホール (stellar blackhole) の質量の上限: $\sim 40M_{\odot}$? (Fryer 1999, 522, 413) まだよくわかっていない。
- "Stellar blackhole" ($\sim 10M_{\odot}$) と銀河中心の"supermassive blackhole" ($\gtrsim 10^6 M_{\odot}$) の中間の質量を持つ「中質量ブラックホール (Intermediate-mass blackhole)」($100 - 1000\ M_{\odot}$) は存在するだろうか？

$\longrightarrow$ Ultra-luminous X-ray Sources (ULXs) と関連して、2006 年現在活発に議論されている問題。

ブラックホールの変動の時間スケール

シュバルツシルト半径を光が横切るのに要する時間

$$\Delta t \approx \frac{2GM/c^2}{c} = \frac{2GM_\odot/c^2}{c}\frac{M}{M_\odot} \approx \frac{3\ \mathrm{km}}{3\times 10^5 \mathrm{km/s}}\frac{M}{M_\odot} \approx 10\mu\mathrm{sec}\frac{M}{M_\odot}.$$

RXTE 衛星は最大 μsec のオーダーの時間分解能の観測が可能。実際、多くのブラックホールや中性子星から、RXTE 衛星は数百 Hz の準周期変動 (Quasi Periodic Oscillation; QPO) を観測している。 しかし、シュバルツシルト半径のあたりからやってくる X 線スペクトルの時間変動を詳細に調べるには、長い観測を行って光子をためる必要がある。そのためには、$\sim 10M_\odot$ の stellar blackhole よりも $\gtrsim 10^6 M_\odot$ の supermassive blackhole のほうが適している。たとえば、$\sim 10^8 M_\odot$ のブラックホール質量を持つ明るい AGN のエネルギースペクトル変化を ~ 100 秒ごとに調べれば (それは XMM 衛星の能力で可能)、ブラックホールを取りかこむ降着円盤の動きを追うことができる。

ブラックホールの見かけの大きさ

質量 M のブラックホールまでの距離を d とすると、シュバルツシルト半径の見かけの大きさは、

$$\frac{2GM/c^2}{d} = \frac{30\ \mathrm{km}(M/10M_\odot)}{10\ \mathrm{kpc}(d/10\ \mathrm{kpc})} \approx 10^{-16}\frac{(M/10M_\odot)}{(d/10\ \mathrm{kpc})} \approx 2\times 10^{-11}\ \mathrm{arcsec}\ \frac{(M/10M_\odot)}{(d/10\ \mathrm{kpc})}.$$

銀河系内のブラックホールに関しては、これほど小さいものを直接観測するのは、現在のテクノロジーの予想内では不可能。一方、M87 を考えると、$d \approx 18$ Mpc (v=0.00437 km/s, H=72 km/s/Mpc), $M \approx 3\times 10^9 M_\odot$ (Macchetto et al. 1997, ApJ, 489, 579) で、見かけのサイズは ~ 3 μarcsec になる。距離は 10^3 倍になるが、質量が 10^8 倍なので、見かけの大きさは 10^5 倍になることがポイント。

仮に基線長 $d \sim 20$m の X 線干渉計で、$\lambda \sim 1$Å の X 線を観測したとすると、空間分解能は、$\approx \lambda/d = 1$ Å/ 20 m $\approx 5\times 10^{-12} \approx 1\mu$ arcsec。近い将来 (それでも数十年後?) X 線干渉計が実現したら、M87 のように近傍の AGN のブラックホール周辺を直接観測できるようになるかもしれない。

ブラックホールの密度

仮にブラックホールをシュバルツシルト半径 R_s を持つ古典的な球と思って、その密度 ρ を質量/球の体積で定義しよう。

$$\rho = \frac{M}{4\pi R_s^3/3} \approx 2\times 10^{16}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-2}\ \mathrm{g/s}.$$

普通の物質の質量は半径の 3 乗に比例するが、質量が半径に比例するというのがブラックホールの特徴。よって、“密度” は半径 (質量) の 2 乗に反比例する。$\gtrsim 10^8 M_\odot$ のブラックホールの密度は水の密度よりも小さくなる! 「ブラックホールは高密度」というわけではない。

3.2 X 線イベント

X 線検出装置は X 線光子ひとつひとつを検出し、そのエネルギー、位置、到達時刻を測定する。それに応じて、X 線データは FITS フォーマットの「イベントファイル」の形式で保存される [8]。イベントファイルはテーブル形式になっていて、一行が一イベントに対応。通常、到達時刻は TIME、天球上の位置は X、Y、エネルギーは PI というコラムに保存される。ここで、X、Y は実際には、天球を検出装置に投影した平面上の座標。”PI” は Pulse-Invariant の略で、エネルギーに比例したパルスハイト。それに対応して、PHA (Pulse-Height Analyzer) は、通常、エネルギースケール補正をしていない生のパルスハイトを指す。

検出装置のキャリブレーションを行い、イベントファイルを作成するのが、衛星/検出器チームの大切な使命である。また、キャリブレーションの結果、検出器のスペクトルレスポンスやイメージレスポンス (Point Spread Function; PSF) も作成する。イベントファイルやレスポンスを衛星のユーザー (Guest Observer) に送るのが、各衛星のデータセンターの重要な役割りである [9]。

---

[8] Flexible Image Trasportat System. X 線天文衛星で打ち上げ当初から全面的に FITS を採用したのは ASCA が初めて。当時私は、その FITS フォーマットを策定した NASA/GSFC ASCA Guest Observer Facility にいまして、いろいろと勉強になりました。ASCA で決めた FITS フォーマットが、その後の X 線天文衛星のファイルフォーマットの雛型になっています。

[9] 現在では、ほとんどの場合、各衛星のユーザーは”pipe-line processing” によってキャリブレーション済みのデータを受けとり、キャリブレーションの心配をせずに直ちに解析 (data analysis) を始めることができる。それが、自分でデータを” 整約 (data reduction)” しなくてはいけない地上の観測との大きな違い。また、pipe-line processing によってデータの質が均一化されているため、アーカイブスを使った研究が非常にやりやすい (アーカイブスユーザーも、元の観測者と同じ情報にアクセスできる)。

イベントファイルのX,Yコラムで二次元ヒストグラムを作ったものが天球上の画像、PIコラムでヒストグラムを作ればスペクトルファイル、TIMEコラムで作ればライトカーブになる。これらのイメージ、スペクトル、ライトカーブから、それぞれ画像解析、スペクトル解析、時系列解析を行う。必要に応じて、スペクトルレスポンスやイメージレスポンスを使う。

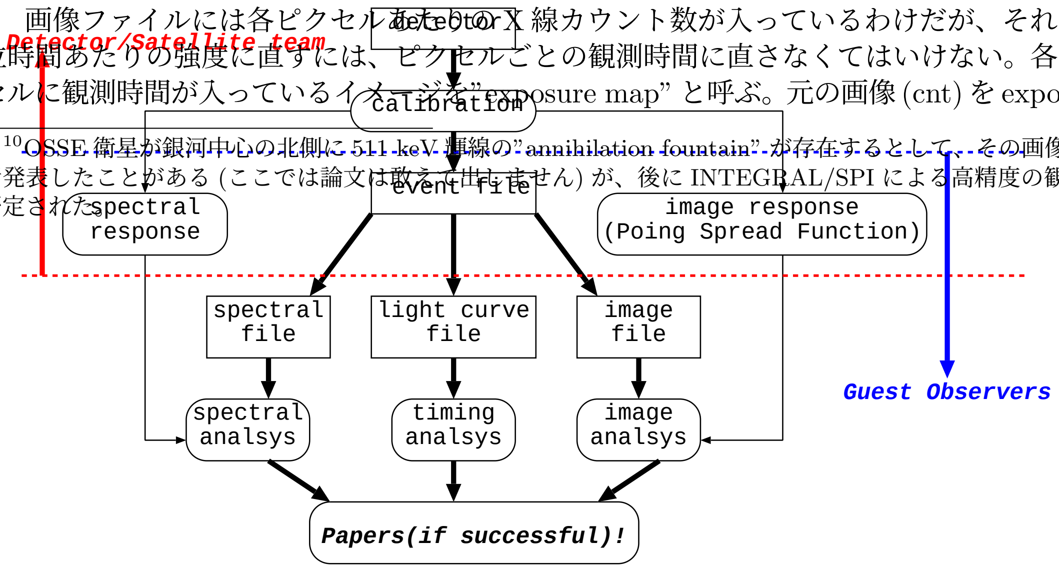
3.3 画像

PSFが非常に鋭いとき(Chandra衛星など)は、見たとおりの画像が宇宙の像だと思ってよい。それ以外の場合は、PSFで「なまされた」像を見ていることに注意。各衛星(望遠鏡)のPSFを知った上で、画像を理解することが望ましい。

また、INTEGRAL, Swiftなど“coded mask”を使った観測ではdeconvolutionによって計算された”最適解”がイメージなので、計算方法、最適化によってイメージが違いうることに注意。

RXTEやGRO衛星塔載のOSSEなど、non-imaging instrumentでスキャンを行っておおまかな”画像”を得ることもできるが、計算方法による不定性が非常に大きいことに留意する必要がある[10]。

画像ファイルには各ピクセルあたりのX線カウント数が入っているわけだが、それを単位時間あたりの強度に直すには、ピクセルごとの観測時間に直さなくてはいけない。各ピクセルに観測時間が入っているイメージを”exposure map”と呼ぶ。元の画像(cnt)をexposure



[10] OSSE衛星が銀河中心の北側に511 keV輝線の”annihilation fountain”が存在するとして、その画像を記者発表したことがある(ここでは論文は敢えて出しません)が、後にINTEGRAL/SPIによる高精度の観測で否定された。

map(s) で割ってやることによって、観測時間で規格化された天体の強度 (cnt/s) がわかる。また、exposure map にピクセルごとに有効面積を掛けておくこともある (s cm^2)。そうすると、exposure 補正した画像は、cnts/s/cm^2 という単位を持つことになる。特に複数の画像のモザイクを行うときは、このように各画像の観測時間と有効面積を規格化しておくことが必要である。

X 線観測では、可視光や近赤外線とは異なり、各光子のエネルギーを直接測ることができる。イベントファイルからエネルギーバンドごとにイメージを作り、エネルギーによる画像の違いを調べることは標準的な手法である。特に、soft, medium, har の 3 バンドのイメージを作り、それに Red, Green, Blue の色を割りあてることにより、擬似的なカラーイメージを作成することができる[11]。

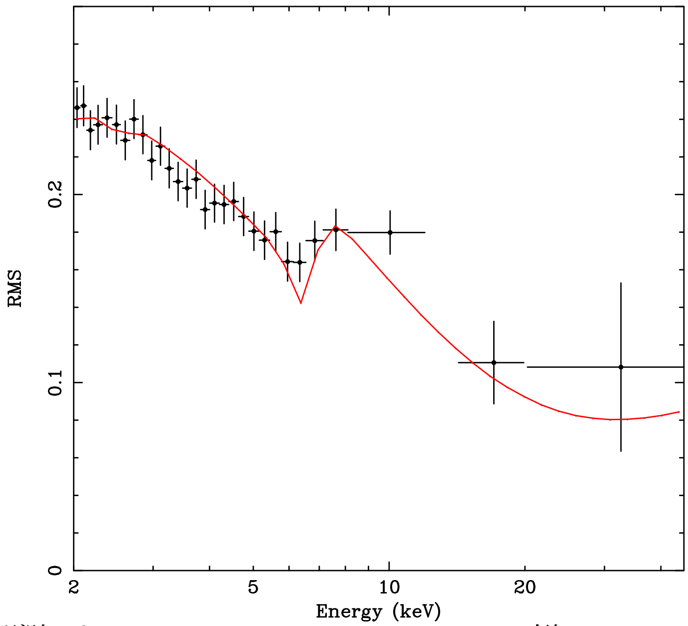
3.4 ライトカーブ、時間変動の解析

大きさ R の天体の時間変動のタイムスケールは R/c であるが、X 線観測ではコンパクト星を対象とすることが多いので、(3.1.3) で示したように短時間の変動が観測される。時間変動解析は、コンパクト星の研究のために非常に有効な手段である。ライトカーブの単位は通常 count/s。counts per sec だから cps と表示することが多い[12]。

エネルギーごとの変動を定量的に調べるために、各バンドでの変動率 (root mean squire;RMS) を求め、それをエネルギーの関数として表わしたものが良く使われる (RMS spectrum とか fractional variance と呼ばれる)。

[11] ds9 の”rgb” というコマンドラインオプションが使える。IDL の”tv” コマンドにもこの機能がある。

[12] 観測プロポーザルを書くとき、提案する天体の X 線強度を cps で書くことが要求される。もちろんこれは観測装置によって違うわけで、観測装置のレスポンスを取りこんで cps を計算する便利なツールが存在する。たとえば、http://heasarc.gsfc.nasa.gov/Tools/w3pimms.html



「すざく」が観測した MCG-6-3-15 の RMS spectrum の例。Miniutti et al. 2006 PASJ 特集号より。

また、短時間の変動の解析のために時系列データをフーリエ変換し、パワースペクトルを求めたり、予想されるパルス周期 (のあたり) でデータを折りたたむ (folding) のも、X 線でよく用いる手法である。

3.5 エネルギースペクトル

天体からのエネルギースペクトルは、”photon/s/cm^2/keV” として検出装置に入力するわけだが、観測されるのは”counts/s/channel” である。十分な検出器キャリブレーションの後、単色の X 線が入射したときのパルスハイト分布を計算することができる。これを細かい各入力エネルギーに対して計算し、ファイルに保管しておくことができる。それは入力エネルギーと出力パルスハイトの二次元行列になり、検出器のレスポンスマトリックスと呼ばれる。

レスポンスマトリックスを使って、(自由パラメーターを持つ) 入力光子スペクトルから出力パルスハイトスペクトルモデルを計算、それと観測されたパルスハイトスペクトルを比較し、最も良くあうパラメーターを求める、というのが標準的な X 線スペクトル解析の手法である。

エネルギースペクトルの表示するときの単位として、counts/s/channel、photon/s/cm^2/keV の他に、それにエネルギーを一回または二回かけて、erg/s/cm^2/keV や、erg^2/s/cm^2/keV が使われることもあるので注意すること。

Chapter 4

X線輻射の素過程

4.1 光学的厚み (optical depth)

光学的厚み τ の物質を輻射が通過すると、強度が $e^{-\tau}$ になる。考えている物質の厚さを L [cm]、水素柱密度を N_H [cm^{-2}]、密度を ρ [g/cm^3] とすると、

$$\tau = \alpha[\mathrm{cm}^{-1}]\, L[\mathrm{cm}] = \kappa[\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}]\, \rho[\mathrm{g/cm}^3]\, L[\mathrm{cm}] = N_H[\mathrm{cm}^{-2}]\, \sigma_H[\mathrm{cm}^2]. \tag{4.1}$$

α は吸収係数 (absorption coefficient)、κ は質量吸収係数 (mass absorption coefficient; opacity)、σ_H は水素原子あたりの吸収断面積 (cross section)。

輻射強度でなく、「光子」ひとつひとつに注目すると、**物質中で光子が吸収されずに τ だけ進む確率は $e^{-\tau}$、光子が進む光学的距離の平均が** $\tau = 1$。実際、

$$\int_0^\infty e^{-\tau} d\tau = 1,$$

$$\langle \tau \rangle \equiv \int_0^\infty \tau e^{-\tau} d\tau = 1.$$

$\tau > 1$ のとき、物質は光学的に厚い (不透明；大部分の光子は吸収されてしまう)、$\tau < 1$ のとき、物質は光学的に薄い (透明；大部分の光子は透過する)。光子が光学的に薄い物質に吸収される確率は、$1 - e^{-\tau} \approx \tau$。

光子が実際に進む距離の平均を l とすると、$\tau = \alpha\, l = 1$ より、

$$l = \frac{1}{\alpha}. \tag{4.2}$$

これが平均自由行程 (mean free path)。式 (4.1) と (4.2) より、

$$\tau = \frac{L}{l}. \tag{4.3}$$

4.2 輻射輸送 (radiative transfer)

輻射輸送 (radiative transfer) の式,

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu. \tag{4.4}$$

一般に、I_ν (specific intensity; brightness), S_ν (source function) は、振動数、場所、τ_ν (光学的厚み [optical depth])、その他の諸々の物理量の関数。様々な状況において「輻射輸送」の問題を解いて I_ν を求め、観測と比較するのが、天文学の伝統的な手法。散乱 (scattering) があるとき、S は I に依存し、さらに問題が複雑になる。

輻射輸送の式と、I_ν と S_ν の単位 (次元)、erg/s/cm^2/Hz/str は覚えておこう。

熱平衡の場合、Source function は温度だけで一意的に決まり、プランク関数 $B_\nu(T)$ で与えられる:

$$B_\nu(T) = \frac{2}{c^2}\frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1} \ \ [\mathrm{ergs/s/cm^2/Hz/str}] \tag{4.5}$$

この標識も覚えておくと何かと便利。次元を合わせ、偏光によって factor 2 が出てくることから思いだせるはず。

式 (4.4) を以下のように直観的に解釈できる:

“$I > S$ のとき $dI/d\tau < 0$ で、I は減少、$I < S$ のとき $dI/d\tau > 0$ で、I は増加、すなわち、I は τ に沿って S に近づこうとする。よって、τ が十分大きい (光学的に厚い) とき、I は S に一致する。”

$S_\nu = B_\nu$ を熱的輻射 (thermal emission)、$I_\nu = B_\nu$ を黒体輻射 (blackbody emission) という。**すべての熱的輻射は、光学的に厚い極限では黒体輻射になる。**

S_ν が一定 (τ に依らない) のとき、(4.4) を解くことができる。

$$I_\nu(\tau) = S_\nu(1-e^{-\tau}) + I_\nu(0)e^{-\tau} \tag{4.6}$$

光学的厚み τ の物質 (プラズマ) に向こう側から $I_\nu(0)$ という輻射が入ってきて、我々に向かって $I_\nu(\tau)$ が出てくる、というイメージ。式 (4.6) より、$\tau \gg 1$(光学的に厚い) のとき

は、すでに見たとおり、

$$I_\nu(\tau) = S_\nu. \tag{4.7}$$

特に、物質 (プラズマ) が温度 T の熱輻射をしているときは、$I_\nu(\tau) = B_\nu(T)$。つまり、プラズマの組成が何であろうと、それに入射する輻射があってもなくても、そこから出る輻射は黒体輻射になる。

$\tau \ll 1$(光学的に薄い) のとき、式 (4.6) は、

$$I_\nu(\tau) = S_\nu\tau + I_\nu(0)(1-\tau). \tag{4.8}$$

入射する輻射がないときは、第二項はゼロ。第一項より、光学的厚みに比例した、「光学的に薄い」輻射が観測される。

特に、ある線スペクトルのところだけで τ が大きい場合は、第二項より「吸収線」が観測される。第一項は輝線を与えるので、輝線が観測されるか吸収線が観測されるかは状況に依る。

式 (4.7)、(4.8) より、熱的な放射、$S_\nu = B_\nu(T)$ を考える限りは、常に $I_\nu(\tau) \leq B_\nu$. つまり、**熱的な放射の強度は、黒体輻射の強度を越えない。**

4.3 散乱がある場合

4.3.1 散乱のみ (吸収が存在しない) の場合

(4.1) と同じく、厚さ L [cm] の物質が「散乱の」光学的厚み τ_s を持っている場合を考える。長さ L の物質の、散乱の光学的厚みは、吸収の場合と同様に、

$$\tau_s = \alpha_s[\mathrm{cm}^{-1}]\ \ L[\mathrm{cm}]$$

で定義できる。α_s を、散乱の吸収係数 (absorption coefficient for scattering) あるいは散乱係数 (scattering coefficient) と呼ぶ。

物質中での光子の平均散乱回数 (散乱される確率) を N とすると、物質が光学的に薄いとき ($\tau_s < 1$) は、$N = \tau_s$。

物質が光学的に厚いとき ($\tau_s > 1$)、光子は平均して $\tau_s = 1$ 進んだあと「散乱」され、次の散乱に向かう。平均自由行程を l とすると、$l = 1/\alpha_s \approx L/\tau_s$。散乱は等方で、各散乱による移動のベクトル量を $\vec{r_1}, \vec{r_2},,, \vec{r_N}$ とすると、N 回散乱の後の移動ベクトルは、

$$\vec{R} = \vec{r_1} + \vec{r_2} +,, + \vec{r_N}.$$

N 回散乱後の平均移動距離 (たくさんの光子について二乗平均をとる) を l^* とすると、

$$l^* = \sqrt{\langle|\vec{R}|^2\rangle} = \sqrt{\langle|\vec{r_1}|^2\rangle + \langle|\vec{r_2}|^2\rangle +,, \langle|\vec{r_N}|^2\rangle + 2\langle\vec{r_1}\cdot\vec{r_2}\rangle + 2\langle\vec{r_1}\cdot\vec{r_3}\rangle,,,}$$

$$= \sqrt{\langle|\vec{r_1}|^2\rangle + \langle|\vec{r_2}|^2\rangle +,, \langle|\vec{r_N}|^2\rangle} = \sqrt{Nl^2}$$

$$= \sqrt{N} l. \tag{4.9}$$

N 回散乱した後に、光子が物質から抜け出すとすると、$L \approx l^* = \sqrt{N} l$。$\tau_s = L/l$ だから、$N = \tau_s^2$。以上まとめると、散乱の光学的厚みが τ_s の物質中で光子が受ける平均散乱回数 N は、

$$N \approx \max(\tau_s, \tau_s^2). \tag{4.10}$$

4.3.2 散乱と吸収がある場合

一般には、物質中で散乱と吸収が起きる。特に X 線放射領域領域では、水素、ヘリウムはほぼ完全に電離しているので、それらによる吸収が効かない。C、N、O 等による光電吸収が起きるわけだが、相対的に電子による散乱 (トムソン散乱) の影響が大きくなる。

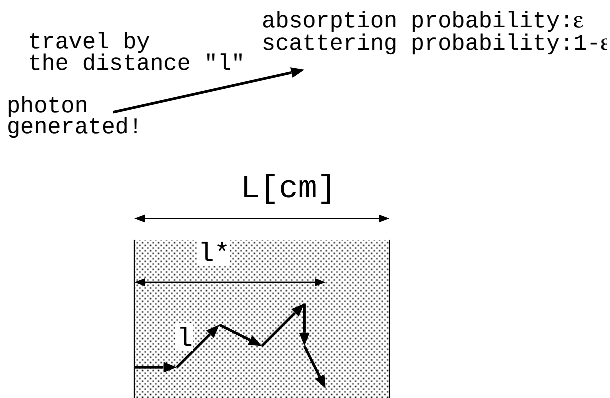
長さ L [cm] の物質中で、吸収と散乱が起きる場合を考える。吸収係数を α_a [cm^{-1}]、散乱係数を α_s [cm^{-1}] とする。吸収だけ、あるいは散乱だけ存在するとした場合の、吸収、散乱に対する物質の光学的厚みは、それぞれ $\tau_a = L\alpha_a$、$\tau_s = L\alpha_s$ となる。

光子が平均自由行程 l 進んだ後に吸収" または" 散乱が起きるとすると、

$$l = \frac{1}{\alpha_a + \alpha_s}$$

である。また、光子が l 進んだ後に吸収される確率を ϵ、散乱される確率を $1 - \epsilon$ とすると、

$$\epsilon = \frac{\alpha_a}{\alpha_a + \alpha_s}, 1 - \epsilon = \frac{\alpha_s}{\alpha_a + \alpha_s}$$



である。光子が N 回散乱を受けた後に吸収されるとすると、$N \approx 1/\epsilon$。(4.9) と同じ議論で、光子が N 回散乱されて吸収されるまでに移動する距離 l^* は、

$$l^* = \sqrt{N} l = \sqrt{\frac{1}{\epsilon}} \frac{1}{\alpha_a + \alpha_s} = \sqrt{\frac{\alpha_a + \alpha_s}{\alpha_a}} \frac{1}{\alpha_a + \alpha_s}$$

$$= (\alpha_a(\alpha_a + \alpha_s))^{-1/2}. \qquad (4.11)$$

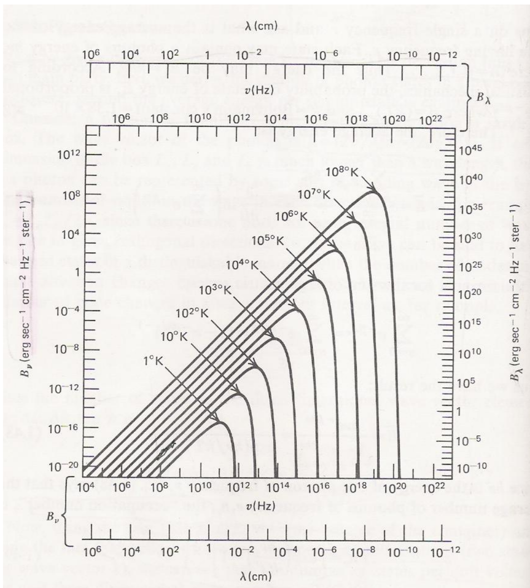
この物質の"effective optical thickness" を $\tau^* \equiv L/l^*$ で定義すると、

$$\tau^* = L\left(\alpha_a(\alpha_a + \alpha_s)\right)^{1/2}$$

$$= \sqrt{\tau_a(\tau_a + \tau_s)}. \qquad (4.12)$$

$\tau^* < 1$ のとき、物質は"effectively thin" で、光子はその中で散乱を受けるかもしれないが、通過する。$\tau^* > 1$ のときは、"effectively thick" で、光子はその中で散乱を受けた後に吸収される。

4.4 黒体輻射 (blackbody radiation)



いろいろな温度の黒体輻射スペクトル。Rybicki and Lightman "Radiative Processes in Astrophysics" より。 $\partial B_\nu(T)/\partial T > 0$ なので、(あたりまえのことではあるが) どの振動数でも T が大きいほど輻射が強くなることに注意。

4.4.1 観測との比較

黒体輻射は式 (4.5) で与えられるが、スペクトルフィッティングなどで X 線観測データ (単位時間、各チャンネルあたりのイベント数) と比較する場合には、黒体輻射の光子数 (photon flux) を用いる必要がある。観測と比べるべき量は (4.5) を $E = h\nu$ で割って、以下のとおり。

$$\frac{B_E(T)}{E} = \frac{2}{h^2c^2}\frac{E^2}{e^{E/kT}-1} \ \ [\text{photons/s/cm}^2/\text{Hz/str}]$$

$$= \frac{2}{h^3c^2}\frac{E^2}{e^{E/kT}-1} \ \ [\text{photons/s/cm}^2/\text{keV/str}].$$

X 線の光子フラックスは通常 [photons/s/**keV**/cm^2] で測るので、Hz^{-1} から keV^{-1} への変換で、分母に h が掛かることを忘れないように。

黒体輻射をしている天体までの距離を d、視線方向に投影した輻射面積を πR^2 とすると、立体角は $\pi R^2/d^2$ で与えられるので、

$$\frac{B_E(T)}{E}\left(\frac{\pi R}{d}\right)^2 = 3.15\times 10^{31}\left(\frac{\pi R}{d}\right)^2\frac{E[\text{keV}]^2}{e^{E/kT}-1} \ \ [\text{photons/s/cm}^2/\text{keV}]. \tag{4.13}$$

黒体輻射している天体を X 線で観測したとき、スペクトルフィットから温度 T が求められる。これを式 (4.13) に代入するとフラックスが R/d の関数として得られる。つまり、観測したフラックスと (4.13) を比較することにより R/d が求められる。

R に制限がついているとき (中性子星の半径など)、d に制限がつく。実際、銀河中心付近にある中性子星の X 線バーストの観測から、銀河中心までの距離に制限がついた (e.g., Ebisuzaki, Sugimoto and Hanawa 1984, PASJ, 36, 551)。

一方、d がわかっているときは、R を測定することができる。たとえば、こうやってブラックホール周辺の光学的に厚い降着円盤の内縁の半径を推定できる。さらに、それをシュバルツシルト半径の 3 倍と仮定して、ブラックホールの質量に制限がつく (e.g., Ebisawa et al. 1993, ApJ, 403, 684; 4.4.6 節参照)。

4.4.2 黒体輻射の特徴

ピークを与える周波数と波長

式 (4.5) に対応して、黒体輻射の単位" 波長" あたりの強度を与える関数 $B_\lambda(T)$ を考えると、

$$B_\nu(T)\ d\nu = -B_\lambda(T)\ d\lambda,$$

$c = \lambda\nu$、 $d\nu/\nu = -\,d\lambda/\lambda$ より、

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2/\lambda^5}{\exp(hc/\lambda kT)-1} \ \ [\text{erg/s/cm}^2/\text{Å/str}]. \tag{4.14}$$

(4.5) を ν で微分してゼロになるところが、単位周波数あたりの放射のピークを与える周波数 ν_{max} は、

$$h\nu_{max} = 2.82\, kT. \tag{4.15}$$

黒体輻射のエネルギースペクトルのピークが温度の約 3 倍にくることを覚えておくと便利。一方、(4.14) を λ で微分してゼロになるところが、単位波長あたりの放射のピークを与える波長 λ_{max} は、

$$\lambda_{max} = 0.201\, \frac{hc}{kT}. \tag{4.16}$$

$\lambda_{max}\, \nu_{max} = 0.57c \neq c$、つまり、**単位振動数 (エネルギー) あたりの黒体輻射のピークを与える振動数 (エネルギー) と単位波長あたりのピークを与える波長は違う**ことに注意。

低周波数側と高周波数側での近似式

$h\nu \ll kT$ のとき、(4.5) から、

$$B_\nu(T) \approx \frac{2\nu^2 kT}{c^2}. \tag{4.17}$$

これが古典的な Rayleigh-Jeans の法則。h **が現われないこと、**T **に比例すること**に注意 [1]。

$h\nu \gg kT$ のときは、

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-kT/h\nu}. \tag{4.18}$$

これが Wien の法則。

電波天文では Rayleigh-Jeans 側を扱うことが多いが、X 線観測では、黒体輻射のピークのあたりから Wien 側からを見ることが多い。典型的な観測範囲は 2 –10 keV、X 線バーストは ∼2 keV、降着円盤の内縁は ∼ 1 keV 等。**X 線観測 (2 − 10 keV) が Rayleigh-Jeans 側に対応するほど高温の黒体輻射をしている天体は宇宙に (ほとんど) 存在しない。**

4.4.3 黒体輻射のエネルギー密度、フラックス

$$\begin{aligned} u &= \frac{4\pi}{c}\int_0^\infty B_\nu(T)d\nu \\ &= \frac{8\pi k^4}{h^3c^3}T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}dx \end{aligned}$$

積分の値は $\frac{\pi^4}{15}$ (Mathematica を使おう!) だから、

$$u = a\, T^4$$

[1] エネルギー密度は $4\pi/c$ を掛けて、$(8\pi\nu^2/c^3)kT$。古典的な電磁的固有振動の密度が $8\pi\nu^2/c^3$ であることを思いだして、一固有振動あたり kT のエネルギーが付随していると解釈できる。

$$a \equiv \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3c^3} = 7.56 \times 10^{-15} \;\; [\mathrm{erg\ cm^{-3}\ deg^{-4}}]^2.$$
$$= 1.37 \times 10^{14} \;\; [\mathrm{erg\ cm^{-3}\ keV^{-4}}].$$

黒体輻射している表面からのフラックスを F とすると、

$$F \equiv \int I \cos\theta \, d\Omega$$
$$= 2\pi \int_0^{\pi/2} \left\{ \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu \right\} \cos\theta \sin\theta \, d\theta$$
$$= \pi \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu = \frac{c}{4}\, u = \frac{ac}{4}\, T^4 \equiv \sigma T^4, \tag{4.19}$$
$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3c^2} = 5.67 \times 10^{-5} \;\; [\mathrm{erg\ cm^{-2}\ deg^{-4}\ s^{-1}}]$$
$$= 1.03 \times 10^{24} \;\; [\mathrm{erg\ cm^{-2}\ keV^{-4}\ s^{-1}}].$$

これがステファン-ボルツマン定数。p.22 も参照。

4.4.4 黒体輻射の光子密度

黒体輻射の光子密度を n とすると、

$$n = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty B_\nu(T)/h\nu \; d\nu$$
$$= \frac{8\pi k^3 T^3}{h^3 c^3} \int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx.$$

$\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x-1} dx = 2.404$ だから、

$$n = 60.4 \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 = C\, T^3,$$

$$C = 20.3 \; [\mathrm{photons\ cm^{-3}\ deg^{-3}}]^3$$
$$= 3.17 \times 10^{22} \; [\mathrm{photons\ cm^{-3}\ keV^{-3}}].$$

また、(4.16) を用いて、

$$n \approx 0.5 \lambda_{max}^{-3}.$$

典型的な波長 λ_{max} を持つ黒体放射の光子が、空間にぎっしり詰まっている様子を思い浮かべればよい。

[2] 宇宙背景黒体輻射の温度は 2.725 K だから、エネルギー密度は 4.17×10^{13} erg/cm^3 ≈ 0.26 eV/cm^3.
[3] 宇宙背景黒体輻射の温度は 2.725 K だから、光子密度は ~ 410 photons/cm^3.

4.4.5 3 つの温度

黒体輻射の「温度」はユニークであるが、黒体輻射と「似た」輻射については黒体輻射の性質に基づいた 3 つの温度を定義することができる。黒体輻射のときは、これら 3 つの温度が一致するが、黒体輻射からの「ずれ」が大きくなるにつれて、これら 3 つの温度の違いが顕著になる。

有効温度 (effective temperature)

天体の表面から発っする、全エネルギーで積分したフラックスを F として、有効温度 T_{eff} を

$$\sigma T_{eff}^4 \equiv F$$

で定義する。球対象を仮定し、天体の半径を R とすると、光度は $L = 4\pi R^2 F$。一方、天体までの距離を d, 観測されたフラックスを f とすると、$f = L/4\pi d^2$。よって、

$$\sigma T_{eff}^4 = F = \left(\frac{d}{R}\right)^2 f$$

となり、d/R がわかっていれば、観測されたフラックスから有効温度が一意的に決まる。しかし、通常 d/R はわからず、有効温度は決まらない。一方、天体の T_{eff} を理論モデルから計算することができるので (例えば、降着円盤からの輻射)、観測されたフラックス f から、d/R を推定することができる。ただし有効温度と色温度の違いに注意 (以下参照)。

色温度 (color temperature)

観測されたエネルギースペクトルの「形」を黒体輻射の「形」に合わせ、いちばん良く合う温度を色温度 (T_{col}) と言う。**色温度は、観測データだけから決まる** (天体までの距離や天体の輻射面積によらない) ことに注意。

標準的な解析手法である **X 線のスペクトルフィットで求められる温度は色温度**である。これが一般には有効温度とは異なることに注意。

輝度温度 (brightness temperature)

ある狭い周波数 (エネルギー) 範囲で、specifici intensity I_ν を測定したとき、

$$I_\nu = B_\nu(T_b)$$

を与えるのが輝度温度、T_b。「もし天体が黒体輻射をしているとした時、観測された輝度を実現するための温度。」Rayleigh-Jeans 近似が成立し、黒体輻射が単純に温度に比例する電波天文では良く使うが、X 線天文ではほとんど使わない。

温度 T の天体が**熱的な輻射**をしているとき (熱制動放射等)、それは黒体輻射よりも効率が悪いので (section 4.4)、$T > T_b$ である。一方、天体が効率の良い**比熱的な輻射**をしているとき (シンクトロトロン放射) $T \ll T_b$ になりうる。

4.4.6 色温度と有効温度の違いによる補正

中性子星表面や降着円盤内部など、X 線領域では温度が高いので ($\gtrsim 1$ keV)、高エネルギーの電子が光子にエネルギーを与える逆コンプトン散乱 (inverse Compton scattering) の効果が顕著である [4]。大気の深いところでは黒体輻射をしているが、それが高温の大気外層で逆コンプトン散乱を受けて、スペクトルが歪む (distorted)。黒体輻射の低エネルギー側が下り、それが元の黒体輻射のピークよりも高エネルギー側に現われる (コンプトン散乱は光子数を保存することに注意)。よって、**逆コンプトン散乱が存在するとき色温度 (T_{col}) は有効温度 (T_{eff}) よりも高くなる。**

色温度と有効温度の比、T_{col}/T_{eff} を hardening factor と呼ぶことがある。中性子星表面や、降着円盤の内縁付近では、その値は (光度や円盤の半径によらずに)1.4 から 1.9 である。

厳密には逆コンプトン効果を受けて出てくるスペクトルを求めるには数値計算が必要であるが、都合の良いことに、X 線の観測領域では (≈2–10 keV)、逆コンプトン散乱を受けたスペクトルは、形は T_{col} で決まるが有効温度は T_{eff} である"diluted blackbody"、

$$I_\nu = \left(\frac{T_{eff}}{T_{col}}\right)^4 B_\nu(T_{col}) \tag{4.20}$$

で良く近似でき、hardening factor はコンスタントと思ってよい。これを式 (4.19) と同様に全周波数で積分してやると、フラックスが $F = \sigma T_{eff}^4$ となる (有効温度の定義) ことがポイント。

ブラックホールのまわりの光学的に厚い (=黒体輻射に近い) 降着円盤について、hardening factor、T_{col}/T_{eff} の影響を見てみる。円盤内縁の半径を R、有効温度を T_{eff} とすると、円盤の光度は $L \propto R^2 T_{eff}^4$。ブラックホールまでの距離が既知で、それを d とすると、観測されるフラックスは $f \propto R^2 T_{eff}^4/d^2$。$f$ は観測量、T_{eff} がわかれば R をシュバルツシルト半径の 3 倍、$6GM/c^2$ と置くことで、ブラックホールの質量 M を見積もることができる。

$$M \propto \frac{c^2}{6G} \frac{d\, f^{1/2}}{T_{eff}^2} \tag{4.21}$$

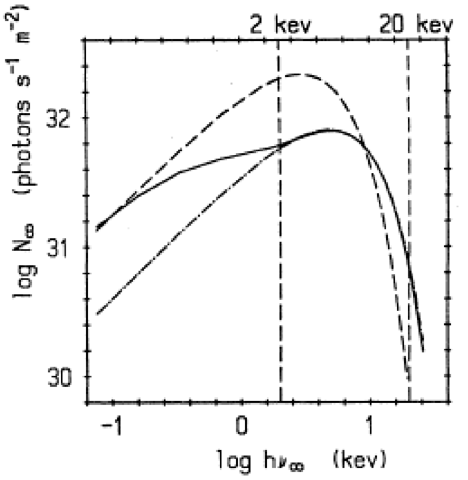
しかし、T_{eff} は観測された X 線スペクトルからはわからないことに注意。観測からわかるのはスペクトルの形をフィットして得られる色温度 T_{col}。すると、T_{eff} は $T_{col}/T_{eff} \approx 1.7$ という理論的な結果から得られる。

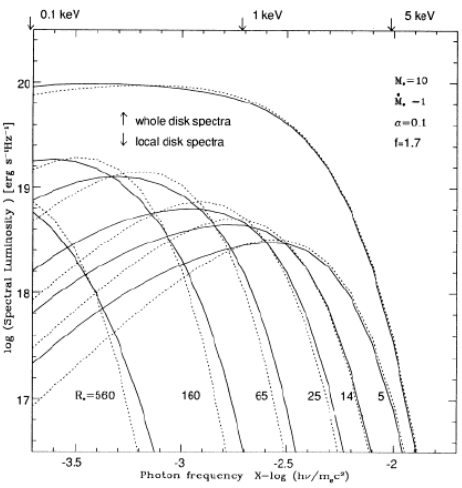
$$M \propto \left(\frac{T_{col}}{T_{eff}}\right)^2 \frac{c^2}{6G} \frac{d\, f^{1/2}}{T_{col}^2} \tag{4.22}$$

実際、こうやって見積もられたブラックホールの質量は、連星系の運動から求められたより正確な質量とよく一致する。降着円盤が黒体輻射 ($T_{col} = T_{eff}$) だと思ってしまうと、式

[4] X 線天文ではあたりまえのように「逆」コンプトン散乱が出てくるので、「逆」を言わないこともある。

(4.20) と (4.21) の比較より、ファクター $(T_{col}/T_{eff})^2 \approx 3$ だけブラックホールの質量を小さく見積もってしまうことになるので注意[5]。





左側 (Ebisuzaki 1987, PASJ, 39, 287 より):逆コンプトン効果を考慮した数値計算で求めた中性子星大気からのスペクトル (実線)。これは 2–20 keV の範囲で、”diluted blackbody”、$(T_{eff}/T_{col})^4 B_\nu(T_{col})$ で良く近似できる (一点鎖線)。その有効温度 T_{eff} を持つ黒体輻射が破線。右側 (Shimura and Takahara 1995, ApJ, 445, 780 より):降着円盤からのエネルギースペクトルの計算例。実線が逆コンプトン効果を入れた数値計算。各半径に対応するリングからのスペクトルとその和としてのディスクスペクトルを示してある。各リングからのスペクトルに対し、$f \equiv T_{col}/T_{eff} = 1.7$ のときの”diluted blackbody” と、その総和としてのディスクスペクトルが点線で示されている。

[5]歴史的には、「てんま」チームが銀河系内のブラックホールや中性子星からの X 線スペクトルが光学的に厚い降着円盤で表わされることを初めて示した (Mitsuda et al. 1984, PASJ, 36, 741; Makishima et al. 1986, ApJ, 308, 635) が、まさに、「黒体輻射」をしている降着円盤では中心天体の質量が小さくなりすぎる (あるいは円盤温度が高くなりすぎる)、という批判がなされた (White, Stella and Parmar 1988, ApJ, 324, 363)。その後「ぎんが」衛星が、光度が大きく変化しても降着円盤の内縁半径が一定である例を数多く発見し、内縁の半径が $\sim 3R_S$ に対応している (質量だけで決まっている) ことを示唆した (Ebisawa et al. 1993, ApJ, 403, 684; 1994, PASJ, 46, 375)。また、半径や光度によらず $T_{col}/T_{eff} \approx 1.7$ でほぼ一定であるという精密な計算結果 (Shimura and Takahara 1995, ApJ, 445, 780) から、その理論的な裏づけが得られた。現在では、銀河系内ブラックホールのまわりに光学的に厚い降着円盤の存在は確立しており、降着円盤の理論と X 線観測がよく一致している (e.g., David et al. 2005, ApJ, 621, 372)。また、近年、観測と理論の精度が上がったため、正確に降着円盤内縁の半径を測定し、それからブラックホールのスピンに制限をつけることも試みられている (e.g., Gierliński, Maciołek-Niedźwiecki and Ebisawa 2001, MNRAS, 325, 1253; Li-Xin et al. 2005, ApJS, 157, L335; Davis et al. 2006, ApJ, 647, 525;)。ブラックホールのスピンが $a = 0$ から $a \approx 1$ まで増加するにつれて、ブラックホールのまわりのケプラー運動の安定な最小半径 (降着円盤の内縁半径と思ってよい) が $3R_S$ から $\approx 0.5R_S$ に下がることを使う。

4.5 制動放射 (bremsstrahlung)

プラズマ中の自由電子が原子核 (主に陽子) のクーロン力によって曲げられ、それに伴う電気双極子の加速度運動によって発生する電磁波が制動放射 (bremsstrahlung) である。電子-電子、あるいは陽子-陽子では電気双極子にならないので、制動放射は発生しない。また、陽子が原子核のクーロン力に受ける影響は電子に比べてはるかに弱いので、陽子からの制動放射も考えなくて良い。

光学的に薄い熱的プラズマからは、熱制動放射 (thermal bremsstrahlung) による連続スペクトルが観測される [6]。熱制動輻射では連続成分だけを考えるが、実際には数 keV の高温プラズマ中では重元素の電離と再結合が繰り返され、プラズマの温度 (電離状態) に応じた、たくさんの輝線が観測される。

4.2 節で述べたように、**光学的に十分厚い熱的輻射はすべて黒体輻射になり、それが熱的輻射の中では最大の輻射強度を与える**。中性子星大気、ブラックホールや中性子星の周りの標準降着円盤などは光学的に厚く、黒体輻射に近いスペクトルが X 線領域で観測される (前節参照)。一方、熱制動放射は光学的に薄いプラズマから観測される。数 keV の高温プラズマによる熱制動放射による X 線を放出している天体として、白色矮星 (激変星; Cataclysmic Variables)、超新星残骸、銀河、銀河団などがある。黒体輻射の強度は強いので、とても小さい天体 (中性子星、降着円盤) からも強い X 線が観測されるが、熱制動放射の放射効率はずっと低いので、X 線で熱制動放射が観測されている天体は黒体放射をしている天体よりもはるかに大きい (**大きくなくては観測にかからない**) ことに注意。

準備 1: 電場の変化とエネルギースペクトル

時間変化する電磁場で電場と磁場は直交し、ポインティングベクトル

$$S \equiv \frac{c}{4\pi}(\mathbf{E}\times\mathbf{B}) \tag{4.23}$$

が、電磁波の進行方向のエネルギーの流れを示す。ガウス単位系で $|E||B|, |E|^2, |B|^2$ はそれぞれ、エネルギー密度 [erg/cm^3] の単位を持つことので、ポインティングベクトルは [erg/s/cm^2] という単位になることに注意。電磁波では電場と磁場の大きさは同じだから、単位時間、単位面積あたりの電磁波のエネルギーの流れ [erg/s/cm^2] は

$$\frac{dW}{dtdA} = \frac{c}{4\pi}E(t)^2 \tag{4.24}$$

となり、ある電場変化の「パルス」によって生じる全エネルギー [erg/cm^2] は

$$\frac{dW}{dA} = \frac{c}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} E(t)^2 dt \tag{4.25}$$

[6] 非熱的制動放射 (non-thermal bremsstrahlung) は銀河面からの硬 X 線放射のモデルなどで提案されている (たとえば、Yamasaki et al. 1997, ApJ, 481, 821)。

と書ける。$E(t)$ のフーリエ変換、

$$\hat{E}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{i\omega t}dt \tag{4.26}$$

を考える。フーリエ変換の性質より

$$\int_{-\infty}^{\infty} E(t)^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{E}(\omega)|^2 d\omega, \tag{4.27}$$

また、$E(t)$ は実数だから、

$$\hat{E}(-\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{-i\omega t}dt = \hat{E}^*(t) \tag{4.28}$$

以上を使うと、(4.25) は、

$$\frac{dW}{dA} = c\int_0^{\infty} |\hat{E}(\omega)|^2 d\omega \tag{4.29}$$

とかける。つまり、ひとつのパルスからの、単位振動数あたりのエネルギーフラックス [erg/cm^2/Hz] は、

$$\frac{dW}{dA d\omega} = c|\hat{E}(\omega)|^2 \tag{4.30}$$

となる。

フーリエ変換の性質より、周波数の幅 $\Delta\omega$ とパルスの持続時間 T の間に、$\Delta\omega \approx 1/T$ という関係があることに注意。 たとえば、電子が単振動しているとき、エネルギースペクトルはその振動数の単色になる (サイクロトロン放射がその例; section 3.1.2)。一方、**電場の変化が非常に短いパルスによって引き起こされるとき、広い範囲のエネルギースペクトルが観測される** (シンクロトロン輻射がその例; 次節参照)。

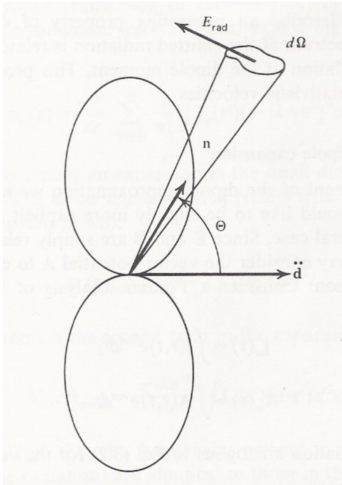
準備 2:電気双極子放射 (electric dipole radiation)

ここでは非相対論的な場合だけを考える。$\mathbf{d} \equiv \sum_i q_i \mathbf{r}_i$ を電気双極子ベクトルとすると、それが加速度運動しているとき、方位ベクトル $\mathbf{n}$、距離 R の点に生じる電場は[7]、

$$\mathbf{E}_{rad} = \frac{\mathbf{n}\times(\mathbf{n}\times\ddot{\mathbf{d}})}{c^2 R}, |\mathbf{E}_{rad}| = \frac{|\ddot{\mathbf{d}}|\sin\theta}{c^2 R}, \tag{4.31}$$

θ は $\ddot{\mathbf{d}}$ と方位ベクトル $\mathbf{n}$ のなす角。導出は、Rybicki and Lightman などの教科書参照。次元が合っていることだけは確認しておくこと。$\ddot{\mathbf{d}}$ の方向には放射はされず、その垂直方向で放射強度が最大になる (下図参照)。

[7] 静電磁場は R^{-2} で距離とともに落ちていくが、輻射場は R^{-1} でしか減少しないことがポイント。これについては Rybicki & Lightman に直感的で美しい説明があるので参考にしてください。



Rybicki & Lightman “Radiative and Processs in Astrophysics”, chapter 3 より。

(4.24)、(4.31) と、立体角 $d\Omega = dA/R^2$ を使って、電気双極子から単位立体角あたりに輻射されるエネルギー [erg/s/str] は、

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{\ddot{\mathbf{d}}^2}{4\pi c^3}\sin^2\theta. \tag{4.32}$$

立体角で積分して ($\int \sin^2\theta d\Omega = 2\pi\int_0^\pi \sin^3 d\theta = \frac{8\pi}{3}$)、電気双極子から放出されるパワー [erg/s] は、

$$P = \frac{2\ddot{\mathbf{d}}^2}{3c^3}. \tag{4.33}$$

電気双極子放射のエネルギースペクトルを考えるには、電場強度のフーリエ変換が必要。(4.31) より、

$$\hat{E}(\omega) = \frac{\sin\theta}{c^2 R}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\ddot{d}\, e^{i\omega t}dt. \tag{4.34}$$

電気双極子のフーリエ変換、

$$\hat{d}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d(t)e^{i\omega t}dt \tag{4.35}$$

を定義すると、

$$d(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\hat{d}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega, \tag{4.36}$$

$$\ddot{d}(t) = -\int_{-\infty}^{\infty}\omega^2\hat{d}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega \tag{4.37}$$

だから、(4.34) は、

$$\hat{E}(\omega) = -\frac{\sin\theta}{c^2 R}\frac{1}{2\pi}\int\int_{-\infty}^{\infty}\omega'^2\hat{d}(\omega')e^{-i\omega' t}e^{i\omega t}dtd\omega'.$$

$$= -\frac{\sin\theta}{c^2 R}\int_{-\infty}^{\infty}\omega'^2\hat{d}(\omega')\delta\left((\omega'-\omega)t\right)dt$$

$$= -\frac{\sin\theta}{c^2 R}\omega^2\hat{d}(\omega). \tag{4.38}$$

(4.30) と (4.38) より、(4.33) と同様に立体角 $d\Omega = dA/R^2$ を使って、電気双極子から放射される単位振動数、単位立体角あたりのエネルギー [erg/Hz/str] は、

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{c^3}\omega^4|\hat{d}(\omega)|^2\sin^2\theta. \tag{4.39}$$

立体角で積分して、電気双極子放射の単位振動数あたりのエネルギー [erg/Hz] は、

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{8\pi}{3c^3}\omega^4|\hat{d}(\omega)|^2. \tag{4.40}$$

制動放射のパワー

下図のように一つの電子 (電荷 $-e$) が一つの原子核 (電荷 $-Ze$) の近くを通り (インパクトパラメーター b)、クーロン力によって (ほんの少し) 曲げられる際の電気双極子輻射を、(4.40) に従って考える。

電子の速度ベクトルを $\mathbf{v}$ とすると、$\ddot{\mathbf{d}} = -e\dot{\mathbf{v}}$。(4.37) のフーリエ変換をとって、

$$\omega^2\hat{d}(\omega) = -\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\ddot{d}(t)\,e^{i\omega t}dt$$

$$= \frac{e}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\dot{v}(t)\,e^{i\omega t}dt. \tag{4.41}$$

電子が原子核のクーロン場の影響を受ける時間スケールは、$\tau \equiv b/v$ なので、上式で $-\tau < t < \tau$ の時間範囲での積分が効く。もし $\omega\tau \gg 1$ ならば、exponential の項は振動するので、

打ち消し合って積分はゼロになると近似してよい[8]。一方、$\omega\tau \ll 1$ のときは、exponential の項は 1 と近似して、垂直方向の運動方程式 $m\,dv/dt = Z\cos\theta e^2/R^2$ を用いて、

$$\omega^2\hat{d}(\omega) = \frac{e}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{Ze^2\cos\theta}{mR^2}dt$$

$$= \frac{Ze^3}{2vb\pi m}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta d\theta$$

$$= \frac{Ze^3}{vb\pi m}. \tag{4.42}$$

結局、(4.40) を用いて、速度 v を持つ一つの電子が一つの原子核の影響を受けて放出する制動輻射のエネルギー [erg/Hz] は (b の関数と考える)

$$\frac{dW(b)}{d\omega} \approx \frac{8Z^2e^6}{3\pi c^3m^2v^2b^2} \quad (b \ll v/w) \tag{4.43}$$

$$\approx 0 \qquad (b \gg v/w).$$

(4.43) は、$b \to 0, v \to 0$ で発散するので、実際には現実的な b, v の下限値を設定しなくてはいけない。

電子密度 n_e [cm^{-3}], イオン密度 n_i [cm^{-3}] のプラズマ中で電子が一様な速さ v を持っていると過程して、単位体積、単位時間あたりに放射されるエネルギー [erg/s/cm^3/Hz] を考える。ひとつのイオンに対して、インパクトパラメーター b と $b+db$ の間を単位時間あたり通過する電子の数は、$2\pi b\,db\,v\,n_e$ [s^{-1}] であることを用いて、

$$\frac{dW(b)}{d\omega dV dt} = n_e n_i 2\pi v\int_{b_{min}}^{\infty}\frac{dW(b)}{d\omega}b\,db$$

$$\approx n_e n_i 2\pi v\int_{b_{min}}^{b_{max}}\frac{8Z^2e^6}{3\pi c^3m^2v^2b^2}b\,db$$

$$= \frac{16e^6}{3c^3m^2v}n_e n_i Z^2\ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$$

$$= \frac{16\pi e^6}{3\sqrt{3}c^3m^2v}n_e n_i Z^2\frac{\sqrt{3}}{\pi}\ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)$$

$$= \frac{16\pi e^6}{3\sqrt{3}c^3m^2v}n_e n_i Z^2 g_{ff}(v,\omega). \tag{4.44}$$

[8] 4.5 節の議論より、「パルス」の持続時間は $\sim\tau$ だから、電磁波は $\Delta\omega \sim 1/\tau$ の振動数の幅を持つ。電子が速く運動しているほど高周波の電磁波が放射される (電子がゆっくり運動しているときは高周波の電磁波は放出されない)。

ここで、$g_{ff}(v,w)=\frac{\sqrt{3}}{\pi}\ln(b_{max}/b_{min})$ は、"Gaunt factor" と呼ばれ [9] 、電子のエネルギーと制動放射で放射される振動数の関数であるが、大体 ~ 1 のオーダーと思って良い。

(4.44) の次元 [erg/s/Hz/cm^3] は確認しておくこと。単位時間、単位体積あたりから放射されるエネルギーが $n_e n_i$ に比例するので、**体積 V のプラズマから単位時間に放出される制動輻射のエネルギーは、$n_e n_i V$ に比例する**。$n_e n_i V$ を Emission Measure と呼ぶことがある [cm^{-3}]。

電子-電子衝突によるエネルギー損失と制動放射によるエネルギー損失との比較

上で述べたように、プラズマ中に高速で入射した電子が原子核 (主に陽子) によって「ほんの少し」曲げられて制動放射によってエネルギーを失うわけが、それよりも他の電子とのクーロン衝突 (Coulomb collision; Coulomb drag) によって失うエネルギーのほうが圧倒的に大きい (他の電子にエネルギーを与える)。 前者を P_{brems}、後者を P_{drag} とする [erg/s/cm^3]。P_{brems} は、(4.44) を周波数で積分すれば得られる (周波数依存性は Gaunt factor のみに含まれる)。積分の上限を $\omega=\frac{1}{2}mv^2/\hbar$ として、

$$P_{brems}=\frac{8\pi n_e n_i Z^2 e^6 v\langle g_{ff}\rangle}{3\sqrt{3}c^3 m\hbar}. \tag{4.45}$$

次に P_{drag} を導いてみる [10]。一般論に戻って、質量 m_2、電荷 $Z_2 e$ の荷電粒子中に満ちたフィールド (密度 n_2；速度はゼロと近似) に、質量 m_1、電荷 $Z_1 e$ の一つの荷電粒子が x 方向に速度 $\mathbf{v}=v\mathbf{e_x}$ で入射する場合を考える。クーロン散乱の微分散乱断面積は、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4m_{12}^2 u^4}\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \tag{4.46}$$

ここで、$m_{12}\equiv m_1 m_2/(m_1+m_2)$、$\theta$ は重心系での散乱角、u は、「粒子 1」 (with $m_1, Z_1 e$) の、「粒子 2」 (with $m_2, Z_2 e$) に対する相対速度 $\mathbf{u}$ の大きさである。ただし、粒子 2 の初期速度はゼロという近似より、$u=v$。弾性散乱なので散乱の前後で相対速度の大きさ u は変らず、方向だけが、x 軸から θ だけずれる。そのベクトル変化を $\Delta\mathbf{u}$ とする。また、静止系における粒子 1 の速度ベクトルの変化を $\Delta\mathbf{v}$ とすると、

$$\Delta\mathbf{v}=\frac{m_2}{m_1+m_2}\Delta\mathbf{u}. \tag{4.47}$$

[9] $\sqrt{3}/\pi$ がつくのが標準的な定義だそうだ。
[10] Katz "High Energy Astrophysics" Section 2.2 参照。

ここで、

$$\Delta u_x = u(\cos\theta - 1) = -2u\sin^2(\theta/2)$$

である。粒子1の静止系における速度ベクトルが、単位時間あたりどれだけ散乱を受けて、その結果どれだけ変化するかを考える。衝突断面積 σ のとき、単位時間あたりの衝突回数は、$\sigma\, n_2\, v$ [1/s] だから、

$$\begin{aligned}
\frac{d\langle \mathbf{v}\rangle}{dt} &= \frac{m_2}{m_1+m_2}\int d\sigma\, n_2 v\, \Delta\mathbf{u} \\
&= \frac{m_2}{m_1+m_2} n_2 v \int \frac{d\sigma}{d\Omega}\,\Delta\mathbf{u}\, d\Omega \\
&= -\mathbf{e_x}\frac{m_2}{m_1+m_2} n_2 v 2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}\, 2u\sin^2(\theta/2)\ \sin\theta d\theta \\
&= -\mathbf{e_x}\frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4 n_2}{m_1 m_{12} v^2}\int_0^\pi \frac{\sin\theta}{\sin^2(\theta/2)} d\theta. \qquad (4.48)
\end{aligned}$$

ここで、ベクトル変化のうち、進行方向 (x 方向) と垂直な成分 (yz 成分) はキャンセルすることを用いた。$\sin\theta/\sin^2(\theta/2)$ の不定積分は $4\ln\sin(\theta/2)$ であるが、$\theta = 0$ で発散してしまうので、クーロン散乱による散乱角の下限、θ_{min} を決める必要がある。これは、これ以下の半径ではクーロンポテンシャルが r^{-1} に比例しない、という「デバイ長」λ_D を使って、

$$\theta_{min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2/\lambda_D}{m_{12}u^2/2} \qquad (4.49)$$

とする。分子はデバイ長における静電エネルギー、分母は粒子の運動エネルギーで、通常 $\theta_{min} \ll 1$。これを使って、(4.48) は、

$$\frac{d\langle \mathbf{v}\rangle}{dt} \approx -\mathbf{e_x}\frac{4\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4 n_2}{m_1 m_{12} v^2}\ln(2/\theta_{min}) = -\mathbf{e_x}\frac{4\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4 n_2}{m_1 m_{12} v^2}\ \ln\Lambda. \qquad (4.50)$$

ここで、$\ln\Lambda$ のことをクーロン対数 (Coulmb logarithm) と呼ぶ。ただし、

$$\Lambda = \frac{m_{12} v^2 \lambda_D}{Z_1 Z_2 e^2}.$$

天体物理学の多くの場面で、$\ln\Lambda$ のオーダー ≈ 1 と思って良い。

制動輻射の議論に戻って、P_{drag} を求める。単位体積あたりの入射電子の運動エネルギー損失を考えて、

$$P_{drag} = n_e \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = n_e m v \dot{v}. \qquad (4.51)$$

$\dot{v}$ として (4.50) を使う。ただし、電子-電子散乱を考えているので、$Z_1 = 1, Z_2 = 1, n_2 = Zn_i, m_{12} = m/2$。これから、

$$P_{drag} = \frac{8\pi e^4 Z n_e n_i}{mv}\ln\Lambda. \qquad (4.52)$$

結局、(4.45) と (4.52) の比は、

$$\frac{P_{brems}}{P_{drag}} = \frac{Z\langle g\rangle}{3\sqrt{3}\ln\lambda}\left(\frac{v}{c}\right)^2\frac{e^2}{\hbar c}. \tag{4.53}$$

$e^2/\hbar c$ は微細構造定数 1/137、$v/c \ll 1$ だから、 $P_{brems} \ll P_{drag}$ であることがわかる。

熱制動放射 (thermal bremsstrahlung)

(4.44) は電子が特定の速度 v を持つときの表式だが、これを実際の電子の速度分布について平均してやれば、制動輻射のエネルギースペクトルが得られる。電子分布が熱的 (Maxwell 分布) か、比熱的 (power-law) かによって、熱制動放射、非熱的制動放射になる。電子分布に応じて、前者は電子温度に対応したエネルギー $\sim kT$ にカットオフのあるスペクトルになり、後者は power-law になる。

電子が温度 T の Maxwell 分布をしているとき、速度が v と $v + dv$ の間にある確率 dP は、

$$dP \approx v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$$

だから、この重みで (4.44) を平均する。積分の下限、v_{min} は、振動数 ν の光を考えているとき、$h\nu = \frac{1}{2}mv_{min}^2$ という条件から決まる (もし $v < v_{min}$ ならエネルギー $h\nu$ の光子は発生しない)。

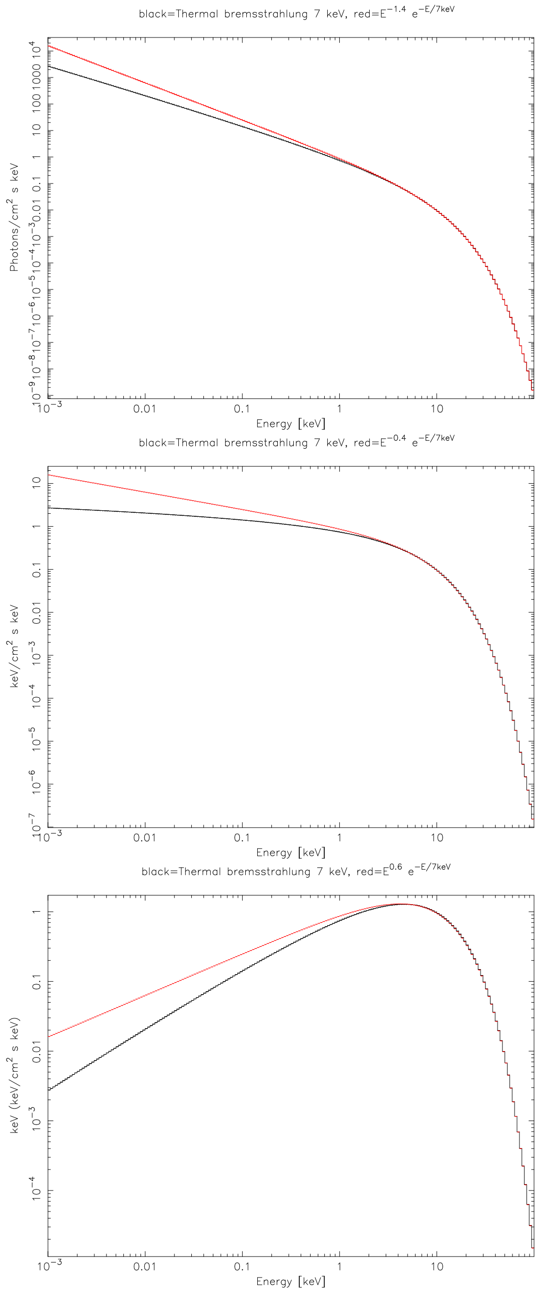
$$\frac{dW(T,\omega)}{dVdtd\omega} = \frac{\int_{v_{min}}^{\infty}\frac{dW(v,\omega)}{dVdtd\omega}v^2\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)dv}{\int_0^{\infty}v^2\exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)dv}$$

$\int_0^\infty x^2\exp(-x^2)dx = \sqrt{\pi}/4$ だから、分母は $(2kT/m)^{3/2}\sqrt{\pi}/4$、分子には $\int_{v_{min}}^\infty v\exp(-mv^2/2kT)dv$ という積分が出てくるが、$\int_a^\infty x\exp(-x^2)dx = \frac{1}{2}\exp(-a^2)$ を用いて、これは $\frac{1}{2}(2kT/m)\exp(-h\nu/kT)$。よって、温度と周波数依存性は (Gaunt factor に弱く依存することを除けば)、$T^{-1/2}\exp(-h\nu/kT)$ になる。

結局、熱制動輻射のエネルギースペクトル [erg/s/cm^3/Hz] は、

$$\begin{aligned}\epsilon_\nu^{ff} \equiv \frac{dW}{dVdtd\nu} &= \frac{2^5\pi e^6}{3mc^3}\left(\frac{2\pi}{3km}\right)^{1/2}T^{-1/2}Z^2n_en_ie^{-h\nu/kT}\bar{g}_{ff}(T,\nu)\\ &= 6.8\times10^{-38}T^{-1/2}Z^2n_en_ie^{-h\nu/kT}\bar{g}_{ff}(T,\nu) \quad \text{[CGS unit]}.\end{aligned} \tag{4.54}$$

ここで、$\bar{g}_{ff}(T,\nu)$ は、電子の速度分布について平均した Gaunt factor で、温度、周波数に依存している。X 線観測では $kT \sim h\nu$ の場合が多いが、このときは $\bar{g}_{ff}(T,\nu) \approx (h\nu/kT)^{-0.4}$ であることを覚えておくと便利。よって、以下の図からもわかるように、熱制動輻射の X 線エネルギースペクトル [erg/s/cm^2/keV] は、$E^{-0.4}\exp(-E/kT)$、光子スペクトル [photon/s/cm^2/keV] は、$E^{-1.4}\exp(-E/kT)$ で近似できる。



7 keV の熱制動輻射スペクトル (黒; xspec の brems モデル) と、7 keV に cut-off エネルギーを持つ power-law モデル (赤; $\propto E^{-p}\exp(-E/7\ \mathrm{keV})$) の比較。上から順に、光子スペクトル、エネルギースペクトル、(いわゆる)νF_ν プロット。p はそれぞれ、$1.4, 0.4, -0.6$ に

なる。

(4.54) を振動数で積分すると、温度 T のプラズマから単位時間、単位体積あたり放出される熱制動放射のエネルギー [erg/s/cm^3] になる。

$$\int \epsilon_\nu^{ff} d\nu = 6.8 \times 10^{-38} T^{1/2} Z^2 n_e n_i \bar{g}_{ff}(T) \frac{k}{h} \ \ \text{[CGS unit]}$$

$$= 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} Z^2 n_e n_i \bar{g}_{ff}(T) \ \ \text{[CGS unit]}.$$

ここで、振動数で平均した Gaunt factor は、$\bar{g}_{ff}(T) \approx 1.2$, 宇宙組成を仮定して、いろいろなイオンを考えると、$\sum_Z n_e n_Z Z^2 \approx 1.4 n_e^2$ だから [11] 結局、熱制動放射の放射効率 [erg/s/cm^3] をプラズマの温度と電子密度だけで表わす便利な公式が得られる：

$$\int \epsilon_\nu^{ff} d\nu = 2.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e^2 \ \ \text{[CGS unit]}. \tag{4.55}$$

X 線で観測される熱制動輻射の例

光学的に薄い高温プラズマから放出される連続成分は熱制動輻射である。以下のような天体から熱制動輻射による X 線が観測されている。

- 単独の恒星のコロナ、フレア。
- 晩期型星の連星系。 特に RS Cvn などの active binary。激しい磁気活動により、プラズマが加熱される。
- 激変星と呼ばれる、白色矮星と主系列星の連星系。白色矮星に物質が高速で落ちるときに衝撃波が生じ、物質が加熱される。
- 超新星残骸。衝撃波によって、星間物質が高温に加熱される。
- 楕円銀河、銀河群、銀河団。ダークマターの重力ポテンシャルによって、高温プラズマが引き留められている。

熱制動吸収 (free-free absorption)

熱制動放射 (原子核に電子の軌道が引きつけられ光子を放出) の逆過程も存在し (電子が光子を吸収し原子核から軌道が離れる)、これが熱制動吸収 (free-free absorption) である。**電波領域では free-free absorption は重要な吸収過程だが、X 線領域ではほとんど効かない。** X 線領域 ($\sim$ 0.1keV$\approx$ 10 keV) で吸収、散乱に主に効くのは L または K 殻による重元素の光電吸収と電子散乱 (トムソン散乱) である。

[11] Zombeck, “Handbook of Space and Astrophysics” 参照。

X 線領域における free-free absorption の大きさを見積もってみよう。4.2 節の輻射輸送の議論で出てきた source function S_ν [erg/s/cm^2/Hz/str] は、一般に以下のように定義される。

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu}. \tag{4.56}$$

ここで、j_ν は放射率 [erg/s/cm^3/Hz/str]、α_ν [cm^{-1}] は、吸収係数 (4.1 節参照)。熱的な放射のときはいつでも S_ν はプランク関数、$B_\nu(T)$ に等しいから、

$$\alpha_\nu = \frac{j_\nu}{B_\nu(T)}. \tag{4.57}$$

これが熱的な吸収と放射を関係づけるキルヒホッフの法則である。熱制動放射のときの放射率 j_ν^{ff} は、式 (4.54) の ϵ_ν^{ff} を使って、

$$j_\nu^{ff} = \frac{\epsilon_\nu^{ff}}{4\pi}$$

である。以上より、free-free absorption の吸収係数 α_ν^{ff} [cm^{-1}] は、

$$\begin{aligned} \alpha_\nu^{ff} &= \frac{\frac{2^5\pi e^6}{3mc^3}\left(\frac{2\pi}{3km}\right)^{1/2} T^{-1/2} Z^2 n_e n_i e^{-h\nu/kT} \bar{g}_{ff}(T,\nu)}{\frac{8\pi h\nu^3}{c^2}\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1}} \\ &= \frac{4e^6}{3mhc}\left(\frac{2\pi}{3km}\right)^{1/2} T^{-1/2} Z^2 n_e n_i \nu^{-3}(1-e^{-h\nu/kT})\bar{g}_{ff}(T,\nu) \\ &= 3.7\times10^8[\mathrm{cm}^5\ \mathrm{s}^{-3}\ \mathrm{K}^{1/2}]\, T[\mathrm{K}]^{-1/2} Z^2 n_e[\mathrm{cm}^{-3}] n_i[\mathrm{cm}^{-3}] \nu[\mathrm{Hz}]^{-3}(1-e^{-h\nu/kT})\bar{g}_{ff}(T,\nu). \end{aligned} \tag{4.58}$$

電波で温度 10000 K $\approx$ 1 eV の H II 領域を観測する場合などを考える。その温度の黒体輻射のピークは、$\approx$ 1 eV $\approx$ 1 μm $\approx$ 10^{14} Hz なので、電波領域 ($\nu \lesssim 10^{11}$ Hz) では Rayleigh-Jeans 近似 ($h\nu \ll kT$) が成立する。よって、上式は、

$$\begin{aligned} \alpha_\nu^{ff} &= \frac{4e^6}{3mck}\left(\frac{2\pi}{3km}\right)^{1/2} T^{-3/2} Z^2 n_e n_i \nu^{-2} \bar{g}_{ff}(T,\nu) \\ &= 0.018[\mathrm{K}^{3/2}\ \mathrm{s}^{-2}\ \mathrm{cm}^5]\ \ T[\mathrm{K}]^{-3/2} Z^2 n_e[\mathrm{cm}^{-3}] n_i[\mathrm{cm}^{-3}] \nu[\mathrm{Hz}]^{-2} \bar{g}_{ff}(T,\nu). \end{aligned} \tag{4.59}$$

吸収係数は ν^{-2} に比例し、周波数が低いときは H II 領域は光学的に厚くなり、高いときは光学的に薄くなる。よって、下の左側の図のように [12]、低周波側では黒体輻射になり、高周波側では熱制動輻射が観測される (4.2 節の議論参照)。制動放射のエネルギースペクト

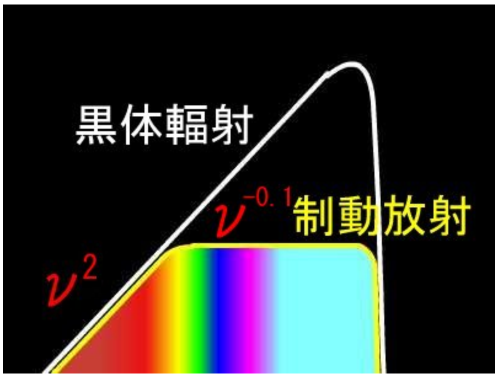
[12] http://www.shokabo.co.jp/sp_e/optical/labo/opt_cont/brems-sp.htm より。

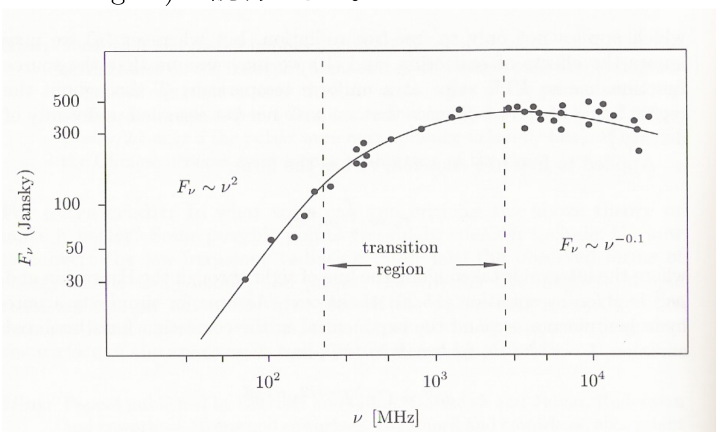
ルのべきが -0.1 になるのは、電波領域の Gaunt factor の振動数依存性から (X 線領域では -0.4 だったことに注意)。

Orion 星雲のパラメーターは[13]、$T \sim 8000$ K, サイズ $L \approx 0.6$ pc、$n_e \approx 2000$ cm^{-3}。これらのパラメーターと式 (4.59) より、Orion 星雲の free-free absorption に対する光学的厚みを周波数の関数として求めると ($Z^2 n_e n_i \sim 1.4 n_e^2, \bar{g}_{ff}(T,\nu) \sim 1$ とした)、

$$\tau_\nu^{ff} = \alpha_\nu^{ff} L = 0.25 \left(\frac{T}{8000\ \mathrm{K}}\right)^{-3/2} \left(\frac{n_e}{2000\ \mathrm{cm}^{-3}}\right)^2 \left(\frac{\nu}{10^3\ \mathrm{MHz}}\right)^{-2}$$

となり、右下の図のような電波観測結果 ($\sim 10^2$ MHz では黒体放射の Rayleigh-Jeans、$\sim 10^4$ MHz では熱制動放射、その間は transition region) が説明できる。





一方、X 線で通常用いるように温度とエネルギーを keV で表すと、

$$\alpha_\nu^{ff} = \frac{4e^6 h^2}{3mc}\left(\frac{2\pi}{3m}\right)^{1/2} (kT)^{-1/2}\, Z^2 n_e n_i\, (h\nu)^{-3}\, (1 - e^{-h\nu/kT})\bar{g}_{ff}(T,\nu)$$

$$= 7.7 \times 10^{-48} [\mathrm{keV}^{7/2}\ \mathrm{cm}^5] \times$$

$$(kT\ [\mathrm{keV}])^{-1/2}\, Z^2 n_e[\mathrm{cm}^{-3}] n_i[\mathrm{cm}^{-3}]\, (h\nu\ [\mathrm{keV}])^{-3}\, (1 - e^{-h\nu/kT})\bar{g}_{ff}(T,\nu). \tag{4.60}$$

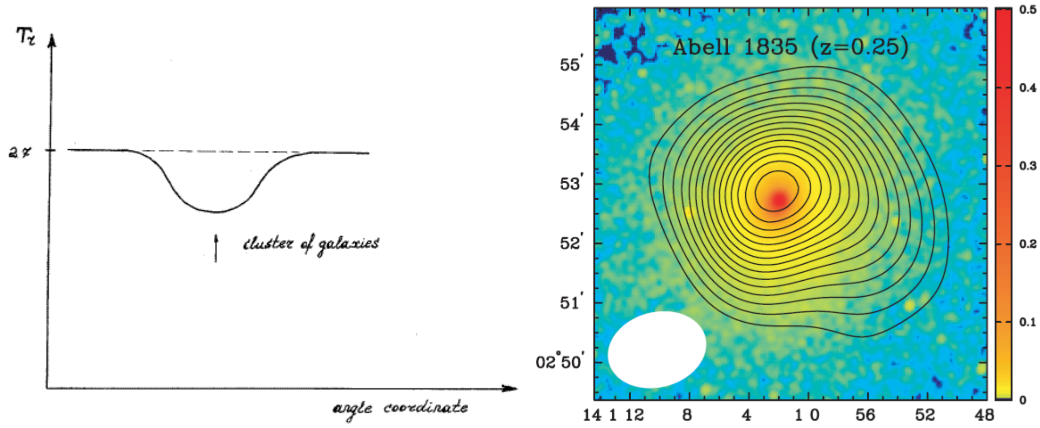
$kT \sim h\nu \sim$ keV のとき、$\alpha_\nu^{ff} \sim 10^{-48} n_e^2$ と非常に小さな値になるので、X 線領域における free-free absorption は通常は無視して構わない。

スニヤエフ・ゼルドビッチ効果 (Sunyaev-Zel'dovich effect)

1970 年に UHURU 衛星が打ち上げられ、Coma, Virgo, Perseus などの明るい銀河団が X 線を出していることがわかった。Sunyaev and Zeldovich (1972) は、もしこれらの X 線が高温

[13] これらのパラメータは右側の図と同様、Shu の"The Physics of Astrophysics" Volume 1, Problem 4-3 より。

プラズマからの熱制動輻射によるものだとしたら、背景の宇宙黒体輻射が銀河団を通過するときにコンプトン散乱を受けて、スペクトルが全体的に高エネルギー側にシフトするので、Rayleigh-Jeans 側の輝度温度が下がることを予言した (下図左側; おそるべし!)。これがスニヤエフ・ゼルドビッチ効果である。



左：Sunyaev and Zeldovich 1972, Comments, Astrophys, Space Phys. 4, 173 より。銀河団の高温プラズマ中を宇宙背景放射が通過するときの Rayleigh-Jeans 側での輝度温度の減少を予言。 右：Bonamente et al. 2006, ApJ, 647, 25 より。Chandra による Abell 1835 の X 線画像と、電波で測定した輝度温度の減少量の等高線。

Silk and White 1978, ApJ, 226, L103 は、電波によるスニヤエフ・ゼルドビッチ効果の観測と、X 線による銀河団の拡がり、プラズマの温度、フラックスを組み合わせることにより、銀河団までの距離がわかることを示した。それと赤方偏移の観測と合わせれば、ハッブル定数を求めれられる。

その原理は以下の通りである。銀河団中の電子密度、電子温度を n_e, T_e、銀河団の大きさ (視線方向と垂直な方向と奥行きも同じとする) を R、見かけの拡がりを $\Delta\theta$、銀河団までの距離を d とする。X 線による銀河団の拡がり $\Delta\theta = R/d$、X 線フラックス $f_\nu \propto L_\nu/d^2$ は直接測定でき、X 線スペクトルの「形」から T_e が測れる。一方、コンプトン散乱による輝度温度の減少を電波で測定でき、これは散乱に対する光学的厚みで決まり、銀河団中の電子柱密度と電子温度の積、$n_e R T_e \propto n_e d \Delta\theta T_e$ に比例する (よって $n_e d$ に制限がつく)。銀河団の X 線光度は (4.54) より、$L_\nu \propto R^3 T_e^{-1/2} n_e^2 \exp(-h\nu/kT_e) \propto (d\Delta\theta)^3 T_e^{-1/2} n_e^2 \exp(-h\nu/kT_e)$ なので、$f_\nu \propto \frac{(n_e d)^2}{d} \Delta\theta^3 T_e^{-1/2} \exp(-h\nu/kT_e)$。$f_\nu, n_e d, T_e$ がわかっているので、銀河団までの距離 d に制限がつく。これと赤方偏移から、ハッブル定数が決まる。(結局、電波で観測される光学的厚みは $n_e d$ に比例し、X 線で観測されるフラックスは $n_e^2 d$ に比例するところがポイント。)

実際には、スニヤエフ・ゼルドビッチ効果によりハッブル定数を正確に求めるためには、X 線の輝度分布、温度分布と電波による輝度温度の減少量を、銀河団の中心だけでなくいろいろな半径で求め、非一様なプラズマ分布を用いた解析を行わなくてはならない。初期の X

線観測の精度は不十分だったため、スニヤエフ・ゼルドビッチ効果によるハッブル定数の見積もりの不定性は大きく、特に極端に小さな値に偏っていた (たとえば、Birkinshaw, Hughes and Arnaud 1991, ApJ, 379, 466; Inagaki, Suginohara and Suto 1995, PASJ, 47, 411)。しかし、近年の Chandra 衛星を用いた高精度の観測では、HST key projet とコンシステントな、もっともらしいハッブル定数の値が得られている ($\sim$77.6 km s^{-1} Mpc^{-1}; Bonamente et al. 2006, ApJ, 647, 25)。

4.6 シンクロトロン放射と逆コンプトン (Inverse Compton) 散乱

高エネルギーの電子が存在するとき、シンクロトロン放射や逆コンプトン (Inverse Compton) 散乱による X 線、ガンマ線輻射が支配的になる。両者は全く異なった物理過程であるが、同じ電子分布から両者によって生じたスペクトルを同時に観測することも多い。

X 線天文学で良くお目にかかるのは以下のような場合である。

- Thermal Comptonization
  高温プラズマ中の電子 (温度 $\approx kTe$) が、低エネルギーの光子 (エネルギー $\approx E_{soft}$) を逆コンプトンで高エネルギー側に叩きあげる。$E_{soft} \ll E \ll kTe$ のエネルギー範囲のスペクトルは power-law になり (べきは電子温度と散乱の光学的厚みで決まる)、$E \gtrsim kTe$ では exponential で落ちる。ブラックホール連星の low state[14]、セイファート銀河の X 線スペクトルなどが thermal Comptonization だと考えられている。

- シンクロトロン放射と non-thermal Comptonization
  わずかな磁場と非熱的な高エネルギー電子が存在するとき、電波から X 線まで広い範囲にわたってシンクロトロン放射が観測される。また、同じ高エネルギー電子が低エネルギー光子を逆コンプトン散乱で叩き上げることによる高エネルギースペクトルも観測される。
  Blazar[15] からの広い波長範囲にわたる放射は、高エネルギーまで加速された電子がシンクロトロン放射 (電波から X 線領域) すると共に、それによって生成された光子の一部を同じ電子が逆コンプトンで叩き上げる (ガンマ線領域)、"Synchrotron Self Compton (SSC) モデル" で説明されている。
  超新星残骸のシェルでは衝撃波による電子加速が起きていて、そこからのシンクロトロン放射がシェルに沿って電波や X 線で観測されている。また、同じ電子が宇宙背景

[14] ブラックホール連星系は、high state, low state というはっきりと区別がつく二つのスペクトル状態 (bimodal states) を持つ。

[15] McGraw-Hill, Dictionary of Astronomy による定義: "A type of quasar whose light exhibits strong optical polarization and large variability." Oxford, Dictionary of Astronomy による定義: "A class of extragalactic, violently objects that includes BL Lacertae objects and optically violently variable (OVV) quasars, from which the name is contracted. They are thought to be the high-speed jet of plasma and radiaion from an active galactic nucleus viewed nearly end-on. The OVV quasars have broad emission lines in their spectra, but otherwise show all the characteristics of BL Lac objects."

放射による光子を MeV ≈ TeV ガンマ線領域まで叩き上げるので、やはりシェルに沿ったガンマ線放射が観測されている。

4.6.1 用語の整理: トムソン散乱、コンプトン散乱、逆コンプトン散乱

以下、培風館の「物理学辞典」の各項目から抜粋。

トムソン散乱 (Thomson scattering)

長波長 (低エネルギー) の光の自由電子による散乱を言い、短波長 (高エネルギー) の光のコンプトン散乱の低エネルギー極限に対応する。古典電磁気学によると電子は入射光に伴う電場により振動する。その際に電子の得る速度を光速に比べ無視すると、電子は入射光と同じ振動数の散乱光を双極放射する。全断面積は、$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2$ (r_0 は古典電子半径)。

コンプトン散乱 (Compton scattering)

電子による X 線光子の散乱。単色の X 線が電子に当たって散乱されると散乱 X 線の中に入射 X 線と同じ波長の X 線の他に、入射 X 線の波長よりも $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\theta)$ だけ波長が長いものが含まれる (θ は X 線の散乱角)。$\lambda_C = h/mc \approx 0.02426\mathring{A}$ で、λ_C は電子のコンプトン波長と呼ばれる。この効果は古典電磁気学では説明できない。X 線を光子として扱い、電子との衝突を古典力学の弾性衝突と考えることによって定量的に説明できる。

一般に、トムソン散乱を含めてコンプトン散乱ということもあるが、特に区別する必要のあるときはトムソン散乱を除いた部分を狭義のコンプトン散乱と言う。コンプトン散乱の断面積はクライン-仁科の公式で与えられ、これは入射 X 線の波長が長いとき、トムソン散乱の断面積と一致する。

逆コンプトン効果 (inverse Compton effect)

高エネルギーの電子がマイクロ波や赤外線のようなエネルギーの低い光子と弾性散乱して、エネルギーの高いガンマ線を生じる現象。一方、コンプトン効果は高エネルギーの光子と低エネルギーの電子との弾性散乱によって、より低いエネルギーの光子が生じる現象であるが、これら二つの過程は見ている座標系が異なるだけで基本的には同一の過程であり、「逆」の字を省くことも多い。

4.6.2 電子分布とエネルギースペクトル

黒体輻射の場合を除けば、すでに制動輻射の議論で見たように、ある電子分布 (熱的プラズマの場合は Maxwellian; 57 頁) から放出される光子のエネルギースペクトルは、電子一個の電磁相互作用によって放出、あるいは散乱される一個の光子を考え、それを電子の分布で積分することによって得られる (式 4.54)。

一般に、エネルギー E を持つ電子の位相空間での分布確率を $n(E)$, エネルギー E の電子一個から周波数 ν の光子が放出される割合を $\mathcal{F}(\nu, E)$ とすると、エネルギースペクトルは電子分布を位相空間で積分して、

$$F(\nu) = \int d^3p\, n(E)\, \mathcal{F}(\nu, E). \tag{4.61}$$

あるいは、エネルギー空間での電子分布を $N(E)dE$ として、

$$F(\nu) = \int dE\, N(E)\, \mathcal{F}(\nu, E). \tag{4.62}$$

電子が熱的な場合は、$n(E) \approx \exp(-E/kT)$。エネルギー E の電子が作る光子の最大周波数は $h\nu = E$ で与えられ、一般に $\mathcal{F}(\nu, E)$ は、ν に対してゆっくりと変化する関数。よって、非常に大ざっぱな近似として、

$$\mathcal{F}(\nu, E) \sim \begin{cases} \mathcal{F}_0 & \text{for } h\nu \le E, \\ 0 & \text{for } h\nu > E, \end{cases} \tag{4.63}$$

と考えても良い (制動放射のときは、$\mathcal{F}_0$ に $1/\sqrt{E}$ の依存性があった; 式 4.44)。すると、(4.61) は、

$$\begin{aligned} F(\nu) &\sim \mathcal{F}_0 \int_{E=h\nu}^{\infty} d^3p\ \exp(-E/kT) \\ &\sim \mathcal{F}_0 \int_{E=h\nu}^{\infty} \sqrt{E}\ \exp(-E/kT)\, dE \\ &\sim \mathcal{F}_0 \exp(-h\nu/kT), \end{aligned} \tag{4.64}$$

となり、カットオフエネルギーが温度で決まる ($\sim kT$)、exponential 型のエネルギースペクトルが観測されることがわかる [16]。

次に電子が非熱的な分布をしていて、最高エネルギーが静止エネルギーよりもはるかに高い場合 [17] を考える。電子一個のエネルギーは、$E = mc^2\gamma$ であるが、非常に良く出てくるのは電子のエネルギー分布がべき関数、

$$N(E)dE \propto \gamma^{-p}\, d\gamma \tag{4.65}$$

で表わされる場合である。様々な物理機構、天体において、このような電子のエネルギー分布が実現していると考えられている。また、エネルギー $E = mc^2\gamma$ を持つ一つの電子を考えたとき、

[16] 熱制動放射のときは、57 頁で見たとおり、$\mathcal{F}_0$ 中の $1/\sqrt{E}$ と打ち消しあって、きれいな議論になる (式 4.54)。$\mathcal{F}_0$ がコンスタントなときは、$\int_a^\infty \sqrt{x}\, e^{-x} dx = \sqrt{a}\, e^{-a} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathrm{erfc}(\sqrt{a})$, $\mathrm{erfc}(z) = 1 - \mathrm{erf}(z)$, $\mathrm{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ を使う。Mathematica を使えば、さらさらとできますね。

[17] $\gamma \equiv 1/\sqrt{1-(v/c)^2} \gg 1$; こういう場合を "相対論的" (relativistic) という。

1. 放出される光子の典型的なエネルギー ($\equiv h\nu_c$) が γ^2 に比例し、
2. 振動数 ν を持つ光子が放出される割合は $\mathcal{F}(\nu, E) = S(\nu/\nu_c)$ という関数形で表わされる

場合を考える。相対論的な電子によるシンクロトロン放射、逆コンプトン放射では、これらの条件を満たすことがわかっている (ここがポイント!)。

すると、(4.61) は、

$$F(\nu) = \int S(\nu/\nu_c)\gamma^{-p}\, d\gamma$$

と書ける。ここで、$\nu_c \propto \gamma^2$ を使って、積分変数を γ から ν/ν_c に変換する (ここがもう一つのポイント!)。

$$\frac{d\gamma}{\gamma} \propto \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{-1} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)$$

を使って、

$$\begin{aligned}
F(\nu) &= \int S(\nu/\nu_c)\gamma^{-p+1}\, \frac{d\gamma}{\gamma} \\
&= \int S(\nu/\nu_c)\nu_c^{-p/2+1/2}\, \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{-1} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \\
&= \int S(\nu/\nu_c)\left(\frac{\nu_c}{\nu}\right)^{-p/2+1/2} \nu^{-p/2+1/2}\, \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{-1} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right) \\
&= \nu^{-\frac{p-1}{2}} \int S(\nu/\nu_c)\, \left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)^{\frac{p-3}{2}} d\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right).
\end{aligned} \tag{4.66}$$

(4.65) の電子分布が十分広いエネルギー範囲に渡っているとき、積分範囲を 0 から ∞ にすると、積分値は ν に依らない。結局、相対論的な電子のエネルギー分布が power-law、γ^{-p} で表わされるとき、そこから期待されるシンクロトロン放射あるいは逆コンプトン放射のエネルギースペクトルも power-law になり、そのべきは、

$$s = \frac{p-1}{2} \tag{4.67}$$

になる、という重要な結果が得られる。

4.6.3 シンクロトロン放射

25 頁で述べたように、磁場に垂直な方向に電子が円運動するときのサイクロトロン振動数 (Laromor frequency) は、

$$\nu_L = \frac{eB}{2\pi m_e c} \tag{4.68}$$

エネルギー $mc^2\gamma$ の電子がシンクロトロン放射で放出する光子の典型的な振動数は [18]、

$$\nu_c = \frac{3\gamma^2 eB\sin\alpha}{2\pi m_e c}. \tag{4.69}$$

α は磁場と電子の運動の向きのなす角度 (ピッチ角)。一つの電子から単位時間あたりシンクロトロン放射で放出されるエネルギー [erg/s] は、

$$P_{synch} = \frac{4}{3}\sigma_T c\beta^2\gamma^2 U_B. \tag{4.70}$$

ここで、σ_T はトムソン散乱断面積、U_B は磁場のエネルギー密度 [19]、$B^2/8\pi$。電子が拡がり σ_T を持って、光速で走っている磁場とぶつかりあっているようなイメージ。

4.6.4 電子エネルギー、磁場、シンクロトロン光子エネルギーの関係

厳密な計算によると、エネルギー $mc^2\gamma$ を持つ一つの電子からのシンクロトロン放射スペクトルのピークは、$0.29\nu_c$ である。具体的な磁場 B、電子エネルギー E_e について、シンクロトロン放射スペクトルのピークエネルギー E_p を求めてみよう。ここで、ボーア磁子 $\hbar e/2mc = 9.3\times10^{-21}$ erg/gauss, $\gamma \approx 2\times10^7(E_e/10\ \mathrm{TeV})$ を用いる。

$$\begin{aligned}
E_p &= 0.29\times h\nu_c \approx 0.29h\frac{3\gamma^2 eB}{2\pi mc} = 0.29\times 6\gamma^2 B\frac{\hbar e}{2mc} \\
&= 1.7\times\left(2\times10^7(E_e/10\ \mathrm{TeV})\right)^2\left(\frac{B}{1\mathrm{mG}}\right)1\mathrm{mG}\times9.3\times10^{-21}[\mathrm{erg/gauss}] \\
&= 6.3\times10^{-9}\left(\frac{E_e}{10\ \mathrm{TeV}}\right)^2\left(\frac{B}{1\mathrm{mG}}\right)[\mathrm{erg}] \\
&\approx 4\ \mathrm{keV}\left(\frac{E_e}{10\ \mathrm{TeV}}\right)^2\left(\frac{B}{1\mathrm{mG}}\right).
\end{aligned} \tag{4.71}$$

これが、Koyama et al. (1995), Nature, 378, 255, "Evidence for shock acceleration of high-energy electrons in the supernova remnant SN1006" で引用されている式。

Koyama et al. (1995) は、ASCA 衛星を用いて、超新星残骸 SN1006 のシェル部分から、非熱的なエネルギースペクトル (=power-law で表され、輝線がない) を観測した。これをシンクロトロン放射と考え、典型的に超新星残骸中の磁場強度を 6–10 μG、X 線スペクトルは ~ 20 keV まで伸びていることから、電子エネルギーは 200 TeV 以上と見積った。それまで高エネルギーの宇宙線 (cosmic-ray) は超新星残骸中の衝撃波面で加速されているという説はあったが、それを直接検証することはできなかった。ASCA の SN1006 の観測が初めて、(間接的にではあるが) 超新星残骸中の粒子加速の証拠を示した。

[18] 教科書 (論文) によって定義が違う。Katz はこの定義と同じ。Shu, Rybicki & Lightman では、(4.69) の 1/2 を ν_c としている。

[19] B を Gauss で表わしたとき、$B^2/8\pi$ は [erg/cm^3] という単位になることを思いだそう。

4.6.5 "Equipartition" condition

シンクロトロン放射によって単位時間、単位体積から放出されるエネルギー S [erg/s/cm^3] は、電子密度を N_0 [cm^{-3}] とすると、式 (4.70) より、

$$S \propto N_0 \gamma^2 U_B.$$

一方、電子のエネルギー密度は $U_e \propto N_0 \gamma$, 磁場のエネルギー密度は $U_B \approx B^2$ で、全エネルギー密度は、$U = U_e + U_B$。特定の振動数に注目したとき、式 (4.69) より $\gamma \propto B^{-1/2}$ の関係がある。よって、

$$S \propto N_0 \gamma \gamma B^2 \propto N_0 \gamma B^{3/2} \propto U_e U_B^{3/4}.$$

全エネルギー密度 U_B は一定として、U_e と U_B にどういう割合でエネルギーを分配したら、シンクロトロン放射エネルギー S が最大になるかを考える。

$$S \propto (U - U_B) U_B^{3/4}$$

$$\frac{\partial S}{\partial U_B} \propto \frac{1}{4} U_B^{-1/4} (-7U_B + 3U) = 0.$$

よって、$U_B = \frac{3}{7}U$、$U_e = \frac{4}{7}U$ のときに、S が最大になることがわかる。これはおおざっぱに、$U_B \approx U_e$ と考えても良い。つまり、**磁場のエネルギー密度と電子のエネルギー密度がほぼ等しいとき、そこからのシンクロトロン放射のエネルギーは最大になる。**

あるいは逆に、**シンクロトロン放射が観測されたとき、そこでは磁場のエネルギー密度と電子のエネルギー密度がほぼ等しくなっている (equipartition) 可能性が高い。** 限られた観測量から天体のパラメーターを見積もるとき、equipartition の条件を仮定することが多い。

4.6.6 ローレンツ変換

実験室系での入射光子の振動数を ν、電子の静止系での入射光子の振動数を ν' とする。電子は速さ v を持ち、$\beta = v/c, \gamma = \left(1 - \beta^2\right)^{-1/2}$。実験室系で、電子の進む方向と入射光子方向との間の角を θ とすると、ドップラー効果の公式より、

$$\nu' = \nu \gamma (1 - \beta \cos\theta). \tag{4.72}$$

電子の静止系で、$h\nu' \ll m_e c^2$ とすると、この系ではトムソン散乱と考えられて、振動数 (エネルギー) は散乱の前後で変化しないので、散乱後の振動数も ν'。電子の静止系で、電子の進む方向と散乱光子方向との間の角を θ' とすると、実験室系での散乱後の振動数 ν'' は、

$$\nu'' = \nu' \gamma (1 + \beta \cos\theta'). \tag{4.73}$$

θ も θ' も $\sim \pi/2$ 程度なので、結局上の二つの式から、

$$\nu'' \sim \gamma^2 \nu \tag{4.74}$$

となる。**相対論的電子による一回の逆コンプトン散乱で、入射光子のエネルギーは γ^2 倍になる。**

4.6.7 逆コンプトン (Inverse Compton) 散乱

エネルギー $mc^2\gamma$ の一つの電子がコンプトン散乱によって単位時間に放出するエネルギーの割合 [erg/s]:

$$P_{compt} = \frac{4}{3}\sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_{ph} \tag{4.75}$$

ここで、U_{ph} は光子のエネルギー密度。

(4.70) と (4.75) から、低エネルギー光子 (エネルギー密度 U_{ph})、磁場 (エネルギー密度 U_B)、高エネルギー電子が共存しているとき、その高エネルギー電子がシンクロトロン放射で放出するエネルギーと、低エネルギー光子を逆コンプトン散乱して放出するエネルギーの比は、

$$\frac{P_{synch}}{P_{compt}} = \frac{U_B}{U_{ph}}. \tag{4.76}$$

ここで、星間空間の典型的な磁場強度、$\sim 3\mu$Gauss を考えると、

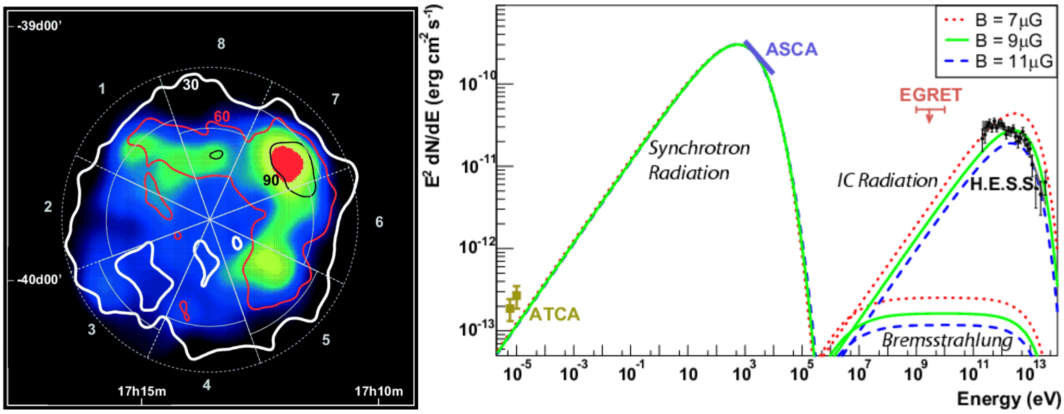
$$U_B \approx (3\times 10^{-6})^2/(8\pi) \sim 3.6\times 10^{-13} \ \ [\mathrm{erg/cm^3}] \sim 0.22\ [\mathrm{eV/cm^3}]. \tag{4.77}$$

一方、宇宙背景黒体輻射を考えると (p.46 の脚注)、$U_{ph} \approx 0.26$ eV。つまり、**星間空間に高エネルギー電子が存在するとき、そのシンクトロトロン放射によるエネルギーと、宇宙背景黒体輻射の光子を逆コンプトンで叩き上げて出る逆コンプトン放射によるエネルギーは、ほぼ等しい。**

4.6.8 超新星残骸 RXJ 1713.7–3946 の例

超高エネルギーに加速された電子 ($\sim$100 TeV) によるシンクロトロン放射と逆コンプトン散乱を起こしていると考えられている天体の一つに、超新星残骸 RXJ 1713.7–3946 (Aharonian et al. A&A 2006, 449, 223 and references therein) がある [20]。超新星のシェル部分で加速された電子の出すシンクロトロン放射が X 線で観測され、その電子が背景の宇宙黒体輻射の光子を逆コンプトンで叩きあげ、TeV ガンマ線で観測される。X 線と TeV ガンマ線のイメージがよく相関していることから (下左図)、同じ電子が両方の輻射を担っていると考えられる。

[20] 本文で述べた、TeV ガンマ線を宇宙背景放射の逆コンプトン散乱で説明するモデルの他に、陽子の π^0 崩壊による ($pp \rightarrow \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$) と考えるモデルもある。



左は ASCA のイメージ (1–5 keV) と HESS による TeV ガンマ線強度のコントア。北西のシェルに沿って X 線とガンマ線が光っているので、そのシェル中で電子加速が起きていると考えられている。右は、電波 (ATCA)、X 線 (ASCA)、ガンマ線 (HESS) のエネルギースペクトルとそれを説明するモデル。仮定した電子のエネルギー分布は、ベキが $p=2$、exponential cut-off energy=100 TeV。縦軸の単位に注意 (いわゆる $\nu f(\nu)$ プロット、あるいは $EF(E)$ プロット)。

上右図のスペクトルから、以下を読み取れる。

1. 電子の cut-off energy = 100 TeV なので、$mc^2\gamma \approx$100 TeV より、$\gamma \sim 2\times10^8$。一方、2.7 K の黒体輻射の単位周波数あたりの放射のピークエネルギーは、$\sim 2.8kT$ にくるから (式 4.15)、典型的な光子エネルギーは、$\sim 2.7\times2.8/11604 = 7\times10^{-4}$ eV。式 (4.74) にあるように、逆コンプトン散乱によって光子のエネルギーは γ^2 に叩き上げられるから、$7\times10^{-4}\times(2\times10^8)^2 \sim 30$ TeV となり、TeV 領域で観測されるガンマ線が逆コンプトン散乱で説明できる。

2. X 線のエネルギー：式 (4.71) に従い、100 TeV の電子が $\sim 10\mu$G の磁場中で放出するシンクロトロンスペクトルのピークは、~ 4 keV。よって、ASCA で観測した X 線領域 (1–10 keV) より下では power-law で、ASCA のバンドより上では急激に落ちるシンクロトロンエネルギースペクトルを理解できる。

3. 電子は (4.65) で表わされる power-law 分布、$\propto E^{-p}$ に従い、$p=2$。(4.67) より、シンクロトロン放射と逆コンプトン散乱の「エネルギースペクトル」のベキは $(2-1)/2=0.5$ (縦軸を [erg/s/cm^2/keV] で表わしたとき、$\propto E^{-0.5}$)。ここでは縦軸にもう一つエネルギーを掛けて、$\nu f(\nu)$ プロット ([erg/s/cm^2]) で表わしているから、各成分のべきは $\propto E^{0.5}$ (右上がりの部分)。

4. $\nu f(\nu)$ プロットの便利な点は、横軸 (エネルギー) を対数で表わしたとき、スペクトルをエネルギーの対数で積分したら、そのエネルギー範囲で放射されるエネルギーになること。実際、

$$\int E^2 \frac{dN}{dE} d(\log E) = 0.434 \int E^2 \frac{dN}{dE} d(\ln E) = 0.434 \int E\, dN\ [\mathrm{erg/s/cm^2}].$$

つまり上右図で、二つの「山」型の面積が、それぞれシンクロトロン輻射のエネルギー、逆コンプトン散乱 (IC Radiation) のエネルギーになる。その比は、(4.76) で与えられ、そこで議論したように、星間磁場の強度、$B \sim 3\mu$Gauss ならばほぼ等しくなる。超新星残骸のシェル中では衝撃波により圧縮されて、磁場はそれよりも強くなる (強くなるほど、シンクロトロン成分と相対的に IC 成分が弱くなる)。ここでは磁場強度はスペクトルフィットのパラメーターで、観測されたシンクロトロン成分と IC 成分の比より、$B \sim 9\mu$G と見積もられる。

Chapter 5

宇宙線と粒子加速

前章で述べたように、超新星残骸のシェル部分の X 線、ガンマ線観測から、そこでは数 100 TeV という高エネルギーに達する粒子加速が起きていることが推測されている。また、それが宇宙線 (cosmic rays) の加速源 (の一つ) だと考えられている。

5.1 宇宙線の観測

(宇宙線の観測に関しては、木舟先生が最近出された「宇宙高エネルギー粒子の物理学」が良い教科書です。) 広く地球外からやってくる高エネルギーの放射線を宇宙線 (cosmic ray) と呼ぶ (通常はガンマ線–電磁波–は含めない)。主成分は陽子である。電荷と質量をもつ宇宙線は電磁波のように宇宙空間を直進しないから、宇宙線の到来方向から宇宙線源を知ることはできない。星間空間での宇宙線エネルギー密度は ~ 1 eV/cm^3。

5.1.1 宇宙線のエネルギー分布

宇宙線強度のエネルギー分布は下図のように測定されていて、人が椅子に座ったところを横から見た様子になぞらえて、$\sim 5 \times 10^{15}$ eV の "Knee" と $\sim 3 \times 10^{18}$ eV の "Ankle" が定義されている。宇宙線スペクトルは Knee より低いエネルギーでは $E^{-2.7}$ で、高いエネルギーでは $E^{-3.3}$ で近似される。Knee と Ankle の物理的な解釈は、まだ確立していない。

5.1.2 宇宙線と磁場

宇宙線 (主に陽子) は、磁場によって曲げられる。磁場と垂直方向の速度を v とすると、運動方程式より

$$m\gamma\frac{v^2}{r} = \frac{evB}{c}. \tag{5.1}$$

高エネルギーの宇宙線 $v \approx c$ を考えると、そのエネルギー $m\gamma c^2 = E$ として、ジャイロ半径は [1]、

$$r = \frac{m\gamma vc}{Be} \approx \frac{m\gamma c^2}{Be} = \frac{E}{Be} = \frac{E}{B}\frac{2m_e c}{\hbar e}\frac{\hbar c}{2m_e c^2}$$

$$= \left(\frac{E}{10\mathrm{GeV}}\right) 10\mathrm{GeV} \left(\frac{1\mu\mathrm{G}}{B}\right) \frac{1}{1\mu\mathrm{G}} \frac{1}{9.3\times10^{-21}\mathrm{erg/G}} \frac{2\mathrm{keV\mathring{A}}}{2\times511\mathrm{keV}}$$

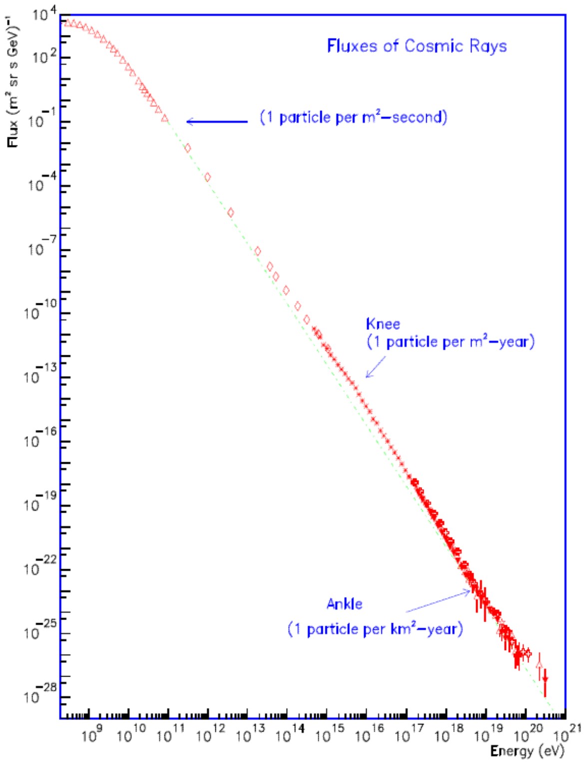
$$\approx 3\times10^{13}\ \mathrm{cm}\ \left(\frac{E}{10\mathrm{GeV}}\right)\left(\frac{1\mu\mathrm{G}}{B}\right). \tag{5.2}$$

磁場が強いほど「閉じこめ」が効き、エネルギーが高いほど宇宙線は磁場の影響を受けにくい。

地球磁場 ($B \sim 0.1$G) を考えると、10 GeV の宇宙線のジャイロ半径は $\sim 3\times10^8$ cm となり、地球半径 ($\sim 6\times10^8$ cm) と同程度になる。よって、$\lesssim$10 GeV のエネルギーを持つ宇宙線は、地磁気に曲げられて、地球に突入できない。地球上空の磁場強度を表す指標として、宇宙線を「防御」する観点から、これ以下のエネルギーの宇宙線は突入できない、というエネルギー (GeV) を"Cut-off Rigidity (COR)" と呼ぶ [2]。

[1] ボーア磁子 $\hbar e/2m_e c = 9.3\times10^{-21}$ erg/gauss を使った。p.26 も参考に。

[2] 人工衛星の運用、衛星データの解析をする人にはお馴染のはず。COR が低いところでは宇宙線バックグラウンドが高いので、衛星運用やデータ解析に影響を与える。



宇宙線のエネルギースペクトル。縦軸は宇宙線の「個数」であることに注意。点線は E^{-3} を示す。単位ステラジアンあたりのフラックスも示してある。Anchordoqui et al. 2003, Int. J. Mod. Phys. A18, 2229 より。図には示されていないが、$E \gtrsim 10^{20}$eV の "super-GZK" cosmic ray の頻度は、1 ステラジアン、1km^2、1 世紀あたり、約 1 個である。

星間磁場の強度は $\sim 3\mu$G, 超新星残骸中の磁場はその数倍程度だと考えられている。典型的に、~ 1 pc ($\approx 3\times10^{18}$ cm) の大きさ、$B \sim 10\mu$G を持つ超新星残骸を考えると、$E \gtrsim 10^{16}$ eV (ほぼ Knee エネルギー) の宇宙線は超新星の磁場に閉じこめられずに逃げてしまう。よって、超新星残骸が宇宙線加速源だとしても、Knee エネルギーより高いエネルギーまで加速することは困難である。

さらに 1〜2 桁エネルギーが高くなると、銀河磁場によるジャイロ半径は銀河円盤の厚み (~ 100 pc) を越えてしまう。よって、$E \gg 10^{17}$ eV の高エネルギー宇宙線は銀河系外起源だと考えられている。しかも、特定の宇宙線源が知られておらず、到来方向が等方なので、高エネルギー宇宙線加速源は宇宙論的な距離にあると考えられる。

5.1.3 銀河系内宇宙線のエネルギー収支

銀河円盤の厚みを ~ 100pc, 半径を ~ 20kpc として、宇宙線のエネルギー密度は ~ 1 eV/cm^3 だから、銀河円盤中の宇宙線の全エネルギーは、

$$E_{cr} = \pi \times (20\mathrm{kpc})^2 \times 100\mathrm{pc} \times 1\mathrm{eV/cm}^3 \approx 5 \times 10^{54}\ \mathrm{erg}. \tag{5.3}$$

宇宙線中の同位体元素の分布より、典型的な宇宙線の寿命は $\sim 10^7$ 年と見つもられている。銀河磁場により $\sim 10^7$ 年は銀河面に閉じこめられ、その後銀河系から逃げだすと考えて良い。逃げだす宇宙線の割合は、5×10^{54} erg/10^7 year $\sim 10^{40}$ erg/s。定常状態であるためには、これだけの宇宙線エネルギー源が必要である。

そのエネルギー源は超新星爆発と考えられている。ひとつの超新星爆発で放出されるエネルギーは典型的に $\sim 10^{51}$ erg、超新星爆発の頻度は銀河系全体で約 30 年に一個なので、エネルギー放出の割合は、10^{51} erg /30 year $\approx 10^{42}$ erg/s。そのうち 10 %が爆風の運動エネルギーに転換され、さらにその 10 %が粒子加速に使われるとすると、10^{40} erg/s の宇宙線エネルギーを供給できることになる。

5.1.4 超高エネルギー宇宙線

宇宙線のエネルギーが $\sim 10^{20}$ eV を越えると、2.7 K の宇宙背景黒体輻射の光子と衝突し、

$$p + \gamma \to p + \pi^0, p + \gamma \to n + \pi^+ \tag{5.4}$$

という反応が起きて、宇宙線はエネルギーを失なう。π^0、π^+ のエネルギーはそれぞれ 134.9630 MeV, 139.563 MeV である。陽子のエネルギーが $\sim 10^{20}$ eV を越えるとき、$\gamma \gtrsim 10^{20}/10^9 \sim 10^{11}$ である。 陽子の静止系で 2.7 K の宇宙背景黒体輻射の光子 (静止系でのエネルギーは $\sim 10^{-3}$ eV) を見たとき、そのエネルギーは γ 倍になるので、100 MeV を越える。よってエネルギー保存則より、~ 140 MeV の π^0, π^+ の生成が可能になる。

陽子と光子によるパイオン生成の断面積は $\sim 10^{-28}$ cm^2, 宇宙背景黒体輻射の光子密度は ~ 410 cm^{-3} (p.46 参照) だから、平均自由行程は、$(10^{-28} \times 410)^{-1} \sim 2.4 \times 10^{25}$cm ~ 8 Mpc。よって、~ 8 Mpc より遠方で発生した $\gtrsim 10^{20}$ eV の宇宙線は、(5.4) の反応でエネルギーを失ってしまうので、地球まで届かない。~ 8 Mpc より近傍に既知の宇宙線源は存在しないので、宇宙線エネルギースペクトルには $\sim 10^{20}$ eV にカットオフが存在するはずである。これを **Greisen Zatsepin Khuzmin カットオフ (GZK カットオフ)** と呼ぶ。

しかし、AGASA、Fly's Eye 等の観測装置によって、$\sim 10^{20}$ eV を越える宇宙線 (Ultra-High-Energy Cosmic Ray; UHECR) の検出が報告されている。~ 100 g の野球ボールが時速 100 km で飛んでいるときの運動エネルギーが、$\sim 3 \times 10^{20}$ eV である。そこには $\sim 10^{26}$ 個の陽子が含まれるが、それと同じエネルギーを一つの陽子が担っているのが UHECR である。UHECR の存在自体が論争の的であり、もし存在するとしても、その起源は説明できない[3]。

[3]宇宙ステーション上の観測装置から、広い範囲で大気に突入する UHECR を観測し、GZK カットオフの検証をする EUSO (Extreme Universe Space Observatory) 計画が国際的に進められている。

自然界の基本定数、$G, \hbar, c$ からエネルギーの次元の数を作ると、

$$E_p = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \approx 10^{28}\ \mathrm{eV} \tag{5.5}$$

となる。これがプランクエネルギーで、重力の量子効果が重要になると考えられるエネルギースケールである。将来的にも加速器を用いて実現することは不可能と考えられていて、このエネルギースケールの観測手段として可能性があるのは宇宙線だけである。(しかし、まだ 8 桁足りない!)

5.2 Fermi 加速

超新星残骸のシェル中で、"Fermi 加速" によって粒子[4] が $\sim 10^{15}$ eV まで加速されていると考えられている。

速さ V で動いている巨大な分子雲 (何でも良い) にエネルギー E の粒子が" ランダム" にぶつかり、正面衝突と追衝突を平均すると、エネルギーの増加 $\Delta E/E$ は $(V/c)^2$ に比例する (式 5.10; second-order Fermi accerelation)。一方、粒子が二つの分子雲に挟まれて、その間隔が段々狭まっってくるような状態を考えると、正面衝突だけを繰りかえすことになり、$\Delta E/E$ は (V/c) に比例する (式 5.9; first-order Fermi accerelation)。粒子が超新星残骸中の磁場によって閉じこめられ、衝撃波面の上流と下流を行ったり来たりすることによって、同様の状況が実現している (上流と下流の速度差が V に対応する)。粒子が $10^{15} \approx 10^{16}$ eV まで加速されるにつれて、ジャイロ半径が大きくなり、超新星から逃げ出して宇宙線になる。

Section 4.6.8 で述べたように、超新星残骸 RXJ 1713.7–3946 の X 線、ガンマ線観測は、シンクロトロン放射と逆コンプトン放射を担っている電子の個数スペクトルを $\propto E^{-2}$ とするとうまく説明できたが、超新星残骸中での Fermi 加速を考えると、このスペクトル分布も自然に説明できる (式 5.17)。

5.2.1 Lorentz Transformation

Consider two systems, one of which is moving at the constant velocity $\mathbf{u}$ relative to the other.

The following "four vectors" follow the Lorentz transformation:

$$x^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix},\ U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \begin{pmatrix} c\frac{dt}{d\tau} \\ \frac{dx}{d\tau} \\ \frac{dy}{d\tau} \\ \frac{dz}{d\tau} \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} c \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}, P^\mu = m_0\gamma \begin{pmatrix} c \\ u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

[4]Fermi 加速は力学的な機構で、電荷を問わない。電子、陽子、原子核に同様に適用できる。

where $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ and m_0 is the rest-mass. "Lengh" of the four vectors is Lorentz invariant. They are respectively the following:

$$-(ct)^2 + (x^2 + y^2 + z^2),$$

$$\gamma^2(-c^2 + u^2) = -c^2,$$

$$-E^2/c^2 + p^2 = m_0^2\gamma^2(-c^2 + u^2) = -m_0^2c^2.$$

Lorentz transformation can be written as

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu,$$

where $\Lambda^\mu{}_\nu$ is the 4×4 transformation matrix. In the case that the relative movement is in the x-direction,p $\Lambda^\mu{}_\nu$ may be written as follows:

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5.2.2 Fermi 加速のメカニズム

Let's consider head-on collision of a light particle with the mass m traveling fast with the velocity v and an infinitely heavy cloud with the mass M moving slowly with the velocity V ($v \gg V$ and $M \gg m$). The mass and the cloud collide elastically (but the cloud does not change velocity). In this case, the center of momentum frame is that of the cloud.

Let's put the energy and momentum of the particle in the rest-frame E and p. Lorentz transformation of E and p to the frame of the cloud gives,

$$E' = \gamma\left(E + Vp\right), p' = \gamma\left(p + \frac{VE}{c^2}\right),$$

where $\gamma = (1 - \frac{V^2}{c^2})^{-1/2}$.

Since we consider elastic collision, in the frame of the cloud, $E'_{before} = E'_{after}$, and the momentum only changes the sign. Therefore, Lorentz transformation back to the rest-frame gives,

$$\begin{aligned} E'' &= \gamma\left(E' + Vp'\right) \\ &= \gamma\left(\gamma\left(E + Vp\right) + V\gamma\left(p + \frac{VE}{c^2}\right)\right) \\ &= \gamma^2\left(E + 2Vp + \frac{V^2E}{c^2}\right) \end{aligned}$$

$$= \gamma^2 E \left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right) + 2\gamma^2 Vp$$

$$= E \frac{\left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)} + 2\gamma^2 Vp$$

$$= E + E \frac{\frac{2V^2}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}} + 2\gamma^2 Vp$$

$$= E + 2\gamma^2 E \frac{V}{c} \left(\frac{V}{c} + \frac{cp}{E}\right)$$

$$= E + 2\gamma^2 E \frac{V}{c} \left(\frac{V}{c} + \frac{v}{c}\right),$$

where we used $cp/E = v/c$.

Namely, if we put the energy gain of the particle ΔE,

$$\Delta E = 2\gamma^2 E \frac{V}{c} \left(\frac{V}{c} + \frac{v}{c}\right). \tag{5.6}$$

For the tail-on collision, we put $-V$ instead of V, then the energy gain will be negative:

$$\Delta E = -2\gamma^2 E \frac{V}{c} \left(\frac{v}{c} - \frac{V}{c}\right). \tag{5.7}$$

Probability of the head-on collision is $\frac{1}{2}\left((V+v)/v\right)$ and that of the tail-on collision is $\frac{1}{2}\left((v-V)/v\right)$. Consequently, the mean energy gain per collision is

$$\Delta E = \frac{1}{2}\left(\frac{V+v}{v}\right) 2\gamma^2 E \frac{V}{c}\left(\frac{V}{c} + \frac{v}{c}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{v-V}{v}\right) 2\gamma^2 E \frac{V}{c}\left(\frac{v}{c} - \frac{V}{c}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{V}{v}\right) 2\gamma^2 E \left(\frac{V}{c}\right)^2 \left(1 + \frac{v}{V}\right) + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{V}{v}\right) 2\gamma^2 E \left(\frac{V}{c}\right)^2 \left(1 - \frac{v}{V}\right)$$

$$= \gamma^2 E \left(\frac{V}{c}\right)^2 \left\{\left(1 + \frac{V}{v}\right)\left(1 + \frac{v}{V}\right) + \left(1 - \frac{V}{v}\right)\left(1 - \frac{v}{V}\right)\right\}$$

$$= 4\gamma^2 E \left(\frac{V}{c}\right)^2. \tag{5.8}$$

In the equation (5.6), since $V << v \approx c$,

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 2\frac{Vv}{c^2} \approx 2\frac{V}{c}. \tag{5.9}$$

This is the case of the *first-order Fermi acceleration* when only head-on collision is taken into account. When we consider both head-on and tail-on collision, from equation (5.8),

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 4\left(\frac{V}{c}\right)^2. \tag{5.10}$$

This is the case of the *second-order Fermi acceleration*.

5.2.3 Fermi 加速による粒子のエネルギー分布

Let's consider the case that a particle is confined between two walls (i.e., magnetic mirrors) being apart by the distance l, and one of the wall is approaching with the velocity V. Namely,

$$V = -\frac{dl}{dt}. \tag{5.11}$$

The first Fermi acceleration takes place by the head-on collision of the particle by the approaching wall. The number of collision per second is $\frac{c}{2l}$. Hence, from equations (5.9) and (5.11),

$$\frac{1}{E}\frac{dE}{dt} \approx 2\frac{V}{c}\frac{c}{2l} = -\frac{1}{l}\frac{dl}{dt},$$

or equivalently,

$$\frac{d(\ln E)}{dt} \approx -\frac{d\ln l}{dt}.$$

Namely, the confined particle accelerates as the two magnetic mirrors are approaching. The same mechanism happens when charged particles go back and forth between the upstream and downstream sides of a collision-less shock in the supernova remnants.

In equation (5.9), a relativistic particle ($v \approx c$) with the energy E gains the additional energy ΔE from a single, elastic *head-on* collision with the massive "wall" moving at the velocity V. In the case of shock wave, i.e., the particle goes from the up-stream to the down-stream then back to the up-stream, V may be taken as the discontinuity of the flow velocity on either side $\Delta u \equiv u_1 - u_2$.

In general case (i.e., not head-on), this equation has to be averaged over the angle. Note, the number of collision per unit area is proportional to $\cos\theta$, and additionally the momentum transfer is proportional to $\cos\theta$. Consequently,

$$\langle\frac{\Delta E}{E}\rangle = 2\frac{V}{c}\frac{2\pi\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos^2\theta d\theta}{2\pi\int_0^{\pi/2}\sin\theta\cos\theta d\theta} = \frac{4}{3}\frac{V}{c}. \tag{5.12}$$

If we define β as the fractional energy gain before and after the collision,

$$\beta = 1 + \frac{4}{3}\frac{u_1 - u_2}{c} \tag{5.13}$$

Next, let's consider the probability that the particle goes from the up-stream to the down-stream, then back to the up-stream again. In the up-stream, the cosmic ray particles have nearly the light velocity c, and direction of the motion is random. If we take the particle number density N_1, the number of particles which cross the unit surface area per second is proportional to $\cos\theta$, thus

$$N_1 c \frac{2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta}{2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta} = \frac{N_1 c}{4}.$$

On the other hand, in the down-stream, the particles are swept away by the flow and the $u_2 N_2$ particles will go away to the downward. Therefore, the probability of the particles going to down-stream and coming back to the up-stream is

$$P = \frac{\frac{1}{4}N_1 c - u_2 N_2}{\frac{1}{4}N_1 c}.$$

where we may assume $N_1 = N_2$ (i.e., cosmic rays do not know the presence of shock front),

$$P = 1 - \frac{4u_2}{c}. \tag{5.14}$$

From equations (5.13) and (5.14), using the fact $u_1 \ll c$ and $u_2 \ll c$,

$$\ln\beta \approx \frac{4}{3}\frac{u_1 - u_2}{c}, \ln P \approx -\frac{4u_2}{c}, \tag{5.15}$$

therefore,

$$\frac{\ln P}{\ln\beta} = -\frac{3u_2}{u_1 - u_2} = -1, \tag{5.16}$$

where we used $u_1 = 4u_2$, which is derived from the strong shock condition $\rho_2 = 4\rho_1$ and the mass conservations says $\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$.

After the k collision, $E = E_0\beta^k$ and $N = N_0 P^k$, where N is the number of particles having at least energy E. Eliminating k,

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\frac{\ln P}{\ln\beta}},$$

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-1+\frac{\ln P}{\ln\beta}}.$$

Using (5.16), in the case of shock acceleration, the particle energy spectrum is approximated with

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-2}. \tag{5.17}$$

Chapter 6

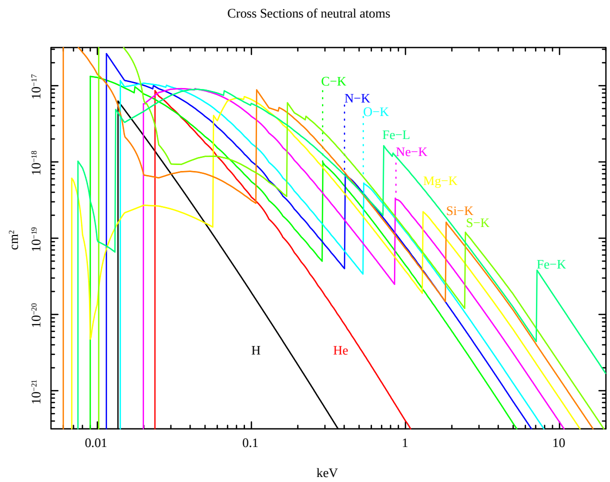
輻射と物質の相互作用

今まで X 線の連続スペクトル成分が発生するメカニズムを勉強してきた (黒体輻射、制動輻射、シンクトロン放射、逆コンプトン散乱)。黒体輻射はそれを放出する物質には依らないし、制動輻射、シンクトロン放射、逆コンプトン散乱は自由電子からの放射なので、原子の構造は問題にならなかった。

実際の X 線天体からは、連続スペクトル成分に加え、プラズマ中の元素分布を反映して、X 線放射領域やその周辺からの輝線、吸収線、吸収端や反射成分が観測される。また、X 線天体と我々の間の星間物質による影響もスペクトルに現われる。これらのスペクトル成分は、X 線放射源とその周辺、および星間物質の物理環境を探るための、非常に重要な情報を持っている。X 線連続成分と共に、吸収端や輝線、吸収線のパラメーターを測定し、X 線放射の起源と X 線天体の物理状態を探るのが X 線スペクトル解析の目的である。

6.1 光電吸収 (photoelectric absorption)

6.1.1 光電吸収の断面積



主要な元素の光電吸収による吸収断面積。各元素は中性 (電離していない)。NASA/GSFC が提供している heasoft パッケージに含まれている、$HEADAS/../ftools/spectral/xspec/manager/mansig.dat から断面積の値を取ってきてプロットした。

4.5 節で述べたように、X 線領域で熱制動吸収 (free-free absorption) はほとんど効かない。X 線吸収に効くのは、主に C、N、O、Ne、Si、S、Fe の K、L、M 殻電子による光電吸収 (photoelectric absorption) である。X 線領域では H、He の断面積は非常に小さいので、その影響はほとんど無視できる。また、ここで示した以外の元素は宇宙には少ないので、それによる吸収も通常は考えなくて良い。上図にこれらの元素の光電吸収の断面積を示す。断面積は各殻に対応する束縛エネルギー (エッジエネルギー) で急に上がり、**その高エネルギー側では E^{-3} に比例して減少していく**。

通常 X 線分光観測が可能なのは、$\sim$ 0.2 keV から ∼10 keV のエネルギー範囲で、C-K 吸収端 (エッジ) から Fe-K エッジまでがカバーされる。中性の鉄を例にとると、$\mathrm{L_{II}}$ エッジ (0.708 keV) 以下のエネルギーを持つ X 線は M 殻電子によって吸収される。それ以上、K エッジ (7.11 keV) 以下の X 線は L 殻電子によって吸収される。K エッジ以上のエネルギーの X 線は K 殻電子によって吸収される。

6.1.2 Hydrogen-like イオンの光電吸収断面積

25 頁で述べたように、hydrogenic-ion のときは水素の場合と同じく単純な議論から、エッジのエネルギーが、

$$E_{edge} = \frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2} \tag{6.1}$$

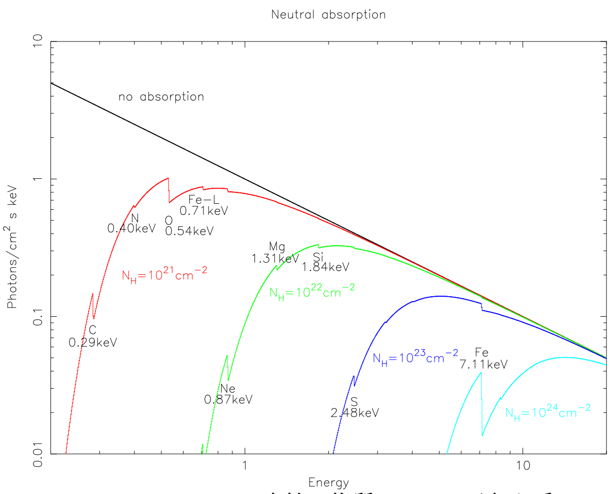
となることを導ける。水素原子 $Z = 1$ に対してエッジのエネルギーは 13.6 eV なので、hydrogen-like Fe XXVI のエッジエネルギーは、13.6 eV $\times 26^2 \approx 9.2$ keV である。同様に光電吸収 (bound-free transition) に対する断面積も、hydrogenic-ion の場合は比較的簡単に計算できる。導出は Rybicki and Lightman 等の教科書に譲るが、

$$\sigma_{bf}(E) = \left(\frac{64\pi g}{3\sqrt{3}Z^2}\right) \alpha\, a_0^2 \left(\frac{E_{edge}}{E}\right)^3 \tag{6.2}$$

となる。ここで α は微細構造定数 $e^2/\hbar c = 1/137$, a_0 はボーア半径、$\hbar^2/m_e e^2 \approx 0.5\mathring{A}$ である。g は bound-free ガウントファクターでオーダー ~ 1 の量。$g = 1$ として数値を入れると、水素に対しては 7×10^{-18} cm^2、Fe XXVI に対しては、その $1/(26 \times 26)$ で、10^{-20} cm^2 となる。(水素について前出の図中の断面積の値との一致を確認せよ。)

6.1.3 中性の物質による光電吸収

通常、星間物質の厚みは対応する水素柱密度で表わすが、各重元素による光電吸収断面積を宇宙組成 (cosmic abundance) で重みをつけて足し合わせたものが、星間物質の吸収断面積になる。「宇宙組成」は文献によって異なるので、星間吸収モデルを使ってデータ解析を行ったときは、採用した星間吸収モデルあるいは宇宙組成の出典を明記すべきである [1]。



Power-law のスペクトル (photon-index=1) が中性の物質によって吸収を受けたときのエネルギースペクトル。水素柱密度 (hydrogen column-density) が $N_H = 10^{21}, 10^{22}, 10^{23}, 10^{24}$ cm^{-2} のそれぞれについてプロットした。星間吸収モデルは、“wabs” を使った (Morrison and McCammon 1983, ApJ, 270, 119)。宇宙組成で重みをつけた断面積の値は 30 頁の図を参照せよ。

上図に、power-law で表わされる光子数スペクトルが星間吸収を受ける様子を示した。典型的に星間空間における水素原子の密度は ∼1 H/cm^3 だから、距離 1 kpc における水素柱密

[1] 標準的に使われている”xspec” パッケージでは複数の宇宙組成モデルから選択できるようになっている。

度は $N_H \approx 3 \times 10^{21}\mathrm{cm}^{-2}$ となり、その吸収の顕著な効果が $\lesssim 1$ keV で観測される。N_H が大きくなるにつれ吸収が強くなるが、∼10 keV の X 線は $N_H \sim 10^{24}$ cm^{-2} の厚みも透過することがわかる。実際、∼10 keV 以下では吸収されてほとんど見えないが、それ以上のエネルギーでは明るく観測される天体として、厚いシェルに覆われた中性子星や、NGC 4945 に代表される厚いトーラスに隠された Seyfert2 銀河がある [2]。

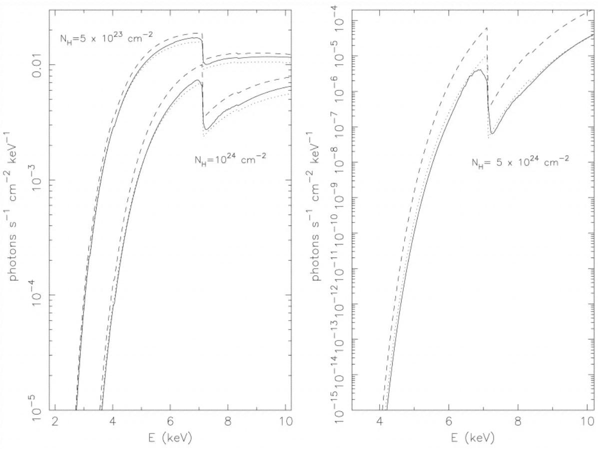
水素柱密度と吸収の光学的厚みの関係を鉄の K エッジを例にとって見てみよう。前ページの吸収断面積の図で、中性の鉄の K エッジ (7.11 keV) のすぐ下のエネルギーにおける断面積は 0.5×10^{-20} cm^2、すぐ上のエネルギーでは 4×10^{-20} cm^2、つまり K エッジによる断面積の増加は 3.5×10^{-20} cm^2 である。鉄の abundance (ここでは水素に対する個数比) は文献によって $(3 \approx 5) \times 10^{-5}$ であるが、Morrison and McCammon 1983 では 3.3×10^{-5} を使っている。よって、$N_H = 10^{24}$ cm^{-2} に対する鉄の K エッジの光学的厚みは、

$$10^{24}[\mathrm{cm}^{-2}] \times (3.3 \times 10^{-5}) \times (3.5 \times 10^{-20}[\mathrm{cm}^2]) \approx 1.2 \tag{6.3}$$

となる。実際、上図で、$N_H = 10^{24}$ cm^{-2} のとき、鉄の K エッジの下と上で光子数が $e^{-1.2} \approx 0.3$ 倍に減少していることがわかる。

6.1.4 コンプトン散乱の影響

上記の簡略化した議論では無視していたが、N_H が大きいとき ($\gtrsim 10^{23}\mathrm{cm}^{-2}$) に厳密な解析を行うには、実は吸収物質中の電子によるコンプトン散乱の効果を無視することはできない。



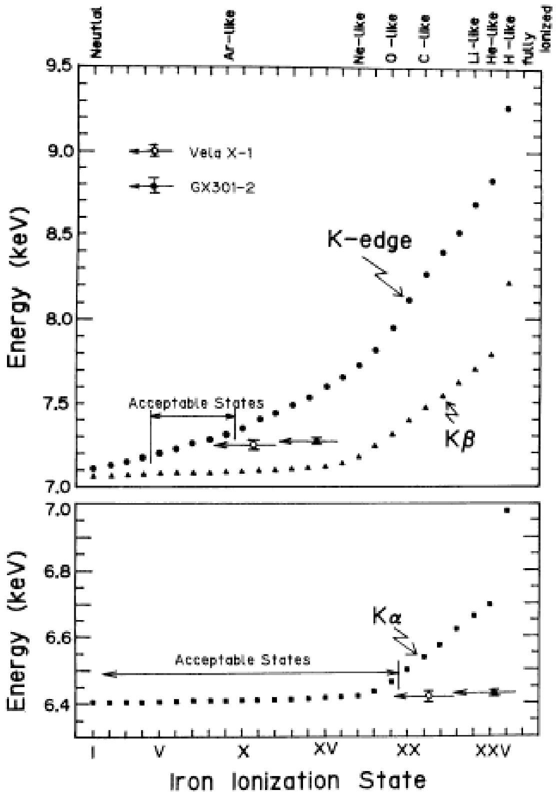
$E^{-1.7}$ で表わされる光子スペクトルが、一様な球の中心にあったときに観測されるスペクトルのモンテカルロシミュレーション (実線)。3 つの N_H の値に対して示してある。破線はコンプトン散乱を考慮していない場合、点線は"effective optical depth" を使った場合。Yaqoob 1997, ApJ, 479, 184 より。

[2] $\gtrsim$10 keV で撮像観測ができる INTEGRAL 衛星が 2002 年に打ちあげられて後、このような中性子星や Seyfert 銀河が数多く見つかった。http://isdc.unige.ch/∼rodrigue/html/igrsources.html を参照。

トムソン散乱の断面積は 6.65×10^{-25} cm^2 なので (数値を覚えておこう)、水素柱密度がその逆数、$N_H \approx 1.5 \times 10^{24}$ cm^{-2} を越えると、物質はコンプトン散乱に対して光学的に厚くなり、X 線の吸収に対して二つの効果を及ぼす:(1) 散乱によって視線方向から X 線が逸れるので、全体的に観測されるフラックスが下がる。(2)X 線がコンプトン効果により電子にエネルギーを与えるので、元のスペクトル中のエッジや輝線の構造が鈍る。(1) の効果は、吸収の光学的厚み (τ_a) の代わりに散乱の光学的厚み (τ_s) も考慮した"effective optical depth"、$\sqrt{\tau_a(\tau_a + \tau_s)}$ を使えば見つもることができるが (式 4.12)、正確にコンプトン散乱のスペクトルへの影響を調べるには、モンテカルロシミュレーションが必要である。また、それは X 線光源とコンプトン散乱を引き起こす吸収体 (あるいは反射体) の幾何学にも依存する。上図にそのようなシミュレーションの例を示す。コンプトン散乱を考慮していない場合に比べて、N_H が増加するにつれて、全体にフラックスが減少し、エッジの構造が鈍ることがわかる。

6.1.5 電離の効果

原子が電離するにつれて、相対的に原子核のクーロン力が強く効くようになり、内殻電子は強く原子核に束縛されるので、内殻電子の電離に必要なエネルギー (エッジのエネルギー) が上がっていく。



鉄の各電離状態における K_α 線、K_β 線、K エッジのエネルギー。Nagase 1989, PASJ, 41, 1 より。

例として、上図に鉄の場合を示す。K エッジのエネルギーは、中性の場合 (Fe I) の 7.11 keV から、He-like の場合の 8.8 keV (Fe XXV), H-like の場合 (Fe XXVI) の 9.3 keV まで上がっていく。これらのエッジエネルギーはスペクトルの形から直接測定可能なので、それによって吸収物質の電離状態を知ることができる。

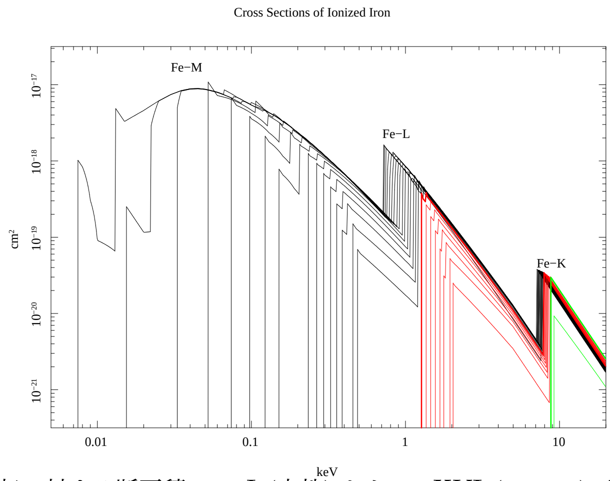
同様に、K 殻の空孔に L 殻から電子が落ちるときに発生する K_α 線、M 殻から落ちるときの K_β 線のエネルギーも電離と共に上昇していくので、電離度を測る良い指標になる。ただし、K エッジのエネルギーが電離の開始すると共に直ちに上昇していくのに対して、K_α 線のエネルギーは Fe I から Fe XVIII まで、∼6.4 keV でほぼ一定である。He-like (Fe XXV) だと 6.7 keV (3 本に縮退している)、H-like (Fe XXVI) だと 7.0 keV になる。

6.1.6 電離した物質 (warm absorber) による光電吸収

元素の電離が進むにつれ、エッジのエネルギーが上がっていき、それ以下の光に対する吸収断面積が下がり、物質は透明になっていく。特に、ある殻の電子がすべて電離によってなくなってしまうと、その殻による光電吸収は存在しなくなる。下の図で、鉄が Fe XVII (Ne-like; L 殻が詰まった状態) まで電離すると M 殻の電子は存在しないので、Fe XVII の L エッジ、

~ 1.3 keV 以下の光子は吸収されない。同様に、Fe XXV (He-like; K 殻が詰まった状態) では L 殻電子が存在しないので、その K エッジ、~ 8.8 keV 以下の光子は吸収されない。

実際に光電離したプラズマによる吸収では、すべての元素の様々な電離状態の重ね合わせになるので、たくさんの吸収端が重なった複雑な吸収スペクトルが観測される。また電離が進んで上の殻 (L 殻に対する M 殻、K 殻に対する L 殻) が空になると、電子が X 線を吸収して上の殻に上げられることによる (L→M または K→L)、吸収線も観測されるようになる (6.2 節参照)。



電離した鉄の光電吸収に対する断面積。Fe I (中性) から Fe XVI (Na-like) までは黒、Fe XVII (Ne-like) から Fe XXIV (Li-like) までは赤、Fe XXV (He-like) と Fe XXVI (H-like) は緑で示した。安定な Fe XVII (Ne-like) と Fe XXV (He-like) については太い線で示した。先の中性元素の断面積の図と同じく$HEADAS/../ftools/spectral/xspec/manager/mansig.dat から断面積の値を取ってきてプロットした。Fe XXVI について、断面積の値が 6.1.2 節で求めた値 (10^{-20}cm^2) と一致することを確認せよ。

6.2 光電離 (photoionization)

物質が光に照射されたとき、各原子が光電吸収を起すので、物質は光電離 (photoionization) される。光電離の強さは、入射スペクトルのフラックスに比例し、(ガスの密度が高いほどイオンと電子が再結合しやすいため) ガス密度に反比例する。光度 L の X 線天体を一様に取り囲むガス (密度 n) を考える [3]。その天体からの距離を r として、

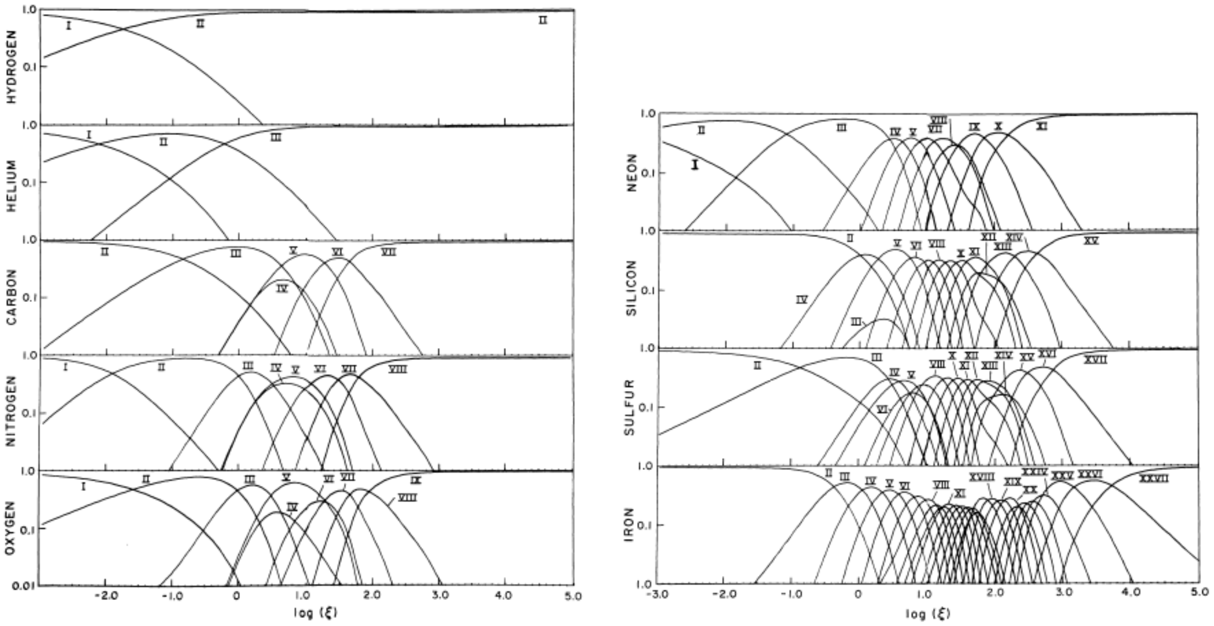
$$\xi \equiv \frac{L}{n\, r^2} \tag{6.4}$$

を電離パラメーター (ionization parameter) と呼ぶ。ξ の大きさが、光電離の強さを表す良い指標になる。通常、CGS 単位を用いて、ξ を [erg·cm/s] という単位で表す。

[3] n は、電子、陽子、イオンすべてを含んだ粒子密度。完全電離した宇宙組成のプラズマの場合、n は陽子密度の約 2.3 倍になる。

光電離している物質の電離状態は、電離の割合 ($\propto$ エッジより上の X 線フラックス $\times$ 断面積) と再結合の割合 (密度と温度の関数) のバランスを数値的に解くことによって得られる。それには膨大な原子データベースと複雑な計算が必要になるわけだが、最近は XSTAR, CLOUDY などのコードが公開されており、それを使って観測データとモデルを直接比較することが可能になってきた。特に XSTAR は NASA/GSFC の汎用パッケージ HEADAS に含まれているため、X 線データ解析によく使われている [4]。

光電離の状態は厳密には物理的配置や入射スペクトルに依存するが、一次近似として ξ の関数と思ってよい。下図に、光度 $L = 10^{37}$ erg/s で 10 keV の熱制動輻射スペクトルを持つ天体を密度 $n = 1$ cm^{-3} のガスがとりかこんでいるときの、動径 (r) 方向の各元素の電離状態分布を電離パラメーター $\xi = L/nr^2$ の関数として示す。少々異った配置、エネルギースペクトルでも、同じ ξ ならほぼ同じ電離状態にあると考えてよい。特に、鉄イオンに関して $\xi \gtrsim 1000$ **になると Fe XXV (He-like) まで電離が進み、**$\xi \gtrsim 10000$ **になると電子がすべて剥ぎとられた鉄の原子核 (Fe XXVII) が現われる**ことを覚えておくと良い。



光電離に関する古典的なリファレンス、Kallman and McCray 1982, ApJS 50, 263 より。(この論文の延長上に XSTAR がある。)

光電離の原理を理解するために、簡単な例として、強い照射を受けたプラズマ中の H-like の鉄 (Fe XXVI; 25 階電離) と裸の鉄 (Fe XXVII; 26 階電離) の比を ξ の関数として半定量的に見積もってみよう。一般的に、z 階電離したイオン (密度 n_z) が "エネルギー" スペクトル $f(E)$ [erg/s/cm^2/keV] の輻射を受けて $z+1$ 階に光電離する割合と、$z+1$ 階電離のイオ

[4] http://heasarc.gsfc.nasa.gov/xstar/xstar.html

ン (密度 n_{z+1}) が電子 (密度 n_e) と再結合して z 階電離に戻る割合のバランスは、

$$n_z \int_{E_z}^{\infty} \sigma_z(E)\, \frac{f(E)}{E} dE = n_{z+1}\; n_e\; \alpha_{z+1}(T) \tag{6.5}$$

と書ける。ここで E_z は z 階電離イオンのエッジエネルギー、$\sigma_z(E)$ は吸収断面積。$\alpha_{z+1}(T)$ は再結合の割合 (recombination rate; 温度 T の関数) で、[cm^3 s^{-1}] という単位を持つ。上式の両辺が、[cm^{-3} s^{-1}] という単位を持つことに注意 (単位時間、単位体積あたりの電離または再結合するイオンの数)。H-like の鉄の K エッジのエネルギーは E_{25}=9.1 keV、光電吸収の断面積は、(6.2) 式より

$$\sigma_{25}(E) = 10^{-20} \left(\frac{9.1 \text{ keV}}{E}\right)^3 [\text{cm}^2] \tag{6.6}$$

である。再結合係数は、いろいろな文献に計算値または測定値が載っている。ここでは Shull and Steenberg 1982, ApJS 48, 95 を使い、裸の鉄の再結合率は、

$$\alpha_{26}(T) = 2.76 \times 10^{-10} \left(\frac{T}{10^4\ [\text{K}]}\right)^{-0.73} [\text{cm}^3\, \text{s}^{-1}]. \tag{6.7}$$

光電離の割合はエネルギースペクトルによるが、ここでは $f(E) = A(E/1\text{keV})^{-1}$ [erg/s/cm^2/keV] としよう。すると (6.5) 式の左辺の積分は、

$$\begin{aligned}
&\int_{E=9.1\text{ keV}}^{\infty} 10^{-20} \left(\frac{9.1 \text{ keV}}{E}\right)^3 A \left(\frac{1\text{keV}}{E}\right) \frac{dE}{E} \\
&= 10^{-20} \frac{A}{9.1 \text{ keV}} \int_{E=9.1\text{ keV}}^{\infty} \left(\frac{9.1 \text{ keV}}{E}\right)^5 d\left(\frac{E}{9.1 \text{ keV}}\right) \\
&= 10^{-20} \frac{A}{9.1 \text{ keV}} \int_{x=1}^{\infty} x^{-5} dx \\
&= \frac{10^{-20}}{4} \frac{A}{9.1} [\text{erg/s/keV}]. \\
&= \frac{10^{-20}}{4} \frac{A}{9.1 \times 1.6 \times 10^{-9}} [1/\text{s}]. \\
&= 1.7 \times 10^{-13} A [1/\text{s}].
\end{aligned} \tag{6.8}$$

一方、E_{min} から E_{max} まで積分したときの光度を L とすると、

$$L = 4\pi r^2 \int_{E_{min}}^{E_{max}} f(E) dE = 4\pi r^2 A\ \ln\left(\frac{E_{max}}{E_{min}}\right).$$

たとえば典型的なX線の範囲、$E_{min} = 0.05$ keV、$E_{max} = 50$ keV を考えると、$E_{max}/E_{min} = 10^3$ だから、

$$L \approx 7 \cdot 4\pi r^2 A \text{ [erg/s]}. \tag{6.9}$$

以上を使って、(6.5) 式を $z = 25$ の場合について書き直すと、

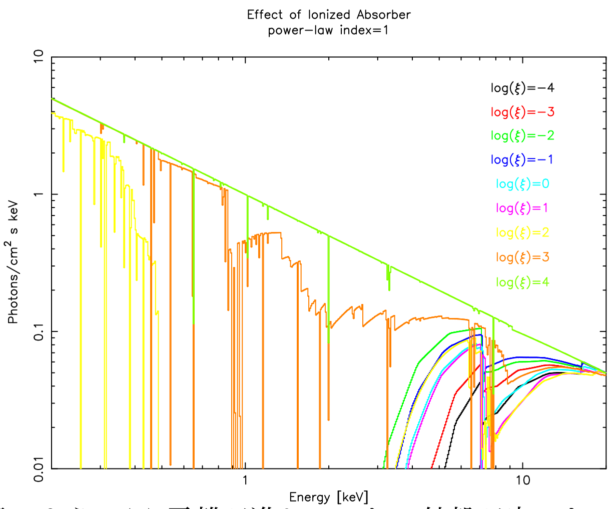
$$n_{25} \cdot 1.7 \times 10^{-13} \frac{L}{7 \cdot 4\pi r^2} = n_{26}\, n_e \cdot 2.76 \times 10^{-10} \left(\frac{T}{10^4 \text{ [K]}}\right)^{-0.73}.$$

ここで、ガスの粒子密度 $n \approx 2n_e$ を使う。また、厳密には温度も self-consistent に解く必要があるが、$\xi = L/nr^2 = 10^3 \approx 10^4$ のとき、$T \approx 10^6$ K (~ 100 eV) まで加熱されることがわかっているので、その温度で規格化する。以上より、

$$\frac{n_{25}}{n_{26}} \approx \frac{2500}{\xi} \left(\frac{T}{100 \text{ eV}}\right)^{-0.73} \tag{6.10}$$

となり、ξ が $10^3 \approx 10^4$ のときに H-like の鉄 (Fe XXVI) と裸の鉄の数 (Fe XXVII) がほぼ等しくなることが導ける。

XSTAR を使って、光電離した物質による吸収を計算することができる。以下の例 (`warmabs*power` モデル) では、photon-index=1 の power-law スペクトルが、$N_H = 10^{24}$ cm^{-2} の水素柱密度、$\xi = 10^{-4}$, 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}, 1, 10, 10^2,10^3, 10^4 のそれぞれの値を持つ光電離プラズマによって吸収を受けたときのスペクトルを示す。



以下の特徴に注目しよう。(1) 電離が進むにつれて外殻が空になるので、低エネルギー側で物質は透明になっていく。 特に、$\xi \gtrsim 10^3$ になると、He-like の鉄 (L 殻が空) が多くなり、それは K-edge (8.8 keV) 以下の光を吸収しないので、低エネルギー側のスペクトルは顕著に上がってくる。(2)L 殻が空になったとき、K 殻に電子が一つ (H-like)、あるいは二つ (He-like) 残った基底状態から、イオンが励起されて電子が L 殻に遷移する際に「共鳴吸収

線 (resonance absorption line)」が生じる。 (3) $\xi \gtrsim 10^4$ になると、鉄の電子もほぼ完全に剥ぎとられ、プラズマは完全電離に近くなる。吸収エッジは観測されず、スペクトルは元の入射スペクトルに近くなる。

共鳴吸収によって励起されたイオンが基底状態に戻るとき、同じエネルギーの共鳴輝線を放射する。共鳴輝線はまた吸収されて、イオンを励起する。この過程が繰りかえされるので、もし光電離している物質が球対象だったら、共鳴吸収線と共鳴輝線は打ち消しあって、全体からは輝線も吸収線もほとんど生じなくなる (共鳴放射の閉じこめ)。実際には、傾きの大きいブラックホール連星や中性子連星から、Fe XXV や Fe XXVI の共鳴吸収線が観測されている。これは、これらの天体中で光電離したプラズマが球対象ではなく、ディスク状、あるいはシリンダー状に分布していることを示している (“Accretion Disk Corona” と考えられている)。

6.3 輝線と吸収線

6.3.1 等価幅 (equivalent width)

輝線の強度を表わす際、輝線中に含まれる光子数 N (photons/s/cm^2) を使う場合と、連続成分に対する「等価幅」を使う場合がある。輝線の下の連続成分の強度を C (photons/s/cm^2/keV) とすると、等価幅は

$$E.W. \equiv \frac{N[\mathrm{photons/s/cm^2}]}{C[\mathrm{photons/s/cm^2/keV}]} = 1000\frac{N}{C}\ [\mathrm{eV}].$$

X 線天文学では等価幅の単位として eV を使うことが多い。同様に、吸収線の強さも、吸収によって失なわれた光子数を連続成分で割った等価幅で表すことが多い。

6.3.2 再結合線

光電離または熱電離したプラズマ中で、自由電子が再びイオンと結合するとき、イオンの高いエネルギー準位にとらえられる確率が高い。このようにイオンと電子が再結合して、さらに下の準位に落ちるときに出る電磁波を再結合線と呼んでいる。

再結合線が起きるには、衝突による電子状態の遷移がひんぱんでないこと、すなわち、密度が低いことが必要。光学的に薄い光電離プラズマまたは熱プラズマから再結合線が観測される。

光電離プラズマと熱プラズマでは、電離のメカニズムが違うので (後者では主に原子、電子の衝突で電離が起きる)、そこから放射される輝線スペクトルも異なる。輝線スペクトルを分析することにより、光電離プラズマか熱プラズマの区別をつけることができる。

6.3.3 蛍光輝線

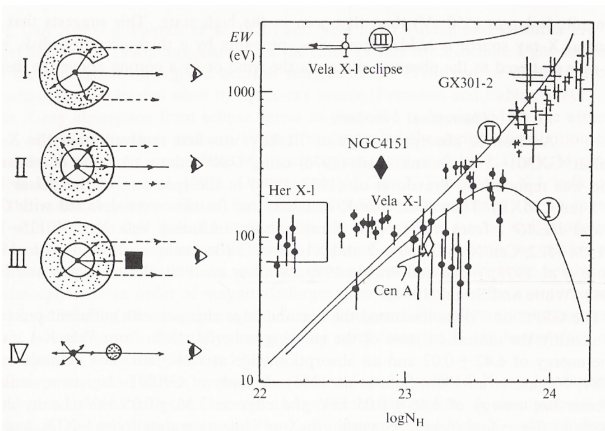
一方、外殻が埋まっている原子の内殻に空孔ができたとき、そこに外殻から電子が落ちてくる際に放出されるのが蛍光輝線 (fluorescence line) である。

たとえば、中性の鉄 (Fe I) が K エッジエネルギー (7.11 keV) 以上の X 線を光電吸収したとき、K 殻に穴があく。そのとき L 殻から電子が落ちてくると 6.4 keV の蛍光 X 線を放出する。

K 殻に穴が空いて励起状態にある原子が、いつも蛍光輝線を放出するわけではなく、オージェ電子を放出して基底状態に戻る場合もある (11 ページの図参照)。蛍光輝線を放出する確率を蛍光収量 (fluorescent yield) と呼ぶ。中性の鉄の場合、その値は 0.34 である。電離していない、高密度の物質からも蛍光輝線が発生することに注意。すなわち、一般的に再結合線と蛍光輝線の発生領域は異なる。

6.3.4 蛍光輝線放射における幾何学的効果

天体からどんな蛍光輝線が観測されるかを調べるには、厳密にはモンテカルロシミュレーションが必要である。また、それは X 線源と吸収体の幾何学配置に依存する。特に、連続成分は X 線源の視線上の物質によって吸収を受けるが、蛍光輝線は X 線源の「周辺」から放出される。よって、蛍光輝線の連続成分に対する等価幅は、特に幾何学的配置の影響を受ける。



X 線天体を囲む冷たい物質の柱密度と、そこから期待される蛍光鉄輝線の等価幅の関係。3 つの幾何学的配置に対してモンテカルロシミュレーションを行った結果と観測データを比較している。Makishima 1986, “Physics of Accretion onto Compact Objects” より。

上の例 II では、吸収体が一様に X 線源を囲んでいる。その厚みが増すにつれて、連続成分は吸収を受けて減光し蛍光 X 線は強くなるので、等価幅は一様に増える。I の場合は、連続成分は減光しないので、II に比べて (輝線の強度は同じでも) 等価幅は小さくなる。III の場合は、連続成分が伴星に隠されてほとんど見えないので、輝線の強度は同じでも等価幅は非常に大きくなる。IV の場合は、蛍光輝線を生成する領域が小さいので、ほとんど観測されない。

Chapter 7

降着円盤 (accretion disk) からのX線放射

7.1 降着円盤のエネルギー効率

中心天体に物質が回転しながらゆっくりと落ちていくとき、降着円盤 (accretion disk) が形成される。降着円盤内で解放された重力エネルギーが摩擦により熱エネルギーに変換され、熱輻射として観測される。重力ポテンシャルが深いほど解放されるエネルギーが大きいので、通常観測対象となるのは、白色矮星、中性子星、ブラックホールのまわりの降着円盤である。

多くの場合、これらのコンパクト天体は連星系を作っており、伴星からの物質は、ロッシュローブオーバーフローまたは星風によって、コンパクト天体に落ちていく。物質が落ちていく際に角運動量が保存されるので、降着円盤が形成される。

質量 M の天体に質量降着率 $\dot{M}$ で物が落ちていくとき、円盤の内縁の半径を r_{in} とすると、円盤の光度は、

$$L \approx \frac{1}{2}\frac{G\,M\,\dot{M}}{r_{in}} \tag{7.1}$$

と見積もることができる (31 頁あたりの議論も参考に)。質量降着の場合に限らず、一般に

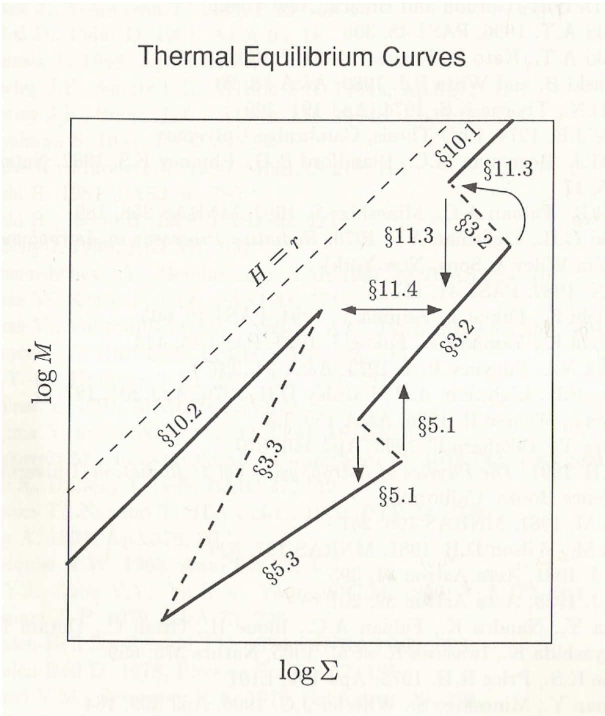
$$L \approx \eta \dot{M}\,c^2 \tag{7.2}$$

と書いて、η をエネルギー効率と呼ぶ (静止質量のうちどれだけが解放されるか)。水素からヘリウムが生成される核融合では、(わずか) $\eta = 0.007$ である。シュバルツシルトブラックホールの周辺で安定な最小円軌道は $3r_s = 6GM/c^2$ で、これを円盤の内縁 r_{in} と考えてよい。そのとき (7.1) から効率を見積ると、$\eta = 1/12 \approx 0.083$ になる。一般相対論を使った正しい値は $\eta = 1 - \sqrt{8/9} = 0.057$ である。

ブラックホールが回転している場合 (カーブラックホール)、回転が早いほど、安定な円軌道 (ディスクの内縁) の半径は小さくなり、重力エネルギー解放の効率は高くなる。最大回転の場合、$r_{in} = 0.5r_s = GM/c^2$、角運動量は GM^2/c で、$\eta = 1 - 1/\sqrt{3} = 0.423$ にもなる。

7.2 数学的解としての降着円盤モデル

降着円盤の方程式を立てたとき、その数学的な解として、いろいろな降着円盤モデルが得られる。典型的に降着円盤の物理状態は、面密度 Σ [g/cm^2] と 質量降着率 $\dot{M}$ [g/s] で決まり、$\Sigma - \dot{M}$ 平面上で、降着円盤の解曲線を描くことができる。質量降着率が上がると面密度が上がる動的に安定 (secular stable; 右上がり) な解と、質量降着率が上がると面密度が下がる動的に不安定 (secular instabe; 左上がり) な解が存在する。現実に観測されるのは動的に安定な解だけであるはずで、実際、これは観測と良く合っている。



Kato, Fukue and Mineshige “Black-hole Accretion Disks” より。

上図で、$H = r$ が高さ (H) と半径 (r) が一致するところなので、それに近いほうが幾何学的に厚く、遠いほうが幾何学的に薄い。また、右側のほうが面密度が高いので光学的に厚く、左側のほうが面密度が低いので、光学的に薄い。上図中のラベルは、Kato, Fukue and Mineshige の教科書中のセクション名であるが、それに沿って、簡単に各解の説明をする。

§3.2 は”Optically Thick Disks” で、この右上がりになったところが、次節で説明する幾何学的に薄く光学的に厚い「標準降着円盤」であり、この状態がブラックホール天体の”High state" として X 線で観測されている。§3.2 の左上がりになって部分は動的に不安定な解である。§3.3 は"Optically Thin Disks" で、Cyg X-1 等のブラックホールの高温の"Low state" を説明するモデルとして 1970 年代に提案されたが、熱的に不安定であることが難点であった (よって、おそらく現実にはありえない)。

§5.1 は"Thermal-Ionization Instability" で、上側のブランチでは水素が電離していて、下側では電離していない。この間が不安定なので、二つの状態をいったりきたりするリミットサイクルが生じる。これが可視光や紫外線で観測される Dwarf-Nova の原因である。§5.3 は"Emission-Line Formation during Quiescence" で、Dwarf-Nova の Quiescence 状態に対応する。可視光で、ディスクの回転によって赤方偏移、青方偏移した輝線が観測される。

§10.1 が"Radiation-Pressure-Dominated Disks" で、光学的に厚く、移流 (advection) が優勢な円盤である (Optically thick Advection Dominated Accretion Flow [ADAF])。スリムディスクと呼ばれることもある。これは安定な解で、非常に明るいブラックホール連星系や、Ultra-Luminous X-ray (ULX) sources がこれに対応していると考えられている (まだ完全に受け入れられているわけではない)。§10.2 が"Optically-Thin One-Temperature" で、Optically thin ADAF とも呼ばれる安定な解である。光学的に薄く高温のディスクで、ブラックホール連星系の Low state を説明する。

§11.3 が"Relaxation Oscillations in Hot Accretion Disks" で、dwarf-novae のリミットサイクルのような準周期変動が起きる。ブラックホール GRS1915+105 から観測される振動状態は、これで説明される。§11.4 は"Advection-Dominated Flow in X-ray Novae" で、ブラックホール連星系の High state と Low state の間の遷移はこれで説明される。

7.3 標準降着円盤モデル (standard accretion disk model)

Shakura and Sunyaev (1973, A&A, 24, 337) によって提唱された歴史的なモデルである [1]。(1) ディスクは幾何学的に薄く光学的に厚い、(2) 解放された重力エネルギーはすべて熱化される、(3) 粘性テンソルが粘性係数 α と圧力に比例 (式 7.5)、という仮定をして解いたディスクの解である。1960 年代に発見された明るい X 線天体を説明するモデルとして提唱された。現在ではブラックホール連星系の "High state" をうまく説明するモデルとして確立している。

7.3.1 標準降着円盤モデル

詳細は、Kato, Mineshige and Fukue、Shapiro& Teukolsy 等の教科書を参考にせよ。本質的には、以下の 11 個のパラメーターを結びつける 11 個の関係式が得られ、与えられた $M, \dot{M}, \alpha$ に対して、これら 11 個のパラメーターが半径 r の関数として求められる。

1. $\Omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ —ケプラー回転の角速度

2. h — ディスクの高さ

[1] ADS によると、2007 年 1 月 29 日の時点で 3457 回の引用数!

3. Σ — 面密度
4. ρ — ディスクの密度
5. v_r — 動径方向の速度
6. T_c — ディスクの中心での温度
7. τ — 鉛直方向の光学的厚み
8. ν — 動的粘性率 (kinematic viscosity)
9. v_s —音速
10. p — ディスクの圧力
11. $\bar{\kappa}$ — 平均の opacity

特に、Ω に続く 6 つの量が $M, \dot{M}, \alpha, r$ の関数として求められると、それらを使って後の 4 つの量が求められる。

粘性係数の定義と解釈

円盤中で物がケプラー回転する間、粘性によって少しずつ落ちていくわけだが、半径方向と動径方向の間に働く粘性テンソルは、

$$t_{r\varphi} \approx \rho\, v_{turb}^2 \approx \rho\, v_r v_\varphi \tag{7.3}$$

と書ける。ここで ρ は密度、v_{turb} は乱流速度、v_r は半径方向の速度、 $v_\varphi(=\sqrt{GM/r})$ は動径方向の速度。乱流速度は音速 $v_s \approx \sqrt{P/\rho}$ よりは小さいはずだから、

$$t_{r\varphi} \lesssim \rho\, v_s^2 = P. \tag{7.4}$$

Shakura and Sunyaev (1973) の画期的なところは、ここで粘性パラメーター (viscous parameter)α を定義し、

$$t_{r\varphi} \equiv \alpha P \tag{7.5}$$

と仮定したこと。α は 0 から 1 までの値を取る定数で、P は圧力。(7.3), (7.4), (7.5) を比べて、

$$\alpha = \frac{v_r\, v_\varphi}{v_s^2} \tag{7.6}$$

α が大きいほど粘性が大きいので、物が速く落ちるというのが直感的な解釈。(7.5) により、様々な物理量の間に関係がついて、標準降着円盤の方程式が解けるようになった。

現在では、粘性を生み出す物理機構は磁気的なものだと考えられており (magneto-viscous effect)、その効果を入れた Magnetic Hydro-Dynamics (MHD) シミュレーションにより、α を仮定しなくても、標準降着円盤の計算ができるようになりつつある。

回転速度と物が落ちる速度

円盤の高さを h として、鉛直方向の力学的バランスを考えると、

$$\frac{dP}{dh} \approx -\frac{GM\rho}{r^2}\frac{h}{r},$$

より

$$\frac{P}{h} \approx \frac{GM\rho}{r}\frac{h}{r^2} \approx v_\varphi^2 \frac{\rho h}{r^2}. \tag{7.7}$$

$P/\rho \approx v_s^2$ を使って、

$$v_\varphi \approx v_s \left(\frac{r}{h}\right). \tag{7.8}$$

標準降着円盤では $r/h \gg 1$ だから、**円盤の回転速度は音速よりずっと大きい**。また、(7.6), (7.8) から、

$$v_r \approx \alpha\, v_s \left(\frac{h}{r}\right) \approx \alpha\, v_\varphi \left(\frac{h}{r}\right)^2. \tag{7.9}$$

つまり、**物が落ちる速度は、α が大きいほど大きくなるが、最大 ($\alpha = 1$) でも回転速度と音速よりもずっと小さいこと**がわかる。

ディスクの厚さ、温度とポテンシャルエネルギーの関係

ガス圧優勢のディスクを考える。圧力 P、密度 ρ、温度 T、粒子の質量 m として、気体の状態方程式から、

$$P \approx \frac{\rho k T}{m}. \tag{7.10}$$

これと (7.7) より、

$$\frac{kT}{GMm/r} \approx \left(\frac{h}{r}\right)^2. \tag{7.11}$$

左辺は熱エネルギーと重力ポテンシャルエネルギーの比。よって、**幾何学的に薄い標準降着円盤 ($h/r \ll 1$) では、ディスクの熱エネルギーは、粒子一つあたりの重力ポテンシャルエネルギーよりはるかに小さい**ことがわかる。

実際の値を見積もってみよう。シュバルツシルトブラックホールの場合、安定な最小円軌道の半径は $3\,r_s(=6\,GM/c^2)$ だから、通常、それをディスクの内縁, r_{in} とみなしてよい。まずポテンシャルエネルギーは、

$$\frac{G\,Mm}{r_{in}} \approx \frac{G\,Mm}{6GM/c^2} \approx \frac{1}{6}mc^2.$$

ブラックホールの質量に依らないことに注意。水素の静止エネルギーは ≈ 900 MeV だから、ポテンシャルエネルギーは、≈ 150 MeV。一方、ブラックホールがエディントン限界で光っ

ていて、ディスクは黒体輻射をしていると仮定して、その温度を見積もろう。

$$L \approx 10^{39} \left(\frac{M}{10\,M_\odot}\right) \text{ [erg/s]}$$

$$\approx \pi r_{in}^2 \sigma T^4 \approx \pi \left(90[\text{km}] \left(\frac{M}{10 M_\odot}\right)\right)^2 \sigma T^4.$$

ここで、ステファンボルツマン定数 $\sigma \approx 10^{24}$ [erg/s/cm^2/keV^4] を使って (値を覚えておこう)、

$$T \approx 1.4 \text{ [keV]} \left(\frac{M}{10\,M_\odot}\right)^{-1/4}, \tag{7.12}$$

となり、これは粒子の重力ポテンシャルエネルギーよりはるかに低いことがわかる。上式より、**エディントン限界光度で光っている標準降着円盤の温度は、ブラックホール (中心天体) の質量が大きくなるほど低くなる**ことは非常に重要! たとえば、以下のような場面で、この事実が大きな意味を持つ。

1. 同じ明るさで光っているとき、中性子星のまわりの降着円盤よりもブラックホールのまわりの降着円盤のほうが温度が低い。実際、"Ultra-soft spectrum" がブラックホールの特徴の一つで、中性子星とブラックホールを見分ける一つの指標である。

2. AGN のブラックホールのまわりの降着円盤の温度は、銀河系内ブラックホール連星系の降着円盤の温度よりもずっと低い。(7.12) より、$\sim 10^7 M_\odot$ のブラックホールの回りの降着円盤の温度は ∼40 eV と、紫外線領域に来る。これが"UV bump" の起源と考えられている。

3. $\sim 10^{40}$ erg/s から $\sim 10^{41}$ erg/s の光度を持つ Ultra-Luminous X-ray (ULX) sources が見つかっているが、もしそれがエディントン限界光度以下だとしたら、質量は ∼100 から ∼1000 $M_\odot$ となり、(7.12) に従い、そのディスク温度は良く知られれている $\sim 10 M_\odot$ のブラックホール連星系のディスク温度よりも低くなるはずである。しかし観測された ULX のディスク温度はほとんどの場合、ブラックホール連星系よりも高い。これは大問題であり、現在活発に研究されているテーマである。

7.3.2 X 線による標準降着円盤の観測

1987 年に出版された Katz の"High Energy Astrophysics" は優れた教科書だが、その降着円盤に関する章には、"Unfortunately, Eq.1 and Eq.2 are not supported by any data. There are few astronomical objects in which the continuum radiation from an accretion disk can be unambiguously identified." (ここで、Eq.1 と Eq.2 は、テキスト中でそれぞれ標準降着円盤の温度とスペクトルを表わす式) という記述がある。実際、これが当時の降着円盤の観測的研究の状況であった。

1987 年から 1991 年まで稼働していた日本の X 線天文衛星「ぎんが」は、LMC X-3, GS2000+25, GS1124–68 などのブラックホール連星系の”High State” のエネルギースペクトル変化を長期間にわたって観測し、どの天体についても、(1) 光学的に厚い降着円盤の内縁の半径は光度が大きく変化しても変わらないこと (光度は円盤温度の 4 乗に比例すると言っても良い)、(2) (内縁の境界条件や黒体輻射からのずれを補正した後) 円盤の内縁半径をシュバルツシルト半径の 3 倍と仮定して見積もったブラックホールの質量は、連星系のドップラー運動から決めた質量とよく一致することを発見した。これは、ブラックホール連星系の”High State” のエネルギースペクトルは、その内縁がシュバルツシルト半径の 3 倍まで伸びた標準降着円盤からのものであることを強く示唆している。

1994 年に出版された Longair, “High Energy Astrophysics” second edition では、「ぎんが」衛星による LMC X-3 の観測結果を引用して、“This is a remarkable result, but it is clearly dependent upon a number of assumptions, particularly that the accretion disk is optically thick.” と書いてある。実際、それまでは明るく光っている標準降着円盤の内縁付近が光学的に厚いのか薄いのかわかっていなかったのだが、「ぎんが」の観測によって、常に前者であることが明らかになった。

その後、RXTE 衛星等によって上記の二つの観測事実がより多くのブラックホールから確認され、ブラックホールの High State のエネルギースペクトルを標準降着円盤で説明するモデルが確立した。

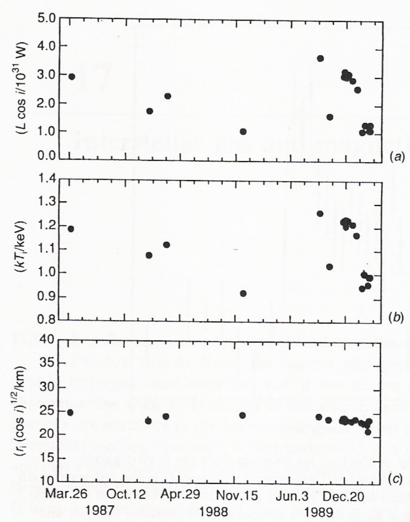


Figure 16.22. Time histories of the best-fit parameters to the soft component of the X-ray spectrum of LMC X-3 obtained by the Japanese Ginga satellite. (a) The bolometric luminosity of the sources; (b) the inferred temperature at the inner radius of the accretion disc; (c) the inferred inner radius, r_i, of the accretion disc. i is the inclination angle of the plane of the orbit to the plane of the sky. (From H. Inoue (1992). *Proc. Texas/ESO-CERN Symposium on Relativistic astrophysics, cosmology and fundamental particles*, eds J.D. Barrow, L. Mestel and P.A. Thomas, pp. 86–103. New York: New York Academy of Sciences.)

「ぎんが」衛星が観測した LMC X-3 の X 線スペクトル変化。ディスク成分のエネルギースペクトルを、ディスクの内縁と温度を自由パラメーターにしてフィッティングを行った。光度 (最上段) が変化しても内縁の半

径 (下段) は一定。光度はディスクの温度 (中段) の 4 乗に比例している。Longair, “High Energy Astrophysics” から取ってきた。そこでは Inoue (1992) を引用しているが、その基は私の博士論文 (1991 年)。投稿論文になったのは、Ebisawa et al. 1993, ApJ, 403, 684。

7.3.3 標準降着円盤からの X 線スペクトル

標準降着円盤の「構造」は粘性パラメーター α によるが、光学的に厚い輻射を考える限りは、そこからの輻射は (幸い)α に依らない。これは、M, $\dot{M}$ などの重要な物理パラメーターを、α という不定量に左右されずに、X 線観測から制限をつけられるということを意味している。一方、X 線観測から α に制限をつけるのは困難である。

物がディスク中で dr 落ちる間に、解放される重力ポテンシャルの半分 (ビリアル定理) が熱化され、ディスクの両面から黒体輻射で放出されるとすると、

$$2 \cdot 2\pi r\, dr\, \sigma T_{eff}^4 \propto \frac{1}{2} d\left(-\frac{GM\dot{M}}{r}\right) = \frac{GM\dot{M}}{2\,r^2}\, dr,$$

$$T_{eff}(r) \propto \left(\frac{GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3}\right)^{1/4}. \tag{7.13}$$

上式は半径依存性は正しいが、境界条件を入れていないため、ファクターは正しくない。内縁の境界条件 (内縁で温度=0) を入れた正確な式は、

$$T_{eff}(r) = \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3}\left(1-\sqrt{r_{in}/r}\right)\right)^{1/4}. \tag{7.14}$$

内縁のごく近傍からの輻射は観測には効かない (温度が低く面積も小さいため) ので、**光学的に厚い標準円盤では、ディスクの有効温度の半径依存性は $r^{-3/4}$ である**ことを覚えておくと良い [2]。

もしも輻射が完全な黒体輻射だったら、(7.14) をプランク関数 $\mathrm{B}_\nu(T)$ に入れて、各リングからの輻射 $2\pi r dr B\nu(T)$ を内縁 r_{in} から外縁 (通常 $r_{out} = \infty$ と仮定してよい) まで積分すれば、降着円盤からのエネルギースペクトルが求められる。実際には円盤大気中のコンプトン効果により光子が叩きあげられ、色温度 T_{col} が有効温度 T_{eff} よりも高くなる (4.4.6 参照)。我々が観測できるのは色温度であり、観測されたスペクトルからディスクのパラメーターを求めるときには、$T_{col}/T_{eff} > 1$ の効果を考慮しなくてはいけない。幸い、色温度と有効温度の比、T_{col}/T_{eff} は 1.7∼1.9 で、ディスクの半径や光度によらないことがわかっている。X 線のフラックスと「色温度」(スペクトルの形) の測定から見積った内縁の半径 (質量) は、完全な黒体輻射を仮定して見積もった半径 (質量) の $(T_{col}/T_{eff})^2$ 倍になる (式 4.22)。

[2] 質量降着率が上がってスリムディスクになると、それに伴い指数が −0.75 から −0.5 まで変化する。

Index