

熱核融合反応によって輝いている恒星に対し、恒星の終末期に生成される白色矮星、中性子星、ブラックホールをコンパクト天体と呼ぶことがある。白色矮星、中性子星は典型的に太陽質量 (M_{\odot}) 程度の質量を持つ。質量が $3M_{\odot}$ よりも大きなコンパクト天体はブラックホールと考えられている。ここでは、質量 $1 M_{\odot}$ を持つ中性子星あるいは白色矮星を考え、それぞれの半径を 10 km 、 5000 km とする。

質量 M の天体に対し、そのシュワルツシルド半径は $2GM/c^2$ で定義される。ここで G は万有引力定数、 c は光速である。以下の解答では、太陽のシュワルツシルド半径を $2GM_{\odot}/c^2 \approx 3 \text{ km}$ 、光速 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ と近似し、数値は有効数字一桁で与えること。

1. これらのコンパクト天体に物質が落ち込む際、重力エネルギーが解放されて X 線放射として観測されることがある。コンパクト天体の質量を M 、半径を r 、質量降着率を \dot{M} とすると、重力エネルギーの解放による X 線光度 L を

$$L \approx \frac{GM\dot{M}}{r} \quad (1)$$

と見積もることができる。中性子星または白色矮星に質量降着率 $\dot{M} = 10^{15} \text{ kg/s}$ で物質が落ち込み、重力エネルギーを解放して光っているとき、上式を用いてそれぞれの光度の値を見積もれ。

2. コンパクト天体に落ちていく物質は、天体が放射する光による圧力を受ける。球対称の場合、物質がコンパクト天体から受ける重力と光による圧力が釣り合う限界光度があり (エディントン限界、 L_{Edd})、天体はそれ以上明るくなることはできない。ここでは簡単のために、天体に落ち込む物質として水素だけを考える。水素原子の質量を m_H とし、半径 r における、一つの水素原子が天体から受ける重力を r, G, M, m_H を用いて表せ。
3. 水素原子は、原子中の電子のトムソン散乱 (断面積は σ_T) によって、光を遮り、圧力を受ける。天体が光度 L_{Edd} 、球対称で光っているとき、半径 r における、一つの電子が光から受ける力 (= 一つの水素原子が光から受ける力) を、 L_{Edd}, σ_T, c, r を用いて表せ。
4. 上の 2 と 3 で求めた量を結びつけることにより、エディントン限界 L_{Edd} を、 c, G, M, σ_T, m_H の関数として導け。
5. $\kappa_T \equiv \sigma_T/m_H$ の値は $\sim 4 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{kg}$ である。これを用いて、中性子星または白色矮星について、エディントン限界 L_{Edd} の値を見積もれ。
6. 中性子星と白色矮星がそれぞれ質量降着率 $\dot{M} = 10^{15} \text{ kg/s}$ で重力エネルギーを解放して光っている場合、それらの光度とエディントン限界とを比較せよ。
7. 温度 T の物質が黒体放射をしているとき、単位時間、単位面積あたりに放出されるエネルギーは、ステファンボルツマンの法則、 σT^4 で与えられる。ここで、 σ はステファンボルツマン定数で、その値は $\sim 6 \times 10^{-8} \text{ J/s/m}^2/\text{K}^4$ である。エディントン限界で光っている天体が黒体放射をしている場合、その表面温度の値を質量と半径の関数として記述する式を導け。それを用いてエディントン限界で光っている中性子星と白色矮星の表面温度の値を、それぞれ見積もれ。

中性子星やブラックホールが連星系を成しているとき、伴星から落ちていく物質が中性子星やブラックホールの周りに円盤を形成し(「降着円盤」)、その中で解放された重力エネルギーが熱エネルギーに変換され、X線で観測される場合がある。ここでは単純に、幾何学的に薄い降着円盤が黒体放射をしている場合を考える。円盤のモデルを単純化して、降着円盤の内縁を r_{in} 、そこにおける温度を T_{in} 、円盤の温度分布は半径の関数として $T(r) \propto r^{-3/4}$ と仮定する。また、円盤の外縁半径は十分に大きいものとする。

8. 降着円盤の輻射を半径方向に積分することによって、円盤の光度 L_{disk} を、 σ, r_{in}, T_{in} を用いて表せ(円盤の表と裏を考慮すべきことに注意)。
9. 一般相対性理論によると、回転していない中性子星やブラックホールの周りを公転する物体の最小円軌道半径は、シュワルツシルド半径の三倍である。円盤の内縁を最小円軌道半径と仮定することによって、中心天体の質量 M を、降着円盤の光度 L_{disk} と内縁温度 T_{in} で表す式を導け。この式から、ブラックホールの周りの降着円盤と中性子星の周りの降着円盤の光度 L_{disk} が等しい場合、どちらの降着円盤の内縁温度の方が高いか、述べよ。
10. 降着円盤を持つ二つのX線天体があり、どちらの降着円盤も光度は $L_{disk} = 10^{31}$ J/sであった。それぞれについて、 $T_{in} = 6 \times 10^6$ K、 $T_{in} = 2 \times 10^7$ K を測定した。これから、それぞれの中心天体の質量を見積もれ。この場合、どちらがブラックホールでどちらが中性子星と考えられるか？