

第3回 基礎的な物理の復習(2)

2021年8月2日 7:00

物理学で良く用いられる以下の定数や式を覚えておくこと。

1. 光速, $c \sim 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$ ← $3 \times 10^{10} \text{ (cm/s)}$
 $\sim 3 \times 10^8 \text{ (m/s)}$

2. X線のエネルギー $E \text{ [keV]}$ と波長 $\lambda \text{ [Å]}$ の関係

$$E = h\nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{2\pi}{2\pi}$$

$$= \frac{1.973 \text{ [keV·Å]} \cdot 2\pi}{\lambda}$$

$E \cdot \lambda = 12.4 \text{ [keV·Å]}$

$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$
 $1973 \text{ [eV·Å]} \sim 2 \text{ [keV·Å]}$
 $1 \text{ Å} \leftrightarrow 12.4 \text{ keV}$
 $1 \text{ [keV]} \leftrightarrow 12.4 \text{ [Å]}$
 $\sim 10 \text{ [Å]}$

3. ボルツマン定数 $k \text{ [erg/K]}$.

$$1.38 \times 10^{-16} \text{ [erg·K}^{-1}\text{]}$$

4. エネルギーの単位の換算。1 eV は大体 $\sim 10^4$ $** \text{ [K]}$ または $** \text{ [erg]}$ に対応する。

$$1 \text{ eV} \approx 1.6 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

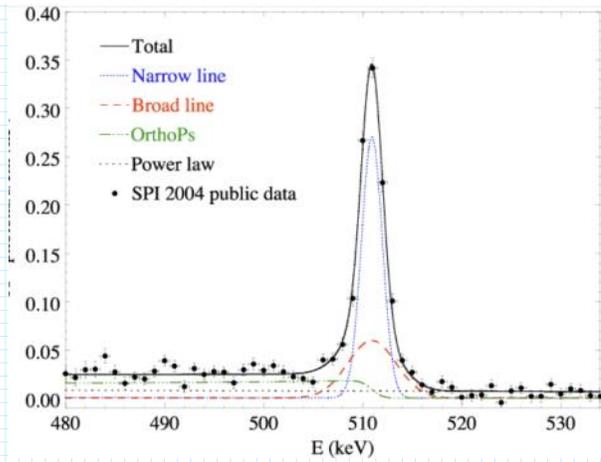
$$E = kT \quad T = \frac{E}{k}$$

$$\frac{1.6 \times 10^{-12} \text{ erg}}{1.38 \times 10^{-16} \text{ [erg·K}^{-1}\text{]}} \approx (1.1594) \times 10^4 \text{ [K]} \approx 1.16 \times 10^4 \text{ [K]}$$

$\sim 10^7 \text{ K} \leftrightarrow \sim 1 \text{ keV}$
 $\sim 10^8 \text{ K} \leftrightarrow \sim 10 \text{ keV}$

5. 電子の静止質量、 $m_e c^2 \text{ (keVで)}$.

$$511 \text{ keV}$$



Electron-positron annihilation line at 511 keV from the Galactic Center

1. 核子(陽子または中性子)のおおよその質量 (MeV または GeV で)。陽子と中性子のどちらが重いか?

$$m_p \sim m_n \approx 1 \text{ GeV}$$

$$m_n \approx 939.6 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_p \approx 938.3 \text{ MeV}/c^2$$



2. ステファン-ボルツマン定数 σ を $[\text{erg/s/cm}^2/\text{keV}^4]$ という単位で覚えておくと便利!

$$\sigma T^4 [\text{erg/s/cm}^2]$$

$$\sigma \approx 10^{24} [\text{erg/s/cm}^2/\text{keV}^4]$$

1. ある中性子星から「x線バースト」が観測された。その放射を温度 2 keV の黒体放射、中性子星の半径 10 km として、x線バーストの光度を求めよ。

$$L: \text{luminosity} [\text{erg/s}]$$

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi \times (10 \times 10^5 \text{ cm})^2 \times 10^{24} [\text{erg/s/cm}^2/\text{keV}^4] \times (2 \text{ keV})^4$$

$$\approx 2 \times 10^{58} \text{ erg/s} \leftarrow \text{イベント-限界光度}$$

3. 微細構造定数 α の式と値。

$$\alpha = \frac{1}{137}$$

$\sim 2 \times 10^{10} \text{ (Å)} \leftarrow \text{イテリントン限異光度}$

3. 微細構造定数。その式と値。

$$\frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

おぼろげ

4. $\hbar c$

$$1973 \text{ [eV} \cdot \text{Å]}$$

$$\approx 2 \text{ [keV} \cdot \text{Å]}$$

水素原子の半径
 $\sim 0.5 \text{ Å}$

5. 古典電子半径 r_0 の式と値

$$m_e c^2 = \frac{e^2}{r_0}$$

$$r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \frac{\hbar c}{m_e c^2}$$

$$= \frac{1}{137} \cdot \frac{1973 \text{ [eV} \cdot \text{Å}]}{511 \text{ [keV]}}$$

$$= 2.6 \times 10^{-5} \text{ Å} \approx 3 \times 10^{-5} \text{ (Å)}$$

6. 光は電子によって、トムソン散乱を受ける。トムソン散乱断面積を σ_T で表せ。その値

は?

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi r_0^2$$

$$\approx \frac{8}{3} \pi \times (3 \times 10^{-5} \times 10^{-8} \text{ (cm)})^2$$

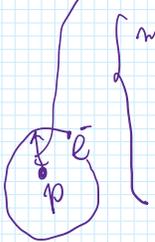
$$\approx 7.5 \times 10^{-25} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$6.65 \times 10^{-25} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\left(\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \right)$$

$$\hbar c = 1973 \text{ eV} \cdot \text{Å}$$

7. ボーア半径の式と値。



$$m \frac{v^2}{r} = \frac{Ze^2}{r^2} \rightarrow mrv^2 = \frac{Ze^2}{r}$$

$$mrv = \hbar \rightarrow v = \frac{\hbar}{mr} \rightarrow v^2 = \frac{\hbar^2}{m^2 r^2}$$

$$m \cdot \frac{\hbar^2}{m^2 r^2} = \frac{Ze^2}{r}$$

$$r = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 Z}$$

$$= \frac{(\hbar c)^2}{m_e^2 c^2} = \left(\frac{\hbar c}{e^2} \right) \cdot \frac{\hbar c}{m_e c^2}$$

$$= 137 \cdot \frac{1973 \text{ eV} \cdot \text{Å}}{511 \times 10^3 \text{ eV}}$$

$$= 0.5 \text{ Å}$$

$$13.6 \text{ eV}$$

8. 水素の電離エネルギー (ライマンエッジ) の式と値 (eVで)

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{Ze^2}{r}$$

$$= \frac{Ze^2}{2r} - \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{Z^2 m_e e^4}{\hbar^2} = -\frac{1}{2} \frac{Z^2 m_e c^4}{\hbar^2}$$

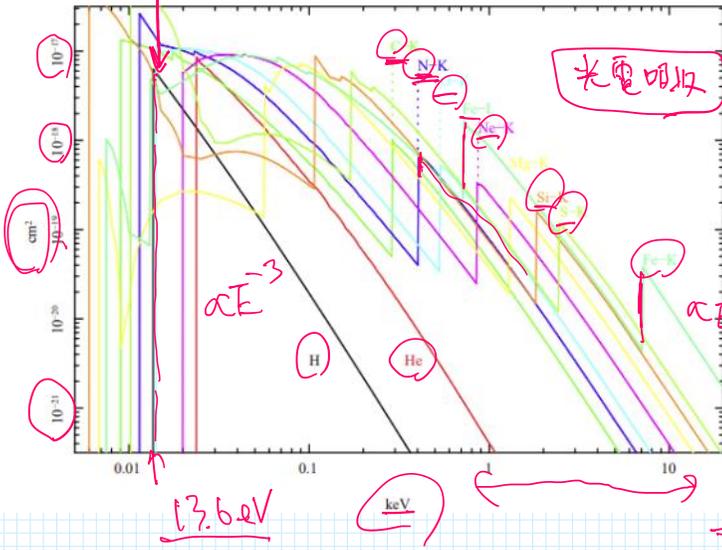
$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{m_e c^2 e^4 Z^2}{(\hbar c)^2} = -\frac{1}{2} \cdot m_e c^2 \cdot \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 Z^2 = -\frac{1}{2} 511 \text{ keV} \cdot \left(\frac{1}{137} \right)^2$$

$$= -13.6 \text{ eV} \quad Z^2$$

中性元素

グラフのグラフ

Cross Sections of neutral atoms



光電吸収

X線E吸収

$\propto E^{-3}$

$\propto E^{-3}$

$\sigma_T \approx 6.65 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$

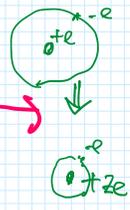
→ 大気透明にできる
硬X線 (>10keV) だけ
⇒ 大気球での観測が可能

般

9. 原子番号Zの原子が、Z-1回電離して、軌道電子がK殻に一個だけ残った状態を考える (水素様イオン)。そのイオンのライマンエッジエネルギー (keVで) は?

$r = \frac{1}{Z} \cdot \frac{h^2}{m_e e^2}$ 半径が1/Z倍

$13.6 \text{ eV} \cdot Z^2$ より強く束縛される



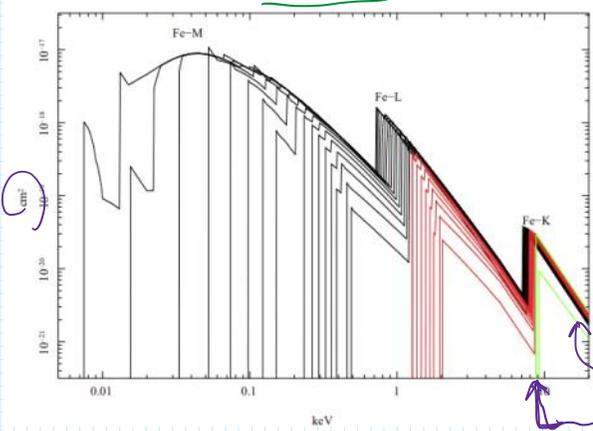
特殊な場合
Z=26

$13.6 \times (26)^2 = 9193.6 \text{ eV}$

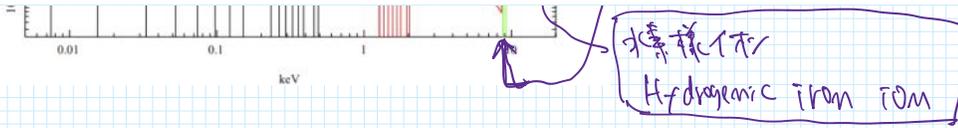
$\approx 9.2 \text{ keV}$

断面積

Cross Sections of Ionized Iron



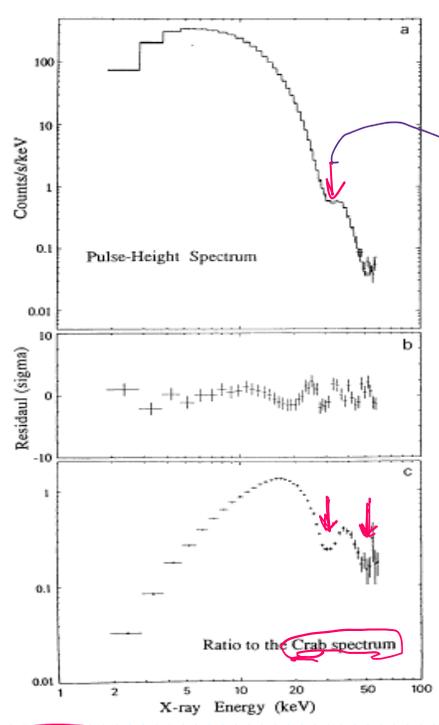
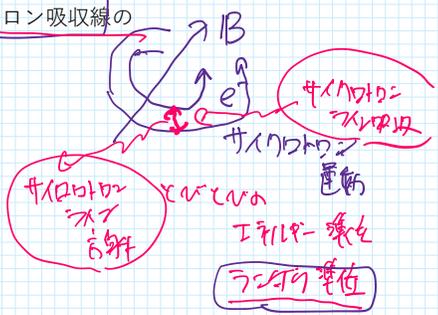
水素様イオン
Hydrogenic Iron Ion



10. 地球大気は、~10 keVより低エネルギーのX線に対して不透明である。地球大気中のどの元素が、主にX線吸収に関与するか?

$\pm C, N, O$

11. ポーア磁子 $\frac{\hbar e}{2mc}$ の値を用いて、サイクロトロン吸収線のエネルギー [keV] と磁場の値 B [gauss] の関係を求めよ。



$$\omega \frac{v^2}{r} = \frac{evB}{cm} \Rightarrow \frac{v}{r} = \frac{eB}{cm}$$

$$v = r\omega \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{eB}{mc}$$

$$\Rightarrow E = \hbar\omega = \frac{\hbar e B}{mc}$$

$$= \frac{\hbar e}{2mc} 2B$$

$$1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{12} \text{ erg}$$

$$1 \text{ keV} = 1.6 \times 10^9 \text{ erg}$$

$$= 9.3 \times 10^{21} \text{ [erg/gauss]} \cdot 2B \text{ [gauss]}$$

$$= 9.3 \times 10^{21} \frac{1}{1.6 \times 10^9 \text{ [keV/gauss]}} \cdot 2 \cdot \left(\frac{B}{10^{12} \text{ gauss}} \right) \times 10^{12} \text{ [gauss]}$$

$$\approx 11.6 \text{ [keV]} \cdot \left(\frac{B}{10^{12} \text{ gauss}} \right) \approx 12 \text{ keV} \left(\frac{B}{10^{12} \text{ gauss}} \right)$$

X0331+53 Cyclotron absorption line detected by the Ginga satellite