2011 年 8 月金沢大学集中講義「宇宙物理学」解答
JAXA 宇宙科学研究所　海老沢　研

1.

$$L \approx c^2(GM_\odot/c^2)(1/10\text{km})\ 10^{15}\text{kg/s}\ (M/M_\odot)(\dot{M}/10^{15}\text{kg/s})/(r/10\text{km})$$
$$= 1.4 \times 10^{31}\text{J/s}\ (M/M_\odot)(\dot{M}/10^{15}\text{kg/s})/(r/10\text{km})$$

よって、有効数字一桁で、r=10km の中性子星の場合は $L = 10^{31}$ J/s, r=5000 km の白色矮星の場合は $L = 3 \times 10^{28}$ J/s.

2.

$$\frac{GMm_H}{r^2}$$

3.

$$\frac{L_{Edd}}{4\pi r^2}\frac{\sigma_T}{c}$$

4.

$$\frac{L_{Edd}}{4\pi r^2}\frac{\sigma_T}{c} = \frac{GMm_H}{r^2}$$

より、

$$L_{Edd} = \frac{4\pi c GMm_H}{\sigma_T}.$$

5.

$$L_{Edd} = \frac{4\pi c GM}{\kappa_T}.$$
$$= \frac{4\pi c^3(GM_\odot/c^2)(M/M_\odot)}{\kappa_T}.$$
$$\approx 1.2 \times 10^{31}(M/M_\odot)[\text{J/s}].$$

よって、質量 1 $M_\odot$ の中性子星または白色矮星について、エディントン限界は有効数字一桁で 10^{31} J/s.

6.
質量 1 $M_\odot$ の中性子星が質量降着率 10^{15} J/s で光っているとき、その光度はエディントン限界と同程度。白色矮星が同じ質量降着率で光っているとき、その光度はエディントン限界の約 1/300。

7.

$$T = \left(\frac{L_{Edd}}{4\pi\sigma r^2}\right)^{1/4} = \left(\frac{cGM}{\sigma r^2 \kappa_T}\right)^{1/4}$$

から、L_{Edd} の値を入れると、

$$T \approx 2 \times 10^7 \left(\frac{r}{10 \text{ km}}\right)^{-1/2} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/4} [\text{K}].$$

よって、半径 10 km の中性子星の場合は 2×10^7 [K]、半径 5000 km の白色矮星の場合は、10^6 K。

8.

$$\begin{aligned} L_{disk} &= \int_{r_{in}}^{r_{out}} 2 \times 2\pi r \sigma T(r)^4 dr \\ &= 4\pi\sigma r_{in}^2 T_{in}^4 \int_{r/r_{in}=1}^{\infty} \times (r/r_{in})^{-2} d(r/r_{in}) \\ &= 4\pi\sigma r_{in}^2 T_{in}^4. \end{aligned}$$

9.
$r_{in} = 3 \times 2GM/c^2 = 6GM/c^2, L_{disk} = 4\pi\sigma r_{in}^2 T_{in}^4$ より、

$$M = \frac{c^2}{6G}\left(\frac{L_{disk}}{4\pi\sigma T_{in}^4}\right)^{1/2}.$$

L_{disk} が一定の場合、$M \propto T_{in}^{-2}$ という関係があるので、質量が小さい中性子星の周りの降着円盤の方が温度が高い。

10.

$$M = \frac{M_\odot}{3}\frac{c^2}{2GM_\odot}\left(\frac{L_{disk}/10^{31}[\text{J/s}] \times 10^{31}[\text{J/s}]}{4\pi \times 6 \times 10^{-8}[\text{J/s/K}^4/\text{m}^2]\ (T_{in}/2 \times 10^7\text{K})^4 \times (2 \times 10^7\text{K})^4}\right)^{1/2}.$$

$$= \frac{M_\odot}{3}\frac{1}{3 \times 10^3[\text{m}]}\left(\frac{10^{31}[\text{J/s}]}{4\pi \times 6 \times 10^{-8}[\text{J/s/K}^4/\text{m}^2]\ \times (2 \times 10^7\text{K})^4}\right)^{1/2} \times \left(\frac{L_{disk}/10^{31}[\text{J/s}]}{(T_{in}/2 \times 10^7\text{K})^4}\right)^{1/2}.$$

$$\approx 1M_\odot\left(\frac{L_{disk}/10^{31}[\text{J/s}]}{(T_{in}/2 \times 10^7\text{K})^4}\right)^{1/2}$$

$$\approx 10M_\odot\left(\frac{L_{disk}/10^{31}[\text{J/s}]}{(T_{in}/6 \times 10^6\text{K})^4}\right)^{1/2}.$$

温度が 6×10^6 K のほうがブラックホールで、温度が 2×10^7 K のほうが中性子星と考えられる。