2006 年度 冬学期 高エネルギー天文学特論 IV 模範解答
2007 年 2 月 13 日実施 150 点満点

問 1: *1* 点 $\times 20 = 20$ 点

(1)	1962	(2)	Sco X-1	(3)	中性子星	(4)	3	(5)	ブラックホール
(6)	Uhuru	(7)	空に対する開口面積	(8)	検出装置の有効面積	(9)	Einstein	(10)	はくちょう
(11)	てんま	(12)	ぎんが	(13)	ROSAT	(14)	あすか	(15)	鉄
(16)	X 線 CCD カメラ	(17)	回折格子 (グレーティング)	(18)	X 線マイクロカロリメーター	(19)	1/2	(20)	2

問 2: *2* 点 $\times 20 = 40$ 点

(1)	$E = 12.4/\lambda$	(2)	1.6×10^{-12}	(3)	10000	(4)	10^{24}	(5)	$2GM/c^2$
(6)	3	(7)	3	(8)	1.4	(9)	511	(10)	10^{-5}
(11)	6.65×10^{-25}	(12)	3×10^{18}	(13)	500	(14)	$\epsilon = B^2/8\pi$	(15)	2×10^{-8}
(16)	1	(17)	0.4	(18)	1	(19)	13.6	(20)	10^{22}

問 3: *5* 点 $\times 8 = 40$ 点

問 3.1

(1) エディントン光度を L_{Edd} とする。質量 m の粒子が断面積 σ によって光からの圧力を受けているとき、重力と光圧のつりあいを考えると、

$$\frac{L_{Edd}}{4\pi r^2}\frac{\sigma}{c} = \frac{GMm}{r^2},$$

$$L_{Edd} = \frac{4\,\pi c\,GM}{\sigma/m}.$$

ここで、$\sigma/m = \kappa$ だから、

$$L_{Edd} = \frac{4\,\pi c\,GM}{\kappa}.$$

(2) 以下、cgs 単位系で考える。

$$L_{Edd} = \frac{4\,\pi c\,GM_\odot}{\kappa}\frac{M}{M_\odot} = 2\pi c^3\frac{2GM_\odot/c^2}{\kappa}\,(M/M_\odot)$$

$$\approx 6.3 \times (3 \times 10^{10}[\mathrm{cm/s}])^3\frac{3 \times 10^5[\mathrm{cm}]}{0.4[\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}]}\,(M/M_\odot)$$

$$\approx 10^{38}\,(M/M_\odot)\,[\mathrm{erg/s}].$$

問 3.2

(1) 結合エネルギーを E_b とすると、

$$E_b = \frac{1}{2}m_e v^2 - \frac{Ze^2}{r}.$$

運動方程式

$$m_e\frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2}$$

を使って、

$$E_b = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{r}.$$

運動方程式と角運動量の量子化、$m_e vr = \hbar$ より、$r = \hbar^2/m_e\, Z\, e^2$。これを上式に代入して、

$$E_b = -\frac{m_e\, Z^2\, e^4}{2\hbar^2}.$$

(2)

$$E_b = -\frac{m_e\, c^2 e^4}{2\hbar^2 c^2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 m_e c^2$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{137}\right)^2 511 \times 10^3\ [\mathrm{eV}] = -13.6\ [\mathrm{eV}].$$

(3)

(1), (2) の結果から、$Z = 26$ の原子核の周りをひとつの電子が回っているとき (hydrogenic iron ion) の結合エネルギーは

$$-13.6 \times (26)^2\ [\mathrm{eV}] \approx= -9000\ [\mathrm{eV}].$$

よって、hydrogenic iron ion の K エッジのエネルギーは約 9 keV である。

問 3.3

(1)

$$L = \frac{GM\dot{M}}{r}.$$

(2)

$$L = 1.4\frac{GM_\odot}{c^2}10^{18}\ [\mathrm{g/s}]c^2\frac{\dot{M}}{10^{18}[\mathrm{g/s}]}\frac{10[\mathrm{km}]}{r}\frac{1}{10\ [\mathrm{km}]}\frac{M}{1.4M_\odot}$$

$$\approx 2 \times 10^{38}[\mathrm{erg/s}]\left(\frac{\dot{M}}{10^{18}[\mathrm{g/s}]}\right)\left(\frac{10[\mathrm{km}]}{r}\right)\left(\frac{M}{1.4M_\odot}\right).$$

エディントン光度にほぼ等しい (エディントン光度の数倍程度、も正解)。

(3)

表面温度を T、半径を R とすると

$$4\pi R^2 \sigma T^4 = 2 \times 10^{38}[\mathrm{erg/s}]$$

ここで、σ はステファンボルツマン係数、$\sim 10^{24}$ [erg/s/cm^2/keV^4]。よって、

$$T^4 \approx \frac{2 \times 10^{38}\ [\mathrm{erg/s}]}{4\pi \times 10^{24}[\mathrm{erg/s/cm^2/keV^4}] \times (10 \times 10^5\ [\mathrm{cm}])^2} \approx 16[\mathrm{keV}^4]$$

よって、$T \approx 2$ keV。

問 4: *10点 ×5 = 50点*

問 4.1

鉛直方向の釣り合いの式より

$$\frac{P}{h} \approx \frac{GM\rho}{r}\frac{h}{r^2} \approx v_\varphi^2 \frac{\rho h}{r^2},$$

$$\frac{P}{\rho} \approx v_\varphi^2 \left(\frac{h}{r}\right)^2.$$

$P/\rho \approx v_s^2$ を使って、

$$v_\varphi \approx v_s \left(\frac{r}{h}\right).$$

標準降着円盤では $r/h \gg 1$ だから、 円盤の回転速度は音速よりずっと大きい。

また、α の定義、粘性テンソルと v_r, v_φ の関係から、

$$\alpha \approx \frac{v_r\, v_\varphi}{v_s^2}$$

と書ける。これと上で求めた v_φ と v_s の関係より、

$$v_r \approx \alpha\, v_s \left(\frac{h}{r}\right).$$

よって、α が大きいほど動径方向の速さは大きくなるが、$h/r \ll 1$ なので、最大 $(\alpha = 1)$ でも音速よりもずっと小さい。

問 4.2

気体の状態方程式、

$$P \approx \frac{\rho\, k\, T}{m}. \tag{1}$$

と力学的なつりあいの式、

$$\frac{P}{h} \approx \frac{GM\rho}{r}\frac{h}{r^2}$$

より、

$$\frac{kT}{GMm/r} \approx \left(\frac{h}{r}\right)^2.$$

左辺は熱エネルギーと重力ポテンシャルエネルギーの比。よって、 幾何学的に薄い標準降着円盤 $(h/r \ll 1)$ では、ディスクの熱エネルギーは、粒子一つあたりの重力ポテンシャルエネルギーよりはるかに小さい。

問 4.3

物がディスク中で dr 落ちる間に、解放される重力ポテンシャルの半分 (ビリアル定理) が熱化され、ディスクの両面から黒体輻射で放出されるとすると、

$$2 \cdot 2\pi r\, dr\, \sigma T_{eff}^4 \propto \frac{1}{2} d\left(-\frac{GM\dot{M}}{r}\right) = \frac{GM\dot{M}}{2\, r^2}\, dr,$$

よって、

$$T_{eff}(r) \propto \left(\frac{GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3}\right)^{1/4}.$$

となり、ディスクの有効温度の半径依存性は $r^{-3/4}$ である。(上式は半径依存性は正しいが、内縁の境界条件を入れていないため、ファクターは正しくない。)

問 4.4

$10M_\odot$ のブラックホールのエディントン光度は $\sim 10^{39}$ erg/s である。よって求める円盤温度を T [keV] とすると、

$$\pi r_{in}^2 \sigma T^4 = 10^{39} \left(\frac{M}{10M_\odot}\right) \text{ [erg/s]}.$$

また、r_{in} は $10M\odot$ のブラックホールのシュバルツシルト半径の 3 倍だから、

$$r_{in} \approx 90 \text{ [km]} \left(\frac{M}{10M_\odot}\right).$$

これらを T について解く。

$$T^4 \approx \frac{1}{10^{24} \text{ [erg/s/cm}^2\text{/keV}^4]} \frac{1}{\pi} \frac{10^{39} \text{ [erg/s]}(M/10M_\odot)}{(90 \times 10^5 \text{ [cm]}(M/10M_\odot))^2}$$

$$\approx 4 \ (M/10M_\odot)^{-1} [\text{keV}^4]$$

$$T \approx 1 \text{ [keV]} \left(\frac{M}{10M_\odot}\right)^{-1/4}.$$

温度は質量の $-1/4$ 乗に比例するから、質量が一億倍 (10^8 倍) になると、温度は 1/100 になる。

問 4.5

$$L \propto 4\pi \, d^2 f,$$

$$L \propto r_{in}^2 \, \sigma T_{eff}^4,$$

$$M \propto r_{in},$$

$$T_{col} \propto h T_{eff},$$

以上の関係より、

$$M \propto h^2 \, d \, f^{1/2} \, T_{col}^{-2}.$$